

# 几种常用格式和湍流模型在高速 流动中的适用性研究

石磊, 闫 溟, 杨云军, 周伟江

(中国航天科技集团公司 中国航空气动力技术研究院, 北京 100074)

**摘 要:** 针对高超声速飞行器中存在的强激波、激波/边界层干扰、分离、湍流等复杂流动现象, 对比分析了当前计算流体力学中的主要空间离散格式及湍流模型, 发现不同格式对强激波的分辨率基本相同, Roe 和 LDE(low diffusion E-CUSP(convective upwind split pressure))格式对摩擦因数和传热系数的模拟优于其他格式; S-A(Spalart-Allmaras)一方程湍流模型计算的摩擦因数比  $k-\omega$  SST(shear stress transport)两方程湍流模型高 10% 左右, 而后者预测的分离区约为前者的 2 倍, 且分离点靠前。

**关 键 词:** 高超声速; 激波/边界层干扰; LDE 格式; 湍流模型; 超声速凹槽

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

## Applicability investigation about several common schemes and turbulence models in high speed flow

SHI Lei, YAN Ming, YANG Yun-jun, ZHOU Wei-jiang

(China Academy of Aerospace Aerodynamics,

China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100074, China)

**Abstract:** Several common spatial dispersion schemes and turbulence models in current computational fluid dynamics were compared and analyzed to investigate complex flow phenomena such as strong shock waves, shock waves/boundary layer interaction, flow separation and turbulent flow in hypersonic flight. The results demonstrate that the resolutions of strong shock waves are the same by different schemes. Roe and LDE (low diffusion E-CUSP (convective upwind split pressure)) schemes show better agreement in friction coefficient and heat transfer coefficient with experimental data than other schemes. The friction coefficient predicted by S-A (Spalart-Allmaras) turbulence model is greater than that by  $k-\omega$  SST (shear stress transport) turbulence model about 10%. The separation zone of the latter is twice the size of the former and the separation point is located in front.

**Key words:** hypersonic; shock waves/boundary layer interaction; LDE scheme; turbulence model; supersonic cavity

高超声速飞行器能为航天运载和民用运输提供全新途径, 目前已经成为世界各国航空航天发展的主要目标之一, 美国在 20 世纪 50 年代已经开展了高超声速基础技术和应用技术研究并取得了诸多进展。1967 年 X-15A-2<sup>[1]</sup> 在火箭发动机的推力下创造了马赫数为 6.72 的飞行记录; 1980—

1990 年开展的国家空天飞机(NASP)<sup>[2]</sup> 项目为超燃冲压发动机技术和单级入轨方式积累了丰富经验; 2004 年 Hyper-X<sup>[3]</sup> 项目中的 X-43A 成功显示出马赫数为 9.68 的巡航推力特性。国内也开展了相应的专项工程, 高超声速相关技术已经成为目前研究的热点。

高超声速飞行器的机体流动主要存在以下特点:①几何外形复杂,主要体现在进气道等内流道的设计上,进气道唇口前缘通常设计成尖楔形,燃烧室为了稳定火焰会设计成凹坑或沟槽外形;②存在强激波、激波/边界层干扰、分离、湍流等复杂流动现象,飞行器的头部为防热采用钝头设计会产生较强的弓形激波,当激波在内流道内反射或作用在舵、翼表面时,会产生激波/边界层干扰现象,燃烧室等凹腔结构的存在会使流动发生分离,而尾喷管的扩张段又会使分离区再附,湍流的存在又会使上述流动变得更加复杂;③流场速度变化范围大,典型高超声速飞行器的流场范围马赫数为 0~20.

高超声速飞行器的实验通常需要很高的马赫数、焓值以及总压,加上模型复杂,实验模拟难度大,成本很高,采用数值模拟分析解决高超声速飞行中的气动问题,可以有效地缩短研制周期,节省研制费用,国外 DPW(阻力预测工作组)会议以及 NASA(美国航空航天局)联盟<sup>[4-6]</sup>已经对 CFD(计算流体力学)技术应用于飞行器气动预测和评估做了大量工作,在局部设计中已经可以代替地面实验,但是速度范围主要在亚、跨声速以及低超声速,CFD 技术在高速流动中的适用性研究还比较少见,本文基于这样的目的,针对高超声速飞行器存在的典型流动现象,选取了球头弓形激波、层流/湍流平板边界层、激波/边界层干扰、超声速凹槽等标准模型,通过数值模拟,对比分析了当前 CFD 中的主要空间离散格式及湍流模型在高超声速中的应用.

