

变任务混频寿命相关载荷累积量分布特性

赵福星¹, 邱 栋², 杨兴宇¹, 郑小梅¹

(1. 北京航空工程技术研究中心, 北京 100076;

2. 中国人民解放军空军装备部可靠性办公室, 北京 100843)

摘 要: 在基于固定任务混频的寿命相关载荷累积量分布特性研究成果的基础上, 推导了变任务混频条件下的寿命相关载荷累积量分布特性, 结果表明: 变任务混频的载荷参数累积量分布函数也是趋于正态分布, 并采用数值方法模拟实际飞行过程中变任务混频条件下寿命相关载荷的累积过程, 模拟结果和理论结果吻合良好, 进一步验证了分析结果的正确性. 该结果可用于变任务混频下的寿命可靠性预测.

关 键 词: 航空发动机; 结构寿命; 载荷分布函数; 任务混频; 可靠性

中图分类号: V231.95

文献标志码: A

Distribution characteristic of durability load accumulation based on changeable task frequency mixing

ZHAO Fu-xing¹, QIU Dong², YANG Xing-yu¹, ZHENG Xiao-mei¹

(1. Beijing Aeronautical Engineering Technical Research Center, Beijing 100076, China;

2. The Reliability Office, the Equipment Department of Air Force, the Chinese People's Liberation Army, Beijing 100843, China)

Abstract: Based on results of distribution characteristic of durability load accumulation of fixed task frequency mixing, distribution characteristic of durability load accumulation based on changeable task frequency mixing was deduced. Results show that distribution function of durability load accumulation of changeable task frequency mixing tends to be normal as well. The process of durability load accumulation with changeable task frequency mixing in real flying operation was demonstrated by numerical simulation, and the numerical results coincide with the theoretical results, which further demonstrates the analyzed results. Results can be used in life reliability forecasting based on changeable task frequency mixing.

Key words: aero-engine; structural life; load distribution function; task frequency mixing; reliability

航空发动机结构可靠性从来就是航空发动机的设计者和使用者重要的关注点之一^[1-4]. 然而, 到目前为止, 有关航空发动机结构可靠性相关文献, 主要集中在结构的抗损伤特性随机化, 在材料特性和结构随机化两个方面进行了大量的工作^[5-9]. 而在载荷的随机性对可靠性的影响方面研究很少. 在开展基于固定任务混频的寿命相关载荷分布特性研究之前, 已有的一些载荷散度研究

中还没有区分强度相关载荷和寿命相关载荷的不同的散度性质^[10-13], 没有把寿命相关载荷作为一个过程累积量进行分析^[14], 显而易见其结果难以用在寿命的可靠性分析中.

航空发动机零部件的瞬时强度可靠性与其相关载荷强度(数值大小)的分布相关^[15]. 譬如, 轮盘瞬时破裂可靠性与各飞行剖面的最大转速值分布特性相关; 机匣瞬时破裂可靠性与各飞行剖面

的最大压差分布特性相关。

航空发动机零部件的寿命可靠性与其相关载荷的剖面累积量的分布相关。譬如,轮盘低循环疲劳可靠性与飞行剖面的当量标准循环数累积量的分布特性相关;涡轮叶片的持久断裂可靠性与各剖面的当量最大状态时间累积量的分布特性相关。因此,在瞬时强度可靠性和寿命可靠性的研究中,所关注的载荷分布特性是不同的。在寿命可靠性研究中,直接使用载荷强度的分布特性是不合适的。

1 固定任务混频下的寿命相关载荷累积量分布特性

在文献[16]中,研究了在固定任务混频条件下的载荷累积函数分布特性。其理论依据为独立同分布的中心极限定理^[17]。该定理表明,如果随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_m$ 相互独立,服从同一分布,且具有数学期望和方差: $E(X_m) = \mu$, $D(X_m) = \sigma^2 > 0$, ($m=1, 2, \dots$), 则当 k 充分大时,随机变量之和(累积变量) $\sum_{m=1}^k X_m$ 的分布近似于正态。即

$$\frac{\sum_{m=1}^k X_m - k\mu}{\sqrt{k}\sigma} \sim N(0, 1)$$

随机变量之和 $\sum_{m=1}^k X_m$ 的数学期望 μ_k 和方差 σ_k^2 与随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_m$ 的数学期望 μ 和方差 σ^2 有着简洁的关系

$$\mu_k = k\mu \quad (1)$$

$$\sigma_k^2 = k\sigma^2 \quad (2)$$

这个经典定理非常适用于具有固定任务混频的寿命相关载荷累积量的统计分析。因为基于固定任务混频的寿命相关载荷当然服从同一分布,且具有数学期望和方差。只要飞行剖面是随机选取的,寿命相关载荷的随机性也就得到了满足。在这里,数学期望 μ 和方差 σ^2 就是在固定任务混频下的寿命相关载荷的统计值。

