

扭转刚度对双输入圆柱齿轮分流传动系统 动力学均载系数的影响

桂永方¹, 朱如鹏¹, 扶碧波², 李海峰²,
王祈波², 靳广虎¹, 李枝军¹

- (1. 南京航空航天大学 机电学院 江苏省精密与微细制造技术重点实验室, 南京 210016;
2. 中国航空工业集团公司 中国航空动力机械研究所, 湖南 株洲 412002)

摘 要: 建立了双输入圆柱齿轮分流传动系统的弯扭耦合动力学模型, 模型中考虑了各齿轮副间的时变啮合刚度、齿侧间隙、啮合误差、啮合阻尼等因素. 结合闭环结构特点, 利用齿轮啮合线的相对位移和传动轴扭转位移消除方程中的刚体位移. 采用 4 阶 Runge-Kutta 法求解系统动力学方程, 获得了系统均载系数. 结果表明: 系统均载系数受输入轴扭转刚度影响小; 分流级和并车级均载系数对双联齿轮轴的扭转刚度敏感, 减小双联齿轮轴的扭转刚度可以改善系统的均载性能, 当双联齿轮轴的扭转刚度小于 $1.1 \times 10^5 (\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$ 时, 可将系统均载系数控制在 1.06 以内; 输出轴扭转刚度的变化对分流级和并车级均载系数基本没有影响.

关 键 词: 齿轮; 动力学分析; 均载系数; 刚度; 分流传动系统

中图分类号: V275; TH132.4

文献标志码: A

Impact of torsional stiffness on dynamic load sharing coefficient of two-input cylindrical gear split-torque transmission system

GUI Yong-fang¹, ZHU Ru-peng¹, FU Bi-bo², LI Hai-feng²,
WANG Qi-bo², JIN Guang-hu¹, LI Zhi-jun¹

- (1. Jiangsu Key Laboratory of Precision and Micro-Manufacturing Technology,
College of Mechanical and Electrical Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. China Aviation Powerplant Research Institute,
Aviation Industry Corporation of China, Zhuzhou Hunan 412002, China)

Abstract: A dynamic model with bend-torsion coupling was established for two-input cylindrical gears split-torque transmission system, in which the time-varying mesh stiffness, backlashes, mesh errors and mesh damping of gear pairs were considered. With use of the characteristics of closed loop structure, differential equations could be obtained without rigid displacement, using the relationship between relative meshing displacement and the transmission shaft torsional displacement. Through solving the dynamic equation of system by the fourth-order Runge-Kutta method, the load sharing coefficients of system were acquired. The results show that load sharing coefficient of system is little influenced by torsional stiffness of input shaft. The load sharing coefficient of split and synthesized torque stages is sensitive to torsional stiffness of duplicate gear shaft, and reduction of the torsional stiffness of

收稿日期: 2013-05-21

基金项目: 国家自然科学基金(50775108); 高等学校博士学科点专项科研基金(20113218110017);
江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXZZ11_0199); 江苏高校优势学科建设工程

作者简介: 桂永方(1988—), 男, 江苏宿迁人, 硕士生, 主要从事机械传动、齿轮动力学研究.

duplicate gear shaft contributes to the improvement of load sharing performance of system. When torsional stiffness of duplicate gear shaft is less than $1.1 \times 10^5 \text{ (N} \cdot \text{m) / rad}$, the load sharing coefficient of system is less than 1.06. Torsional stiffness of output shaft has no significant effect on the load sharing coefficient of split and synthesized torque stages.

Key words: gear; dynamic analysis; load sharing coefficient; stiffness; split-torque transmission system

圆柱齿轮分流传动系统多应用于大功率齿轮传动系统中,通过简单定轴轮系传动来实现扭矩的分流.同传统的行星齿轮传动相比,该传动系统具有终端减速比大、传动级少、能量损失低、可靠性高、齿轮和轴承个数少、噪声低、质量轻、体积小等优点^[1-4].由于圆柱齿轮分流传动系统具有以上这些优势,在直升机、舰船等机械传动领域中具有广泛的应用前景.

目前,国内外学者已就单输入圆柱齿轮分流传动系统的静力学和动力学特性开展了相关研究^[5-12],但是在研究该系统的非线性动力学特性时,忽略了轴的横向位移对其均载性能的影响,不能充分反映该系统的均载特性.

本文以双输入圆柱齿轮分流传动系统为研究对象,考虑双输入轴之间安装角、轴的横向位移、齿轮副间隙、时变啮合刚度和综合传动误差等情况,建立了弯扭耦合的双输入圆柱齿轮分流传动系统的动力学模型;研究了输入轴扭转刚度、双联齿轮轴扭转刚度和输出轴扭转刚度3个设计变量对分流级和并车级均载系数的影响,为双输入圆柱齿轮分流传动系统设计提供了理论依据.

