

自校准扩展 Kalman 滤波方法

傅惠民, 娄泰山, 肖 强, 吴云章

(北京航空航天大学 小样本技术研究中心, 北京 100191)

摘 要: 提出一种自校准扩展 Kalman 滤波(SEKF)方法, 针对 3 种含有未知输入(如未知系统误差、突风、故障等)的不同的非线性系统模型, 分别给出了滤波递推算法. 在导航、信号处理、故障诊断等领域的许多非线性工程中, 传统的扩展 Kalman 滤波(EKF)方法无法消除未知输入的影响, 在滤波过程中往往产生较大误差甚至发散. 提出的 SEKF 方法能够对这种未知输入进行补偿和修正, 从而提高滤波精度. 数值仿真算例表明: SEKF 的滤波误差均值和标准差分别减少到传统 EKF 的 $1/12$ 和 $1/4$, 有效地改善了滤波精度. 并且该方法计算简单, 便于工程应用.

关 键 词: 自校准扩展 Kalman 滤波; 非线性滤波; 未知输入; 深空探测; 故障诊断

中图分类号: V448; O231

文献标志码: A

Self-calibration extended Kalman filter method

FU Hui-min, LOU Tai-shan, XIAO Qiang, WU Yun-zhang

(Research Center of Small Sample Technology,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A self-calibration extended Kalman filter (SEKF) method was presented. Recursive algorithms of the SEKF were established for three nonlinear dynamic models with unknown inputs, such as unknown systematic error, gust and fault. In many nonlinear engineering cases, such as navigation, signal process, fault diagnosis, the conventional extended Kalman filter (EKF) cannot eliminate the effect of the unknown inputs, and maybe always lead to greater filtering errors or even diverge. The proposed SEKF is applied to compensate and correct the unknown inputs, and improve filtering accuracy. Numerical simulation shows that mean and standard deviation of state estimate errors of SEKF decrease to $1/12$ and $1/4$ respected to the conventional EKF, respectively, and the filtering accuracy is effectively improved. The SEKF method is simple to calculate and easy to apply in engineering.

Key words: self-calibration extended Kalman filter; nonlinear filter; unknown input; deep space exploration; fault diagnosis

非线性滤波估计技术广泛应用于信号处理、工业过程控制、导航、深空探测和故障诊断等领域. 学者们提出了一系列非线性滤波方法, 包括函数近似的扩展 Kalman 滤波方法^[1]和差分滤波方法^[2]、确定性采样近似的无迹 Kalman 滤波方

法^[3]、随机采样近似的粒子滤波方法^[4]等. 其中, 扩展 Kalman 滤波方法是目前应用最广泛的非线性滤波方法^[5-8]. EKF 通过对非线性状态方程和量测方程的线性化, 采用线性 Kalman 滤波的算法框架, 对状态估值进行时间更新和量测更新.

收稿日期: 2014-06-24

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2012CB720000)

作者简介: 傅惠民(1956—), 男, 浙江遂昌人, “长江学者”特聘教授, 博士, 从事小样本信息技术、软校准技术、数据融合方法、可靠性及滤波理论研究.

扩展 Kalman 滤波方法的一个基本要求是其状态方程和量测方程必须能精确建模,但是,在工程实际中,由于环境因素的影响、测量设备的不稳定性、模型和参数的选取不当等原因,状态方程或量测方程往往产生未知输入,这些未知输入在滤波过程中会降低滤波精度以及影响滤波的稳定性^[9-11]. 如何补偿和修正这些未知输入的影响,进一步提高 Kalman 滤波的精度是当前国际上研究的难点热点问题. 目前,学者们提出了多种处理此问题的技术方法. ①直接忽略:忽略未知输入将可能带来无法预料的后果;②状态扩维:将未知输入作为状态变量进行估计会带来较大的计算量^[12];③Consider 方法:考虑未知参数但是并不直接估计它们,而是将其方差融入状态估计方差中,这是上述两种方法的折中^[12-13];④鲁棒滤波方法,包括 H_∞ 滤波方法^[14]、鲁棒两步 Kalman 滤波方法^[15-16]等,也用来解决未知输入问题. 但是,这些方法仅限于未知输入的变化规律或统计特性可以被精确描述的情况. Sage-Husa 自适应 Kalman 滤波方法能够部分补偿和修正未知输入的影响,但是,它受初值的影响不随着时间而衰减,当选取的初值存在偏差时,滤波结果将发生明显偏差^[17]. 文献[18]介绍了一些自校准技术,文献[19-20]给出确定量测方程参数并对其进行验证、校准的方法. 但是,自校准技术要求满足一些较为苛刻的条件,否则难以获得较好的效果^[18].