2 变任务混频下的寿命相关载荷累积量分布特性

固定任务混频下的寿命相关载荷累积量的统计分析一般用于设计载荷谱的统计分析,在实际航空发动机的使用载荷谱统计中很少遇到。在实际每台航空发动机的使用历程中,会依次历经第 $1, 2, \dots, n$ 个任务混频。显然,每一个任务混频所

产生的寿命相关载荷累积量的增量,均符合固定任务混频条件下寿命相关载荷累积量的分布特性,即只要累积的飞行剖面足够多,就可按正态分布(式(1),式(2))计算载荷累积量增量的分布参数。按第 $2, \dots, n$ 个任务混频进行的后继飞行,与第 1 次飞行的差异仅在于载荷累积量的初值不同。第 1 次飞行的各台航空发动机载荷累积量初值均为零,而后继时,各台航空发动机载荷累积量初值则为前一阶段的终值,其分布趋于正态。

因此,只要在第 i 个任务混频阶段的飞行次数 k_i 足够大,变任务混频下寿命相关载荷累积量的数学期望、方差的增量形式便可以按照式(1)、式(2)的形式给出,见式(3)、式(4)。

数学期望增量

$$\begin{cases} \Delta\mu_{k,1} = \mu_{k,1} = k\mu_1 & k = 1 \sim k_1 \\ \Delta\mu_{k,2} = \mu_{k,2} - k_1\mu_1 = (k - k_1)\mu_2 & k = k_1 + 1 \sim k_2 \\ \vdots \\ \Delta\mu_{k,n} = \mu_{k,n} - k_1\mu_1 - (k_2 - k_1)\mu_2 - \dots - (k_{n-1} - k_{n-2})\mu_{n-1} = (k - k_{n-1})\mu_n & k = k_{n-1} + 1 \sim k_n \end{cases} \quad (3)$$

方差增量

$$\begin{cases} \Delta\sigma_{k,1}^2 = \sigma_{k,1}^2 = k\sigma_1^2 & k = 1 \sim k_1 \\ \Delta\sigma_{k,2}^2 = \sigma_{k,2}^2 - k_1\sigma_1^2 = (k - k_1)\sigma_2^2 & k = k_1 + 1 \sim k_2 \\ \vdots \\ \Delta\sigma_{k,n}^2 = \sigma_{k,n}^2 - k_1\sigma_1^2 - (k_2 - k_1)\sigma_2^2 - \dots - (k_{n-1} - k_{n-2})\sigma_{n-1}^2 = (k - k_{n-1})\sigma_n^2 & k = k_{n-1} + 1 \sim k_n \end{cases} \quad (4)$$

其中 $k_1, k_2, \dots, k_n$ 分别为 $1, 2, \dots, n$ 飞行阶段的起落数; $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n, \sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2$ 分别为 $1, 2, \dots, n$ 飞行阶段的寿命相关载荷库数学期望和方差。 $\mu_{k,1}, \mu_{k,2}, \dots, \mu_{k,n}, \sigma_{k,1}^2, \sigma_{k,2}^2, \dots, \sigma_{k,n}^2$ 分别为 $1, 2, \dots, n$ 飞行阶段的寿命相关载荷累积量的数学期望和方差。

由式(3)、式(4)容易得到变任务混频下各阶段的寿命相关载荷累积量的数学期望、方差和变异系数,见式(5)~式(7)。

数学期望

$$\begin{cases} \mu_{k,1} = k\mu_1 & k = 1 \sim k_1 \\ \mu_{k,2} = k_1\mu_1 + (k - k_1)\mu_2 & k = k_1 + 1 \sim k_2 \\ \vdots \\ \mu_{k,n} = k_1\mu_1 + (k_2 - k_1)\mu_2 + \dots + (k - k_{n-1})\mu_n & k = k_{n-1} + 1 \sim k_n \end{cases} \quad (5)$$

