

# 含噪信号经验模式分解虚假分量识别方法

李纪永<sup>1</sup>, 李舜酩<sup>1</sup>, 陈晓红<sup>2</sup>, 江星星<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院, 南京 210016;

2. 南京航空航天大学 理学院, 南京 210016)

**摘 要:** 针对含噪信号 Hilbert-Huang 变换存在虚假分量, 提出改进的奇异值分解(SVD)方法进行降噪, 改进包含两个部分: 一是利用重构相空间代替传统矩阵如 Hankel 矩阵, 以去掉信号冗余, 再者提出奇异值能量熵分量差分法, 更易于定出重构奇异值阶次; 二是提出了频谱比值法对虚假分量进行辨识, 更有效辨识出虚假分量。首先利用经验模式分解(EMD)得到本征模式分量(IMF), 识别并剔除趋势项, 重构信号, 然后进行 SVD, 重构降噪后的信号, 消除虚假分量, 最后进行时频分析。联合方法应用于含噪仿真信号, 信噪比(signal noise ratio, SNR)提高了 5.5%, 虚假分量辨识率提高至 100%, 用于双跨转子故障振动信号, 得到正确的时频结果, 表明了所提方法识别含噪信号虚假分量的有效性。

**关 键 词:** Hilbert-Huang 变换; 频谱比值; 虚假分量; 相空间重构; 奇异值分解

**中图分类号:** V233.1

**文献标志码:** A

## Illusive component identification method in noisy signal EMD processing

LI Ji-yong<sup>1</sup>, LI Shun-ming<sup>1</sup>, CHEN Xiao-hong<sup>2</sup>, JIANG Xing-xing<sup>1</sup>

(1. College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. College of Science,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**Abstract:** According to the fact that there exists illusive components when noisy signal is under Hilbert-Huang transform, an improved singular value decomposition (SVD) was firstly proposed for two improvements; one was that the reconstructed phase space was employed instead of traditional matrix such as Hankle matrix in order to remove redundancy, the other was that a singular value energy entropy component difference method was proposed, making it easier to determine order of reconstruction singular value. Secondly, a spectrum ratio method was raised to identify illusive components, making it easier to identify illusive components. Intrinsic mode function (IMF) was obtained by empirical mode decomposition (EMD) and trend term was detrended, then the signal was reconstructed for subsequent SVD operation; the denoised signal was obtained and illusive component was eliminated, lastly the signal time-frequency distribution was calculated. The SNR raised 5.5% when the jointly proposed method employed in simulation signal, the illusive component identity ratio raised to 100%, two-span rotor fault vibration signal analysis results show that the jointly proposed method is effective in time-frequency distribution calculation and

**收稿日期:** 2013-06-09

**基金项目:** 航空自然科学基金(2012ZD52054); 青年科学基金(61403193);

南京航空航天大学基本科研业务费科研项目(NS2014081)

**作者简介:** 李纪永(1985—), 男, 山东临沂人, 博士生, 主要从事航空发动机故障振动信号分析方面的研究。

identification of noisy signal illusive components.

**Key words:** Hilbert-Huang transform; spectrum ratio; illusive component; phase space reconstruction; singular value decomposition

EMD 相当于一个带通滤波器<sup>[1]</sup>,可对信号进行多尺度分解,所得到的本征模式函数 IMF 之间具有正交不确定性,有别于线性系统正交分解特性,可用来分析非平稳及非线性信号<sup>[2-5]</sup>. 分解过程中,若采样率不足,样条插值选取不适当,则在分解中产生虚假分量,不满足能量守恒. 为减少由此带来的影响,可增加信号内插值点数提高采样频率,无论在时域还是在频域插值,都有其局限性<sup>[6]</sup>. 文献[6]利用模式函数消除法消除模式分量,指出存在虚假分量,总能量不守恒,经验模式分解误差与虚假分量之间具有正交性,分解误差与虚假分量相加能量为 0. 亦有学者从概率密度分布的角度考虑,文献[7]利用原信号与各 IMF 分量之间概率密度分布之间的差异进行判别,计算其 K-L(Kullback-Leibler)散度, K-L 散度大表明差异大,据此判定虚假分量. 对于含噪信号,直接进行时频计算常得不到有意义的结果,需进行降噪处理.