文献[21]提出一种线性自校准 Kalman 滤波方法,能够自动补偿和修正未知输入的影响,提高滤波精度. 在此基础上,本文进一步提出针对非线性系统的自校准扩展 Kalman 滤波方法,该方法能够对非线性滤波中的未知输入(如未知系统误差、突风、故障等)进行自校准,从而有效地提高非线性滤波的精度. 该方法不需要事先已知非线性系统未知输入的任何信息,也不需要增加新的外测设备和太多的计算工作量,就可以提高滤波的精度.

1 非线性状态方程含未知输入的情况

1.1 基本方程

工程实践中所遇到状态方程和量测方程往往是非线性的. 当状态方程中含有未知输入时,考虑下述非线性离散系统

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{\Psi}_{k-1} \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{b}_{k-1} + \mathbf{\Gamma}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k) + \mathbf{V}_k \quad (2)$$

式中 $\mathbf{X}_k$ 为状态向量; $\mathbf{f}_{k-1}(\cdot)$ 为非线性向量函数; $\mathbf{Z}_k$ 为量测向量; $\mathbf{h}_k(\cdot)$ 为非线性向量函数; $\mathbf{u}_{k-1}$ 为控制量; $\mathbf{b}_{k-1}$ 为未知输入; $\mathbf{\Gamma}_{k-1}$ 和 $\mathbf{\Psi}_{k-1}$ 为相应的系数矩阵; $\mathbf{W}_{k-1}$ 和 $\mathbf{V}_k$ 分别为系统噪声向量和量测噪声向量. 系统噪声向量 $\mathbf{W}_k$ 和量测噪声向量 $\mathbf{V}_k$ 的方差阵分别为 $\mathbf{Q}_k$ 和 $\mathbf{R}_k$, 并且 $\mathbf{W}_k$ 和 $\mathbf{V}_k$ 满足

$$\left. \begin{aligned} E[\mathbf{W}_k] &= \mathbf{0}, \text{Cov}[\mathbf{W}_k, \mathbf{W}_j] = \mathbf{Q}_k \delta_{kj} \\ E[\mathbf{V}_k] &= \mathbf{0}, \text{Cov}[\mathbf{V}_k, \mathbf{V}_j] = \mathbf{R}_k \delta_{kj} \\ \text{Cov}[\mathbf{W}_k, \mathbf{V}_j] &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中 Cov 为协方差符号; E 为数学期望符号; δ_{kj} 为 δ 函数, 当 $k=j$ 时, $\delta_{kj}=1$; 当 $k \neq j$ 时, $\delta_{kj}=0$.

1.2 自校准扩展 Kalman 滤波方法

首先对式(1)和式(2)进行线性化, 然后给出自校准扩展 Kalman 滤波方法的递推公式.

将非线性函数 $\mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1})$ 在估计值 $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$ 处、非线性函数 $\mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k)$ 在预测值 $\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}$ 处展开成泰勒级数, 并略去高阶项, 得线性状态方程和量测方程

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{\Psi}_{k-1} \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{\varphi}_{k-1} + \mathbf{b}_{k-1} + \mathbf{\Gamma}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \quad (4)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{\zeta}_k + \mathbf{V}_k \quad (5)$$

式中

$$\mathbf{\Phi}_{k-1} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1})}{\partial \mathbf{X}_{k-1}} \right|_{\mathbf{X}_{k-1} = \hat{\mathbf{X}}_{k-1}} \quad (6)$$

$$\mathbf{\varphi}_{k-1} = \mathbf{f}_{k-1}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}) - \mathbf{\Phi}_{k-1} \hat{\mathbf{X}}_{k-1} \quad (7)$$

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k)}{\partial \mathbf{X}_k} \right|_{\mathbf{X}_k = \hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}} \quad (8)$$

$$\mathbf{\zeta}_k = \mathbf{h}_k(\hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)}) - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} \quad (9)$$

