

考虑参数随机分布特性的碰摩转子 动力学与可靠性

杨乐昌¹, 张建国¹, 孙 京², 韩建超²

(1. 北京航空航天大学 可靠性与系统工程学院

可靠性与环境工程技术重点实验室, 北京 100191;

2. 中国航天科技集团公司 中国空间技术研究院 北京卫星制造厂, 北京 100080)

摘 要: 对改进型 Jeffcott 转子/定子系统, 考虑其参数随机分布特性的影响, 将稳定性分析与可靠性分析相结合, 推导了碰摩转子的可靠度计算公式并使用 FORM(1 阶可能性方法) 和 CMC(Crude-Monte-Carlo) 法计算其可靠度进而确定了可靠度要求为 0.95 时的碰摩问题边界. 在分析各参数对转子稳态响应、安全域边界以及参数灵敏度影响的基础上, 就一般的转子/定子系统碰摩问题给出了在摩擦因数、转速和间隙三参数下的解空间, 即求出工程中对应可靠度要求的安全域与失效域.

关 键 词: Jeffcott 转子/定子系统; 随机分布特性; 动力学分析; 可靠性; 安全域边界

中图分类号: V231.3; TP393.4

文献标志码: A

Dynamics and reliability for rubbing rotor considering the characteristic of parameter's random distribution

YANG Le-chang¹, ZHANG Jian-guo¹,
SUN Jing², HAN Jian-chao²

(1. Science and Technology Laboratory on Reliability and Environmental Engineering,
School of Reliability and Systems Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Beijing Satellite Manufacturer, China Academy of Space Technology,
China Aerospace Science and Technology Corporation, Beijing 100080, China)

Abstract: A kind of modified Jeffcott rotor/stator system was studied, both stability characteristic and reliability characteristic were analyzed while considering the influence of parameter's random distribution. A reliability formula was deduced as well as the reliability index of 0.95 is calculated by using the FORM (first order reliability method) and CMC (Crude-Monte-Carlo) method respectively. In addition, the boundary of rubbing problem is determined due to the reliability requirement. Furthermore, the effects of various parameters on the rotor steady-state response and security domain were discussed as well as the sensitivity of parameters also been considered. Finally, the solution of general rotor/stator rubbing problem is derived in the space of three parameters (coefficient of friction, speed and clearance) corresponding to the specific requirement in practice.

收稿日期: 2013-05-07

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2013CB733000)

作者简介: 杨乐昌(1987—), 男, 北京人, 博士生, 主要从事转子动力学、机械系统可靠性研究.

通讯作者: 张建国(1966—), 男, 辽宁抚顺人, 教授, 博士生导师, 长期从事机械可靠性和可靠性工程的研究.

E-mail: zjg@buaa.edu.cn

Key words: Jeffcott rotor/stator system; characteristic of random distribution; dynamics analysis; reliability; security domain

在现代工业生产中,为了提高各类旋转机械的效率,转子转速越来越快;为了提高运行的经济性,转子/定子间隙越来越小.这大大增加了转子/定子发生碰摩的危险性.对于精密加工的航空发动机中高转速、小间隙的转子系统,其安全边界需严格确定.

对碰摩转子的研究由来已久.自 1919 年,Jeffcott 提出了由具有质量的圆盘、不平衡度以及阻尼力共同构成的简化挠性转子模型——Jeffcott 转子以来,人们从不同的角度对碰摩转子进行了研究.Black^[1]早在 20 世纪 60 年代就对径向对称转子进行了研究;Ehrich^[2]建立了简单的转子/定子系统并对其进行了数值计算;Muszynska^[3-4]对各种情况的碰摩问题都进行了研究,特别是碰摩过程中出现的“刚度增加”现象. JIANG 等^[5-7]对于碰摩转子各参数对稳态响应的影响作了全面的研究.但这些关于系统失效问题的研究多从稳定性理论出发加以分析,而考虑参数随机分布特性,从概率论角度出发,将转子/定子碰摩视为一可靠性问题的研究目前所见还较少.张义民等^[8-15]以计算转子/定子碰摩问题的可靠度为核心,着重分析了当参数改变时系统可靠度的变化.