在进行故障信号相关函数计算、谱分析及降噪<sup>[8]</sup>时,需去掉趋势项,传统的方法如线性平均及滑动平均,提取出的趋势项不能反映信号本质,利用 EMD,可自适应分解出趋势项,并反映出信号内在趋势特征. 文献[9]据此给出趋势项的定义,即曲线只含有一个极值点,或为单调曲线. 由于奇异值分解降噪无需考虑信号周期及滤波器特性,降噪后的信号具有较小的相移,且无时间延迟,在旋转机械降噪信号中得到广泛应用<sup>[8,10]</sup>,关键在于对信号选择合适的重构矩阵及选取合适的奇异值<sup>[11]</sup>. 重构矩阵的选择有多种,如 Toeplitz 矩阵、Cycle 矩阵、Hankel 矩阵等<sup>[12-14]</sup>,降噪时一般采用 Hankel 矩阵<sup>[15]</sup>,但计算量随着矩阵维数增大而增大. 重构奇异值阶次的选择主要通过计算奇异值差分谱的变化,然后对信号进行重构,即可得到降噪信号.

本文针对含噪信号,首先去趋势项,然后根据 Takens 定理对信号进行相空间重构,利用平均互信息法确定时间延迟,利用 Cao 方法确定嵌入维数,重构信号相空间,进而对信号进行奇异值分解降噪,利用提出的奇异值能量熵分量差分法确定重构奇异值阶次,对降噪后的信号进行经验模式分解,利用提出的频谱比值法进行虚假分量识别. 仿

真及实验表明了文中方法剔除虚假分量的高效性.

## 1 频谱比值法

将信号分解成 IMF 和残差函数的形式

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t) \quad (1)$$

式中  $c_i(t)$  为频率从高到低的不同分量,每一分量所含频率成分不同;  $r_n(t)$  为平均趋势分量.

分解过程中利用保形分段 3 次 hermite 插值<sup>[16-17]</sup>,对信号进行包络线拟合,使其在节点处与原函数具有相同 1 阶导数值,两个相邻极大值或极小值之间曲线单调.

时间序列信号傅里叶变换表达式为

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \langle x(t), e^{j\omega t} \rangle \quad (2)$$

经验模式分解后,其内积形式为

$$F(\omega) = \langle \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t), e^{j\omega t} \rangle = \sum_{i=1}^n \langle c_i(t), e^{j\omega t} \rangle + \langle r_n(t), e^{j\omega t} \rangle \quad (3)$$

式中  $F(\omega)$  为  $x(t)$  在  $e^{j\omega t}$  上的投影的叠加.

各分量频谱值与信号频谱值比值表示为

$$\rho_k = \frac{c_i(\omega_i)}{F(\omega_k)} \quad (4)$$

$$i \in [1 \quad n] \quad k \in [1 \quad m]$$

根据三角函数正交特性,仅当  $x(t)$  中包含圆频率  $\omega$  的分量才会有内积的结果,其余分量与  $e^{j\omega t}$  正交,内积为 0,所以当分解分量含有源信号频率时,其比值  $\rho_k \approx 1$ ; 若为虚假分量,则  $\rho_k \approx 0$ .

## 2 奇异值分解降噪

对去趋势项后的信号进行相空间重构<sup>[18]</sup>,并对重构后的矩阵进行奇异值分解,如式(5)所示

$$s = s_p u_p v_p \quad (5)$$

式中  $s$  为本文重构的相空间矩阵;  $p = \min(\dim(s))$ ,  $\dim(s)$  为  $s$  的维数;  $\min$  表示最小值函数;  $s_p$ ,  $u_p$ ,  $v_p$  分别为奇异值矩阵、左奇异向量、右奇异向量.

提出奇异值能量熵分量差分法定出重构奇异值阶次,如式(6)表示

$$Q_q = \frac{\lambda_q^2 \lg \lambda_q^2 - \lambda_{q+1}^2 \lg \lambda_{q+1}^2}{\sum_{i=1}^p \lambda_i^2 \lg \lambda_i^2} \quad (6)$$

式中  $\lambda$  为奇异值, 下标  $q$  为奇异值阶次.

观察式(6)易知, 由于对数项  $\lg \lambda_q^2 > \lg \lambda_{q+1}^2$ , 与  $\lambda_q - \lambda_{q+1}$  比具有“放大”作用, 故奇异值能量熵分量差分值变化比奇异值差分值变化明显.