考虑到工程实际中, 滤波时间间隔较短, 通常相邻两个未知输入 $\mathbf{b}_k$ 和 $\mathbf{b}_{k-1}$ 的大小相同或相近, 即有

$$\mathbf{b}_k \approx \mathbf{b}_{k-1} \quad (10)$$

对于线性离散系统式(4)和式(5), 采用文献[21]中线性自校准 Kalman 滤波基本方程的推导方法可得 t_k 时刻的状态向量 $\mathbf{X}_k$ 的估计量 $\hat{\mathbf{X}}_k$. 其算法如下($k \geq 3$):

时间更新

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{k/(k-1)} &= \mathbf{f}_{k-1}(\hat{\mathbf{X}}_{k-1}) + \hat{\mathbf{X}}_{k-1} - \mathbf{f}_{k-2}(\hat{\mathbf{X}}_{k-2}) + \\ &\quad \mathbf{\Psi}_{k-1} \mathbf{u}_{k-1} - \mathbf{\Psi}_{k-2} \mathbf{u}_{k-2} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} P_{k/(k-1)} &= (I + \Phi_{k-1}) P_{k-1} (I + \Phi_{k-1})^T + \\ &\Phi_{k-2} P_{k-2} \Phi_{k-2}^T - (I + \Phi_{k-1}) S_{k-1} \Phi_{k-2}^T - \\ &\Phi_{k-2} S_{k-1}^T (I + \Phi_{k-1})^T - (I + \Phi_{k-1}) \times \\ &(I - K_{k-1} H_{k-1}) \Gamma_{k-2} Q_{k-2} \Gamma_{k-2}^T - \Gamma_{k-2} Q_{k-2} \times \\ &\Gamma_{k-2}^T (I - K_{k-1} H_{k-1})^T (I + \Phi_{k-1})^T + \\ &\Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T + \Gamma_{k-2} Q_{k-2} \Gamma_{k-2}^T \end{aligned} \quad (12)$$

量测更新

$$K_k = P_{k/(k-1)} H_k^T (H_k P_{k/(k-1)} H_k^T + R_k)^{-1} \quad (13)$$

$$\hat{X}_k = \hat{X}_{k/(k-1)} + K_k [Z_k - h_k(\hat{X}_{k/(k-1)})] \quad (14)$$

$$\begin{aligned} P_k &= (I - K_k H_k) P_{k/(k-1)} (I - K_k H_k)^T + \\ &K_k R_k K_k^T = (I - K_k H_k) P_{k/(k-1)} \end{aligned} \quad (15)$$

式中 I 为单位矩阵, 并且

$$\begin{aligned} S_{k-1} &= E[\tilde{X}_{k-1} \tilde{X}_{k-2}^T] = \\ &(I - K_{k-1} H_{k-1}) [(I + \Phi_{k-2}) P_{k-2} - \\ &\Phi_{k-3} S_{k-2}^T - \Gamma_{k-3} Q_{k-3} \Gamma_{k-3}^T (I - K_{k-2} H_{k-2})^T] \end{aligned} \quad (16)$$

其滤波初始条件为

$$\hat{X}_0 = E[X_0] \quad (17)$$

$$P_0 = E[(X_0 - \hat{X}_0)(X_0 - \hat{X}_0)^T] \quad (18)$$

$$S_1 = P_1 \quad (19)$$

当 $k=1, 2$ 时, 式(11)改用

$$\hat{X}_{k/(k-1)} = f_{k-1}(\hat{X}_{k-1}) + \Psi_{k-1} u_{k-1}$$

式(12)改用

$$P_{k/(k-1)} = \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T$$

证明: 此处仅对式(11)和式(14)进行证明, 其他公式的证明与文献[21]类似, 因为

$$\hat{b}_{k-1} \approx \hat{b}_{k-2} = \hat{X}_{k-1} - f_{k-2}(\hat{X}_{k-2}) - \Psi_{k-2} u_{k-2} \quad (20)$$