1 传动系统的动力学模型

图1所示为双输入圆柱齿轮分流传动系统示意图.图中 l 和 r 分别表示左右输入构件, Z 表示各齿轮的中心点,本文中也用来指代各齿轮.双输入圆柱齿轮分流传动系统分为左右两个输入端,每个输入路线由分流级传动系统(左端:输入齿轮 Z_{lp} 和两分支齿轮 Z_{l1s} , Z_{l2s} ;右端:输入齿轮 Z_{rp} 和两分支齿轮 Z_{r1s} , Z_{r2s})与并车级传动系统(左端:两分支齿轮 Z_{l1h} , Z_{l2h} ;右端:两分支齿轮 Z_{r1h} , Z_{r2h} ;输出齿轮 Z_b)组成.双输入扭矩经左右两输入端齿轮 Z_{lp} 和 Z_{rp} 将扭矩传递给与其同时啮合的两分支齿轮 Z_{l1s} 与 Z_{l2s} 和 Z_{r1s} 与 Z_{r2s} ,实现扭矩分流;又经过齿轮 Z_{r1h} 与 Z_{r2h} 和 Z_{l1h} 与 Z_{l2h} 合并至输出齿轮 Z_b ,以实现扭矩并车.齿轮 Z_{r1s} 与 Z_{r1h} , Z_{r2s} 与 Z_{r2h} , Z_{l1s} 与 Z_{l1h} , Z_{l2s} 与 Z_{l2h} 通过扭力轴相联.

图2所示为双输入圆柱齿轮分流传动系统安

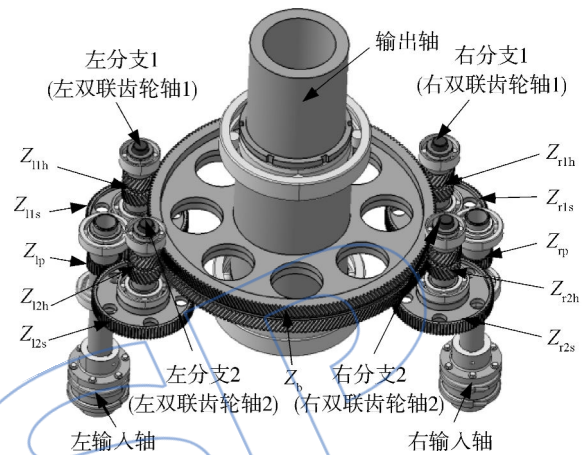


图1 双输入圆柱齿轮分流传动系统示意图

Fig. 1 Sketch of two-input cylindrical gear split-torque transmission system

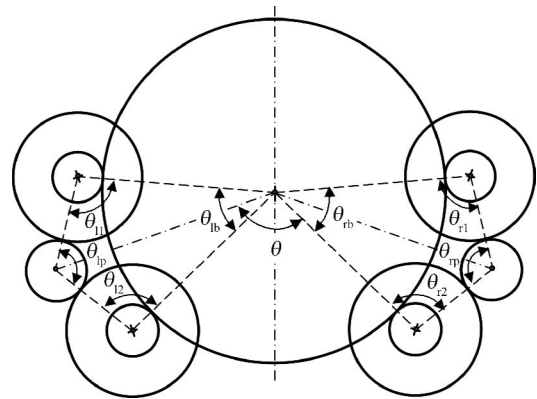


图2 双输入圆柱齿轮分流传动系统安装角度示意图

Fig. 2 Sketch of installation angle of two-input cylindrical gear split-torque transmission system

装角度示意图.图中 θ_{rp} , θ_{r1} , θ_{r2} , θ_{rb} , θ_{lp} , θ_{l1} , θ_{l2} , θ_{lb} 和 θ 分别是 Z_{rp} 与 Z_{r1s} , Z_{r2s} , Z_{r1s} 与 Z_b , Z_{rp} , Z_{r2s} 与 Z_b , Z_{rp} , Z_b 与 Z_{r1s} , Z_{r2s} , Z_{lp} 与 Z_{l1s} , Z_{l2s} , Z_{l1s} 与 Z_b , Z_{lp} , Z_{l2s} 与 Z_b , Z_{lp} , Z_b 与 Z_{r1s} , Z_{r2s} , Z_b 与 Z_{rp} , Z_{lp} 连线的夹角.