对于传统的转子/定子的碰摩问题,在解析中,通常将各参数视为确定值以确定其发生碰摩的固有频率(临界转速);但对于实际问题,由于工程材料特性的离散性以及测量、加工、制造和安装误差的影响,使系统参数具有不确定性和分散性;如材料、几何等特性具有固有的随机性;转子与定子尺寸、间隙以及转子偏心质量,偏心距和摩擦因数与标称值存在的不同程度偏差等;甚至转子转速也很难绝对地稳定在一个特定值.此时以确定性分析得到的参数选取的安全域与失效域可能与真实情况有较大偏差.假设以确定参数计算得到转子固有频率(临界转速)为 100 rad/s,但在实际情况中,很难断言当转速为 99.9 rad/s 时转子与定子一定不会发生碰摩(安全);当转速为 100.1 rad/s 时转子与定子一定会发生碰摩(失效).此时为了全面评估转子/定子碰摩系统的稳态响应以及作为机构运转的可靠性,特别是航空发动机转子这类精密机械转子系统,就有必要考虑各参

数的随机分布特性来计算转子/定子发生碰摩(失效)的概率.

本文对于传统的转子碰摩问题,将稳定性分析与可靠性分析相结合,计算了特定工况下转子/定子碰摩问题的可靠度,进行了灵敏度分析,根据灵敏度分析的结果着重分析了转速与间隙对转子稳态响应的影响,并在 $R_0-\Omega$ 和 $\mu-\Omega$ 参数平面及 $\mu-R_0-\Omega$ 参数空间上给出了安全域与失效域.

1 数学模型

图 1 所示为一典型的改进型 Jeffcott 转子模型.它由一个支承在无质量转轴中间的质量为 m 的转盘构成.转子的质心与其几何形心的距离为 e ;转轴的刚度为 k_s ;转子和定子之间的间隙为 r_0 .定子被看作是刚性支承的径向环形弹簧,其刚度为 k_b (见图 1).若忽略定子的惯性,且不考虑陀螺效应,转子中心的动力学方程可以由式(1)表示.

转子动力学方程

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c\dot{x} + k_s x + \Theta k_b \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) (x - \mu y) = me\omega^2 \cos \omega t \\ m\ddot{y} + c\dot{y} + k_s y + \Theta k_b \left(1 - \frac{r_0}{r}\right) (\mu x + y) = me\omega^2 \sin \omega t \end{cases} \quad (1)$$

其中 $\Theta = \begin{cases} 0 & \sqrt{x^2 + y^2} < r_0 \\ 1 & \sqrt{x^2 + y^2} > r_0 \end{cases}$; c 为阻尼系数; μ 为摩擦因数; r 为转子径向位移, ω 为转子自转角速度, t 为时间.

为了便于数学处理,对式(1)作如下无量纲化处理:

$$\begin{aligned} X &= \frac{x}{e}, \quad Y = \frac{y}{e}, \quad R_0 = \frac{r_0}{e}, \\ R &= \frac{r}{e}, \quad \omega_2^2 = \frac{k_b}{m}, \quad \frac{c}{m} = 2\zeta\omega_2, \\ \Omega &= \frac{\omega}{\omega_2}, \quad \beta = \frac{k_s}{k_b}, \quad \tau = \omega_2 t \end{aligned}$$

式中 ω_2 为转子固有频率; ζ 为转子无量纲化后的阻尼系数; Ω 为无量纲转速; β 为无量纲刚度.可得其数学模型方程(2)

$$\begin{cases} \ddot{X} + 2\zeta\dot{X} + \beta X + \Theta \left[1 - \frac{R_0}{R} \right] (X - \mu Y) = \\ \quad \Omega^2 \cos \tau \\ \ddot{Y} + 2\zeta\dot{Y} + \beta Y + \Theta \left[1 - \frac{R_0}{R} \right] (\mu X + Y) = \\ \quad \Omega^2 \sin \tau \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$\Theta = \begin{cases} 0 & \sqrt{X^2 + Y^2} < R_0 \\ 1 & \sqrt{X^2 + Y^2} > R_0 \end{cases}$$