并由式(6), 可知其一步预测为

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k/(k-1)} &= \Phi_{k-1} \hat{X}_{k-1} + \Psi_{k-1} u_{k-1} + \varphi_{k-1} + \\ &\hat{X}_{k-1} - f_{k-2}(\hat{X}_{k-2}) - \Psi_{k-2} u_{k-2} = \\ &f_{k-1}(\hat{X}_{k-1}) + \hat{X}_{k-1} - f_{k-2}(\hat{X}_{k-2}) + \\ &\Psi_{k-1} u_{k-1} - \Psi_{k-2} u_{k-2} \end{aligned} \quad (21)$$

由式(9), 得状态估计为

$$\begin{aligned} \hat{X}_k &= \hat{X}_{k/(k-1)} + K_k (Z_k - H_k \hat{X}_{k/(k-1)} - \zeta_k) = \\ &\hat{X}_{k/(k-1)} + K_k [Z_k - h_k(\hat{X}_{k/(k-1)})] \end{aligned} \quad (22)$$

证毕。

2 非线性量测方程含未知输入的情况

2.1 基本方程

当量测方程中含有未知输入时, 考虑下述非

线性离散系统

$$X_k = f_{k-1}(X_{k-1}) + \Psi_{k-1} u_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \quad (23)$$

$$Z_k = h_k(X_k) + d_k + V_k \quad (24)$$

式中 $X_k, f_{k-1}(\cdot), Z_k, h_k(\cdot), u_{k-1}, \Psi_{k-1}, \Gamma_{k-1}, W_{k-1}$ 和 V_k 九个量的含义与式(1)和式(2)相同; d_k 为未知输入。

2.2 自校准扩展 Kalman 滤波方法

采用与第1节相同的线性化方法, 非线性离散系统式(23)和式(24)线性化后的状态方程和量测方程分别为

$$X_k = \Phi_{k-1} X_{k-1} + \Psi_{k-1} u_{k-1} + \varphi_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \quad (25)$$

$$Z_k = H_k X_k + d_k + \zeta_k + V_k \quad (26)$$

式中 φ_{k-1} 和 ζ_k 分别由式(7)和式(9)给出, 令

$$Y_k = X_k + H_k^+ d_k \quad (27)$$

则有

$$Y_k = \Phi_{k-1} Y_{k-1} + \Psi_{k-1} u_{k-1} + \varphi_{k-1} + b_{k-1} + \Gamma_{k-1} W_{k-1} \quad (28)$$

$$Z_k = H_k Y_k + \zeta_k + V_k \quad (29)$$

式中 H_k^+ 为 H_k 的广义逆, 即 $H_k H_k^+ H_k = H_k$, 当 H_k 的秩满足 $\text{rank}[(H_k)_{m \times n}] = m (m \leq n)$ 有 $H_k H_k^+ = I$ (本文中广义逆均按此定义), 并且

$$b_{k-1} = H_{k-1}^+ d_{k-1} - \Phi_{k-1} H_{k-1}^+ d_{k-1} \quad (30)$$

注意到工程实际中有 $d_k \approx d_{k-1}$, 利用本文第1节的方法, 可对线性离散系统式(28)和式(29)进行自校准 Kalman 滤波, 当 $k=1, 2$ 时, 一步预测 $\hat{Y}_{k/(k-1)}$ 和一步预测的误差方差阵 $P_{k/(k-1)}$ 为

$$\hat{Y}_{k/(k-1)} = \Phi_{k-1} \hat{Y}_{k-1} + \Psi_{k-1} u_{k-1} + \varphi_{k-1} \quad (31)$$

$$P_{k/(k-1)} = \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}^T + \Gamma_{k-1} Q_{k-1} \Gamma_{k-1}^T \quad (32)$$

当 $k \geq 3$ 时, 一步预测和状态估计分别为

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{k/(k-1)} &= (I + \Phi_{k-1}) \hat{Y}_{k-1} - \Phi_{k-2} \hat{Y}_{k-2} + \\ &\Psi_{k-1} u_{k-1} + \varphi_{k-1} - \Psi_{k-2} u_{k-2} - \varphi_{k-2} \end{aligned} \quad (33)$$

$$\hat{Y}_k = \hat{Y}_{k/(k-1)} + K_k (Z_k - H_k \hat{Y}_{k/(k-1)} - \zeta_k) \quad (34)$$

