

大型齿轮在多因素耦合影响下齿形误差测量的灰色动态预报

李 强, 王中宇, 燕 虎, 王 倩

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院

精密光机电一体化技术教育部重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 提出了一种旁置式的大型齿轮测量装置, 分析了影响该装置测量精度的主要误差来源及其特性, 给出了一种处理多因素耦合影响的灰色动态预报方法. 首先, 基于测量装置特性, 对影响齿形误差测量精度的误差源进行分析和标定, 计算出各误差源的灵敏度系数; 然后对测得的有限误差数据进行再抽样及灰色生成, 分别计算出在每次测量中各影响因素对测量结果的作用大小, 之后按照误差合成方法生成误差源耦合作用结果; 最后, 通过在测量结果中去除耦合作用进而提高大型齿轮齿形误差测量精度. 与测量精度为 $0.5\ \mu\text{m}$ 的三坐标测量机进行对比测量, 结果表明所提出测量装置能满足 3 级精度以上的大型齿轮齿形误差检测需求.

关 键 词: 大型齿轮; 多源误差; 齿形误差; 动态测量; 灰色动态预报

中图分类号: V275; TB92

文献标志码: A

Gray dynamic prediction of large gear tooth profile error measurement under multi-impact factors coupling

LI Qiang, WANG Zhong-yu, YAN Hu, WANG Qian

(Key Laboratory of Precision Opto-Mechatronics Technology of Ministry of Education,

School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: A large side-mounted model of gear measurement mechanism was proposed, and the main error sources and features of measurement precision were analyzed. A grey dynamic prediction method was presented to deal with multi-impact factors coupling. Firstly, the error sources influenced tooth profile measurement precision were analyzed and demarcated according to the characteristics of measurement mechanism, and then the sensitivity coefficients of various error sources were calculated. Secondly, the limited error source data were separately resampled, and a grey generation operation was given; the measurement results affected by each error source were calculated in the resampling process; then the error coupling results could be obtained in the error synthesis process. Finally, the measurement precision of large gear tooth profile could be improved greatly by removing the coupling effect existing in measurement result. Compared with the measurement results obtained by the three-coordinate $0.5\ \mu\text{m}$ precision measurement machine, the experiment results show that the measurement system presented can meet the measurement requirement of tooth profile

收稿日期: 2013-06-06

基金项目: 基础项目(J132012C001)

作者简介: 李强(1982—), 男, 河南新县人, 博士生, 主要从事测量数据处理及误差评定工作.

通讯作者: 王中宇(1963—), 男, 河南洛阳人, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事误差理论、数据处理、仪器科学与技术方面研究工作.

E-mail: mewan@buaa.edu.cn

for large gear of three-level precision above.

Key words: large gear; multi-impact source error; tooth profile error; dynamic measurement; gray dynamic prediction

大型齿轮一般是指外径大于 500 mm 或是模数大于 25 mm 的齿轮^[1-6]. 高精度大型齿轮广泛应用于航天器、大型舰船、大型天线等行业,是大型成套设备的关键传动件^[1,3]. 大型齿轮的工作平稳性是评价其性能的重要指标之一,较好的工作平稳性有利于降低噪声、减小冲击和振动,保证传递精度,也可以延长齿轮的使用寿命. 大型齿轮工作平稳性主要取决于齿轮的齿形误差,同时大型齿轮正常进入啮合到脱离啮合之间的传动是否平稳也主要决定与齿形误差^[1,4]. 载荷分布的均匀性也是大型齿轮性能评价的一项重要指标^[3-4];一般使用齿轮副的接触精度来表示,主要反映大型齿轮啮合时齿面沿齿高与齿宽方向的实际接触程度,即齿形误差;如果齿形误差大,会导致实际接触面积减小,进而导致接触不均匀、降低齿轮传递载荷的能力;由于大型齿轮直径大,会使接触不均匀性放大,进而使接触应力显著增加,引起局部齿面过早磨损,降低其使用寿命. 大型齿轮齿形误差与齿轮的测量精度和加工水平密切相关,其中测量精度决定加工水平^[1,4-5].

由于大型齿轮的参数、尺寸和质量达到了超常规的程度,使其参数测量特别是齿形误差的测量发生了从量变到质变的突破,用常规啮合法已经很难实现大型齿轮齿形误差高精度测量,严重地影响了大型齿轮的制造精度、性能和质量,已成为齿轮研究中的难点和关键问题之一^[2,4-6].

国外在大型齿轮的高精度测量方面起步较早、发展很快,主要为齿轮综合测量装置. 德国 Klingelnberg 公司的 P300 型三坐标式齿轮测量中心,它集合高精密力矩电动机和高精度的圆盘光栅等昂贵组件,同时利用了德国先进的部件制造优势,是世界公认的性能最好的大型齿轮综合测量仪器,可测最大外径为 3 500 mm,其中齿形误差测量精度优于 $1\mu\text{m}$ ^[6].

国内方面,大连理工大学研制了基于齿条刃边测头在位大型齿轮齿形测量仪,测量仪结构尺寸小,消除了基圆对正误差,具有良好的测量操作性^[2,4,6-7];哈尔滨量具刃具集团有限公司研制了 L300A 型齿轮测量中心,可测齿轮的最大模数为 50 mm,最大外径为 3 000 mm,最大质量为 $1.5 \times$

10^4 kg ^[6-7].

纵观国内外典型的大型齿轮测量仪器,主要存在以下问题:①设备测量精度的保证过分依靠高精度组件的性能;②测量惯性限制了测量速度,测量效率低;③测量部件组成精密,测量系统对环境要求严格,难以在恶劣的生产现场长时间稳定工作;④测量装置的组件制作复杂、精度要求高,导致测量系统成本高,推广性差. 目前还没有一款经济的、具有较强环境适应性的大型齿轮齿形精密测量系统.

以低成本为设计理念,在较低的工况要求条件下,使用简单结构和较低配置的测量组件设计一套精密大型齿轮测量系统(包含硬件装置和软件处理方法),力图将高精度测量对测量装置和环境的高要求转移到对测量装置特性的挖掘和对测量数据的处理上来,使硬件条件较低端的测量系统也能实现对大型齿轮齿形误差的高精度测量,实现生产成本与测量精度的最优化. 基于这种思想,本文提出了一种旁置式的大型齿轮测量系统和数据处理方法. 在紧密结合硬件特性的基础上,通过对测量系统中各误差源的影响进行分析,计算各误差源对测量结果的误差传递系数,并对各包含误差源的测量数据序列进行抽样和处理,然后按照误差合成的方法计算出测量预报误差,最后通过在测量结果上滤除预报误差,进而实现测量精度提高.

1 齿形误差测量的实现方法

本文提出的大型齿轮测量系统结构示意图见图 1,大型齿轮(下文中简称齿轮)测量机整体形貌如图 2 所示,其具体技术指标见表 1.

目前常见的齿形误差测量方法有展成法(比较法)、投影法、啮合法及坐标法^[2,4-6,8]. 展成法主要是基于与理论渐开线轨迹比较来完成,有时也称比较法;投影法是在投影仪上将齿形与标准齿形放大图比较来完成测量的;啮合法则需被测齿轮与齿间测量元件(测量齿轮或测量蜗杆)做单面啮合传动. 考虑到动态测量的特点、测量精度的要求、测量装置复杂的工作环境以及齿轮齿形间的空间大小等多种因素,采用了坐标法.