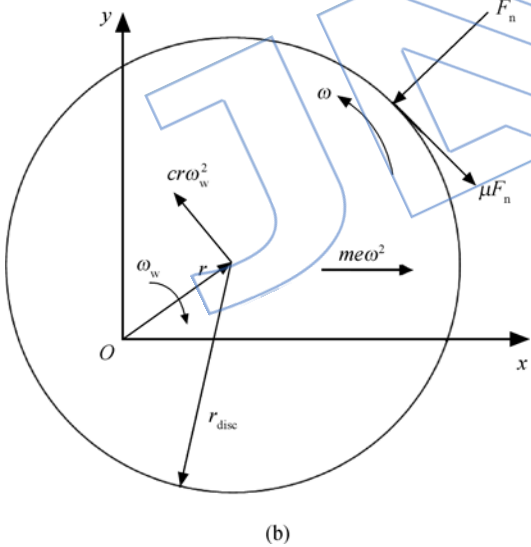
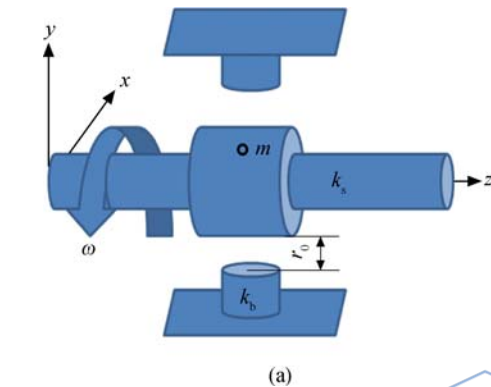


图1 Jeffcott 转子模型图

Fig. 1 Sketch of the Jeffcott rotor

2 稳定性分析

对于数学模型方程(2),不论其处于线性与非线性状态下,其稳定周期解都可以写成如下形式^[5]:

$$\begin{aligned} X &= A \cos(\Omega\tau + \psi) \\ Y &= A \sin(\Omega\tau + \psi) \end{aligned} \quad (3)$$

对于线性方程组(4)

$$\begin{cases} X'' + 2\zeta X' + \beta X = \Omega^2 \cos \Omega\tau \\ Y'' + 2\zeta Y' + \beta Y = \Omega^2 \sin \Omega\tau \end{cases} \quad (4)$$

将式(3)代入线性方程组(4),整理后可得

$$\begin{cases} [(\beta - \Omega^2) \cos \psi - (2\zeta\Omega - \gamma) \sin \psi] A = \Omega^2 \\ [(\beta - \Omega^2) \sin \psi + (2\zeta\Omega - \gamma) \cos \psi] A = 0 \end{cases} \quad (5)$$

由此可求得转子稳态周期解的振幅与相位角

$$\begin{aligned} A &= \frac{\Omega^2}{\sqrt{(\beta - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega - \gamma)^2}} \\ \tan \psi &= \frac{\gamma - 2\zeta\Omega}{\beta - \Omega^2} \end{aligned} \quad (6)$$

由线性方程组(4)的无碰摩条件 $A \leq R_0$ 可得

$$(R_0^2 - 1)\Omega^4 + R_0^2(4\zeta^2 - 2\beta)\Omega^2 + R_0^2\beta^2 \geq 0 \quad (7)$$

于是可得线性情况下转子碰摩问题的功能函数

$$g(R_0, \Omega, \beta, \zeta) = R_0 - \frac{\Omega^2}{\sqrt{(\beta - \Omega^2)^2 + (2\zeta\Omega)^2}} \quad (8)$$

而对于非线性方程组(9)

$$\begin{cases} \ddot{X} + 2\zeta\dot{X} + \beta X + \left[1 - \frac{R_0}{R} \right] (X - \mu Y) = \\ \quad \Omega^2 \cos \Omega\tau \\ \ddot{Y} + 2\zeta\dot{Y} + \beta Y + \left[1 - \frac{R_0}{R} \right] (\mu X + Y) = \\ \quad \Omega^2 \sin \Omega\tau \end{cases} \quad (9)$$

将式(3)代入非线性方程组(9)后可得

$$\begin{aligned} &(-A\Omega^2 + \beta A + A - R_0) \cos(\Omega\tau + \psi) + \\ &(-2\zeta A\Omega + \gamma A - \mu A + \mu R_0) \sin(\Omega\tau + \psi) = \\ &\quad \Omega^2 \cos \Omega\tau \end{aligned} \quad (10)$$

注意到式(10)对任意 τ 均应成立,故应当有

$$\begin{aligned} &-2\zeta A\Omega + \gamma A - \mu A + \mu R_0 - \Omega^2 \sin \psi = 0 \\ &-A\Omega^2 + \beta A + A - R_0 - \Omega^2 \cos \psi = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