图3所示为弹性支承下的双输入圆柱齿轮分流传动系统动力学模型.各级传动轴的支撑刚度均分为 X , Y 两个方向,啮合副、回转副及支撑处

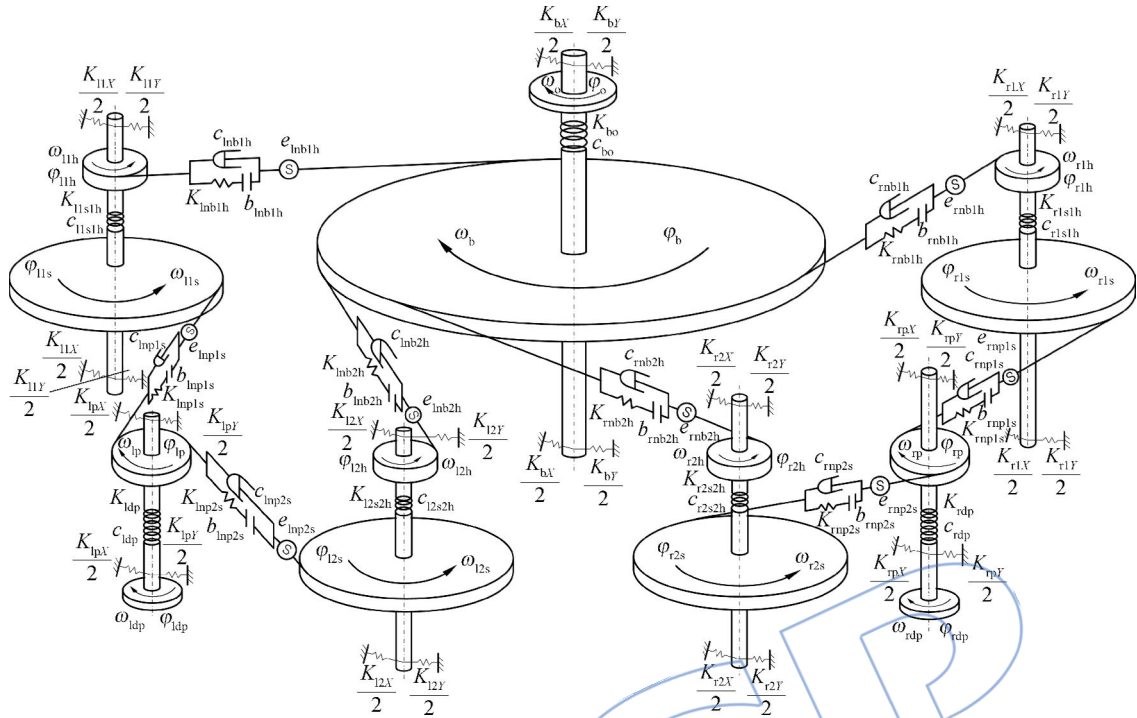


图 3 双输入圆柱齿轮分流传动系统动力学模型

Fig. 3 Dynamic model of two-input cylindrical gear split-torque transmission system

的弹性变形用等效弹簧刚度表示^[13-14]. 图 3 中, K_{rdp} , K_{r1s1h} , K_{r2s2h} 和 K_{ldp} , K_{l1s1h} , K_{l2s2h} 以及 K_{bo} 分别为联接右输入端与 Z_{rp} , Z_{r1s} 与 Z_{r1h} , Z_{r2s} 与 Z_{r2h} , 左输入端与 Z_{lp} , Z_{l1s} 与 Z_{l1h} , Z_{l2s} 与 Z_{l2h} , Z_b 与输出端的扭转刚度; c_{rdp} , c_{r1s1h} , c_{r2s2h} 和 c_{ldp} , c_{l1s1h} , c_{l2s2h} 以及 c_{bo} 分别为联接右输入端与 Z_{rp} , Z_{r1s} 与 Z_{r1h} , Z_{r2s} 与 Z_{r2h} , 左输入端与 Z_{lp} , Z_{l1s} 与 Z_{l1h} , Z_{l2s} 与 Z_{l2h} , Z_b 与输出端的扭转阻尼. K_{rpX} 与 K_{rpY} , K_{r1X} 与 K_{r1Y} , K_{r2X} 与 K_{r2Y} , K_{lpX} 与 K_{lpY} , K_{l1X} 与 K_{l1Y} , K_{l2X} 与 K_{l2Y} 以及 K_{bX} 与 K_{bY} 分别为右输入轴、右分支 1、右分支 2、左输入轴、左分支 1、左分支 2、输出轴的 X 与 Y 方向的支撑刚度. K_{rnp1s} , K_{rnp2s} , K_{rnb1h} , K_{rnb2h} , K_{lnp1s} , K_{lnp2s} , K_{lnb1h} 和 K_{lnb2h} 分别为 Z_{rp} 与 Z_{r1s} , Z_{rp} 与 Z_{r2s} , Z_b 与 Z_{r1h} , Z_b 与 Z_{r2h} , Z_{lp} 与 Z_{l1s} , Z_{lp} 与 Z_{l2s} , Z_b 与 Z_{l1h} 和 Z_b 与 Z_{l2h} 的时变啮合刚度. 齿轮副间的啮合阻尼、传递误差和齿侧间隙分别用 c , e , b 表示, 下标与时变啮合刚度下标相同, ω 为转速.

双输入圆柱齿轮分流传动系统共有 28 个自由度, 其广义位移矢量 $\mathbf{D}$ 可表示为

$$\mathbf{D} = [\varphi_{rp}, \varphi_{r1s}, \varphi_{r2s}, \varphi_{r1h}, \varphi_{r2h}, \varphi_{lp}, \varphi_{l1s}, \varphi_{l2s}, \varphi_{l1h}, \varphi_{l2h}, \varphi_{rd}, \varphi_{ld}, \varphi_b, \varphi_o, X_{rp}, Y_{rp}, X_{r1}, Y_{r1}, X_{r2}, Y_{r2}, X_{lp}, Y_{lp}, X_{l1}, Y_{l1}, X_{l2}, Y_{l2}, X_b, Y_b]$$

式中 φ_{rp} , φ_{r1s} , φ_{r2s} , φ_{r1h} 和 φ_{r2h} 分别为 Z_{rp} , Z_{r1s} , Z_{r2s} , Z_{r1h} 和 Z_{r2h} 的扭转位移; φ_{lp} , φ_{l1s} , φ_{l2s} , φ_{l1h} 和 φ_{l2h} 分别为 Z_{lp} , Z_{l1s} , Z_{l2s} , Z_{l1h} 和 Z_{l2h} 的扭转位移; φ_{rd} , φ_{ld} ,

φ_b 和 φ_o 分别为右输入端、左输入端、 Z_b 和输出端的扭转位移; X_{rp} , X_{r1} 和 X_{r2} 分别为右输入轴、右分支 1 和右分支 2 的坐标系横向位移; Y_{rp} , Y_{r1} 和 Y_{r2} 分别为右输入轴、右分支 1 和右分支 2 的坐标系纵向位移; X_{lp} , X_{l1} 和 X_{l2} 分别为左输入轴、左分支 1 和左分支 2 的坐标系横向位移; Y_{lp} , Y_{l1} 和 Y_{l2} 分别为左输入轴、左分支 1 和左分支 2 的坐标系纵向位移; X_b 和 Y_b 分别为输出轴坐标系横向位移和纵向位移.