此时其余式子与第1节式(12)、式(13)和式(15)相同。

再结合式(27)和式(30), 由下式求得 t_k 时刻

状态向量 X_k 的估计量 $\hat{X}_k$

$$\hat{X}_k = \hat{Y}_k - H_k^+ \hat{d}_k \quad (35)$$

$$\hat{d}_k = r_k \hat{d}_k^* + (1 - r_k) \hat{d}_{k-1} \quad (36)$$

$$\hat{d}_k^* = (H_k^+ - \Phi_{k-1} H_{k-1}^+) (\hat{Y}_k - \Phi_{k-1} \hat{Y}_{k-1}) \quad (37)$$

式中 r_k 为权重系数 ($0 \leq r_k \leq 1$), 且 $r_3 = 1$. 其算法流程图见图 1.

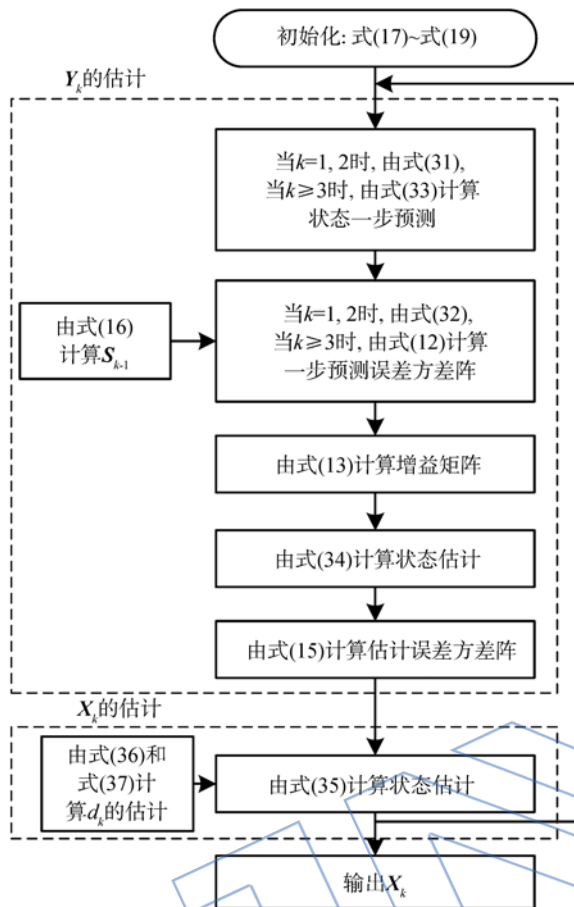


图 1 量测方程含未知输入的 SEKF 方法流程图

Fig. 1 SEKF method flowchart for measurement equation with unknown inputs

3 非线性状态方程和量测方程均含未知输入的情况

3.1 基本方程

当状态方程和量测方程中均含有未知输入时, 考虑下述非线性离散系统

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{f}_{k-1}(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{\Psi}_{k-1} \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1} \mathbf{d}_{k-1} + \mathbf{\Gamma}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \quad (38)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{X}_k) + \mathbf{D}_k \mathbf{d}_k + \mathbf{V}_k \quad (39)$$

式中 $\mathbf{X}_k$, $\mathbf{f}_{k-1}(\cdot)$, $\mathbf{Z}_k$, $\mathbf{h}_k(\cdot)$, $\mathbf{u}_{k-1}$, $\mathbf{\Psi}_{k-1}$, $\mathbf{\Gamma}_{k-1}$, $\mathbf{W}_{k-1}$ 和 $\mathbf{V}_k$ 九个量的含义与式(1)和式(2)相同; $\mathbf{d}_k$ 为未知输入; $\mathbf{B}_{k-1}$ 和 $\mathbf{D}_k$ 为已知输入矩阵.