## 1 计算方法

本文采用的计算软件为课题组自主开发的 HyCFD(Hypersonic computational fluid dynamics)软件,计算坐标系下,三维非定常、可压缩、无量纲 Navier-Stokes(N-S)方程具体形式如下:

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\hat{H} - \hat{H}_v)}{\partial \zeta} = 0 \quad (1)$$

其中  $\hat{Q}$  为守恒变量;  $\hat{F}, \hat{G}, \hat{H}$  分别为 3 个方向的无黏矢通量;  $\hat{F}_v, \hat{G}_v, \hat{H}_v$  分别为 3 个方向的黏性矢通量.

无黏矢通量离散包括(以  $\xi$  方向为例):

Steger-Warming<sup>[7]</sup> 格式

$$\begin{aligned} \hat{E}_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \hat{E}_{i,j,k}^+ + \hat{E}_{i+1,j,k}^- = \\ &= (R\Lambda^+ R^-)_{i,j,k} \hat{Q}_{i,j,k} + \\ &= (R\Lambda^- R^-)_{i+1,j,k} \hat{Q}_{i+1,j,k} \end{aligned} \quad (2)$$

Roe<sup>[8]</sup> 格式

$$\begin{aligned} \hat{E}_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \\ &= \frac{1}{2} \left\{ [\hat{E}(Q_i) + \hat{E}(Q_r)] - \right. \\ &\quad \left. |\tilde{A}_{\text{inv}}| (Q_r - Q_i) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

Hanel<sup>[9]</sup> 修正能量分裂之后的 Van Leer 格式

$$\begin{aligned} \hat{E}_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \frac{1+\alpha}{2} \hat{E}(Q_i) + \frac{1+\beta}{2} \hat{E}^+(Q_i) + \\ &= \frac{1+\alpha_r}{2} \hat{E}(Q_r) + \frac{1+\beta_r}{2} \hat{E}^-(Q_i) \end{aligned} \quad (4)$$

引入速度耗散的对流迎风分裂方法 AUSM+-up<sup>[10]</sup> 格式

$$\begin{aligned} \hat{E}_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \\ &= \begin{cases} \frac{|\nabla \xi|}{J} c_{i+\frac{1}{2}} M_{i+\frac{1}{2}} \rho_i \Psi_i + \frac{g}{J} p_{i+\frac{1}{2}} & M_{i+\frac{1}{2}} \geq 0 \\ \frac{|\nabla \xi|}{J} c_{i+\frac{1}{2}} M_{i+\frac{1}{2}} \rho_r \Psi_r + \frac{g}{J} p_{i+\frac{1}{2}} & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

Jameson 提出的总焓守恒的 H-CUSP(convective upwind split pressure)<sup>[11]</sup> 格式

$$\begin{aligned} \hat{E}_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \frac{1}{2} [\hat{E}(Q_i) + \hat{E}(Q_r)] - d \\ d &= \frac{1}{2} \left[ \alpha^* c \xi_s \frac{|\nabla \xi|}{J} (q_r - q_i) + \right. \\ &\quad \left. \frac{\beta}{J} (U_r \phi_r - U_i \phi_i) + g_{\frac{1}{2}} (p_r - p_i) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

以及 LDE<sup>[12]</sup> 格式

$$\hat{E}_{i+\frac{1}{2},j,k} = C_{\frac{1}{2}} (\rho_i C^+ f_i^+ + \rho_r C^- f_r^-) \quad (7)$$

式中  $Q$  和  $Q_r$  为界面左右的状态,采用 MUSCL(monotonic upwind scheme of conservation laws)方法获得空间 2 阶精度.黏性矢通量采用 Gauss 定理计算,时间推进采用隐式 LU-SGS(low upper symmetric Gauss-Seidel)方法.

本文计算采用的湍流模型包括 S-A 一方程湍流模型(简称 S-A 模型)

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{v} u_i) = \\ &= C_{b1} \rho \bar{S} \bar{v} + \frac{1}{\sigma_v} \left[ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( (\mu + \rho \bar{v}) \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_i} \right) + \right. \\ &\quad \left. C_{b2} \rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_i} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x_i} \right] - C_{w1} \rho f_w \left[ \frac{\bar{v}}{d} \right]^2 \end{aligned} \quad (8)$$

以及  $k-\omega$  SST 两方程湍流模型(简称 SST 模型)

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i k) = \\ \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_i) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + P_k - \rho \beta_k k \omega \quad (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \omega) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_i) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + \\ P_\omega - \rho \beta_\omega \omega^2 + \frac{2\rho(1-F_1)\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (10) \end{aligned}$$

## 2 典型流动特征

### 2.1 球头弓形激波和驻点压力评估

计算模型选自 Lyubimov 等人<sup>[13]</sup> 进行的研究,开展了  $Ma=2, 5, 8, 20$  的计算,限于篇幅只列出  $Ma=8$  的结果(见表 1、图 1 和图 2,  $p$  为压力,  $R_{\text{ball}}$  为球头半径,  $\rho$  为密度,下角标  $\infty$  表示来流)。