因此,消去 ψ 后得到

$$c_2 A^2 + c_1 A + c_0 = 0 \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} c_2 &= (2\zeta\Omega + \mu)^2 + (1 + \beta - \Omega^2)^2 \\ c_1 &= -2R_0[(1 + \beta - \Omega^2) + \mu(2\zeta\Omega + \mu)] \\ c_0 &= R_0^2(1 + \mu^2) - \Omega^4 \end{aligned} \quad (13)$$

利用判稳条件 $4c_0 c_2 - c_1^2 \geq 0$ 就可以得到非线性情况下转子碰摩问题的功能函数

$$\begin{aligned} g(R_0, \Omega, \beta, \zeta, \mu) &= [R_0^2(1 + \mu^2) - \Omega^4] \cdot \\ &[(2\zeta\Omega + \mu)^2 + (1 + \beta - \Omega^2)^2] - \\ &R_0^2[(1 + \beta - \Omega^2) + \mu(2\zeta\Omega + \mu)]^2 \end{aligned} \quad (14)$$

3 可靠性分析

设 $\mathbf{W} = [R_0, \Omega, \beta, \zeta]^T$, 故转子/定子系统碰摩问题的极限状态方程可写为

$$\mathbf{Z} = \mathbf{g}_W(\mathbf{W}) = 0 \quad (15)$$

设以 $\mathbf{W}^* = [R_0^*, \Omega^*, \beta^*, \zeta^*]$ 为初始验算点, 则在点 $\mathbf{W}^* = [R_0^*, \Omega^*, \beta^*, \zeta^*]$ 处将式(15)按 Taylor 级数展开并取一次项, 得

$$\mathbf{Z}_1 = \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} (W_i - w_i^*) \quad (16)$$

转子各参数可视为相互独立的随机变量, 于是可得复合随机变量的均值和标准差

$$\begin{aligned} \mu_{Z_1} &= \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} (\mu_{W_i} - w_i^*) \\ \sigma_{Z_1} &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} \right]^2 \sigma_{W_i}^2} \end{aligned} \quad (17)$$

由式(17)可得转子的可靠度指标为

$$\beta_r = \frac{\mu_{Z_1}}{\sigma_{Z_1}} = \frac{\mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} (\mu_{W_i} - w_i^*)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} \right]^2 \sigma_{W_i}^2}} \quad (18a)$$

因为可靠度 R 与可靠度指标 β_r 具有一一对应的关系, 故可由下式求得失效概率和可靠度

$$\begin{cases} P_f = \Phi(-\beta_r) \\ R = \Phi(\beta_r) \end{cases} \quad (18b)$$

其中 Φ 为标准正态分布函数。

将式(16)对应的极限状态方程用 $Y_i = \frac{W_i - \mu_{W_i}}{\sigma_{W_i}}$ 标准化变量改写, 并用式(17)作为法化因子遍除, 得到

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_1 &= \frac{\mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*) + \sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} (\mu_{W_i} - w_i^*)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} \right]^2 \sigma_{W_i}^2}} + \\ &\quad \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} (\sigma_{W_i} Y_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} \right]^2 \sigma_{W_i}^2}} \end{aligned} \quad (19)$$

比较式(17)和式(18), 式(19)可以写成

$$\beta_r + \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} \sigma_{W_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} \right]^2 \sigma_{W_i}^2}} Y_i = 0 \quad (20)$$

于是各变量的参数灵敏度可由式(21)计算

$$\begin{aligned} \alpha_{W_i} &= \cos \theta_{W_i} = \cos \theta_{Y_i} = \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n \frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} \sigma_{W_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\partial \mathbf{g}_W(\mathbf{W}^*)}{\partial W_i} \right]^2 \sigma_{W_i}^2}} \end{aligned} \quad (21)$$

下面使用可靠度计算方法中精度最高且对非线性问题同样有效的 Crude-Monte-Carlo(CMC)法对上述计算方法做一验证。

结合具体的转子/定子系统作分析, 各参数设定如表 1 所示。

表 1 转子/定子系统各参数设定值

Table 1 Parameter values of rotor/stator system

参数	均值	变异系数	分布类型
阻尼系数 ζ	0.05		
转子刚度 β	0.10		
间隙 R_0	2		
摩擦因数 μ	0.18/0.2/0.22	0.1	正态分布
无量纲转速 Ω	0.75/0.8/0.85	0.1	正态分布

表 1 中固定参数 $\zeta=0.05$ 和 $\beta=0.10$, 分别选取 3 个设计验算点: ① $R_0=2, \mu=0.18, \Omega=0.75$ (可靠度较低); ② $R_0=2, \mu=0.2, \Omega=0.8$ (可靠度一般); ③ $R_0=2, \mu=0.22, \Omega=0.85$ (可靠度较高)。