方差

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{k,1}^2 = k\sigma_1^2 \quad k = 1 \sim k_1 \\ \sigma_{k,2}^2 = k_1\sigma_1^2 + (k - k_1)\sigma_2^2 \quad k = k_1 + 1 \sim k_2 \\ \vdots \\ \sigma_{k,n}^2 = k_1\sigma_1^2 + (k_2 - k_1)\sigma_2^2 + \cdots + (k - k_{n-1})\sigma_n^2 \\ \quad k = k_{n-1} + 1 \sim k_n \end{array} \right. \quad (6)$$

变异系数

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_{k,1} = \frac{\sigma_{k,1}}{\mu_{k,1}} = \frac{\sqrt{k\sigma_1^2}}{k\mu_1} \quad k = 1 \sim k_1 \\ \gamma_{k,2} = \frac{\sigma_{k,2}}{\mu_{k,2}} = \frac{\sqrt{k_1\sigma_1^2 + (k - k_1)\sigma_2^2}}{k_1\mu_1 + (k - k_1)\mu_2} \\ \quad k = k_1 + 1 \sim k_2 \\ \vdots \\ \gamma_{k,n} = \frac{\sigma_{k,n}}{\mu_{k,n}} = \frac{\sqrt{k_1\sigma_1^2 + (k_2 - k_1)\sigma_2^2 + \cdots + (k - k_{n-1})\sigma_n^2}}{k_1\mu_1 + (k_2 - k_1)\mu_2 + \cdots + (k - k_{n-1})\mu_n} \\ \quad k = k_{n-1} + 1 \sim k_n \end{array} \right. \quad (7)$$

变任务混频下各阶段的数学期望、方差和变异系数的增量相对值(与各飞行段载荷库同类参数数值之比)表达式见式(8)~式(10)。

数学期望相对增量

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\Delta\mu_{k,1}} = \frac{\Delta\mu_{k,1}}{\mu_1} = k_1 \quad k = 1 \sim k_1 \\ \overline{\Delta\mu_{k,2}} = \frac{\Delta\mu_{k,2}}{\mu_2} = k - k_1 \\ \quad k = k_1 + 1 \sim k_2 \\ \vdots \\ \overline{\Delta\mu_{k,n}} = \frac{\Delta\mu_{k,n}}{\mu_n} = k - k_{n-1} \\ \quad k = k_{n-1} + 1 \sim k_n \end{array} \right. \quad (8)$$

方差相对增量

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\Delta\sigma_{k,1}^2} = \frac{\Delta\sigma_{k,1}^2}{\sigma_1^2} = k \quad k = 1 \sim k_1 \\ \overline{\Delta\sigma_{k,2}^2} = \frac{\Delta\sigma_{k,2}^2}{\sigma_2^2} = k - k_1 \\ \quad k = k_1 + 1 \sim k_2 \\ \vdots \\ \overline{\Delta\sigma_{k,n}^2} = \frac{\Delta\sigma_{k,n}^2}{\sigma_n^2} = k - k_{n-1} \\ \quad k = k_{n-1} + 1 \sim k_n \end{array} \right. \quad (9)$$

变异系数相对增量

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{\Delta\gamma_{k,1}} = \frac{\Delta\sigma_{k,1}^2}{\Delta\mu_{k,1}} \frac{\sigma_1}{\mu_1} = \frac{\sqrt{\Delta\sigma_{k,1}^2}}{\Delta\mu_{k,1}} = \frac{1}{\sqrt{k}} \\ \quad k = 1 \sim k_1 \\ \overline{\Delta\gamma_{k,2}} = \frac{\Delta\sigma_{k,2}^2}{\Delta\mu_{k,2}} \frac{\sigma_2}{\mu_2} = \frac{\sqrt{\Delta\sigma_{k,2}^2}}{\Delta\mu_{k,2}} = \frac{1}{\sqrt{k - k_1}} \\ \quad k = k_1 + 1 \sim k_2 \\ \vdots \\ \overline{\Delta\gamma_{k,n}} = \frac{\Delta\sigma_{k,n}^2}{\Delta\mu_{k,n}} \frac{\sigma_n}{\mu_n} = \frac{\sqrt{\Delta\sigma_{k,n}^2}}{\Delta\mu_{k,n}} = \frac{1}{\sqrt{k - k_{n-1}}} \\ \quad k = k_{n-1} + 1 \sim k_n \end{array} \right. \quad (10)$$