表 1  $Ma=8$  驻点压力、密度与实验结果比较

Table 1 Pressure and density compared with experimental results point at stagnation at  $Ma=8$

| 数据来源              | $p/p_\infty$ | 压力误差/% | $\rho/\rho_\infty$ | 密度误差/% |
|-------------------|--------------|--------|--------------------|--------|
| Steger-Warming 格式 | 82.62        | 0.30   | 6.008              | 0.05   |
| AUSM+-up 格式       | 82.88        | 0.02   | 6.010              | 0.08   |
| Van Leer 格式       | 82.72        | 0.18   | 6.007              | 0.03   |
| Roe 格式            | 82.79        | 0.09   | 6.010              | 0.08   |
| H-CUSP 格式         | 82.68        | 0.23   | 6.000              | 0.08   |
| LDE 格式            | 82.90        | 0.03   | 6.014              | 0.15   |
| 实验结果<br>(文献[13])  | 82.87        |        | 6.005              |        |

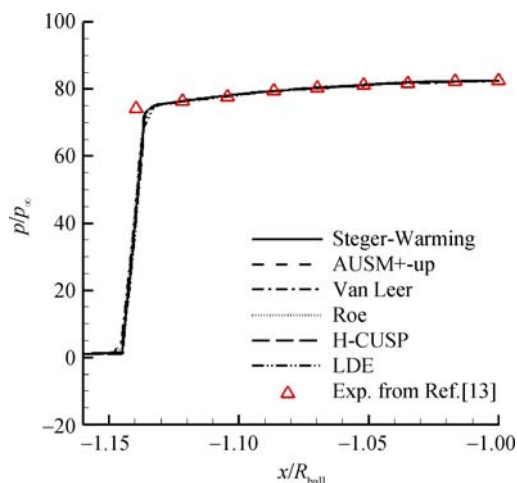


图 1  $Ma=8$  时  $p/p_\infty$  随  $x$  的变化

Fig. 1  $p/p_\infty$  varying as a function of  $x$  at  $Ma=8$

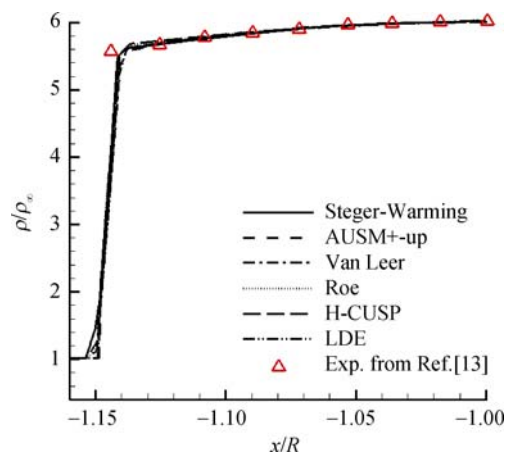


图 2  $Ma=8$  时  $\rho/\rho_\infty$  随  $x$  的变化

Fig. 2  $\rho/\rho_\infty$  varying as a function of  $x$  at  $Ma=8$

从表 1 可知,  $Ma=8$  时驻点压力和密度最大误差分别为 0.30% 和 0.15%, 从图 1 和图 2 穿过弓形激波直至驻点的压力及密度分布可知, 不同格式对强激波捕捉都很准确, 激波后的压力和密度与实验符合较好, 其他马赫数时结果类似, 但在  $Ma=20$  时 H-CUSP 格式出现计算发散, 通过激波捕捉所需点数比较可知, 不同格式分辨率基本相当。

### 2.2 层流平板边界层评估

计算模型来自于 Chaupt 等人<sup>[14]</sup> 进行的研究, 开展了  $Ma=2$ , 单位长度雷诺数  $Re/L=1.65 \times 10^6$  的计算 ( $L$  为模型的参考长度)。

计算结果见图 3~图 6 ( $u$  为流向速度,  $C_f$  为摩擦因数,  $T$  为温度,  $K$  为传热系数)。

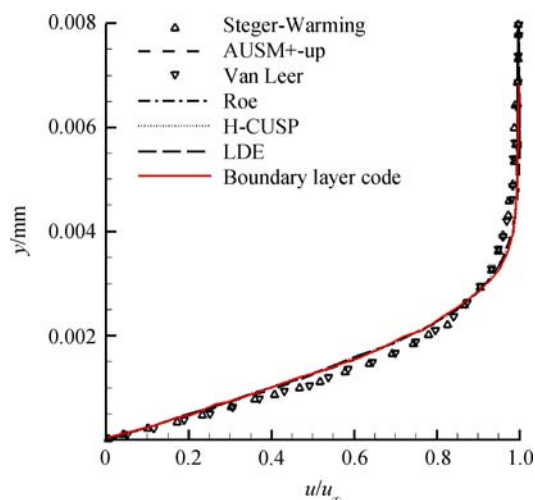


图 3  $x=0.9144 \text{ m}$  位置处的流向速度剖面

Fig. 3  $u$  profile at  $x=0.9144 \text{ m}$

从图 3 中  $x=0.9144 \text{ m}$  位置处的流向速度剖面可知, Steger-Warming 和 Van Leer 格式模拟的近壁区速度梯度偏大, 体现在图 4 摩擦因数分