综上所述, 含噪信号 EMD 虚假分量识别主要步骤如下:

1) 对含噪信号进行 EMD, 进行去趋势项预处理.

2) 重构预处理后的信号相空间矩阵, 进行奇异值分解, 利用式(6)表示的奇异值能量熵分量差分值曲线确定重构奇异值阶次.

3) 对降噪后的信号进行经验模式分解, 利用式(3)和式(4)提出的频谱比值法进行虚假分量判别.

### 3 仿真信号处理

构造仿真信号:  $y = \sin(80\pi t) + \sin(2\pi t) + (t^2/40)$  趋势项为  $t^2/40$ , 添加随机噪声, SNR 为 1.6, 取 1024 个点, 时间间隔为 0.008 s. 含噪仿真信号如图 1 所示.

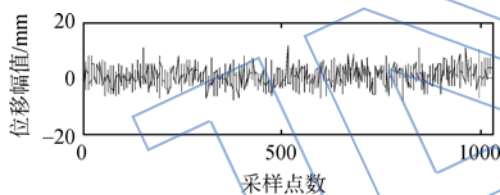


图 1 含噪信号  
Fig. 1 Noisy signal

对含趋势项的噪声信号进行 Hilbert-Huang 变换, 得出时频分布 (time-frequency distribution, TFD) 如图 2 所示, 易知由于噪声及虚假分量的影响, 无法得知信号的 TFD 特点.

对含趋势项的噪声信号利用 SVD 方法降噪, 首先采用 Hankel 矩阵对信号重构, 重构行数为 512, 列数为 513, 所得奇异值变化如图 3 所示, 可以看出, 本文提出的奇异值能量熵分量差分法具有放大效果, 差异对比更明显, 选取最大峰值位置的奇异值阶次, 进行重构, 取重构奇异值阶次为 5.

计算得原信号和降噪后的信号线性相关系数为 0.85, 降噪后 SNR 为 6.35, 重构信号和原始信号相比有明显的差异.

对降噪信号进行 EMD, 其各模式分量如图 4 所示, 利用模式函数剔除法消除虚假分量, 并求能量差, 第 1 阶能量减去第 2, 3, 4 阶分别与第 1 阶

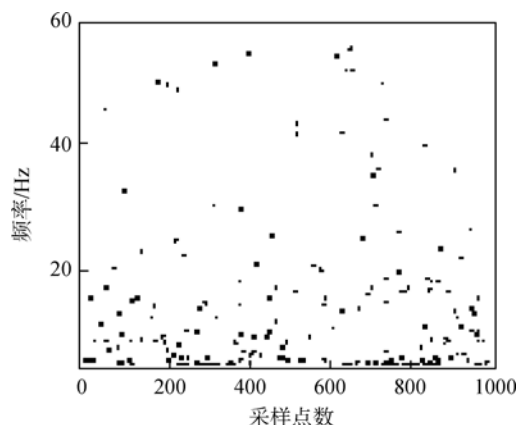


图 2 含噪信号时频分布  
Fig. 2 TFD of noisy signal

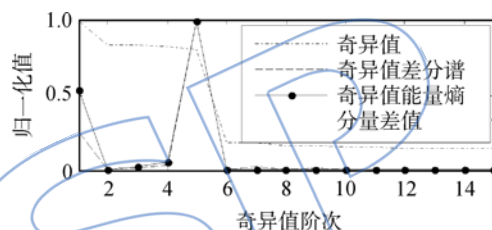


图 3 奇异值变化  
Fig. 3 Singular value variety

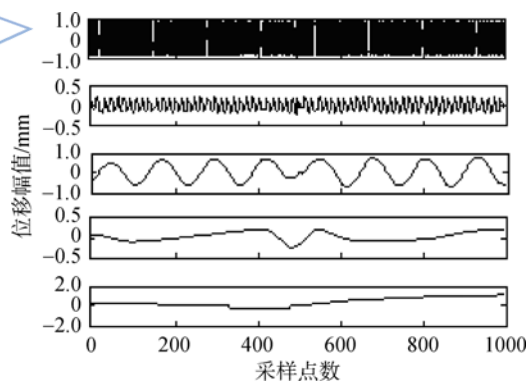


图 4 降噪信号的本征模式分量  
Fig. 4 IMF of denoised signal

线性相加后的能量, 其值为: 0.0115, -0.2322, -0.0135. 第 2 阶为虚假分量, 但仍有 1 阶虚假分量未判断出来, 经过大量仿真实验发现虚假分量能量差值偏小, 但人为设能量差阈值, 在实际应用中可能会误判.