3 变任务混频的寿命相关载荷累积量分布特性的飞行模拟

本节拟用数值模拟的方法,模拟变任务混频的飞行过程。通过随机抽取飞行剖面,累计其寿命相关载荷的方法,以验证变任务混频下的寿命相关载荷累积量上述分布特性的合理性。

3.1 随机抽样飞行剖面寿命相关载荷的累积过程

寿命相关载荷累积量是一个以飞行剖面累积为自变量的载荷累积函数。这里设计了3种任务混频的载荷谱,构成了3个任务载荷库A、B、C(见表1、表2、表3)。统计载荷为各任务剖面的折合中间状态时间。该时间与剖面的持久寿命消耗直接相关。飞行模拟分3个阶段,按任务载荷库A、B、C依次进行。任务载荷库A由4种飞行剖面A₁~A₄组成,模拟飞行1500个起落;任务载荷库B由7种飞行剖面B₁~B₇组成,模拟飞行800个起落;任务载荷库C由7种飞行剖面C₁~C₇组成,模拟飞行1800个起落。在各模拟阶段内,每次飞行任务抽样仅限于该阶段同一载荷库,而飞行任务的抽取方式是独立随机的。3个任务载荷库均值和方差列在表4中。

表1 任务载荷库A

Table 1 Task load library A

飞行剖面	折合中间状态时间/min	100个飞行起落频率/次
A ₁	1	28
A ₂	2	24
A ₃	3	40
A ₄	4	8

表 2 任务载荷库 B
Table 2 Task load library B

飞行剖面	折合中间状态时间/min	100 个飞行起落频率/次
B ₁	2	10
B ₂	3	8
B ₃	4	30
B ₄	5	11
B ₅	6	13
B ₆	7	8
B ₇	11	20

表 3 任务载荷库 C
Table 3 Task load library C

飞行剖面	折合中间状态时间/min	100 个飞行起落频率/次
C ₁	6	40
C ₂	11	30
C ₃	12	13
C ₄	13	4
C ₅	18	4
C ₆	23	8
C ₇	43	1

表 4 任务载荷库均值和方差
Table 4 Mean value and variance of task load library

任务载荷库	均值/min	方差/min ²
A	2.2800	0.9309
B	5.7300	8.7243
C	10.7700	34.3001

3.2 载荷的随机抽样方法

载荷累积函数

$$f_k = f_{k-1} + \delta \quad (11)$$

其中 δ 为函数 f_k 相对 f_{k-1} 的增量.

记载荷库的载荷积累概率为 $q_i \in [0, 1)$, 其数学表达为

$$q_i = F(L_i)$$

其中 L_i 为飞行剖面载荷库第 i 个任务的寿命相关载荷量; $i=0, 1, 2, \dots, m$ 为载荷库任务序列.

用均匀分布随机数生成函数生成随机数 $r_j \in (0, 1)$ (其中 $j=1, 2, \dots, n$ 为一个任务混频的飞行

剖面序列).

若

$$q_{i-1} < r_j \leq q_i$$

则取

$$\delta = L_i$$

代入式(11)便生成了一个任务混频的寿命相关载荷积累数列. 这就是离散分布随机量的 Monte Carlo 方法^[18].

依次对预计的任务混频进行上述计算, 就能生成变任务混频的寿命相关载荷积累数列. 按任务混频的分段统计, 就得到了变任务混频的寿命相关载荷的分布特性.

3.3 飞行模拟结果

一次典型的模拟飞行, 取飞机子样为 1000, 折合中间状态累积时间的均值、方差和变异系数的模拟值与理论值的对比见图 1~图 3. 某次典型

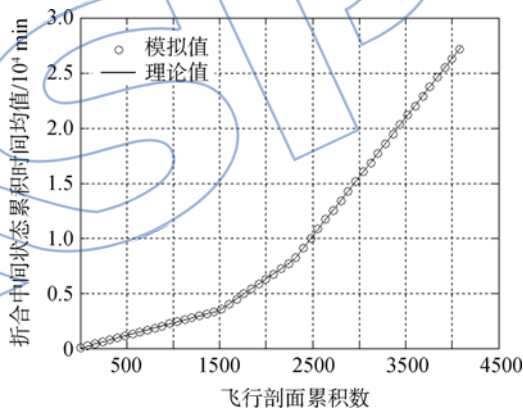


图 1 累积时间均值随飞行剖面累积数的变化

Fig. 1 Mean value of time accumulation varying with accumulative number of flight profiles