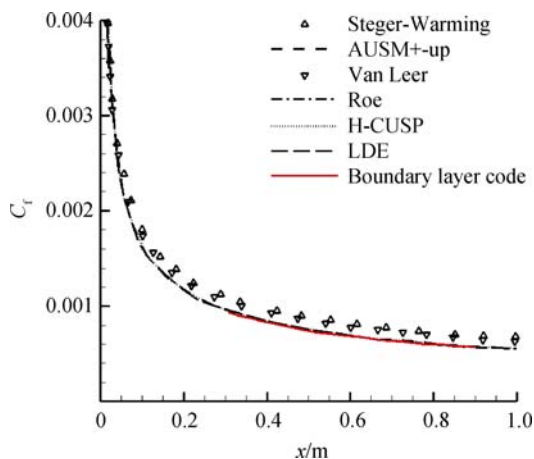
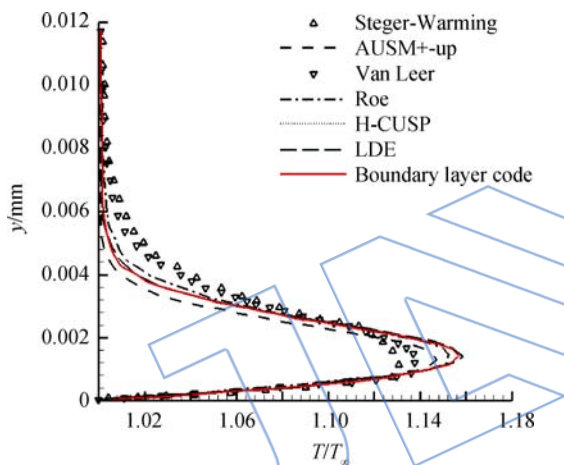
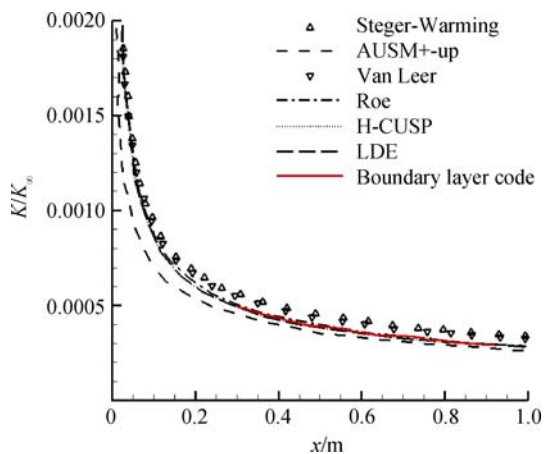
图4 流向摩擦因数分布 ( $Ma=2, Re/L=1.65 \times 10^6$ )Fig. 4 Friction coefficient distribution along  $x$ -direction ( $Ma=2, Re/L=1.65 \times 10^6$ )图5  $x=0.9144$  m 位置处的温度剖面Fig. 5 Temperature profile at  $x=0.9144$  m

图6 流向传热系数分布

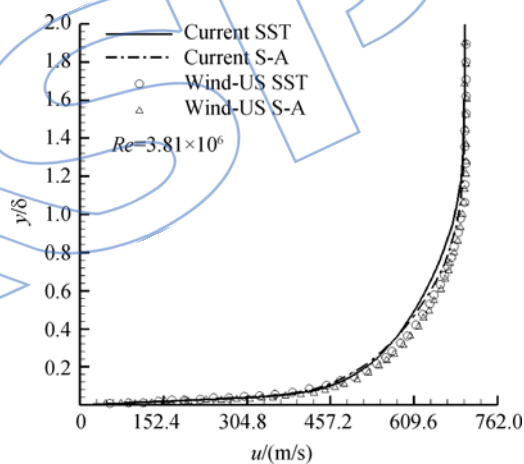
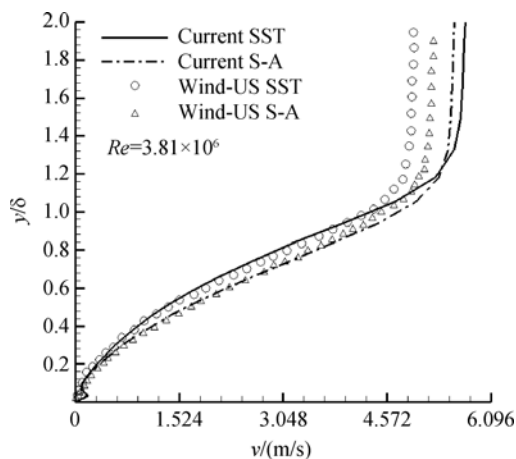
Fig. 6 Heat transfer coefficient distribution along  $x$ -direction