2 传动系统的非线性振动微分方程

2.1 传动系统的坐标变换

图 4 所示为双输入圆柱齿轮分流传动系统的局部与广义坐标关系. 图中上标有星号的表示局部坐标, 坐标系中的 Y, Y^* 沿齿轮啮合线方向.

根据齿轮啮合关系可知, 当一个齿轮同时与两个齿轮啮合时, 两条啮合线的交角与其齿轮中心连线的交角相等. 设右输入轴的坐标为 X_{rp}^* , Y_{rp}^* 和 X_{rp} , Y_{rp} , 左输入轴的坐标是 X_{lp}^* , Y_{lp}^* 和 X_{lp} , Y_{lp} . 右输入端在输出齿轮上形成的坐标是 X_{rb}^* , Y_{rb}^* 和 X_{rb} , Y_{rb} , 左输入端在输出齿轮上形成的坐标是 X_{lb}^* , Y_{lb}^* 和 X_{lb} , Y_{lb} . 根据左右输入系统结构上的对称关系可得右输入分流级、并车级间的坐标变换矩阵为

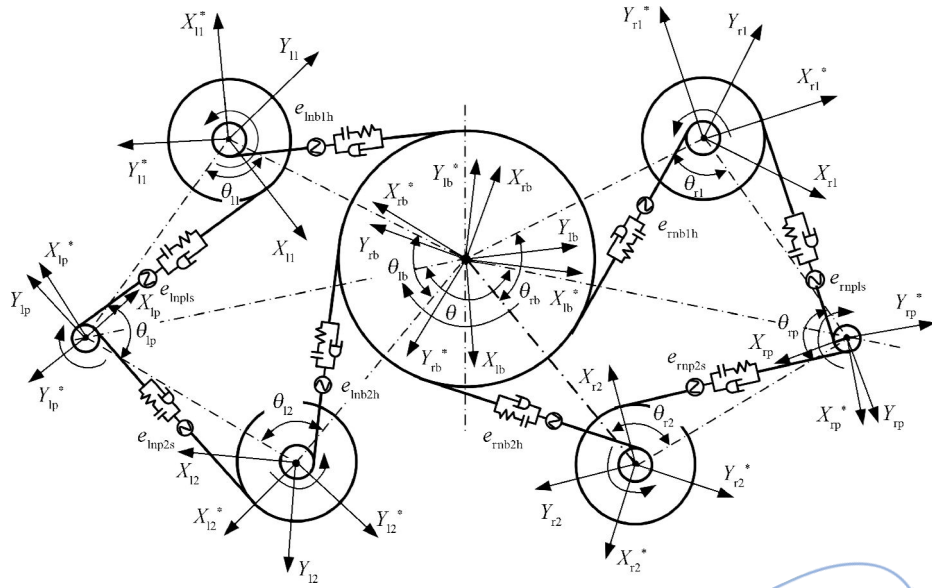


图4 局部和广义坐标关系

Fig. 4 Relationship of partial and generalized coordinates

$$\begin{bmatrix} X_{rp}^* \\ Y_{rp}^* \\ X_{rb}^* \\ Y_{rb}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{rp} & \sin \theta_{rp} & 0 & 0 \\ -\sin \theta_{rp} & \cos \theta_{rp} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_{rb} & \sin \theta_{rb} \\ 0 & 0 & -\sin \theta_{rb} & \cos \theta_{rb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{rp} \\ Y_{rp} \\ X_{rb} \\ Y_{rb} \end{bmatrix} \quad (1)$$

图5所示为双联齿轮轴的坐标变换关系. 设 γ 为相应齿轮副的压力角的余角, 则可得右输入齿轮副压力角的余角为 γ_{rnp1s} , γ_{rnp2s} , γ_{rnb1h} 和 γ_{rnb2h} ; 左输入齿轮副压力角的余角为 γ_{lnp1s} , γ_{lnp2s} , γ_{lnb1h} 和 γ_{lnb2h} .