3.2 自校准扩展 Kalman 滤波方法

同理, 非线性离散系统式(38)和式(39)线性化后的状态方程和量测方程分别为

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{\Psi}_{k-1} \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1} \mathbf{d}_{k-1} + \mathbf{\phi}_{k-1} + \mathbf{\Gamma}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \quad (40)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{D}_k \mathbf{d}_k + \mathbf{\zeta}_k + \mathbf{V}_k \quad (41)$$

令

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{X}_k + \mathbf{H}_k^+ \mathbf{D}_k \mathbf{d}_k \quad (42)$$

则有

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{Y}_{k-1} + \mathbf{\Psi}_{k-1} \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{\phi}_{k-1} + \mathbf{b}_{k-1} + \mathbf{\Gamma}_{k-1} \mathbf{W}_{k-1} \quad (43)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{Y}_k + \mathbf{\zeta}_k + \mathbf{V}_k \quad (44)$$

式中

$$\mathbf{b}_{k-1} = \mathbf{H}_k^+ \mathbf{D}_k \mathbf{d}_k - \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{H}_{k-1}^+ \mathbf{D}_{k-1} \mathbf{d}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1} \mathbf{d}_{k-1} \quad (45)$$

注意到工程实际中有 $\mathbf{d}_k \approx \mathbf{d}_{k-1}$, 利用本文第 2 节图 1 给出的算法, 可对线性离散系统式(43)和式(44)进行自校准 Kalman 滤波, 得到 t_k 时刻向量 $\mathbf{Y}_k$ 的估计量 $\hat{\mathbf{Y}}_k$. 再结合式(42)和式(45), 由下式求得 t_k 时刻状态向量 $\mathbf{X}_k$ 的估计量 $\hat{\mathbf{X}}_k$

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \hat{\mathbf{Y}}_k - \mathbf{H}_k^+ \mathbf{D}_k \hat{\mathbf{d}}_k \quad (46)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_k = r_k \hat{\mathbf{d}}_k^* + (1 - r_k) \hat{\mathbf{d}}_{k-1} \quad (47)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_k^* = (\mathbf{H}_k^+ \mathbf{D}_k - \mathbf{\Phi}_{k-1} \mathbf{H}_{k-1}^+ \mathbf{D}_{k-1} + \mathbf{B}_{k-1})^+ \times (\hat{\mathbf{Y}}_k - \mathbf{\Phi}_{k-1} \hat{\mathbf{Y}}_{k-1}) \quad (48)$$

式中 r_k 为权重系数 ($0 \leq r_k \leq 1$), 且 $r_3 = 1$.

4 算例仿真验证

考虑非线性阻尼谐振子模型^[22], 状态变量分别为位置(单位为 m)、速度(单位为 m/s)和阻尼系数, 即 $\mathbf{X}_k = [s_k \ v_k \ \gamma_k]^T$. 相应的非线性离散系统为

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{f}(\mathbf{X}_{k-1}) + \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{d}_{k-1} + \mathbf{W}_{k-1} \quad (49)$$

$$\mathbf{Z}_k = \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \quad (50)$$

式中非线性函数

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} s_{k-1} + v_{k-1} T \\ v_{k-1} - (\omega^2 s_{k-1} + 2\omega v_{k-1} \gamma_{k-1}) T \\ \gamma_{k-1} \end{bmatrix} \quad (51)$$

未知输入

$$\mathbf{d}_{k-1} = \begin{cases} [0.01 \ 0.005 \ 0.001]^T & 1 \leq k \leq 10 \\ [0.03 \ 0.01 \ 0.005]^T & 11 \leq k \leq 40 \end{cases} \quad (52)$$

系统方差

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 10^{-6} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-8} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-10} \end{bmatrix} \quad (53)$$

量测方差

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (54)$$

控制向量 $\mathbf{u}_{k-1} = [0 \ 12T \ 0]^T$, 自然频率 $\omega = 5 \text{ rad/s}$, 采样周期 $T = 0.01 \text{ s}$, 状态初始条件为 $s_0 = 0 \text{ m}$, $v_0 = 0 \text{ m/s}$, $\gamma_0 = 0.2$ 和 $\mathbf{P}_0 = 20 \mathbf{I}$.

为了比较传统 EKF 和本文提出的 SEKF 滤波效果, 本文进行了 Monte Carlo 仿真模拟, 并计算了相应的估计误差的均值和标准差.