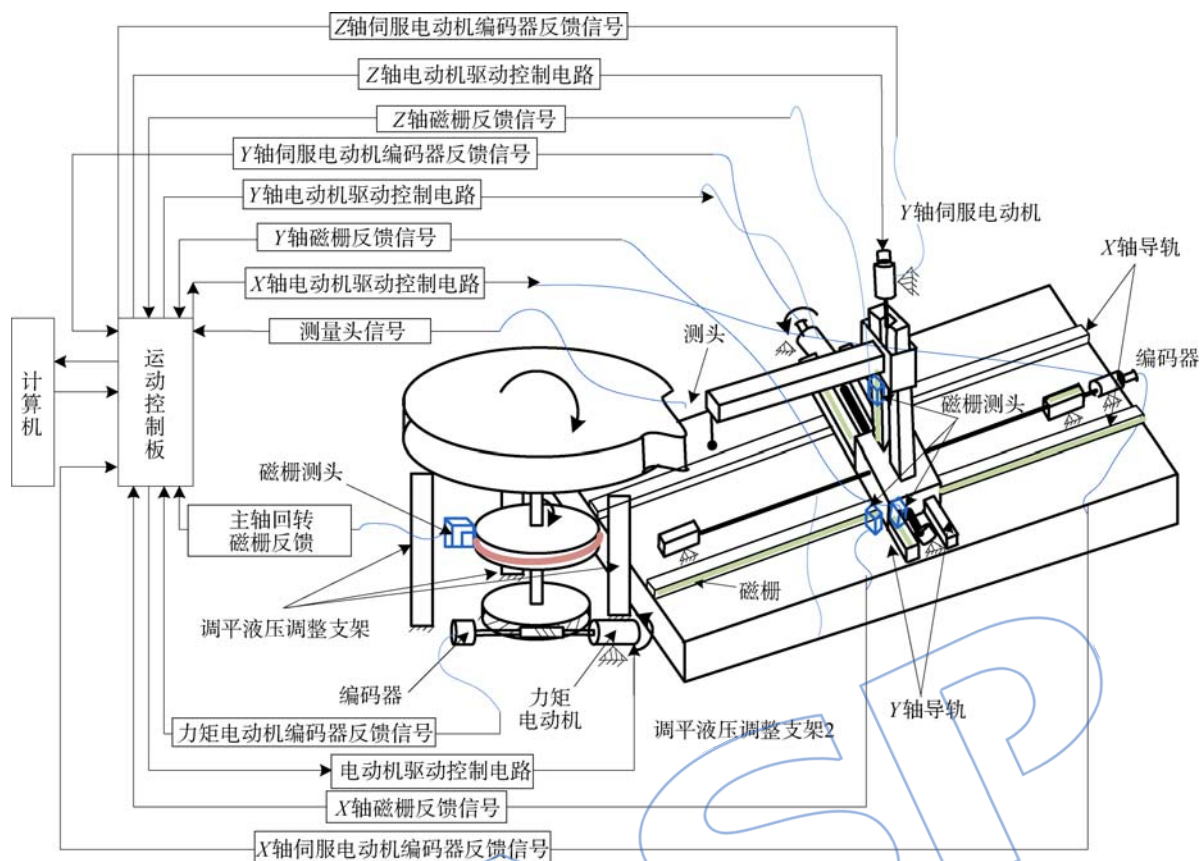


图1 大型齿轮测量系统结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of measurement system of large gear

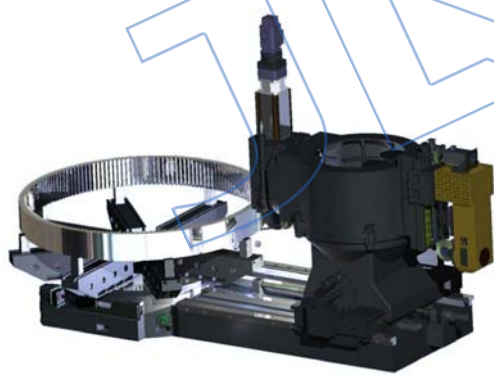


图2 大型齿轮测量机

Fig. 2 Large gear measurement machine

表1 大型齿轮测量机技术指标

Table 1 Technical index of large gear measurement machine

参数	数值
三向测量范围/mm	10 000, 10 000, 1 000
最大模数/mm	60
最大质量/ 10^3 kg	20
最优测量精度(等级)	5
最大运动速度/(mm/s)	250
最大加速度/(mm/s)	2 000

测量工具选取了 Renishaw 三维触发式测头,研华工控机实时控制测头运动,采集测量数据,测头运动过程中,每个运动轴都有两套反馈信号——编码器信号和磁栅信号。齿形误差测量时,3部数字液压调平支架动态调整齿面姿态,力矩电动机带动蜗轮蜗杆转动,转动一个分齿角后停止,X,Y,Z对应三轴电动机联动,将测头移动至齿轮齿廓的基圆附近,然后控制测头沿齿面由齿底向齿顶拉动,提取齿面坐标数据。在进行测量数据处理时,首先须结合本文提出的测量机构,对有限齿形误差测量数据中各误差源影响进行分析,计算各误差源对测量结果的误差传递系数,并对各误差源数据序列进行抽样,然后按照误差合成的方法实现齿形误差测量的预报。按照这种步骤,依次实现对同一齿轮所有齿形误差测量,最后由计算机绘制出齿形误差变化曲线。

以大型直齿渐开线齿轮为例,在进行齿形误差测量时,测头沿齿面齿廓提取离散坐标数据。虽然实际测量齿面为非标准齿面,但是必然可以找到其对应标准齿面对应点,假设某测点对应图3中标准渐开线上的 $K(x, y)$ 点,则渐开线上点

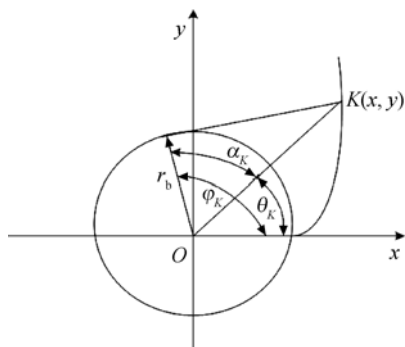


图3 齿轮起始角为0°时示意图

Fig. 3 Diagram of gear start angle of 0°

$K(x, y)$ 可用式(1)表示,其中 α_K , θ_K 及 φ_K 分别为压力角、渐开线角和渐开线展成角。

$$\begin{cases} x = r_b (\cos \varphi_K + \varphi_K \sin \varphi_K) \\ y = r_b (\sin \varphi_K - \varphi_K \cos \varphi_K) \end{cases} \quad (1)$$

由于齿轮尺寸大、齿数多、质量大,导致分齿角小、惯性问题突出。测量时力矩电动机很难精确控制转动角度,致使测量起始角不定,则对应的理论起始角不为0°,如图4中所示。当测量中起始角 θ 不一定为0°时,则渐开线上点 $K(x, y)$ 可用式(2)表示。