这 3 个设计验算点计算其可靠度, 并与 CMC 法作对比, 计算结果如表 2 所示。

表 2 本文方法与 CMC 方法可靠度计算结果对比

Table 2 Reliability calculated in this paper's method compared with CMC method

最大 概率点	本文方法 可靠度	CMC 方法 可靠度	可靠度 误差/%
①	0.35752	0.35075	1.9
②	0.69725	0.70024	0.4
③	0.90168	0.91547	1.5

通过对比可以发现通过式(18)、式(19)计算所得可靠度与 CMC 法计算所得可靠度较为接近, 误差在可接受范围内 (误差 $< 2\%$); 能够较为准确地反映转子/定子系统各随机参数对整体可靠度的影响。

各参数的灵敏度计算结果如图 2 所示。由图 2 可见: 对于转子碰摩问题, 不论其控制方程是线性的还是非线性的, 影响其功能函数的各随机变

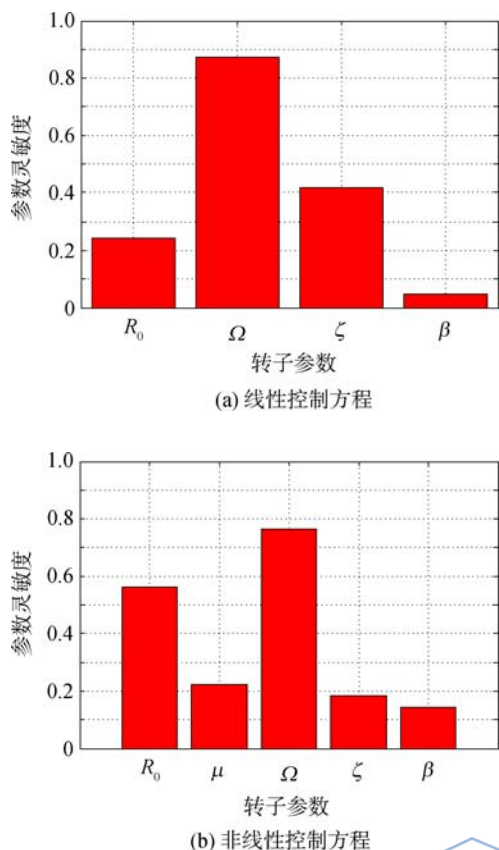


图 2 转子各参数灵敏度示意图

Fig. 2 Sketch of sensitivity for all parameters in rotor

量中转速 Ω 对转子/定子系统影响最大, 分别达到 0.87 和 0.77; 其次是 R_0 , 分别为 0.24 和 0.57; 由于线性控制方程中不存在含 μ 的项, 故摩擦因数的影响只在非线性控制方程中得以体现; 而 β 对转子的影响很小, 小于 0.05。

故下面将对转速 Ω 、间隙 R_0 和摩擦因数 μ 这 3 个参数的影响作详细论述。

4 分析与讨论

结合具体的转子/定子系统作分析, 各参数设定如表 3 所示。

表 3 转子/定子系统各参数设定值

Table 3 Parameter values in rotor/stator system

参数	均值	标准差	分布类型
阻尼系数 ζ	0.05	0.005	正态分布
转子刚度 β	0.10	0.01	正态分布
间隙 R_0	1.05	0.105	正态分布
摩擦因数 μ	0.15	0.015	正态分布

对于 $\Theta=0$ 的线性方程组(4)可由方程(7)计

算得到线性情况下转子/定子碰摩问题的转速下界 Ω_l 与上界 Ω_u ; 而对于 $\Theta=1$ 的式(10), 可由 $4c_0c_2 - c_1^2 \geq 0$ 得到转子稳定性转变的临界值, 其上下界分别用 S_{nu} 和 S_{nl} 表示。

对于该参数取值的转子/定子系统, 其稳定运行的安全域在 μ - Ω 参数平面上由 S_{nl} 和 Ω_u 共同确定, 如图 3 所示。图中区域①为安全域, 区域②和区域③为失效域。同时考虑到各参数随机性对转子稳态响应的影响, 具体计算时应对给定的可靠度要求, 求取其参数边界值。以可靠度要求为 0.95 为例, 则转速应小于 0.19; 如可靠度要求为 0.999, 则转速应小于 0.17。图中的黑线是不考虑参数随机性而进行确定性分析后得到的边界; 红线为考虑可靠度要求 ($R=0.95$) 后确定的安全域真实边界。