图 2~图 4 给出了 Monte Carlo 仿真中 EKF 和 SEKF 两种滤波方法的误差. 可以看出, SEKF

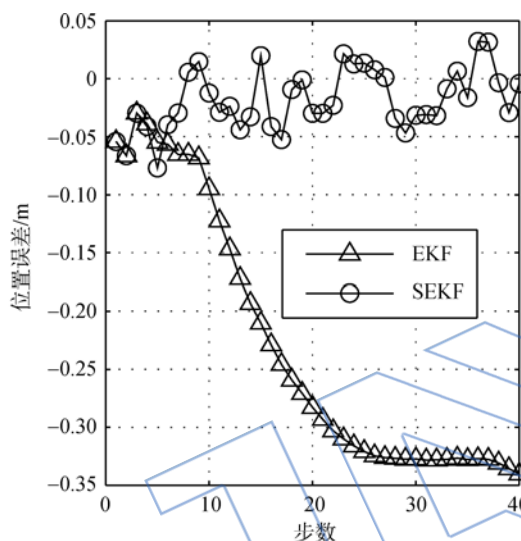


图 2 EKF 和 SEKF 的位置误差

Fig. 2 Position errors of EKF and SEKF

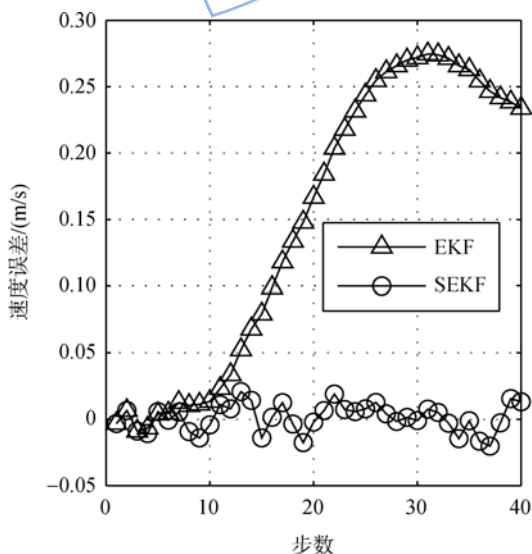


图 3 EKF 和 SEKF 的速度误差

Fig. 3 Velocity errors of EKF and SEKF

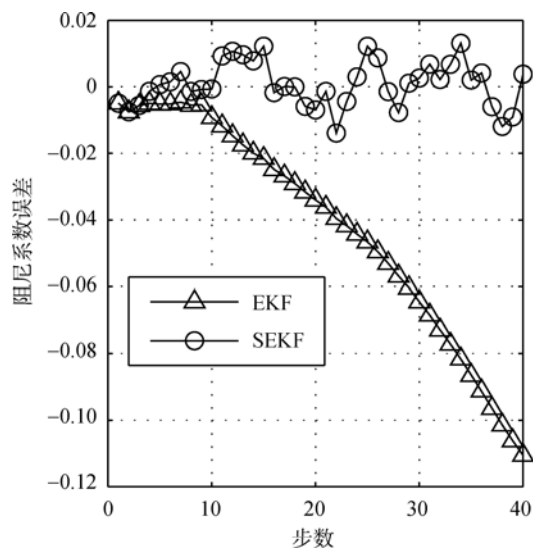


图 4 EKF 和 SEKF 的阻尼系数误差

Fig. 4 Damping ratio errors of EKF and SEKF

有效地降低了未知输入的影响, 其滤波误差基本上在 0 附近波动, 且比较稳定, 而未知输入导致 EKF 的滤波误差较大, 甚至有发散现象.

表 1 进一步给出了两种滤波方法状态估计误差的均值和标准差, 从中可知, SEKF 估计误差的均值和标准差分别减少到传统 EKF 的 1/12 和 1/4.

表 1 EKF 和 SEKF 方法估计误差的均值与标准差比较
Table 1 Comparison of means and standard deviations of estimation errors by EKF and SEKF

状态	EKF		SEKF	
	均值	标准差	均值	标准差
位置/m	-0.2300	0.1133	-0.0185	0.0264
速度/(m/s)	0.1483	0.1101	-0.0011	0.0104
阻尼系数	-0.0419	0.0331	-0.0007	0.0068

5 结 论

1) 针对状态方程含有未知输入、量测方程含有未知输入和它们均含有未知输入的 3 种情况, 分别建立了自校准扩展 Kalman 滤波方法. 传统的扩展 Kalman 滤波受这些未知输入的影响, 会产生较大的误差甚至发散, 本文的自校准扩展 Kalman 滤波则能够消除或补偿这些未知输入的影响, 提高滤波精度.