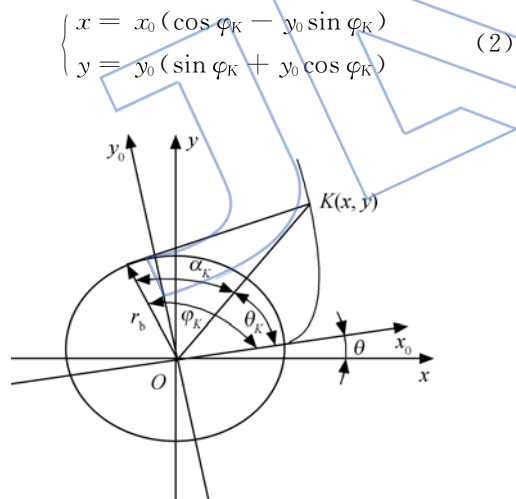


图4 齿轮起始角不为0°时示意图

Fig. 4 Diagram of gear start angle of no 0°

其中 $K(x_0, y_0)$ 为

$$\begin{cases} x_0 = r_b (\cos \varphi_K + \varphi_K \sin \varphi_K) \\ y_0 = r_b (\sin \varphi_K - \varphi_K \cos \varphi_K) \end{cases} \quad (3)$$

在得到被测齿廓上若干点实际坐标与相应理论坐标后进行比较、计算便可算出齿形误差。由于测量装置简单,组成元件低端,导致对测量结果影响因素较多,对于影响呈现规律性的因素,可以通过传统硬件补偿与控制补偿相组合的方式加以滤

除,而对那些影响大小呈现随机性的,却很难通过传统方法加以解决,但是如果忽略这部分影响,会使最终测量结果存在很大误差。因此有必要对那些对测量结果呈现随机性影响的影响因素进行分析,发掘这些影响因素的运行规律,寻求合适的处理方法,以便滤除这部分误差干扰,提高测量精度。

2 影响齿形误差测量结果的随机性因素分析

因素分析的目的是找出那些影响齿形误差测量结果并且难以通过测量控制补偿予以消除的主要随机性因素,将其影响定性化,为预测建模提供理论依据^[4,5,9-13]。本文将那些与具体结构相关且单一作用大小呈现不规则变化的因素定义为随机性因素,实际上这些因素的影响通常是贯穿于测量全过程并与整个测量系统(包括被测对象)所处的外部环境有关,虽然单个因素的影响呈现随机性,然而它们的综合作用却能通过一定方法加以预测,估计出它们的影响,是提高测量精度的关键^[10-18]。

2.1 测头

测量装置选用了 Renishaw 三维触发式测头 TP20,配以 PS12R 型测针,性能指标见表2。测量时,测头与齿轮齿面直接接触,装置通过测头实际位置参数及触发信号获取齿面数据信息;在齿面微小力碰触作用下,测头会在 $\pm Y$, $\pm X$, $\pm Z$ 方向上产生微小应力变化;只有当齿面对测头的触发力达到表2要求的范围时才会有结果,这也意味着触发力较小时会产生测头触发误差;通过表2可以发现,测头在 XY 方向上的感知能力较 Z 方向敏感,这也意味测量装置在 Z 方向可能会产生更大测头触发误差;表2中 XY 方向预行程变化也是产生测头触发误差的根源。

表2 测头性能指标

Table 2 Performance index of probe

参数	数值
单向重复性距离/ μm	0.35
XY方向预行程变化量/ μm	± 0.8
XY方向触发力/N	0.08
Z方向触发力/N	0.75

因此测头的好坏直接影响齿形误差测量结果。在齿形误差测量中,主要是关注测头在 XY 方向上变化规律,经实验表明,所选测头在该方面误

差近似服从均匀分布,设该误差大小为 ΔT ,定义为误差源 e_1 .

2.2 齿轮安装偏心

由于齿轮直径较大,较小的偏心也会产生不可忽略的影响;被测齿轮的齿圈跳动及顶尖的圆度误差造成齿轮安装偏心,由于在机测量齿轮齿形误差时,测不出安装偏心对齿形误差的影响,所以测量结果中不包含安装偏心误差,如图5所示.由安装偏心引起的齿形误差,定义为误差源 e_2 .由于这种偏心很小,而且小偏差本身很容易受到其他多种因素的影响,同时限于测量系统反馈系统分辨率的限制,因而很难按照式(4)的规律通过控制补偿去滤除影响.经过大量实验发现,小偏差及其综合因素最终对测量结果的作用呈现一定随机性,近似为正态分布.

$$\Delta p = e \sin(\varphi + \alpha + \beta_1) - e \sin(\varphi + \alpha + \beta_2) = 2e \cos\left(\varphi + \alpha + \frac{\tan \alpha_d - \tan \alpha_g}{2} - \tan \alpha\right) \cdot \sin\left(\frac{\tan \alpha_d - \tan \alpha_g}{2}\right) \quad (4)$$

式中 α_d 和 α_g 分别为顶圆和齿根圆实际齿形角; e 为安装偏心量; α 为齿形角; φ 为齿轮转角.

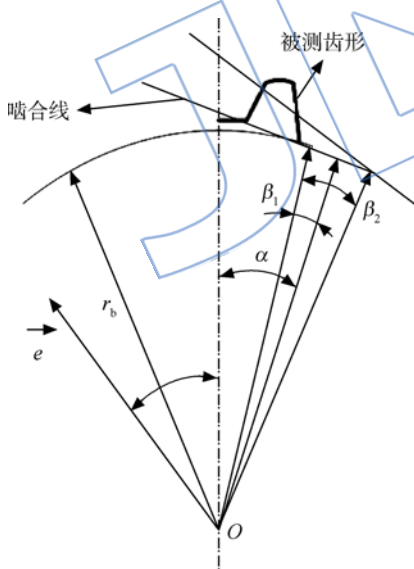


图5 安装角度偏心

Fig. 5 Installation angle eccentric

2.3 测头安装位置误差

由于安装和制造水平限制,驱动测头运动的导轨必然存在安装角度误差 $\Delta\gamma_1, \Delta\gamma_2$ 和 $\Delta\gamma_3$ (X, Y, Z方向测量导轨)如图6所示, $\Delta\gamma_1, \Delta\gamma_2$ 和 $\Delta\gamma_3$ 分别表示绕X, Y和Z方向微小转动角. $\Delta\gamma_1$ 和 $\Delta\gamma_2$ 对直、斜齿轮齿形误差测量都能产生显著影响,而 $\Delta\gamma_3$ 只对斜齿轮齿形误差测量产生较显著影响,它们的影响随测头沿齿廓往齿顶移动而增大.如果由理论安装位置来控制测头,则测头运动中必然存在位置误差 ΔL .在本文所述装置中 $\Delta\gamma_1, \Delta\gamma_2$ 和 $\Delta\gamma_3$ 可以通过专门附加微调装置保证,其影响如果换算成 $\mu\text{m}/\text{m}$ 的话,分别为小于3 $\mu\text{m}/\text{m}$,小于5 $\mu\text{m}/\text{m}$ 和小于14 $\mu\text{m}/\text{m}$,但是依然会与其他因素一起,形成不容忽视的耦合影响.

$$\Delta L = \sqrt{(L_1 \cdot \tan \Delta\gamma_1)^2 + (L_2 \cdot \tan \Delta\gamma_2)^2} \quad (5)$$

从图7中可以看出由于 $\Delta\gamma_1, \Delta\gamma_2$ 和 $\Delta\gamma_3$ 的影响,使得测量斜齿轮齿形误差时,测头实际在被测齿轮上的接触点轨迹为 $E'F'$.