布中为摩擦因数较大,曲线上移。

从图5中  $x=0.9144$  m 位置处的温度剖面比较发现 AUSM+-up, Steger-Warming 和 Van Leer 格式计算得到的温度剖面不够饱满,其中 AUSM+-up 格式模拟的温度剖面整体偏小,而 Steger-Warming 和 Van Leer 格式模拟的温度剖面恢复区偏大(温度梯度负值偏小),从图6传热系数分布中可以发现 AUSM+-up 格式计算的传热系数偏小,Steger-Warming 和 Van Leer 格式计算的传热系数偏大。

### 2.3 湍流平板边界层评估

计算模型来自于 Coles<sup>[15]</sup> 进行的研究,开展了  $Ma=4.5, Re/L=6.788 \times 10^6$  的计算,通过与 NASA Wind-US 软件计算结果和实验结果进行对比,来研究湍流模型对平板边界层流动的模拟情况(见图7~图10,  $\delta$  为边界层厚度,  $v$  为法向速度)。

图7  $x=0.5456$  m 位置处的流向速度剖面Fig. 7  $u$  profile at  $x=0.5456$  m图8  $x=0.5456$  m 位置处的法向速度剖面Fig. 8  $v$  profile at  $x=0.5456$  m

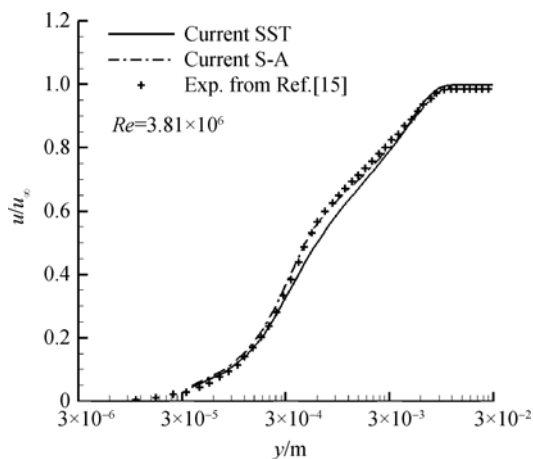
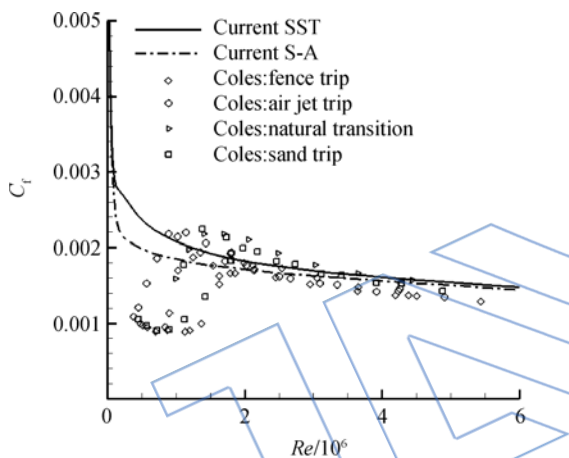
图 9  $x=0.5456\text{ m}$  位置处的流向速度对数特性Fig. 9 Logarithm characteristic of  $u$  at  $x=0.5456\text{ m}$ 

图 10 计算与实验摩擦因数

Fig. 10 Friction coefficient by computation and experiment

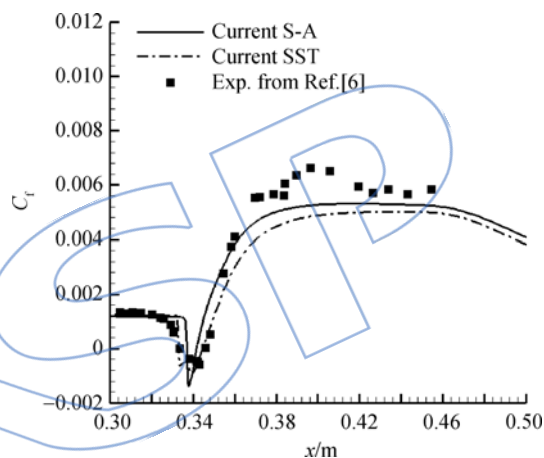
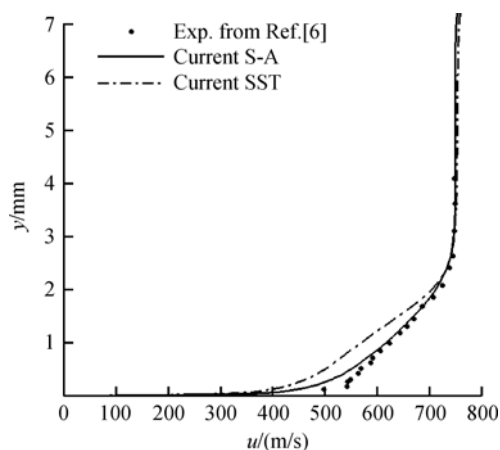
由图 7 可知在  $x=0.5456\text{ m}$  的截面处, Wind-US 程序和本文程序近壁区 ( $y<0.2\delta$ ) 流向速度吻合较好, 边界层厚度基本相同. 在  $0.2\delta\sim\delta$  的区域 Wind-US 模拟得到的流向速度比本程序结果稍大. 由图 8 可知法向速度的总体分散度较大, Wind-US 程序中 S-A 模型比 SST 模型计算的法向速度稍大, 而本程序在  $0.5\delta\sim\delta$  的范围内 SST 模型比 S-A 模型计算的法向速度略大, 到边界层外沿及更远位置变为与 Wind-US 计算规律一致.