与传统的确定性分析的结果作对比可发现, 如不考虑参数随机性的影响, 视各参数为确定值, 以略低于临界转速 ($\Omega_l=0.23$) 的 0.22 运转, 转子/定子不发生碰摩的可靠度仅为 0.689。即转子在运转中与定子发生碰摩的可能性相当大, 由此可见在转子/定子碰摩问题分析中, 考虑各参数随机性是必要的。

下面分析转子/定子间隙 R_0 对转子稳态响应以及系统可靠性的影响。

R_0 的变化对转子在各转速下的稳态响应以及其运转的安全域会产生巨大的影响, 如图 4 所示: 当转子/定子间隙由 1.05 增加到 2 后, 首先由线性方程组(4)所确定的转速下界 Ω_l 会显著增大, 而转速上界 Ω_u 会显著减小, 上下界逐渐靠拢, 转子运转的安全域扩大, 这也是与常识相符的; 但此时由式(10)所确定的上界 S_{nu} 出现在 μ - Ω 参数平面的右方。

如图 4 所示, 此时整个参数平面可划分为 3 类区域: 区域①为安全域——只要转子初始位置是安全的, 不与定子发生接触, 那么系统就是可靠的; 区域②为失效域——此时转子虽满足线性方程组(4)所确定的无碰摩条件, 但不满足式(10)所确定的稳定性条件, 转子在此区域的稳态响应为反向涡动失稳 (dry whip), 系统是不可靠的; 区域③为失效域——此时转子不满足线性方程组(4)所确定的无碰摩条件, 转子在此区域的稳态响应为周期或拟周期的碰摩解, 系统是不可靠的。图 4 中的黑线是不考虑参数随机性而进行确定性分析后得到的边界; 红线为考虑可靠度要求 ($R=0.95$) 后确定的安全域真实边界。

将各边界所确定的安全域在 R_0 - Ω 参数平面上表示出来则如图5所示。

由图5可见,在转子/定子间隙大于3.2后,

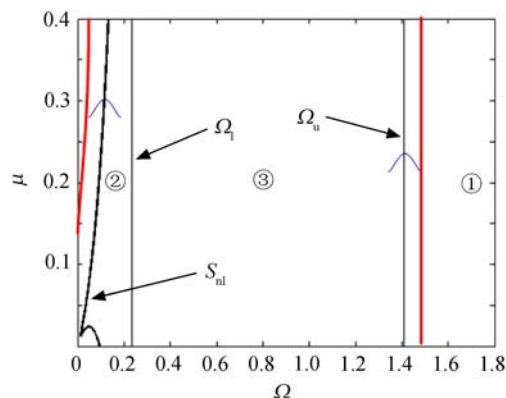


图3 转子在 μ - Ω 参数平面下的安全域

($R=0.95, R_0=1.05$)

Fig.3 Security domain of rotor on the plane of μ - Ω

($R=0.95, R_0=1.05$)

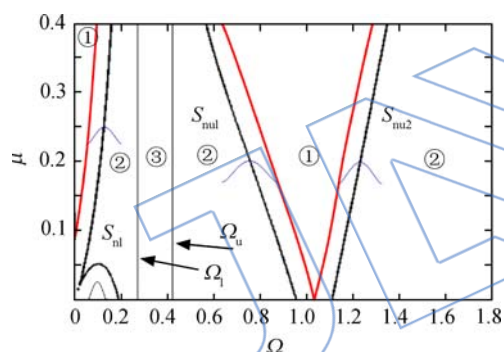


图4 转子在 μ - Ω 参数平面下的安全域

($R=0.95, R_0=2$)

Fig.4 Security domain of rotor on the plane of μ - Ω

($R=0.95, R_0=2$)

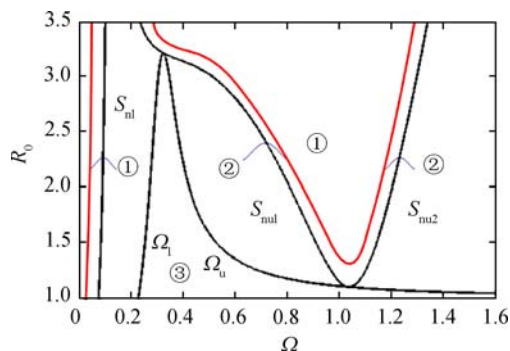


图5 转子在 R_0 - Ω 参数平面下的安全域

($R=0.95, \mu=0.15$)