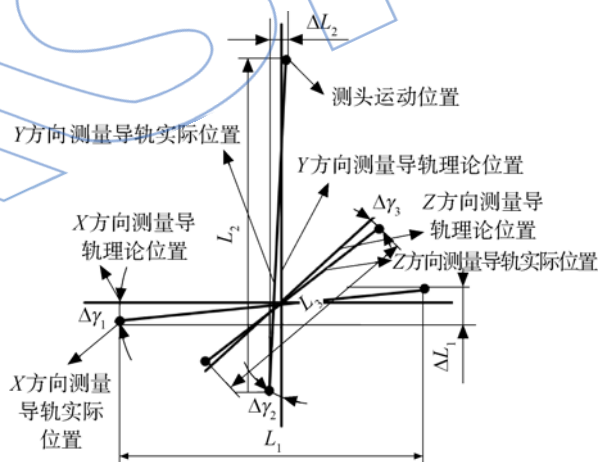


图6 X, Y, Z方向工作台安装角度误差

Fig. 6 Workbench's installation angle error of X, Y, Z directions

设测量导轨角度误差为 $\Delta\omega$,式(6)中 R_f, β_f 分别为齿根圆半径和螺旋角, α_h 与 α_f 分别为顶圆和齿根圆压力角, R_a 为基圆半径, α' 为齿轮压力角, α_w 为导轨角度误差造成的齿轮压力角偏差.

$$\begin{aligned} \Delta\omega &= (\theta_1 + \theta_2) \cdot \frac{\cos \alpha_w}{\cos \alpha} \cdot R_a - \theta_2 \cdot R_a = \\ &= \left[(\Delta L \cdot \tan \frac{\beta_f}{R_f} + \tan \alpha_h - \tan \alpha_f) \cdot \frac{\cos \alpha_w}{\cos \alpha} - \tan \alpha_h - \tan \alpha_f \right] \cdot R_a = \\ &= \left\{ \frac{\tan(\Delta\gamma_1 + \Delta\gamma_2 + \Delta\gamma_3) \cdot (1 - \tan \Delta\gamma_1 \cdot \tan \Delta\gamma_2 \cdot \tan \Delta\gamma_3) \cdot \tan \beta_f \cdot \tan \alpha_f}{\cos \alpha' \sqrt{1 + \tan^2 \alpha'} \cdot \left[\frac{\cot(2 \cdot \Delta\gamma_2) \cdot \cot(2 \cdot \Delta\gamma_3) - 1}{2 \cdot \cos(2 \cdot (\Delta\gamma_2 - \Delta\gamma_1) \cdot (\Delta\gamma_3 - \Delta\gamma_1))} \right] + 1} \right\} \cdot \Delta L \quad (6) \end{aligned}$$

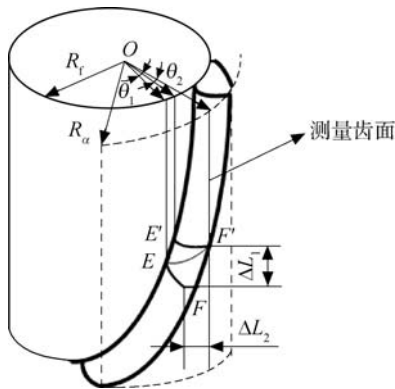


图7 角度误差测量分析

Fig. 7 Angle error's measuring analysis

2.4 主轴回转误差

实际操作表明直径为6m以下的齿轮安装偏心可以控制在 $200\mu\text{m}$,并且测量台主轴在连续回转状态下的回转误差可以控制在 $100\mu\text{m}$ 以内,模拟计算显示该条件引起的齿形误差测量结果最大可达 $4\mu\text{m}$;另外对回转控制的两套反馈——力矩电动机自带编码器和贴在回转盘上的磁栅也会存在误差,磁栅精度为 $\pm 1\mu\text{m}$,这些低端部件性能指标的约束都会导致最终的齿形误差测量结果存在较大测量误差;经过大量实验,发现对于直径为6m的齿轮,由于回转反馈问题引起的测量误差可达 $\pm 2.8\mu\text{m}$.测量工作台主轴回转误差引起的测量误差为式(7)所示,定义为误差源 e_4 .

$$\Delta r' = e_h \cdot \sin \theta' + e_v \cdot \cos \theta' \quad (7)$$

式中 e_h 为测量台主轴回转误差的径向分量, e_v 为其切向分量, θ' 为齿面上测点对应的展角.

式(7)为纯粹的理论推导结果,然而事实是测量过程中力矩电动机间歇性转动一个单位的分齿角,但是由于齿轮尺寸大、质量大,因而测量惯性问题突出,导致主轴回转误差突破了式(7)运行规律,具有了随机误差的性质,演变成了以 $\Delta r'$ 为中心的正态分布.但是式(7)依然是计算该误差项灵敏度系数的重要依据.

2.5 齿形采样点数目

在齿形误差测量中,最关心的是如何才能捕捉到齿面轮廓上的极值点.从原理上来说,只有捕捉到极值点,计算出的齿形误差测量结果才是真值.对于齿轮的各个齿面来说,由于在各个齿面上测点数目和布点位置的随机性,使得测量中在齿面轮廓上采样时所得到的采样值中包含极值点的概率不同;虽然总的趋势是随着采样点数目的增加,测点逐步逼近极值点,但是采样点不可能无限

增多,而且也常存在这样的情况,即虽然采样点较少,但也可以较好地逼近极值点.

由于在测量中对是否得到齿面轮廓上的极值点是未知的,因而所计算出的齿形误差的测量结果也就不能确定是否得到实际上的真值,设真值 a 与测量所得的结果 f 之间的差为 δ ,由齿形误差的特点可知 $\delta \geq 0$,要在理论上估计 δ 的大小是非常困难的,只有通过大量实验和比对的方法进行估计,故将其影响大小记为 ΔC ,定义为误差源 e_5 .

2.6 其他因素

除上述几种影响因素外,还存在其他一些不显著量,如齿轮本身变化引起的不确定度、电气系统误差引起的测量误差、测量装置温度变化的影响等.虽然这些因素单个影响并不显著,但是它们总的的作用却是不容忽视的,在处理中,我们将这些因素定义为误差源 e_6 ,总的影响记为 ΔU .

当然,除上述影响因素外,还存在诸如测量基准引起的定位误差等,但是现阶段在该方面的研究已经成熟,其对测量的影响已经可以通过在测量中运用控制补偿的方式予以消除,所以在因素分析部分对此不作考虑.

3 影响因素的预测原理

3.1 测量建模原理

用图1所提出的测量系统对同一齿面沿齿底到齿顶方向进行多次动态测量,得到一系列的测量结果: $Y_1(t), \dots, Y_s(t), \dots, Y_{m''}(t)$ (m'' 为重复测量次数).对输出进行采样,可以得到式(8)所示离散化采样点序列.