由图4可知, 右分支1和右分支2的坐标变换矩阵与左分支2和左分支1坐标变换矩阵对应相同, 则右分支1和右分支2上的坐标变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} X_{r1}^* \\ Y_{r1}^* \\ X_{r2}^* \\ Y_{r2}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta'_{r1} & \sin \theta'_{r1} & 0 & 0 \\ -\sin \theta'_{r1} & \cos \theta'_{r1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta'_{r2} & \sin \theta'_{r2} \\ 0 & 0 & -\sin \theta'_{r2} & \cos \theta'_{r2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{r1} \\ Y_{r1} \\ X_{r2} \\ Y_{r2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

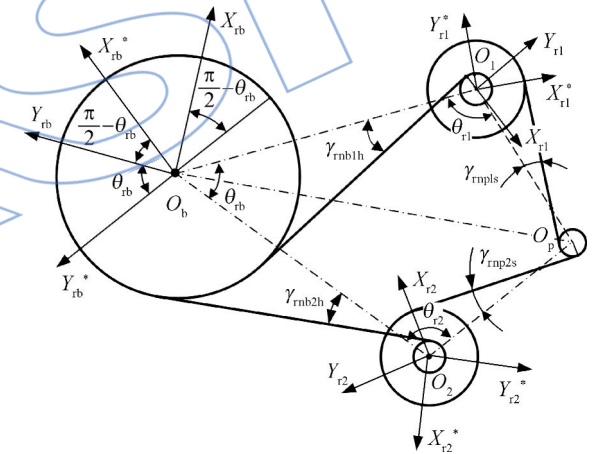


图5 双联齿轮轴的坐标变换关系

Fig. 5 Relationship of coordinate transformation of duplicate gear shaft

式中 $\theta'_{r1} = \theta_{r1} - \gamma_{rnb1h} - \gamma_{rnp1s}$; $\theta'_{r2} = \theta_{r2} + \gamma_{rnb2h} + \gamma_{rnp2s}$.

图4中并车级大齿轮上存在4对坐标系, 定义 X_{lb} , Y_{lb} 为输出轴上的广义坐标. 为获得广义坐标, 需建立左右坐标之间变换矩阵. 根据左右输入端的几何参数相等的特点, 可获得左右输入端在输出轴上的广义坐标变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} X_{rb} \\ Y_{rb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{lb} \\ Y_{lb} \end{bmatrix} \quad (3)$$

为了符号上表示统一, 并车级最终坐标系取为 $X_b = X_{lb}$, $Y_b = Y_{lb}$.

2.2 齿轮副啮合点法向相对位移

设 φ 和 r_b 分别为系统构件的扭转位移和基

圆半径,不同构件分别标注相应的下标.由图 4 可得啮合线相对位移与扭转位移之间的关系为

$$\begin{cases} Y_{\text{rnp1s}} = (-Y_{\text{rp}} + r_{\text{rbp}} \varphi_{\text{rp}}) - (Y_{\text{r1}}^* + r_{\text{rb1s}} \varphi_{\text{r1s}}) - e_{\text{rnp1s}} \\ Y_{\text{rnp2s}} = (-Y_{\text{rp}}^* + r_{\text{rbp}} \varphi_{\text{rp}}) - (Y_{\text{r2}} + r_{\text{rb2s}} \varphi_{\text{r2s}}) - e_{\text{rnp2s}} \\ Y_{\text{rnb1h}} = (-Y_{\text{r1}} + r_{\text{rb1h}} \varphi_{\text{r1h}}) - (Y_{\text{rb}}^* + r_{\text{bb}} \varphi_{\text{b}}) - e_{\text{rnb1h}} \\ Y_{\text{rnb2h}} = (-Y_{\text{r2}}^* + r_{\text{rb2h}} \varphi_{\text{r2h}}) - (Y_{\text{rb}} + r_{\text{bb}} \varphi_{\text{b}}) - e_{\text{rnb2h}} \\ Y_{\text{lnp1s}} = (-Y_{\text{lp}}^* + r_{\text{lbp}} \varphi_{\text{lp}}) - (Y_{\text{l1}} + r_{\text{lb1s}} \varphi_{\text{l1s}}) - e_{\text{lnp1s}} \\ Y_{\text{lnp2s}} = (-Y_{\text{lp}} + r_{\text{lbp}} \varphi_{\text{lp}}) - (Y_{\text{l2}}^* + r_{\text{lb2s}} \varphi_{\text{l2s}}) - e_{\text{lnp2s}} \\ Y_{\text{lnb1h}} = (-Y_{\text{l1}}^* + r_{\text{lb1h}} \varphi_{\text{l1h}}) - (Y_{\text{lb}} + r_{\text{bb}} \varphi_{\text{b}}) - e_{\text{lnb1h}} \\ Y_{\text{lnb2h}} = (-Y_{\text{l2}} + r_{\text{lb2h}} \varphi_{\text{l2h}}) - (Y_{\text{lb}}^* + r_{\text{bb}} \varphi_{\text{b}}) - e_{\text{lnb2h}} \end{cases} \quad (4)$$

2.3 传动轴上广义坐标方向的受力分析

齿轮副啮合时的法向动载荷 F_j 可表示为

$$F_j = K_j f_j(Y_j) + c_j \dot{Y}_j \quad (5)$$

式中 $f(Y)$ 为齿轮副的间隙函数. j 表示 rnp1s, rnp2s, rnb1h, rnb2h, lnp1s, lnp2s, lnb1h 和 lnb2h.