利用本文提出的频谱比值进行判断, 将降噪后的信号及各分量进行傅里叶变换, 以原信号的频率为基准, 计算基准频率下 IMF 频谱幅值, 与原信号频谱幅值相除, 即根据式(4)进行计算, 其结果如表 1 所示. IMF1 与 IMF3 分别在 40 Hz 与

1 Hz 处,其比值近似为 1,计算降噪信号与各 IMF 的相干函数,用以表征两个信号在每一个频率点处相关程度,计算得 IMF4 在每个频率处都和原信号相干值较小,故可设相关系数的阈值为 0.04,即小于 0.04 的将其视为 0,综合判断,IMF4 为虚假分量.由信号幅值频谱比值易知,频域能量集中在 IMF1 及 IMF3.

各分量之间及与降噪信号线性相关系数如表 2 所示,S 表示降噪后信号,虚假分量 IMF2 与原信号相关性最小,IMF4 次之.观察各 IMF 之间的相关性,彼此相关性小,说明了 EMD 分解的彼此近似正交性特点.

表 1 信号及各 IMF 频谱幅值比值  
Table 1 Spectrum amplitude ratio between signal and IMFs

| 信号   | 频谱幅值比值 |         |
|------|--------|---------|
|      | 1 Hz   | 40 Hz   |
| S    | 1      | 1       |
| IMF1 | 0.002  | 1       |
| IMF2 | 0.022  | 0.003   |
| IMF3 | 0.97   | 0.00033 |
| IMF4 | 0.04   | 0.00027 |

表 2 降噪信号与各 IMF 间的线性相关系数  
Table 2 Linear correlation coefficients between denoised signal and IMFs

| 信号   | S | IMF1 | IMF2  | IMF3   | IMF4   |
|------|---|------|-------|--------|--------|
| S    | 1 | 0.73 | -0.04 | 0.49   | 0.22   |
| IMF1 |   | 1    | -0.15 | -0.003 | -0.003 |
| IMF2 |   |      | 1     | 0.04   | 0.006  |
| IMF3 |   |      |       | 1      | 0.14   |
| IMF4 |   |      |       |        | 1      |

重构模式分量,与降噪信号的线性相关系数为 0.91,得出时频图如图 5 所示.可以看出信号两端存在较严重的端点效应.

对含噪信号预处理,去除趋势分量,即利用 EMD 对信号进行多尺度分解,分别用分段 3 次 hermite 插值方法与 3 次样条插值拟合包络线方法,所得趋势曲线的对比如图 6 所示,3 次样条插值所得结果与原趋势信号线性相关系数为 0.91,而利用 hermite 插值方法,其线性相关系数为 0.98,且 hermite 插值所得的为单调趋势曲线,3

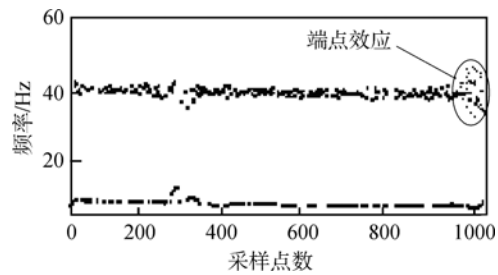


图 5 降噪信号时频分布  
Fig. 5 TFD of denoised signal

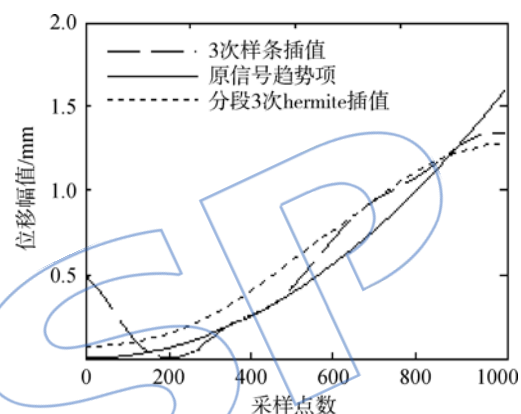


图 6 信号趋势项  
Fig. 6 Signal trend term

次样条插值结果为平均趋势曲线.