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_s \\ \vdots \\ Y_{m''} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} y_1(1) & \cdots & y_1(t) & \cdots & y_1(n) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ y_s(1) & \cdots & y_s(t) & \cdots & y_s(n) \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ y_{m''}(1) & \cdots & y_{m''}(t) & \cdots & y_{m''}(n) \end{bmatrix}$$

$$t = 1, \dots, n \quad (8)$$

其中 n 为离散采样数据量, $y_s(t)$ 为 (x_{st}, y_{st}) 形式坐标点变量,表示齿面齿廓第 t 个测点的第 s 次测量.

$$y(t) = \frac{1}{m''} \sum_{s=1}^{m''} y_s(t) \quad (9)$$

$$t = 1, \dots, n$$

对被测齿面多次测量得到的相对离散采样点数据进行如式(9)的均值化处理,得到被测齿面 $Y(t)$ 离散化序列: $y(1), \dots, y(t), \dots, y(n)$,将此序列作为各离散采样点的测量结果估计值。

$$\max\{l'_t - l_t\} - \min\{l'_t - l_t\} \quad (10)$$

$$t = 1, \dots, n$$

记计算测量结果估计值对应的展成长度为 $l'_1, \dots, l'_t, \dots, l'_n$;记其对应的理论展成长度为 $l_1, \dots, l_t, \dots, l_n$ 。若采用直接求解的方法,则被测齿面齿形误差可以表示为式(10)形式。然而,由于设备条件的局限性,这种求解齿形误差的方式必然导致测量结果包含较大干扰误差,特别是对于

本文所提出的类似低配置测量装置,这种处理方式显然是不可取的。

3.2 误差源分析

进行误差源分析是为了进一步确定各种因素对测量结果的影响。齿形误差测量时,测头不可能绝对精确,电动机控制、磁栅以及试样等因素与标准实验条件也不可能完全一致,这些都会给齿形误差测量结果带来影响。本文主要是研究那些无法通过传统补偿方式加以滤除或是影响大小呈现随机性的误差源。结合本文第2节分析,总结出了对测量结果起主要作用的6类随机性的误差源,如表3所示。表中 $\Delta_{\min}(e_1)$ 和 $\Delta_{\max}(e_1)$ 分别表示误差源 e_1 所对应分布区间的下界和上界, F_1 代表误差源 e_1 对应的分布,其余类推。

表3 误差源分析
Table 3 Analysis of error sources

序号	误差源	决定因素		
		灵敏度系数	分布区间	服从分布
1	e_1	$s_1 = 0.00125$	$[\Delta_{\min}(e_1), \Delta_{\max}(e_1)]$	F_1
2	e_2	$s_2 = \frac{1}{\Delta p \cdot n_b}$	$[\Delta_{\min}(e_2), \Delta_{\max}(e_2)]$	F_2
3	e_3	$s_3 = \frac{\sin \Delta \gamma_1 + \sin \Delta \gamma_2 + \sin \Delta \gamma_3}{\Delta w} \approx \frac{\Delta \gamma_1 + \Delta \gamma_2 + \Delta \gamma_3}{\Delta w}$	$[\Delta_{\min}(e_3), \Delta_{\max}(e_3)]$	F_3
4	e_4	$s_4 = e_h \cdot \sin \theta' + e_v \cdot \cos \theta'$	$[\Delta_{\min}(e_4), \Delta_{\max}(e_4)]$	F_4
5	e_5	$s_5 = \frac{223 \cdot n^9 \cdot e^{-0.5n}}{40^5 \cdot \Gamma(10)}$	$[\Delta_{\min}(e_5), \Delta_{\max}(e_5)]$	F_5
6	e_6	$s_6 = \frac{3607 \cdot (1 - e^{\Delta U})}{100000 \cdot \Delta U}$	$[\Delta_{\min}(e_6), \Delta_{\max}(e_6)]$	F_6

表3中 e_1 表示测量仪器的偏差引起的测量误差,该偏差对测量结果影响的灵敏度系数为 s_1 ; e_2 表示齿轮安装偏心引起的测量误差,它对测量结果影响的灵敏度系数为 s_2 ; e_3 表示测头安装位置误差引起的测量误差,它对测量结果影响的灵敏度系数为 s_3 ; e_4 表示主轴回转误差引起的测量误差,它对测量结果影响的灵敏度系数为 s_4 ; e_5 表示齿形采样点数目引起的测量误差,它对测量结果影响的灵敏度系数为 s_5 ; e_6 表示其他因素引起的测量误差,它对测量结果影响的灵敏度系数为 s_6 。

3.3 误差源数据处理

设待测量齿轮齿形误差测量数据序列中某一

测点误差源分析数据为

$$\mathbf{X} = [x_1, \dots, x_i, \dots, x_m] \quad i = 1, \dots, m \quad (11)$$

式中 $\mathbf{X}$ 为包含测量误差源 $e_1, \dots, e_6$ 分量的测量数据序列; x_i 为第 i 个误差源分析数据。

基于对动态测量的某误差源进行分析,在样本空间中进行 k 次采样,所得数据为

$$\mathbf{X}_k = [x_{k1}, \dots, x_{ki}, \dots, x_{km'}] \quad i = 1, \dots, m' \quad (12)$$

式中 m' 为分析数据样本空间大小。

从采样数列 $\mathbf{X}_k$ 中等概率可放回地随机抽取1个误差源数据,抽取 m'' 次,得到第1个误差源自助样本。连续重复 B 次,得到 B 个自助再抽样

样本

$$\mathbf{G}_{k\text{bootstrap}} = [\mathbf{G}_{k1}, \dots, \mathbf{G}_{kb}, \dots, \mathbf{G}_{k3}] \quad (13)$$

式中 $\mathbf{G}_{kb}$ 为第 b 个自助样本,且有

$$\mathbf{G}_{kb} = [g_{kb1}, g_{kb2}, \dots, g_{kbj}, \dots, g_{kbm''}] \quad (14)$$

由灰生成模型 $\text{GM}(1, N)^{[9,19]}$, 设误差源抽样生成列 $\mathbf{G}_{kb}$ 的一次累加生成序列向量为

$$\mathbf{Z}_{kb} = [z_{kbr}] = \left[\sum_{j=1}^r g_{kbj} \right] \quad (15)$$

$$r = 1, \dots, m''$$

通过式(15)累加生成处理,误差源生成列的随机性减弱,呈现出增长的规律性. 以此为基础建立的灰生成模型可以描述为如下的灰微分方程形式^[19]

$$\frac{dz_{kbr}}{dr} + c_{k1} z_{kbr} = c_{k2} \quad (16)$$

式中 c_{k1}, c_{k2} 为灰色系数^[19]; $c_{k1} \neq 0$.

用增量代替微分,即

$$\frac{dz_{kbr}}{dr} = \frac{\Delta z_{kbr}}{\Delta r} = z_{kb(r+1)} - z_{kbr} = y_{kb(r+1)} \quad (17)$$

式中 $\Delta r = 1$.

在初始条件 $z_{kb1} = y_{kb1}$ 下,由误差源数据建立灰微分方程的最小二乘解可表示为

$$\hat{z}_{kb(r+1)} = (z_{kb1} - c_{k2}/c_{k1})e^{-c_{k1}r} + c_{k2}/c_{k1} \quad (18)$$

$$r = j-1, j; j = 2, \dots, m$$

微分方程式(16)中的灰色系数由式(19)得到.

$$[c_{k1}, c_{k2}]^T = [\mathbf{D}_k^T \mathbf{D}_k]^{-1} \mathbf{D}_k^T \mathbf{G}_{kb}^T \quad (19)$$

其中 $\mathbf{D}_k = [-\mathbf{Z}_{kb}, \mathbf{I}]^T$, $\mathbf{I} = [1, \dots, 1]$, $\mathbf{Z}_{kb} = [0.5 z_{kbr} + 0.5 z_{kb(r-1)}]$, $r = 1, \dots, m''$.