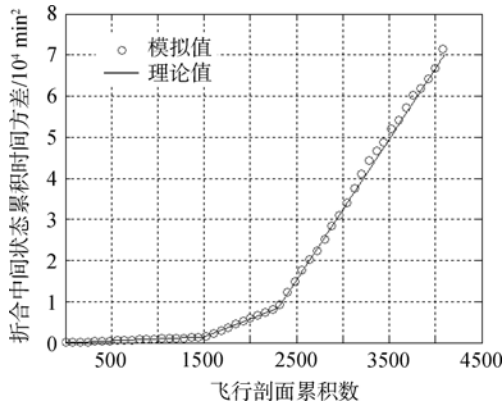


图 2 累积时间方差随飞行剖面累积数的变化

Fig. 2 Variance of time accumulation varying with accumulative number of flight profiles

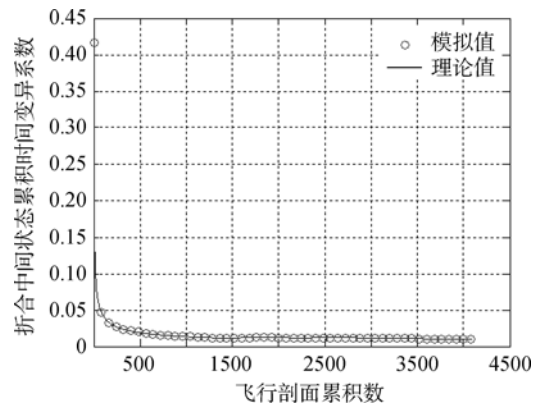


图 3 累积时间变异系数随飞行剖面累积数的变化
Fig. 3 Coefficient of variance of time accumulation varying with acumulative number of flight profiles

模拟的部分模拟值和理论值对比列在表 5 中. 从图 1~图 3 和表 5 中可以看出,变任务混频的理论值与模拟值一致性很好. 飞机子样的增大,会使模拟值与理论值一致性更好.

图 4~图 7 为折合中间状态累积时间的概率分布对比图,其中实点为模拟值,曲线为按模拟均值和方差计算的理论正态分布值. 概率分布对比图示出了总飞行剖面数为 100,1000,2000 和 3000 的 4 种典型情况,可以看出在变任务混频的各个阶段,折合中间状态累积时间的概率分布都非常近似于正态分布.

表 5 模拟值和理论值对比

Table 5 Comparison of simulated results and theoretical results

飞行剖面 累积数	累积时间均值/min		累积时间方差/min ²		累积时间变异系数	
	模拟值	理论值	模拟值	理论值	模拟值	理论值
1	2.33	2.28	0.88	0.93	0.4019	0.4232
81	184.56	184.68	88.62	75.40	0.0490	0.0470
401	915.48	914.28	368.54	373.29	0.0210	0.0211
1121	2559.08	2555.88	1052.86	1043.55	0.0127	0.0126
2301	8016.64	8014.77	8425.64	8410.14	0.0115	0.0114
3501	20932.14	20938.77	50819.81	49570.26	0.0108	0.0106
3901	25235.34	25246.77	64654.31	63290.30	0.0101	0.0100
4061	26958.67	26969.97	71689.40	68778.32	0.0099	0.0097

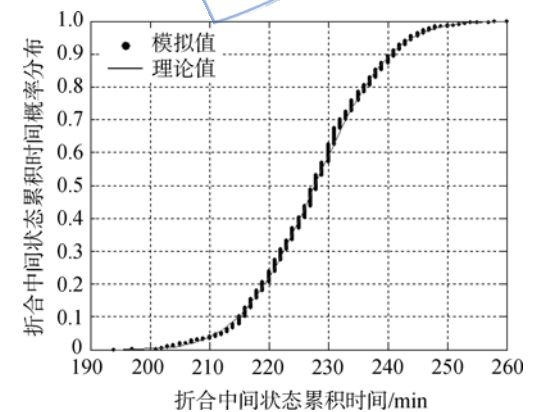


图 4 累积时间概率分布的模拟值与理论值对比
(飞行剖面累积数为 100)