设法向平均啮合间隙为 $2b$, 则 $f_j(Y_j)$ 可表示为

$$f_j(Y_j) = \begin{cases} Y_j - b & Y_j > b \\ 0 & -b \leq Y_j \leq b \\ Y_j + b & Y_j < -b \end{cases} \quad (6)$$

传动系统中,传动轴上都受到多对啮合力的作用.为推导传动系统的振动微分方程,需要将各个啮合力沿轴的广义坐标的两个方向进行分解.由坐标变换矩阵的逆矩阵可得分流传动系统各轴沿 X, Y 方向的合力为

$$\begin{bmatrix} F_{\text{rpX}} \\ F_{\text{rpY}} \\ F_{\text{r1X}} \\ F_{\text{r1Y}} \\ F_{\text{r2X}} \\ F_{\text{r2Y}} \\ F_{\text{lpX}} \\ F_{\text{lpY}} \\ F_{\text{l1X}} \\ F_{\text{l1Y}} \\ F_{\text{l2X}} \\ F_{\text{l2Y}} \\ F_{\text{bX}} \\ F_{\text{bY}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -F_{\text{rnp2s}} \sin \theta_{\text{rp}} \\ F_{\text{rnp2s}} \cos \theta_{\text{rp}} + F_{\text{rnp1s}} \\ -F_{\text{rnp1s}} \sin \theta'_{\text{r1}} \\ F_{\text{rnp1s}} \cos \theta'_{\text{r1}} + F_{\text{rnb1h}} \\ -F_{\text{rnb2h}} \sin \theta'_{\text{r2}} \\ F_{\text{rnb2h}} \cos \theta'_{\text{r2}} + F_{\text{rnp2s}} \\ -F_{\text{lnp1s}} \sin \theta_{\text{lp}} \\ F_{\text{lnp1s}} \cos \theta_{\text{lp}} + F_{\text{lnp2s}} \\ -F_{\text{lnb1h}} \sin \theta'_{\text{l1}} \\ F_{\text{lnb1h}} \cos \theta'_{\text{l1}} + F_{\text{lnp1s}} \\ -F_{\text{lnp2s}} \sin \theta'_{\text{l2}} \\ F_{\text{lnp2s}} \cos \theta'_{\text{l2}} + F_{\text{lnb2h}} \\ -F_{\text{rnb1h}} \sin (\theta_{\text{rb}} + \theta) - F_{\text{rnb2h}} \sin \theta - F_{\text{lnb2h}} \sin \theta_{\text{lb}} \\ F_{\text{rnb1h}} \cos (\theta_{\text{rb}} + \theta) + F_{\text{rnb2h}} \cos \theta + F_{\text{lnb1h}} + F_{\text{lnb2h}} \cos \theta_{\text{lb}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中 $F_{\text{rpX}}, F_{\text{rpY}}$ 和 F_{r2X} 分别为右输入轴、右分支 1 和右分支 2 的 X 方向受力; $F_{\text{rpY}}, F_{\text{r1Y}}$ 和 F_{r2Y} 分别为右输入轴、右分支 1 和右分支 2 的 Y 方向受力; $F_{\text{lpX}}, F_{\text{l1X}}$ 和 F_{l2X} 分别为左输入轴、左分支 1 和左分支 2 的 X 方向受力; $F_{\text{lpY}}, F_{\text{l1Y}}$ 和 F_{l2Y} 分别为左输入轴、左分支 1 和左分支 2 的 Y 方向受力; F_{bX} 和 F_{bY} 分别为输出轴 X 方向受力和 Y 方向受力.

2.4 传动系统的非线性振动微分方程

将输入和输出结构分别视做具有回转自由度的集中质量.则根据牛顿定律可以得到传动系统的振动方程为

$$\begin{cases} \mathbf{I} \ddot{\boldsymbol{\varphi}} + \bar{\mathbf{C}} \dot{\boldsymbol{\varphi}} + \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi} = \bar{\mathbf{F}} \\ \bar{\mathbf{M}}' \ddot{\bar{\mathbf{X}}} + \bar{\mathbf{K}}' \bar{\mathbf{X}} = \bar{\mathbf{F}}' \end{cases} \quad (8)$$

式中 $\mathbf{I}, \boldsymbol{\varphi}$ 和 $\bar{\mathbf{F}}$ 分别为齿轮、输入原动机及输出载荷的转动惯量矩阵、扭转位移矢量和广义力矢量; $\bar{\mathbf{K}}, \bar{\mathbf{C}}, \bar{\mathbf{M}}', \bar{\mathbf{K}}', \bar{\mathbf{X}}$ 和 $\bar{\mathbf{F}}'$ 分别为各轴的扭转刚度矩阵、扭转阻尼矩阵、质量矩阵、支撑刚度矩阵、振动位移矢量和位移方向的力矢量.

为消除刚体位移,在保持系统拓扑解结构不变的前提下,将各轴的扭转位移转换为线位移,则设

$$\begin{cases} Y_{rdp} = r_{rdp}(\varphi_{rd} - \varphi_{rp}) \\ Y_{r1s1h} = r_{r1s1h}(\varphi_{r1s} - \varphi_{r1h}) \\ Y_{r2s2h} = r_{r2s2h}(\varphi_{r2s} - \varphi_{r2h}) \\ Y_{ldp} = r_{ldp}(\varphi_{ld} - \varphi_{lp}) \\ Y_{l1s1h} = r_{l1s1h}(\varphi_{l1s} - \varphi_{l1h}) \\ Y_{l2s2h} = r_{l2s2h}(\varphi_{l2s} - \varphi_{l2h}) \\ Y_{bo} = r_{bo}(\varphi_b - \varphi_o) \end{cases} \quad (9)$$