微分方程生成解为误差源的累加生成形式,将式(18)结果进行累减还原,就得到分析次数为 $w' = i+1$ 时某误差源的预报值

$$\hat{g}_{kbw'} = \hat{z}_{kbw'} - \hat{z}_{kb(w'-1)} \quad (20)$$

$\mathbf{G}_{k\text{bootstrap}}$ 有 B 个误差样本数据,对所有样本数据进行如上处理,所得的误差源预报值可以构成如下灰生成向量:

$$\hat{\mathbf{X}}_{kw'} = [\hat{g}_{kbw'}] \quad (21)$$

$$b = 1, \dots, B \quad w' = i+1$$

将 $\hat{\mathbf{X}}_{kw'}$ 分为 Q 组; q 为第 q 组, $q = 1, 2, \dots, Q$. 由于 B 很大,可用 $\hat{\mathbf{X}}_{kw'}$ 建立在分析次数为 w' 时预报值服从于各误差源分布区间的频率函数 $H_{kw'q}$. 则在分析次数为 w' 时某误差源的估计真值,即最终解用加权算术平均值表示为

$$X_{kw'} = \sum_{q=1}^Q H_{kw'q} \hat{g}_{kw'q} \quad (22)$$

式中 $X_{kw'}$ 为基于某误差源分析预报值; $\hat{g}_{kw'q}$ 为第 q 组的预报值中值.

因此在第 k 个采样点,分析次数为 w' 时

$e_{1kw'} = \sum_{q=1}^Q H_{kw'q} \hat{g}_{1kw'q}$ 为误差源 e_1 分析预报值,其余类推.

依据表 3 误差源分析数据,计算出相应测点的灵敏度系数,然后根据式(23),合成对应测点的测量预报误差.

$$e = \sqrt{(s_1 \cdot e_1)^2 + \dots + (s_6 \cdot e_6)^2} \quad (23)$$

$$\max(l'_k - e_{y(k)} - l_k) - \min(l'_k - e_{y(k)} - l_k) \quad (24)$$

$$k = 1, \dots, n$$

在得到齿面某测点的测量结果之后,依照此法,依次计算出齿面所有点测量预报误差,再由式(24)即可求得该齿面齿形误差.

4 实验算例

选取模数为 30、齿数为 66、压力角为 20° 、齿顶圆直径为 2 040 mm 的标准直齿内齿轮为测量件,分别在本文所提出的测量系统和 Leitz 大型三坐标测量机 PMM-F(如图 8 所示)上进行比对测量, PMM-F 的技术指标见表 4 (L 为测量长度).



图 8 PMM-F 的照片

Fig. 8 Photo of PMM-F

测量参数的设置依据测量齿廓有效长度、工作长度和测量长度等基本参数,综合考虑齿廓加工质量和测量效率等实际因素,并结合齿面测点分布特点,最终确定在测量齿面设置 39 个测点,并且每个齿面测量 3 遍,测完后对对应测点数据作均值化处理. 测量系统得到的某一齿面齿形测量数据如表 5 所示.

表4 PMM-F的技术指标
Table 4 Technical index of PMM-F

参数	数值
最大运动速度/(mm/s)	600
最大加速度/(mm/s ²)	3000
三坐标最大测量值/mm	3000,2000,1000
空间测量精度/mm	1.7+L/400

表5 齿形测量数据(单位:mm)
Table 5 Measuring data of tooth profile (unit:mm)

序号	坐标值均值	序号	坐标值均值
1	(14.1757,935.2776)	21	(21.4932,979.3376)
2	(14.6272,937.4876)	22	(22.2013,981.5376)
3	(14.8911,939.6876)	23	(22.7301,983.5376)
4	(14.8023,941.9876)	24	(23.4775,985.9476)
5	(14.5393,944.0876)	25	(23.5119,988.1476)
6	(15.5709,946.2876)	26	(23.5023,990.3476)
7	(15.3151,948.4876)	27	(25.7494,992.5576)
8	(15.6546,950.6976)	28	(26.4696,994.7576)
9	(16.1455,952.8976)	29	(26.7494,996.9576)
10	(16.8600,955.1076)	30	(27.0696,999.1576)
11	(17.1707,957.3076)	31	(27.2148,1001.3676)
12	(16.9222,959.5076)	32	(27.3463,1003.5676)
13	(18.2197,961.7076)	33	(28.5544,1005.7676)
14	(18.6141,963.9176)	34	(29.9582,1007.9776)
15	(18.0222,966.1176)	35	(30.7043,1010.1776)
16	(19.6163,968.3176)	36	(31.3467,1012.3776)
17	(19.1449,970.5276)	37	(31.7478,1014.5776)
18	(20.1917,972.7276)	38	(32.8907,1016.7816)
19	(20.4160,974.9276)	39	(33.6618,1018.9881)
20	(20.9032,977.1376)		

被测齿轮齿廓范围内的Y向深度为83.71 mm,将此深度分为39份,提取齿面离散点坐标.所测坐标数据包含因测量装置局限而造成的机构误差、调整误差、环境误差以及被测量误差等,本文所提出的处理方法,就是滤除属于这几个方面的关键误差项.

对表5的数据进行展成处理,得到各测点的

实际展成长度 l'_i 及理论展成长度 l_i ,数据如表6所示.从表6的数据可以看出,实际展成长度 l'_i 及理论展成长度 l_i 相差波动为 $-0.059 \sim 0.071$ mm,数据波动范围较小,而实际被测齿轮表面较光滑,所测数据没有大的跳动,初步结果显示,测量系统稳定性较好.

如果测量仪器硬件条件足够精密的话,直接借助于式(11)即可得出所测齿面的齿形误差.然而由于测量装置制造误差、安装误差、测量环境变化等多种不可避免的原因,会造成以仪器误差、齿轮安装偏心误差、测头安装位置误差、主轴回转误差和采样点数目所致误差等为代表的多种具体因素时刻存在,如果不滤除这部分耦合因素的综合影响,测量系统的精度就难以提高.

图9中实线为PMM-F测得的单一齿面齿形误差数据,虚线为使用表5数据,借助式(11)得到未经过预测误差处理的齿形误差数据.约定PMM-F所测数据为真实值,通过对比可以看出,实线与虚线变化趋势大体相同,说明设计测量装置可以测得齿面数据变化,测量装置的搭建是合理的,能够满足中低精度测量要求.

通过图形对比还可以发现,在大部分测点,实线基本上包络在虚线内部,说明测量装置存在一定测量误差,测量精度有待进一步提高,精度不高主要源于测量装置自身特性的影响,滤除这些干扰,是进一步提高精度的关键.

进行齿形误差预测,首先是对表3标定的6类误差源的灵敏度系数做定量化处理,所得结果见表7.从表7可以看出,误差源 e_2 、 e_3 和 e_4 的灵敏度系数依据测点具体位置的不同而变化,计算不同测点预测值时,需代入相应具体的系数.误差源的分布区间是通过大量实验验证得出,属于经验值,针对不同具体装置性能的差异,相应分布区间有所差别.误差源的分布特征是近似估计的,统计各误差源的分布区间和可能的分布特征是为了滤除不合理的误差值.

图10为经过误差处理之后得到的对应测点的预测误差,反映了一个测量齿面测量误差的预测变化趋势.从图中可以看出,数据的变化呈现随机性,没有明显的规律,这也正是多种影响因素相互影响,使最终结果呈现迷乱特征,所以很难通过滤除单一影响因素的方法来提高测量精度,需综合考虑整体作用.