2) 在导航、信号处理和故障诊断等领域的非线性系统常常受到未知输入的干扰, 如火星探测器受到突风、升阻比、大气密度、弹道系数等因素

的影响,产生未知输入,本文提出的自校准扩展 Kalman 滤波能够消除这些影响,提高滤波精度。

3) 大量数值仿真结果表明,自校准扩展 Kalman 滤波方法能有效地提高非线性滤波的精度,并且计算简单,便于工程应用。

参考文献:

- [1] Fujimoto O, Okita Y, Ozaki S. Nonlinearity compensation extended Kalman filter and its application to target motion [J]. *Oki Technical Review*, 1997, 63(159): 1-12.
- [2] Norgaard M, Poulsen N K, Ravn O. New developments in state estimation for nonlinear systems [J]. *Automatica*, 2000, 36(11): 1627-1638.
- [3] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2004, 92(3): 401-423.
- [4] Pitt M K, Shephard N. Filtering via simulation: auxiliary particle filters [J]. *Journal of the American Statistical Association*, 1999, 94(446): 590-599.
- [5] 周东华, 胡艳艳. 动态系统的故障诊断技术 [J]. *自动化学报*, 2009, 35(6): 748-758.
ZHOU Donghua, HU Yanyan. Fault diagnosis techniques for dynamic systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(6): 748-758 (in Chinese).
- [6] Tuckness D G, Young S Y. Autonomous navigation for lunar transfer [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1995, 32(2): 279-285.
- [7] Hu J, Wang Z, Gao H, et al. Extended Kalman filtering with stochastic nonlinearities and multiple missing measurements [J]. *Automatica*, 2012, 48(9): 2007-2015.
- [8] Espinosa F, Santos C, Marrón R M, et al. Odometry and laser scanner fusion based on a discrete extended Kalman filter for robotic platooning guidance [J]. *Sensors*, 2011, 11(9): 8339-8357.
- [9] Gillijns S, and Moor B D. Unbiased minimum variance input and state estimation for linear discrete-time systems [J]. *Automatica*, 2007, 43(1): 111-116.
- [10] Blanke M, Schroder J. Diagnosis and fault-tolerant control [M]. Berlin, Germany: Springer, 2003.
- [11] Lefebvre T, Bruyninckx H, De Schutter J. Kalman filters for non-linear systems: a comparison of performance [J]. *International Journal of Control*, 2004, 77(7): 639-653.
- [12] Schmidt S F. Application of state space methods to navigation problems [M]. New York: Academic Press, 1966.
- [13] Woodbury D, Junkins J. On the consider Kalman filter [R]. AIAA 2010-7752, 2010.
- [14] Berman N, Shaked U. H_∞ nonlinear filtering [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1996, 6(4): 281-296.
- [15] Hsieh C S. Robust two-stage Kalman filters for systems with unknown inputs [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(12): 2374-2378.
- [16] Chen F C, Hsieh C S. Optimal multistage Kalman estimators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(11): 2182-2188.
- [17] 付梦印, 邓志红, 闫莉萍. Kalman 滤波理论及其在导航系统中的应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [18] 刘利生, 吴斌, 杨萍. 航天器精确定轨与自校准技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2005.
- [19] 傅惠民. 回归分析的数据融合方法 [J]. *机械强度*, 2004, 26(2): 159-163.
FU Huimin. Data fusion method for regression analysis [J]. *Journal of Mechanical Strength*, 2004, 26(2): 159-163. (in Chinese)
- [20] 傅惠民. 模糊回归分析和数据融合方法 [J]. *中国安全科学学报*, 2002, 12(6): 73-76.
FU Huimin. Fuzzy regression analysis and data fusion [J]. *China Safety Science Journal*, 2002, 12(6): 73-76. (in Chinese)
- [21] 傅惠民, 吴云章, 娄泰山, 等. 自校准 Kalman 滤波方法 [J]. *航空动力学报*, 2014, 29(6): 1363-1368.
FU Huimin, WU Yunzhang, LOU Taishan, et al. Self-calibration Kalman filter method [J]. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(6): 1363-1368. (in Chinese).
- [22] Grewal M S, Andrews A P. Kalman filtering: theory and practice using MATLAB [M]. New Jersey: John Wiley & Sons Inc, 2008.