通过比较图 9 中  $x=0.5456\text{ m}$  位置处流向速度对数特性, 可知由于湍流边界层的影响, 沿物面法向速度逐渐增大, 最后恢复为来流速度, 且速度增大的斜率先增加后减小, 随后斜率保持不变(线性段), 最后斜率变为 0. 通过图 9 可知本文程序与实验得到的流向速度对数特性吻合较好, 其中 SST 模型计算得到的流速略小于 S-A 模型.

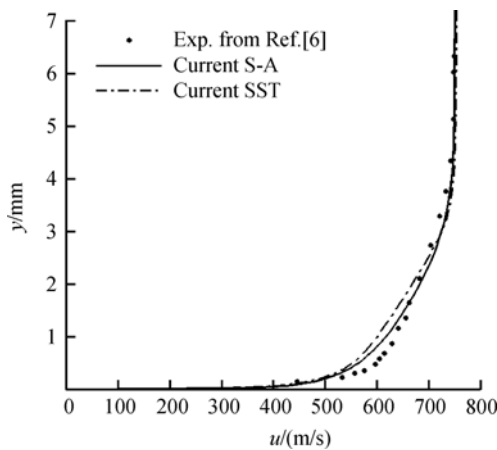
由图 10 本文程序计算的摩擦因数变化规律可知, 本文程序计算结果基本在 Coles 实验得到的分散区间内, 且 S-A 模型比 SST 模型计算得到的摩擦因数偏大.

## 2.4 激波/边界层干扰评估

算例来源于 Schulein 等人在 DLR (German Aerospace Center) 开展的实验<sup>[6]</sup>, 进行了  $Ma=5$ ,  $Re/L=3.675\times 10^7$  的计算, 通过与 NASA Wind-US 软件计算结果和实验结果进行对比, 来研究湍流模型对激波/边界层干扰流场的模拟情况(图 11~图 13).

图 11 流向摩擦因数分布 ( $Ma=5$ ,  $Re/L=3.675\times 10^7$ )Fig. 11 Friction coefficient distribution along  $x$ -direction ( $Ma=5$ ,  $Re/L=3.675\times 10^7$ )图 12  $x=0.3760\text{ m}$  位置处的流向速度剖面Fig. 12  $u$  profile at  $x=0.3760\text{ m}$ 

由图 11 可知, 本文程序计算的摩擦因数与实验数据符合较好, SST 模型比 S-A 模型计算的分离区大且靠前, 分离区后的摩擦因数 S-A 模型比 SST 模型计算值偏大, 与文献<sup>[6]</sup>中 Wind-US 软

图 13  $x=0.4490\text{ m}$  位置处的流向速度剖面Fig. 13  $u$  profile at  $x=0.4490\text{ m}$ 

件计算的结果一致. 本文中 S-A 模型与 Wind-US 软件中 S-A 模型的计算结果符合较好; 本文中 SST 模型比 Wind-US 软件中 SST 模型计算的分离区稍向后移, 导致分离区后的摩擦因数曲线也呈现稍向后移的趋势, 总体趋势符合较好.

通过图 12、图 13 不同流向位置速度剖面对比图可知, 两程序计算出的速度剖面都比实验结果略不饱满, 从  $x=0.3760\text{ m}$  增大到  $0.4490\text{ m}$ , 边界层逐渐变厚, 速度剖面与实验结果符合越来越好; S-A 模型模拟出的速度剖面比 SST 模型更加饱满, 体现在同一  $y$  位置处的流向速度  $u$  更大, 两模型模拟出的边界层厚度基本相同.