表 6 齿形测量数据展成长度(单位:mm)

Table 6 Generative lengths of measuring data of tooth profile (unit:mm)

序号	实际展 成长度 l'_i	理论展 成长度 l_i	序号	实际展 成长度 l'_i	理论展 成长度 l_i	序号	实际展 成长度 l'_i	理论展 成长度 l_i
1	97.4440	97.4576	14	253.0492	253.0052	27	346.9683	346.9058
2	116.7652	116.7422	15	261.2629	261.2909	28	353.2614	353.1993
3	133.3315	133.3035	16	269.3957	269.3417	29	359.3550	359.3990
4	148.0469	148.0519	17	277.2014	277.2134	30	365.5325	365.5095
5	161.4406	161.4906	18	284.8806	284.8526	31	371.6217	371.5627
6	173.9338	173.9128	19	292.3199	292.3109	32	377.5560	377.5080
7	185.5089	185.5329	20	299.6416	299.6346	33	383.3839	383.3769
8	196.5230	196.5420	21	306.7807	306.7697	34	389.1871	389.1991
9	206.9415	206.9455	22	313.7822	313.7602	35	394.9074	394.9254
10	216.9449	216.9189	23	320.6347	320.6157	36	400.5512	400.5852
11	226.4574	226.4344	24	327.4052	327.352	37	406.1107	406.1817
12	235.5663	235.5883	25	333.9742	333.9852	38	411.6757	411.7277
13	244.4662	244.4212	26	340.4277	340.4837	39	417.1572	417.2212

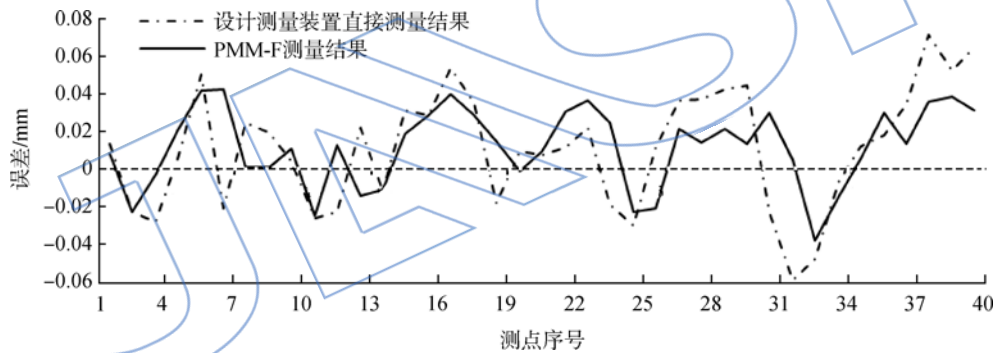


图 9 测点测量结果对比

Fig. 9 Comparison of measuring result on measuring points

表 7 误差源分析结果

Table 7 Results of analysis of error sources

序号	误差源	决定因素		
		灵敏度系数	分布区间/ μm	服从分布
1	e_1	$s_1=0.0125$	$[-27.1,31.4]$	均匀分布
2	e_2	$s_2=\frac{2000}{1860591\cdot\Delta p}$	$[-70.6,64.5]$	正态分布
3	e_3	$s_3=\frac{\Delta\gamma_1+\Delta\gamma_2+\Delta\gamma_3}{\Delta w}=\frac{47}{1000\cdot\Delta w}$	$[-49.4,63.5]$	分布未知
4	e_4	$s_4=e_h\cdot\sin\theta'+e_v\cdot\cos\theta'$	$[-123.8,97.3]$	分布未知
5	e_5	$s_5=\frac{223\times39^9\cdot e^{-0.5\times39}}{40^5\cdot\Gamma(10)}$	$[13.6,53.9]$	近似 χ^2 分布
6	e_6	$s_6=\frac{3607\times(1-e^{0.00715})}{100000\times0.00715}=-\frac{258587}{7150000}$	$[-38.4,49.1]$	分布未知

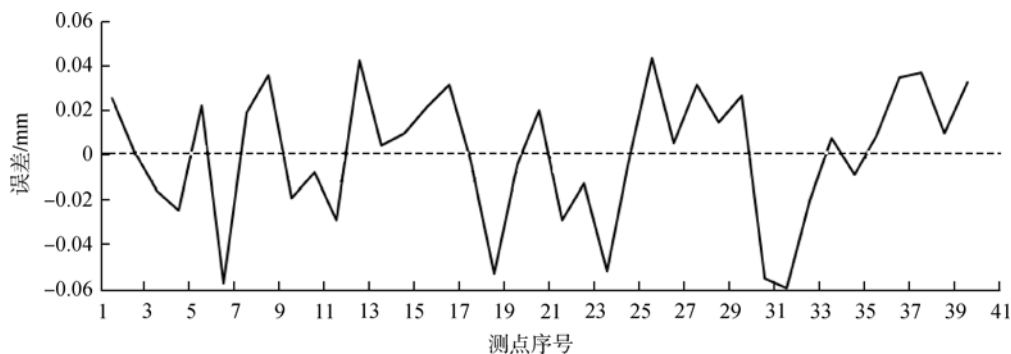


图10 测点预测误差

Fig. 10 Prediction error of measuring points

图11为PMM-F测量结果与设计测量装置经过数据处理后的测量结果对比图,对比两条曲线可以看出,两条曲线趋势相同,贴合很近,说明数据处理后的测量结果与真实值有很好的一致性,很好地反映了齿面形状变化,说明本文所设计的测量系统可行、正确。

图11中,两条齿形误差值的差异性是由于两点原因造成的:首先PMM-F的测量结果也不是对齿面真实形状的近似反映,也存在着自身的测量误差;其次,设计测量系统在进行误差分析的时候,选取的是影响大小具有随机性的几类主要误差项,忽略了其他次要因素的影响,这也就导致预

测值与真实值存在差异,使得在最终的测量结果中无法完全滤除干扰。

图11中实线显示只是齿面齿形补偿后的测量数据,要获得该齿面齿形误差还需借助公式 $\max l'_i - \min l'_i (i=1, \dots, 40)$ 处理,其中 l'_i 为经过数据处理后的齿面测量数据。

为了验证设计测量装置及处理方法在长周期测量的稳定性,运用设计测量装置和处理方法对所有齿的齿面参数进行了测量、处理,得到齿形误差参数;同时运用PMM-F进行比对测量,测量数据如图12所示。通过对比发现,如果测量数据未经处理,在长期变化上与PMM-F存在一定误差,