Fig.5 Security domain of rotor on the plane of R_0 - Ω

($R=0.95, \mu=0.15$)

线性方程组所确定的上下界 Ω_u 和 Ω_l 已经重合,其物理意义是转子即使以临界转速旋转,其共振振幅也小于间隙,此时系统的可靠度为1;而在间隙较小的情况下,欲使转子运转正常的参数取值不仅需满足线性边界条件,同时需满足式(10)的解不失稳,此时安全域的上下界由曲线 S_{nl} 和 S_{mu} 确定,同时在考虑参数随机性的情况下,整个参数平面划分出的3类区域如图5所示:区域①为安全域;区域②、区域③为失效域。

将包含 μ - R_0 - Ω 三参数的安全区域统一以三维图表示,则如图6所示:对图6作一解释,其中方程(8)确定的线性碰摩边界条件由于不含包含摩擦因数 μ 的项,故其在 μ - R_0 - Ω 参数空间中为一垂直柱面,即 Ω_u 和 Ω_l ;而由方程组(14)确定的非线性边界则随着摩擦因数的增加明显变化。选取 $\mu=0.05$ 与 $\mu=0.25$ 两组参数值,将其投影在 R_0 - Ω 参数平面上,以研究不同的摩擦因数 μ 对非线性边界的影响,分别如图7、图8所示。

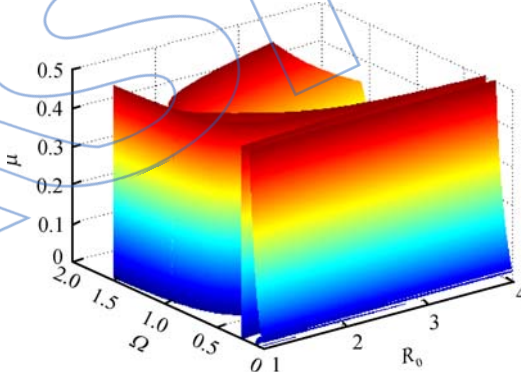


图6 转子在 μ - R_0 - Ω 参数空间中的安全域

($R=0.95$)

Fig.6 Security domain of rotor on the space of μ - R_0 - Ω

($R=0.95$)

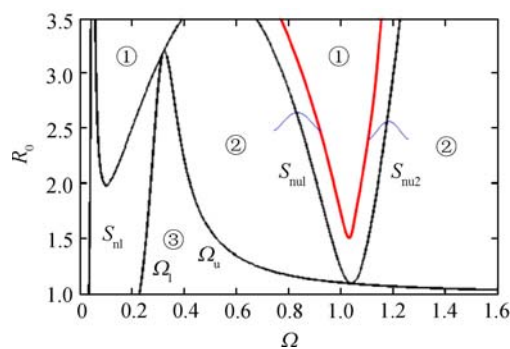
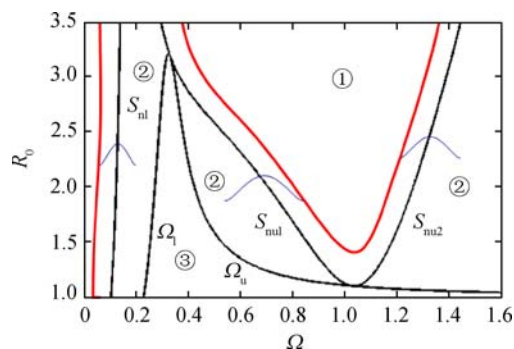


图7 转子在 R_0 - Ω 参数平面下的安全域

($R=0.95, \mu=0.05$)

Fig.7 Security domain of rotor on the plane of R_0 - Ω

($R=0.95, \mu=0.05$)

图8 转子在 R_0 - Ω 参数平面下的安全域(R=0.95, μ =0.25)Fig. 8 Security domain of rotor on the plane of R_0 - Ω (R=0.95, μ =0.25)

由图7、图8可见,由 Ω_u 和 Ω_d 确定的线性边界因与摩擦因数无关,故不发生变化;而由 S_{m1} 和 S_{m2} 所确定的安全域显著扩大,其物理意义在于,在相同的转速下,随着摩擦因数的增加,转子的稳态响应迅速通过鞍结分叉的稳定性边界而丧失其稳定性,即转子无法继续维持其稳定的周期或拟周期碰摩解,即使有微小扰动使转子与定子接触,转子与定子也会迅速分离,从而使得整个系统维持安全运转。