Fig. 4 Comparison of time accumulation probability distributions between simulated and theoretical results (acumulative number of flight profiles 100)

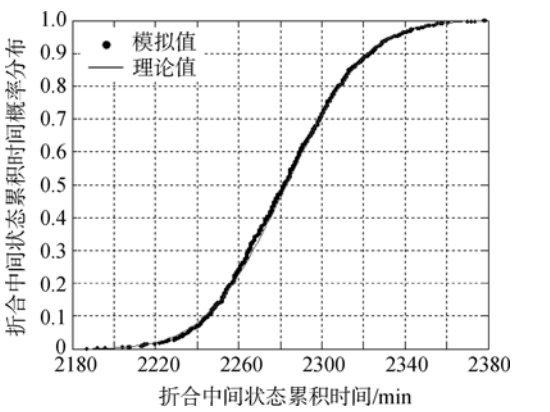


图 5 累积时间概率分布的模拟值与理论值对比
(飞行剖面累积数为 1000)

Fig. 5 Comparison of time accumulation probability distributions between simulated and theoretical results (acumulative number of flight profiles 1000)

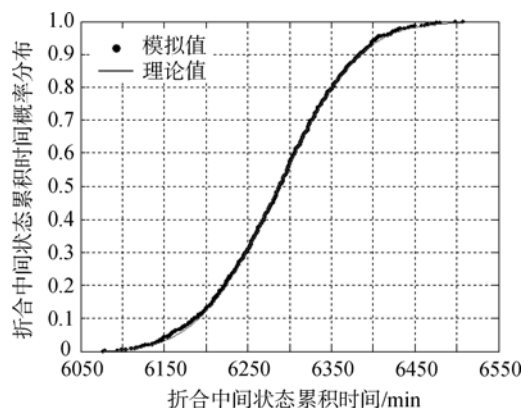


图 6 累积时间概率分布的模拟值与理论值对比
(飞行剖面累积数为 2000)

Fig. 6 Comparison of time accumulation probability distributions between simulated and theoretical results (acumulative number of flight profiles 2000)

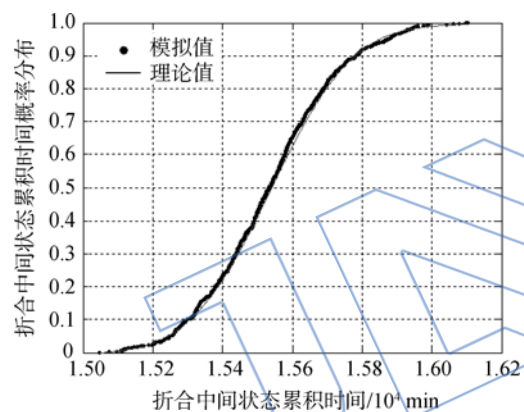


图 7 累积时间概率分布的模拟值与理论值对比
(飞行剖面累积数为 3000)

Fig. 7 Comparison of time accumulation probability distributions between simulated and theoretical results (acumulative number of flight profiles 3000)

4 结 论

理论分析和飞行模拟的良好一致性表明,变任务混频的理论分析是合理的.从理论分析式(8)~式(10)可以看出,变任务混频下,各飞行阶段的载荷参数飞行剖面累加值有如下特点:

- 1) 数学期望增量均正比于阶段载荷库的均值,是飞行剖面数的 1 次函数.
- 2) 方差期望增量均正比于阶段载荷库的方差,是飞行剖面数的 1 次函数.
- 3) 变异系数增量均正比于阶段载荷库的变异系数,是飞行剖面数的一 1/2 次函数.

4) 上述 3 个参数随飞行阶段的变化是连续的.因此,可以认为变任务混频和固定任务混频的载荷参数累加值的分布特性是类似的,也是趋于正态的.

在变任务混频下的寿命可靠性分析中,可用式(8)~式(10)对其相关载荷累积量分布参数进行估计.