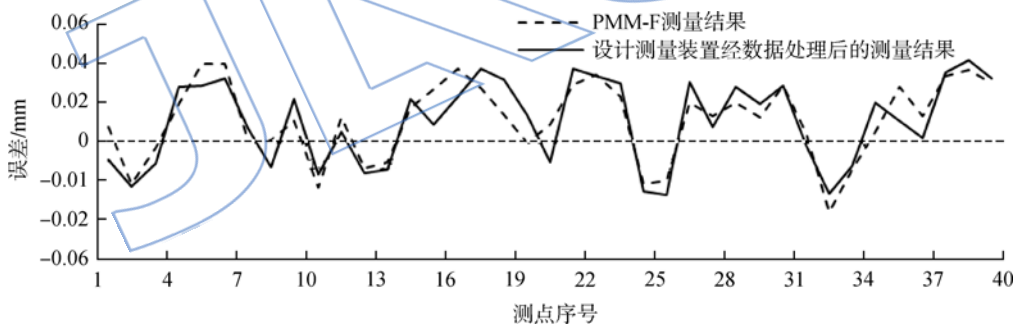


图11 数据处理后测点测量结果对比

Fig. 11 Comparison of measuring result on measuring points after data processing

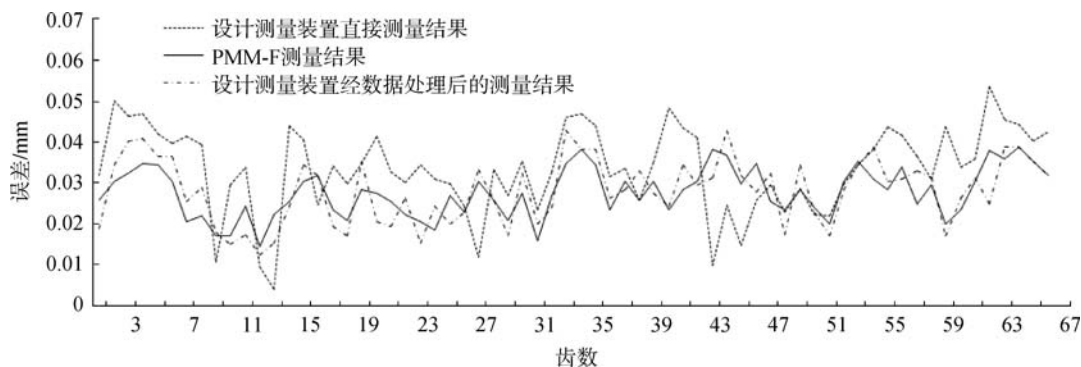


图12 不同方法所得齿形误差对比

Fig. 12 Comparison of tooth profile error by different methods

分析发现这一部分误差主要是由于测量装置等各种耦合因素造成的,很难单独滤除.图12中点划线为设计测量装置经数据处理后的测量结果,虚线为设计测量装置直接测量结果,实线为PMM-F测量结果.通过对比发现实线与虚线形状相差较大,而点划线与实线在变化趋势上具有很好的一致性,说明处理方法是可行的;另外,图12的数据对比还表明点划线与实线数据相差较小,说明本文提出的方法对于提高齿形误差测量精度有较好效果.

5 结 论

针对齿轮齿形误差测量影响因素较多、作用复杂的特点,本文提出了一套齿轮齿形误差测量系统;基于低成本、强适应性的考量,测量系统关键部件均选用精度一般的常用组件;结合装置硬件特性及所选用测量方法的特点,详细分析测量仪器误差、齿轮安装偏心误差、测头安装位置误差、主轴回转误差引起的测量误差和齿形采样点数目引起的测量误差等误差源对齿形误差测量的影响,并对关键误差源的影响进行标定分析;另外在结合标定分析的基础上,使用灰色生成建立了齿轮齿形误差测量随机性误差预报模型,预测那些对测量产生显著影响的误差源的耦合值,通过对设计测量装置直接测量数据进行耦合影响剔除,进而提高测量系统齿形误差测量精度;对设计测量装置和数据处理方法进行了实验验证,表明设计方案可行,进一步用文中方法处理直接测量数据,经过灰色生成处理后的最终测量结果与高精测量仪器具有一致性,结果表明齿形误差测量的随机性误差源耦合性影响是可以通过适当的方法加以补偿的,这也使得低成本的简单机构可以实现齿轮齿形误差高精度测量.

此外本文提出的方法能不断利用有限的测量数据对未来测量误差进行预测,可将预测结果与加工控制相结合,时刻跟踪测量误差的变化,实现对测量误差实时控制,为齿轮的加工提供技术支持.

参考文献:

- [1] 廖鲁.大型齿轮检测技术与方案[J].金属加工,2011,11(9):26-27.
LIAO Lu. The detection technology and scheme of large gear [J]. Metal Working, 2011, 11(9): 26-27. (in Chinese)
- [2] SHI Zhaoyao, LIN Jiachun. Tracking measurement principle and key technology of large gear laser[R]. Shenyang: The National Production Engineering the 10th Annual Meeting Corpus, 2010.
- [3] Gao C H, Cheng K, Webb D. Investigation on sampling size optimization in gear tooth surface measurement using a CMM[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2004, 24: 7-8.
- [4] 史恩秀,王凯,傅卫平. 齿轮齿形误差的计算方法研究[J]. 振动、测试与诊断, 2000, 28(增刊): 68-70, 88.
SHI Enxiu, WANG Kai, FU Weiping. The research of calculation method of the gear's profile[J]. Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis, 2000, 28 (suppl.): 68-70, 88. (in Chinese)
- [5] 李文龙,商向东,金嘉琦,等. 齿条刃边测头在位测量大型齿轮齿形误差的基本原理及误差与变异分析[J]. 机械工程学报, 2003, 39(3): 151-154.
LI Wenlong, SHANG Xiangdong, JIN Jiaqi. General principle and error-variation analysis of on-machine measuring large gear profile error with rack-head[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39 (3): 151-154. (in Chinese)
- [6] 李文龙. 大型齿轮在机测量原理及技术的研究[D]. 辽宁, 大连: 大连理工大学, 2000.
LI Wenlong. On-line measuring principle of large gear and its technology research[D]. Dalian, Liaoning: Dalian University of Technology, 2000. (in Chinese)
- [7] 石照耀. 中国齿轮工业年鉴[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2010: 220-225.
- [8] Carbone V, Carocci M, Savio E, et al. Combination of a vision system and a coordinate measuring machine for the reverse engineering of freeform surfaces[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2001, 17(4): 263-271.
- [9] 王中宇,刘志敏,夏新涛. 测量误差与不确定度评估[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
- [10] 王中宇. 测量误差分析与数据处理[M]. 中国, 台湾: 五南图书出版社, 2008.
- [11] 段伟群. 动态测量不确定度问题初探[J]. 计量学报, 2003, 24(3): 245-249.
SHU Weiqun. A study of the dynamic measurement uncertainty[J]. Acta Metrologica Sinica, 2003, 24(3): 245-249. (in Chinese)
- [12] Wang Z Y, Ge L Y. Novel method of evaluating dynamic repeated measurement uncertainty[J]. Journal of Testing and Evaluation, 2008, 36(5): 453-459.
- [13] 王中宇,夏新涛,朱坚民. 测量不确定度的非统计理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
- [14] SHI Zhaoyao, FEI Yetai, XIE Huakun. 100 years of gear measurement technology review & prospect[J]. Engineering Science, 2003, 5(9): 13-17.
- [15] Frazer R C, Bicker R, Cox B, et al. An international comparison of involute gear profile and helix measurement[J]. Metrologia, 2012, 41(12): 12-16.
- [16] 倪骁骅. 形状误差测量结果不确定度的研究及应用[D]. 合

- 肥:合肥工业大学,2012.
- NI Xiaohua. Research on uncertainty of measurement result of form error and its application[D]. Hefei:Hefei University of Technology,2002.
- [17] 张海滨,王中宇,刘智敏. 测量不确定度评定的验证研究[J]. 计量学报,2007,28(3):194-197.
- ZHANG Haibin, WANG Zhongyu, LIU Zhimin. On the verification of measurement uncertainty[J]. Acta Metrologica Sinica,2007,28(3):194-197. (in Chinese)
- [18] 邓效忠,徐爱军,张静,等. 齿距啮合偏差对准双曲面齿轮传动误差的影响[J]. 航空动力学报,2013,28(3):597-602.
- DENG Xiaozhong, XU Aijun, ZHANG Jing, et al. Effect of meshed pitch deviation on transmission error in hypoid gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(3): 597-602. (in Chinese)
- [19] 刘思峰,党国耀,谢乃明. 灰色系统理论及其应用[M]. 北京:科学出版社,2010.

JALSP