5 结论

本文针对高转速、小间隙、安全边界需严格确定的航空发动机类转子,简化为典型Jeffcott转子/定子系统模型,并对其碰摩问题同时进行了稳定性与可靠性分析,在考虑参数随机性的情况下得到了对应可靠度要求的参数边界(安全域),具体如下:

1) 在稳定性分析中,考虑了参数随机性对转子稳态响应的影响,分别推导了线性与非线性控制方程对应的边界条件。

2) 在可靠性分析中,分别针对线性与非线性碰摩边界条件建立了碰摩问题的功能函数,计算了其可靠度,并进行了灵敏度分析。

3) 针对可靠性灵敏度分析的结果,对影响转子/定子系统碰摩问题重要的两个参数 μ 和 R_0 进行了分析,给出了转子/定子碰摩问题在 μ - Ω 和 R_0 - Ω 参数平面中对应可靠度要求的安全域与失效域。

4) 对 μ - R_0 - Ω 参数空间中转子各稳态响应对应的安全域与失效域关系进行了研究,着重分析了参数变化对线性与非线性安全边界的不同影响。

参考文献:

- [1] Black H F. Interaction of a whirling rotor with a vibrating stator across a clearance annulus[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1968, 10(1): 1-12.
- [2] Ehrich F F. High order subharmonic response of high speed rotors in bearing clearance[J]. Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, 1988, 110(1): 9-16.
- [3] Muszynska A. Partial lateral rotor to stator rubs[R]. Hestington, England; International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, 1984.
- [4] Muszynska A. Synchronous self-excited rotor vibration caused by a full annular rub[R]. Halifax, Canada; Machinery Dynamics 8th Seminar, 1984.
- [5] JIANG Jun, Ulbrich H. Stability analysis of sliding whirl in a nonlinear Jeffcott rotor with cross-coupling stiffness coefficients[J]. Nonlinear Dynamics, 2001, 24(3): 269-283.
- [6] JIANG Jun, Ulbrich H. The physical reason and the analytical condition for the onset of dry whip in rotor-to-stator contact systems[J]. Journal of Acoustics and Vibration, 2005, 127(1): 594-603.
- [7] JIANG Jun. The analytical solution and existence condition of dry friction backward whirl in rotor-to-stator contact systems[J]. Journal of Acoustics and Vibration, 2007, 129(2): 260-264.
- [8] ZHANG Yimin, WEN Bangchun, LIU Qiaoling. First passage of uncertain single degree-of-freedom nonlinear oscillators[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1998, 165(1/2/3/4): 223-231.
- [9] 张义民, 刘巧伶, 闻邦椿. 具有独立失效模式的多自由度非线性振动系统的可靠性分析[J]. 航空学报, 2002, 23(3): 252-254.
- ZHANG Yimin, LIU Qiaoling, WEN Bangchun. Reliability analysis of multi-degree-of-freedom nonlinear vibration systems with independence failure modes[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(3): 252-254. (in Chinese)
- [10] ZHANG Yimin, WANG Shun, LIU Qiaoling, et al. Reliability analysis of multi-degree-of-freedom nonlinear random structure vibration systems with correlation failure modes[J]. Science in China, Series E, 2003, 46(5): 498-508.
- [11] Zhang Y M, Liu Q L, Wen B C. Quasi failure analysis on resonant demolition of random structural systems [J]. AIAA Journal, 2002, 40(3): 85-86.
- [12] Zhang Y M, Wen B C, Liu Q L. Sensitivity of rotor-stator systems with rubbing [J]. Mechanics of Structures and Machines, 2002, 30(2): 203-211.
- [13] ZHANG Yimin, WEN Bangchun, LIU Qiaoling. Uncertain responses of rotor-stator systems with rubbing[J]. International Journal Series C: Mechanical Systems, Machine Elements and Manufacturing, 2003, 46(1): 150-154.
- [14] ZHANG Yimin, WEN Bangchun, Leung A Y T. Reliability analysis for rotor rubbing[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2002, 124(1): 58-62.
- [15] Zhang Y M, Liu Q L. Reliability sensitivity for rotor-stator systems with rubbing[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 259(5): 1095-1107.