## 2.5 超声速凹槽流动评估

算例来源于 Settles 等人<sup>[16]</sup>在 Princeton 大学开展的实验, 赵慧勇等人<sup>[17-18]</sup>对此类问题进行了大量研究, 模型如图 14 所示, 开展了  $Ma=2.91$ ,  $Re/L=6.71\times 10^7$  ( $L$  为模型的参考长度) 的计算, 通过与实验测得的压力分布和摩擦因数进行对比, 来研究湍流模型对凹槽流动的模拟情况.

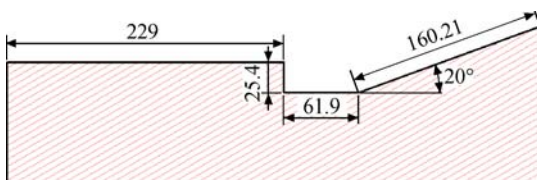


图 14 超声速凹槽模型示意图(单位:mm)

Fig. 14 Schematic diagram of supersonic cavity  
(unit:mm)

从图 15 可以看出, 湍流边界层在后台阶处没有偏转就发生了分离, 第 1 部分以自由剪切层的

形式继续向后传播, 由于这个自由剪切层的外面是超声速流, 当它向后传播的时候, 向里偏转比向外偏转快, 使得外流和凹腔内流之间的分离流线稍向内偏转. 第 2 部分气流沿凹槽侧壁向下传播, 在凹槽底部发生偏转继续向后传播. 当第 1 部分流动到达凹槽斜壁的时候, 流动再次出现分离, 一部分气流沿凹槽斜壁继续向下游传播, 另一部分气流发生偏转沿凹槽斜壁向上游传播, 形成一个顺时针的大涡; 并且当回流与在凹槽底部向后传播的气流相遇的时候, 形成一个逆时针的小涡. 从图 15(a)、图 15(b) 的比较可知, SST 模型得到的大涡与凹槽一样高, S-A 模型略小; 且 SST 模型模拟到的小涡更大.

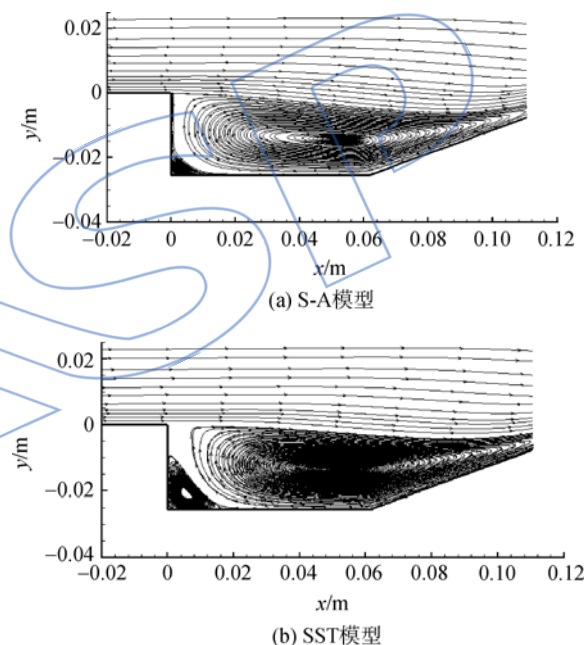


图 15 超声速凹槽壁面流线分布

Fig. 15 Wall streamlines distribution of  
supersonic cavity

由图 16 中压力分布可知, 在凹槽底面与斜壁相交的地方有一个压力峰值, 是由于回流在此处发生偏转, 气流压缩导致. 凹槽斜壁上的压力梯度使剪切层的底部发生反转, 形成回流, 使得剪切层的外部沿斜坡偏转  $20^\circ$ . 沿凹槽斜壁下游的逆压梯度逐渐减小, 流动重新附着形成边界层, 再往后是一个等压区.

由图 16 中摩擦因数分布可知, 由于大涡在凹槽底部的流动与主流相反, 从  $x=0\text{ m}$  到  $0.1\text{ m}$  位置, 凹槽壁面摩擦因数基本为负;  $0.1\text{ m}$  后摩擦因数逐渐增大, 在  $0.135\text{ m}$  处变为 0, 然后继续增大, 可见  $x=0.135\text{ m}$  为混合层作用在凹槽斜壁的位

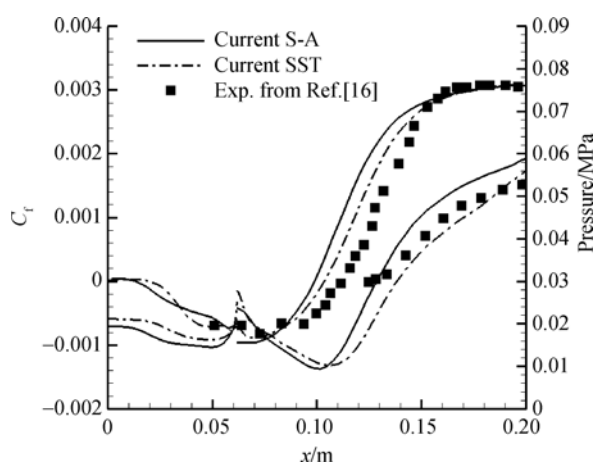


图16 超声速凹槽壁面压力和摩擦因数分布

Fig. 16 Wall pressure and friction coefficient distribution of supersonic cavity

置,流动在此再次发生了分离,再往后为分离再附区域,而0.15 m后本程序S-A模型与SST模型算得的摩擦因数与实验值偏差较大,说明两模型对大分离再附区域的处理能力还有待提高。