对利用 hermite 插值方法去掉趋势项的信号进行降噪,首先利用 Hankel 矩阵对信号重构,维数为  $512 \times 513$ ,计算得到重构奇异值阶次为 4,与去掉趋势项的信号线性相关系数为 0.92,与去掉趋势项的含噪信号相比,SNR 亦提高,达到 6.72,如图 7 所示.

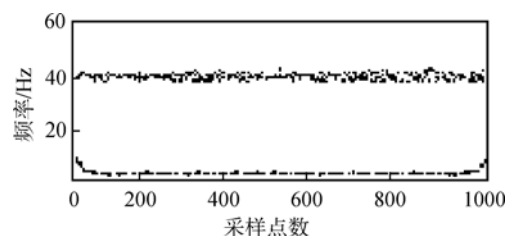


图 7 去趋势项后信号时频分布  
Fig. 7 TFD of detrended signal

利用相空间重构的信号进行计算,利用平均互信息法求得信号时间延迟为 2(无量纲化),利用 Cao 方法求得嵌入维数,如图 8 所示,  $E_1(d)$  为嵌入维数的函数值,嵌入维数在 100 左右达到稳定,取重构维数  $100 \times 826$ ,对其进行奇异值分解

降噪,重构奇异值阶次为4,所计算的时频图如图9所示,与去掉趋势项的含噪信号其线性相关系数为0.9,信噪比达到6.61,利用重构的相空间能够反映原信号的特性.

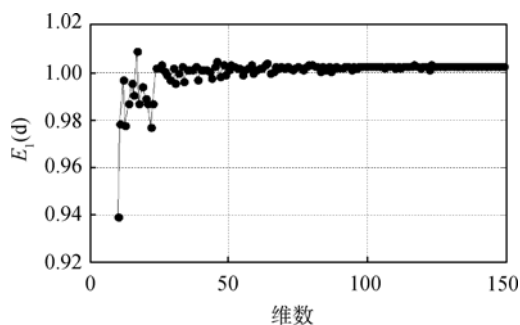


图8 嵌入维数

Fig. 8 Embedding dimensional number

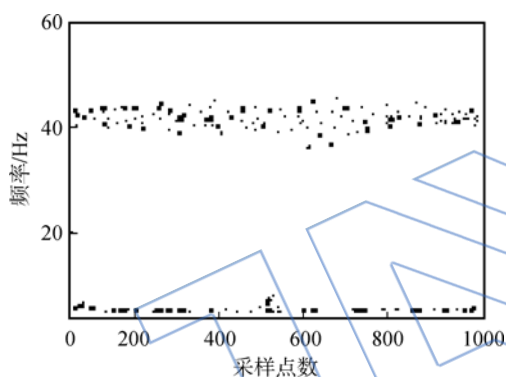


图9 奇异值分解降噪信号时频分布

Fig. 9 TFD of denoised signal by SVD

#### 4 转子故障信号处理

采集双跨转子故障振动信号,转速为4200 r/min,进行预处理,利用EMD,最后一阶分量即IMF12,其1阶导数只有一个零点,符合趋势分量的定义,如图10所示,故利用原信号去除趋势分量后对信号进行重构,所得的频率成分比较丰富(图11),有倍频,2倍频,3倍频及高次倍频,是典型的不对中故障.

对去趋势项的信号进行相空间重构,时间延迟为3,嵌入维数为100,奇异值变化如图12所示,重构奇异值阶次为15,所得矩阵维数为 $100 \times 3799$ .

利用EMD,共分解出8个分量,直接进行时频计算,计算结果如图13所示,可知,由于虚假分量存在,得不到有意义结果.