式中 r_{rdp} 、 r_{r1s1h} 和 r_{r2s2h} 分别是右输入端输入轴、右双联齿轮轴 1 和右双联齿轮轴 2 的半径; r_{ldp} 、 r_{l1s1h} 和 r_{l2s2h} 分别是左输入端输入轴、左双联齿轮轴 1 和左双联齿轮轴 2 的半径; r_{bo} 为输出轴半径。

根据双输入圆柱齿轮分流传动系统闭环结构特点,由式(4)和式(9)可得线位移间的关系为

$$Y_{rnb2h} = Y_{rnb1h} + (-Y_{r2}^* - Y_{rb}) + (-e_{rnb2h} + e_{rnb1h}) + (Y_{r1} + Y_{rb}^*) - \frac{r_{rb2h}}{r_{r2s2h}} Y_{r2s2h} + \frac{r_{rb1h}}{r_{r1s1h}} Y_{r1s1h} + \frac{r_{rb1h}}{r_{rb1s}} (Y_{rnp1s} + Y_{rp} + Y_{r1}^* + e_{rnp1s}) - \frac{r_{rb2h}}{r_{rb2s}} (Y_{rnp2s} + Y_{rp}^* + Y_{r2} + e_{rnp2s}) \quad (10)$$

$$Y_{lnb2h} = Y_{lnb1h} + (-Y_{l2} - Y_{lb}^*) + (-e_{lnb2h} + e_{lnb1h}) + (Y_{l1} + Y_{lb}) - \frac{r_{lb2h}}{r_{l2s2h}} Y_{l2s2h} + \frac{r_{lb1h}}{r_{l1s1h}} Y_{l1s1h} + \frac{r_{lb1h}}{r_{lb1s}} (Y_{lnp1s} + Y_{lp}^* + Y_{l1} + e_{lnp1s}) - \frac{r_{lb2h}}{r_{lb2s}} (Y_{lnp2s} + Y_{lp} + Y_{l2}^* + e_{lnp2s}) \quad (11)$$

结合式(4)和式(9),将式(8)的扭转振动微分方程变换为啮合线上相对位移的振动微分方程,并根据式(10)和式(11)得到消除刚体位移的 27

个振动微分方程。由于方程较为复杂,此处仅列出其中一个方程。

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_{rnp1s} = & \frac{K_{rp} Y_{rp}}{m_{rp}} + \frac{c_{rdp} r_{rbp}}{I_{rp} r_{rdp}} \dot{Y}_{rdp} + \frac{K_{rdp} r_{rbp}}{I_{rp} r_{rdp}} Y_{rdp} + \frac{c_{r1s1h} r_{rb1s}}{I_{r1s1h} r_{r1s1h}} \dot{Y}_{r1s1h} + \frac{K_{r1s1h} r_{rb1s}}{I_{r1s1h} r_{r1s1h}} Y_{r1s1h} + \\ & K_{r1Y} \left(\frac{\cos \theta'_{r1}}{M_{r1}} \right) Y_{r1} - K_{r1X} \left(\frac{\sin \theta'_{r1}}{M_{r1}} \right) X_{r1} - c_{rnb1h} \left(\frac{\cos \theta'_{r1}}{M_{r1}} \right) \dot{Y}_{rnb1h} - \\ & c_{rnp2s} \left[\frac{r_{rbp}^2}{I_{rp}} + \frac{\cos \theta_{rp}}{m_{rp}} \right] \dot{Y}_{rnp2s} - c_{rnp1s} \left[\frac{1}{m_{rp}} + \frac{1}{M_{r1}} + \frac{r_{rb1s}^2}{I_{r1s}} + \frac{r_{rbp}^2}{I_{rp}} \right] \dot{Y}_{rnp1s} - \\ & K_{rnb1h} \left(\frac{\cos \theta'_{r1}}{M_{r1}} \right) f_{rnb1h} Y_{rnb1h} - K_{rnp2s} \left[\frac{r_{rbp}^2}{I_{rp}} + \frac{\cos \theta_{rp}}{m_{rp}} \right] f_{rnp2s} Y_{rnp2s} - \\ & K_{rnp1s} \left[\frac{1}{M_{r1}} + \frac{1}{m_{rp}} + \frac{r_{rbp}^2}{I_{rp}} + \frac{r_{rb1s}^2}{I_{r1s}} \right] f_{rnp1s} Y_{rnp1s} - \ddot{E}_{rnp1s} \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $M_{r1} = m_{r1h} + m_{r1s}$, m 为质量, E 为综合误差。

方程中的物理量都采用国际单位,不同物理量之间的数值大小差别很大,易导致求解困难,所以还应对方程进行量纲归一化处理,限于篇幅,这里不再赘述。

3 非线性振动微分方程的求解和动力学均载系数的计算

3.1 非线性振动微分方程的求解

求解含间隙非线性项的强非线性振动微分方程通常采用数值积分法,本文采用 Runge-Kutta 法求解。Runge-Kutta 法是应用广泛的高精度算法,其数学描述如下:

设 1 阶微分方程组为

$$\begin{cases} \frac{dy}{dx} = f[x, y(x), u(x)] \\ \frac{du}{dx} = v[x, y(x), u(x)] \end{cases} \quad (13)$$