### 3 结 论

本文针对高超声速流动中存在的典型流态,选取了球头弓形激波、层流/湍流平板边界层、激波/边界层干扰、超声速凹槽等标准模型,通过数值模拟,并与实验结果对比分析,得出以下结论:

1) 不同格式对强激波捕捉都很准确(除 $Ma=20$ 时H-CUSP格式出现计算发散),激波后的压力和密度与实验符合较好,不同格式的分辨率基本相当。

2) 由于Godunov类格式对接触间断具有天然的高分辨率,而边界层内的流动与接触间断类似,Roe和LDE格式能够很好地模拟超声速平板边界层流动。

3) 通过对湍流平板边界层、激波/边界层干扰、超声速凹槽流动的模拟,发现S-A模型计算得到的摩擦因数略大于SST模型,SST模型预测的分离区比S-A模型大且分离提前。

### 参考文献:

[1] Armstrong J G. Flight planning and conduct of the X-15A-2 envelope expansion program[R]. [S. l.]: Air Force Flight Test Center, AFFTC-TD-69-4, 1969.

[2] Rasky D J, Pittman R B, Newfield M E. The reusable launch vehicle challenge[R]. AIAA-2006-7208, 2006.

[3] Leonard C P, Amundsen R M, Bruce W E. Hyper-X hot structures design and comparison with flight data[R].

AIAA-2005-3438, 2005.

[4] Levy D W, Vassberg J. Summary of data from the first AIAA CFD drag prediction workshop[R]. AIAA-2002-0841, 2002.

[5] Vassberg J C. Drag prediction for the DLR-F4 wing/body using OVERFLOW and CFL3D on the overset mesh[R]. AIAA-2002-0840, 2002.

[6] Alliance N. CFD verification and validation web site[EB/OL]. [2011-01-01]. <http://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid.htm>.

[7] Steger J L, Warming R F. Flux vector splitting of the inviscid gas-dynamic equations with application to finite-difference method[J]. Journal of Computational Physics, 1981, 40(2): 263-293.

[8] Roe P L. Approximate riemann solvers, parameter vector and difference scheme[J]. Journal of Computational Physics, 1981, 43(2): 357-372.

[9] Hanel D. On the accuracy of upwind scheme in the solution of Navier-Stokes equation[R]. AIAA 87-1105, 1987.

[10] Liou M S. A sequel to AUSM: AUSM+ [J]. Journal of Computational Physics, 1996, 129(2): 364-382.

[11] Chima R V, Liou M S. Comparison of the AUSM+ and H-CUSP schemes for turbomachinery applications [R]. AIAA-2003-4120, 2003.

[12] WANG Baoyuan, ZHA Gecheng. Comparison of a low diffusion E-CUSP and the Roe scheme for RANS calculation [R]. AIAA-2008-0569, 2008.

[13] Lyubimov A N, Rusanov V V. Gas flows past blunt bodies [R]. NASA TT F-715, 1970.

[14] Chaupt E, Dubois F. FLU3PNS: a three-dimensional thin layer and parabolized Navier-Stokes solver using the MUSCL upwind scheme[R]. AIAA 91-0728, 1991.

[15] Coles D. Measurements in the boundary layer on a smooth flat plate in supersonic flow: I the problem of the turbulent boundary layer[R]. [S. l.]: Jet Propulsion Laboratory Report No. 20-69, 1953.

[16] Settles G S, Williams D R, Baca B K, et al. Reattachment of a compressible turbulent free shear layer[J]. AIAA Journal, 1982, 20(1): 60-67.

[17] 赵慧勇, 雷波, 乐嘉陵. 非线性EASM在激波与湍流边界层相互作用中的数值应用[J]. 航空动力学报, 2011, 26(4): 861-866.

ZHAO Huiyong, LEI Bo, LE Jialing. Numerical application of nonlinear EASM model to the interaction between shock waves/turbulent boundary layer[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(4): 861-866. (in Chinese)

[18] 赵慧勇, 雷波, 乐嘉陵. 非对称交叉激波和湍流边界层相互作用的数值研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(10): 2184-2188.

ZHAO Huiyong, LEI Bo, LE Jialing. Numerical investigation of interaction between asymmetric crossing shock waves/turbulent boundary layer[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(10): 2184-2188. (in Chinese)