利用频谱比值法去掉虚假分量,计算值如表

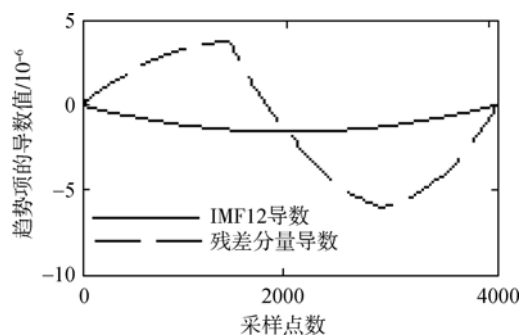


图10 趋势项导数值

Fig. 10 Signal trend term derivation value

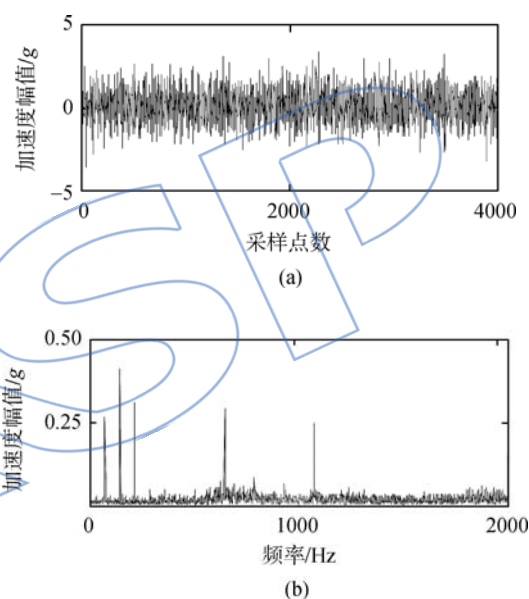


图11 去趋势项信号及频谱

Fig. 11 Detrended signal and frequency spectrum

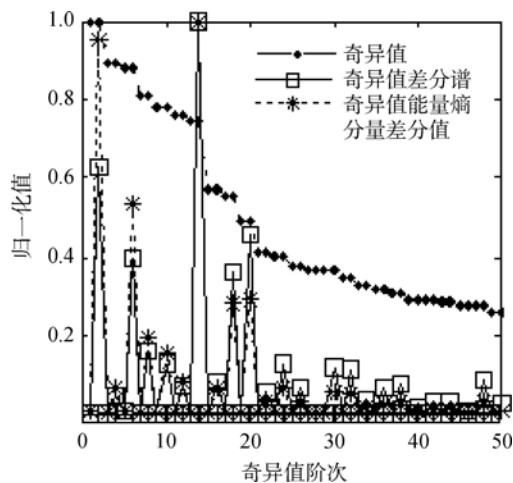


图12 转子振动信号奇异值变化

Fig. 12 Singular value variety of rotor vibration signal

3 所示(最后 3 个分量比值基本为 0,未列出),最后得到时频图如图 14 所示,可见,本文提出的方法对含噪故障信号处理可清晰反映出系统的故障特征,即不对中。

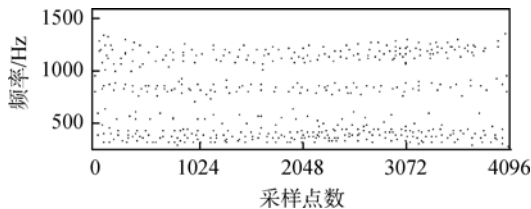


图 13 转子振动降噪信号时频分布

Fig. 13 TFD of rotor vibration denoised signal

表 3 转子故障信号与各 IMF 频谱幅值比值

Table 3 Spectrum amplitude ratio between rotor fault signal and IMF

| 信号   | 频谱幅值比值 |        |        |        |         |
|------|--------|--------|--------|--------|---------|
|      | 72 Hz  | 144 Hz | 216 Hz | 645 Hz | 1147 Hz |
| S    | 1      | 1      | 1      | 1      | 1       |
| IMF1 | 0.024  | 0.020  | 0.017  | 0.150  | 0.950   |
| IMF2 | 0.020  | 0.002  | 0.020  | 0.850  | 0.045   |
| IMF3 | 0.013  | 0.020  | 0.880  | 0.030  | 0       |
| IMF4 | 0.030  | 0.870  | 0.110  | 0.080  | 0       |
| IMF5 | 0.890  | 0.008  | 0.008  | 0.008  | 0       |

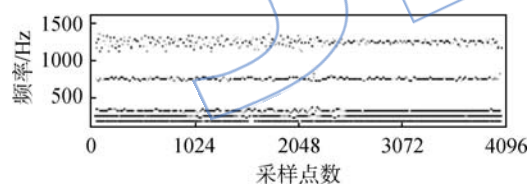


图 14 转子振动信号去虚假分量时频分布

Fig. 14 TFD of rotor vibration signal detrended illusive components

## 5 结 论

本文对含噪信号进行去趋势预处理,抑制了 EMD 产生的端点效应,进一步处理得出以下结论:

1) 运用 Takens 相空间定理重构信号相空间,能够压缩冗余,与 Hankel 矩阵相比,重构矩阵维数降低,提高了奇异值分解计算效率,仿真及实验结果表明了方法能有效还原系统特性。