参考文献:

- [1] 陆山,吕文林. 轮盘低循环疲劳寿命可靠性分析新方法[J]. 航空学报, 1997, 18(2): 135-138.
LU Shan, LÜ Wenlin. New method for reliability analysis of disk's LCF life[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1997, 18(2): 135-138. (in Chinese)
- [2] 杨剑秋, 陆山. 中长寿命轮盘应力寿命及可靠性分析方法[J]. 航空动力学报, 2007, 22(6): 991-995.
YANG Jianqiu, LU Shan. Methods for stress based life and its reliability analyses of disk[J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(6): 991-995. (in Chinese)
- [3] 马双员, 陆山. 同应力多危险部位失效相关轮盘疲劳寿命可靠性分析方法[J]. 航空动力学报, 2008, 23(11): 2016-2020.
MA Shuangyuan, LU Shan. Analysis method for the strain fatigue life reliability of a disk concerning failure correlation of multi critical sites in the same stress level[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(11): 2016-2020. (in Chinese)
- [4] 高阳, 白广忱, 张瑛莉. 涡轮盘多轴低循环疲劳寿命可靠性分析[J]. 航空学报, 2009, 30(9): 1678-1682.
GAO Yang, BAI Guangchen, ZHANG Yingli. Reliability analysis of multiaxial low cycle fatigue life for turbine disk[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(9): 1678-1682. (in Chinese)
- [5] 郭秩维, 白广忱. 随机响应面法在结构随机响应计算中的应用[J]. 航空动力学报, 2008, 23(11): 2021-2025.
GUO Zhiwen, BAI Guangchen. Application of stochastic response surface method in the structural stochastic response[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(11): 2021-2025. (in Chinese)
- [6] 杨自春, 申文才, 彭茂林. 随机环境下涡轮盘-片剩余寿命预测方法[J]. 航空动力学报, 2009, 24(8): 1677-1683.
YANG Zichun, SHEN Wencai, PENG Maolin. Research on residual life prediction of turbine blade-disc under radon environment[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(8): 1677-1683. (in Chinese)
- [7] 高阳, 白广忱, 张瑛莉. 涡轮盘低循环疲劳寿命的概率分析[J]. 航空动力学报, 2009, 24(4): 804-809.
GAO Yang, BAI Guangchen, ZHANG Yingli. Probability analysis for the low cycle fatigue life of a turbine disk[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(4): 804-809. (in Chinese)
- [8] 唐俊星, 陆山. 某涡轮盘低循环疲劳概率寿命数值模拟[J]. 航空动力学报, 2006, 21(4): 706-710.

- TANG Junxing, LU Shan. Numerical simulation of LCF probability life of a turbine disk[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(4): 706-710. (in Chinese)
- [9] 龚梦贤, 古远兴, 王旅生. 某型发动机 I 级涡轮盘的技术寿命[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2000, 13(4): 22-26.
- GONG Mengxian, GU Yuanxing, WANG Lüsheng. Service life of an aeroengine's 1st stage turbine disk[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2000, 13(4): 22-26. (in Chinese)
- [10] 王通北, 陈英美. 军用航空发动机的可靠性和寿命[J]. 航空发动机, 1994(1): 36-47.
- [11] 徐可君, 江龙平. 军用航空发动机可靠性和寿命管理[J]. 中国工程科学, 2003, 5(1): 82-88.
- XU Kejun, JIANG Longping. Reliability and life management on aeroengine used in army[J]. Engineering Science, 2003, 5(1): 82-88. (in Chinese)
- [12] 李琼, 李艳军, 赵文涛. 航空发动机可靠性研究及提高途径的探讨[J]. 飞机设计, 2011, 31(1): 36-40.
- LI Qiong, LI Yanjun, ZHAO Wentao. Research on aero-engine reliability and the improving methods[J]. Aircraft Design, 2011, 31(1): 36-40. (in Chinese)
- [13] 孔瑞莲. 航空发动机可靠性工程[M]. 北京: 航空工业出版社, 1996.
- [14] 苏清友. 航空涡喷涡扇发动机主要零部件定寿指南[M]. 北京: 航空工业出版社, 2004.
- [15] 王云. 航空发动机原理[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2009.
- [16] 赵福星, 吕玉泽, 郑小梅, 等. 基于固定任务混频的寿命相关载荷分布特性[J]. 航空动力学报, 2013, 28(1): 32-37.
- ZHAO Fuxing, LÜ Yuze, ZHENG Xiaomei, et al. Distribution characteristic of durability load based on fixed task frequency mixing[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(1): 32-37. (in Chinese)
- [17] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计[M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [18] 李惕碚. 实验的数据处理[M]. 北京: 科学出版社, 1981.