2) 对重构信号进行奇异值降噪,利用奇异值能量熵分量差分法进行重构奇异值阶次确定,与

传统方法如奇异值差分谱比较,更容易定出重构奇异值阶次。

3) 提出的频谱比值法对分解前后的信号频谱进行对比,根据傅里叶变换内积正交性能准确分辨出虚假分量。利用文中方法对信号进行预处理,去虚假分量,进行时频计算,能正确反映信号的特征,表明了本文方法的有效性。

## 参考文献:

- [1] Flandrin P, Rilling G, Gonçalves P, et al. Empirical mode decomposition as a filter bank[J]. Signal Processing Letters, 2004, 11(2): 112-114.
- [2] Huang N E, Shen Z H, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London: Series A Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1998, 454(1971): 903-995.
- [3] Rilling G, Flandrin P. On empirical mode decomposition and its algorithms[R]. IEEE-EURASIP Workshop on Nonlinear Signal and Image Processing NSIP-03, 2003.
- [4] Huang N E, Wu M L C, Long S R, et al. A confidence limit for the empirical mode decomposition and Hilbert spectral analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London: Series A Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2003, 459(2037): 2317-2345.
- [5] 程军圣, 于德介, 杨宇. 基于 EMD 和 SVM 的滚动轴承故障诊断方法[J]. 航空动力学报, 2006, 21(3): 575-580. CHENG Junsheng, YU Dejie, YANG Yu. Fault diagnosis of roller bearings based on EMD and SVM[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(3): 575-580. (in Chinese)
- [6] 黄迪山. 经验模态分解中虚假模态分量消除法[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(3): 381-384. HUANG Dishan. Effect of sampling on empirical mode decomposition and correction[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 31(3): 381-384. (in Chinese)
- [7] Wang H, Chen P. A feature extraction method based on information theory for fault diagnosis of reciprocating machinery[J]. Sensors, 2009, 9(4): 2415-2436.
- [8] 雷达, 钟诗胜. 基于奇异值分解和经验模态分解的航空发动机健康信号降噪方法[J]. 吉林大学学报, 2012, 42(2): 1-8. LEI Da, ZHONG Shisheng. Aircraft engine health signal denoising based on SVD and EMD[J]. Journal of Jilin University, 2012, 42(2): 1-8. (in Chinese)
- [9] Wu Z H, Huang N E, Long S R, et al. On the trend, detrending, and variability of nonlinear and nonstationary time series[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences, 2007, 104(38): 14889-14894.
- [10] Jha S K, Yadava R D S. Denoising by singular value decomposition and its application to electronic nose data processing[J]. Sensors Journal, 2011, 11(1): 35-44.

- [11] 张超,陈建军,徐亚兰. 基于 EMD 分解和奇异值差分谱理论的轴承故障诊断方法[J]. 振动工程学报, 2010, 24(5): 539-545.
- ZHANG Chao, CHEN Jianjun, XU Yalan. A bearing fault diagnose method based on EMD and difference spectrum theory of singular value[J]. Journal of Vibration Engineering, 2010, 24(5): 539-545. (in Chinese)
- [12] Sivakumar B. A phase-space reconstruction approach to prediction of suspended sediment concentration in rivers [J]. Journal of Hydrology, 2002, 258(1): 149-162.
- [13] Fazel M, Pong T K, Sun D, et al. Hankel matrix rank minimization with applications to system identification and realization[J]. Journal on Matrix Analysis and Applications, 2013, 34(3): 946-977.
- [14] Rosenblatt M. Asymptotic behavior of eigenvalues of Toeplitz forms[J]. Selected Works of Murray Rosenblatt, 2011, 11(6): 205-213.
- [15] Lee K C, Ou J S, Fang M C. Application of SVD noise-reduction technique to PCA based radar target recognition [J]. Progress in Electromagnetic Research, 2008, 81(5): 447-459.
- [16] Gerald C F, Wheatley P O. Numerical analysis[M]. New Jersey: Addison-Wesley, 2003.
- [17] Chen Q, Huang N, Riemenschneider S, et al. A B-spline approach for empirical mode decompositions[J]. Advances in Computational Mathematics, 2006, 24(1): 171-195.
- [18] Harte D. Multifractals: theory and applications[M]. Boca Raton: Chemical Rubber Company Press, 2010.

JAS