则 4 阶 Runge-Kutta 数值积分为

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \lambda_0 (K_1 + 2K_2 + 3K_3 + K_4)/6 \\ u_{n+1} = u_n + \lambda_0 (q_1 + 2q_2 + 3q_3 + q_4)/6 \end{cases} \quad (14)$$

式中

$$\begin{aligned} K_1 &= f(x_n, y_n, u_n) \\ K_2 &= f(x_n + \lambda_0/2, y_n + \lambda_0 K_1/2, u_n + \lambda_0 q_1/2) \\ K_3 &= f(x_n + \lambda_0/2, y_n + \lambda_0 K_2/2, u_n + \lambda_0 q_2/2) \\ K_4 &= f(x_n + \lambda_0/2, y_n + \lambda_0 K_3/2, u_n + \lambda_0 q_3/2) \\ q_1 &= v(x_n, y_n, u_n) \\ q_2 &= v(x_n + \lambda_0/2, y_n + \lambda_0 K_1/2, u_n + \lambda_0 q_1/2) \\ q_3 &= v(x_n + \lambda_0/2, y_n + \lambda_0 K_2/2, u_n + \lambda_0 q_2/2) \\ q_4 &= v(x_n + \lambda_0/2, y_n + \lambda_0 K_3/2, u_n + \lambda_0 q_3/2) \end{aligned}$$

上述方程中, λ_0 表示计算中选取的积分步长。当 $x = x_0$ 时, $y = y_0$, $u = u_0$, 按照上述公式,可以从初始点 (x_0, y_0) 出发计算出 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ 的值。因此应用该方法可将 27 元 2 阶振动微分方程组转化为 54 元 1 阶振动微分方程组,然后采用 Runge-Kutta 法数值积分求解。

3.2 动力学均载系数的计算

用 Runge-Kutta 法解得系统时域响应和频率响应. 将系统响应代入式(5)获得弹性力 P_{rnpis} , P_{rnbih} , P_{lnpis} 和 P_{lnbih} , $i=1, 2$. 令 $b_{\text{ris}k_1}$ 和 $b_{\text{rih}k_2}$ 分别为右输入端每一齿频周期分流级和并车级各齿轮副的均载系数; $b_{\text{lis}k_1}$, $b_{\text{lih}k_2}$ 分别为左输入端每一齿频周期分流级和并车级各齿轮副的均载系数, 则

$$\begin{cases} b_{\text{ris}k_1} = N(P_{\text{rnpis}k_1})_{\max} / \sum_{i=1}^N (P_{\text{rnpis}k_1})_{\max} \\ b_{\text{rih}k_2} = N(P_{\text{rnbih}k_2})_{\max} / \sum_{i=1}^N (P_{\text{rnbih}k_2})_{\max} \\ b_{\text{lis}k_1} = N(P_{\text{lnpis}k_1})_{\max} / \sum_{i=1}^N (P_{\text{lnpis}k_1})_{\max} \\ b_{\text{lih}k_2} = N(P_{\text{lnbih}k_2})_{\max} / \sum_{i=1}^N (P_{\text{lnbih}k_2})_{\max} \end{cases} \quad (15)$$

式中 k_1 为 $1, 2, \dots, n_1$; k_2 为 $1, 2, \dots, n_2$; n_1, n_2 分别为系统周期分流级和并车级的啮合齿频周期数; N 为 2.

令 Ω_{ris} 和 Ω_{rih} 分别为右输入端系统周期分流级和并车级各齿轮副的均载系数, 令 Ω_{lis} 和 Ω_{lih} 分别为左输入端系统周期分流级和并车级各齿轮副的均载系数, 则

$$\begin{cases} \Omega_{\text{ris}} = (b_{\text{ris}k_1})_{\max} \\ \Omega_{\text{rih}} = (b_{\text{rih}k_2})_{\max} \\ \Omega_{\text{lis}} = (b_{\text{lis}k_1})_{\max} \\ \Omega_{\text{lih}} = (b_{\text{lih}k_2})_{\max} \end{cases} \quad (16)$$

左、右输入端系统周期分流级和并车级均载系数 Ω_{ls} , Ω_{rs} 和 Ω_{lh} , Ω_{rh} 为

$$\begin{cases} \Omega_{\text{rs}} = (\Omega_{\text{ris}})_{\max} \\ \Omega_{\text{rh}} = (\Omega_{\text{rih}})_{\max} \\ \Omega_{\text{ls}} = (\Omega_{\text{lis}})_{\max} \\ \Omega_{\text{lh}} = (\Omega_{\text{lih}})_{\max} \end{cases} \quad (17)$$

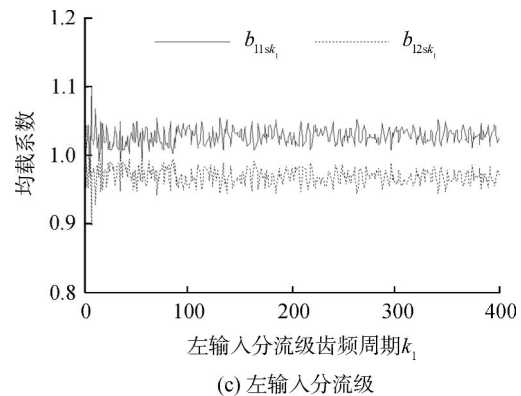
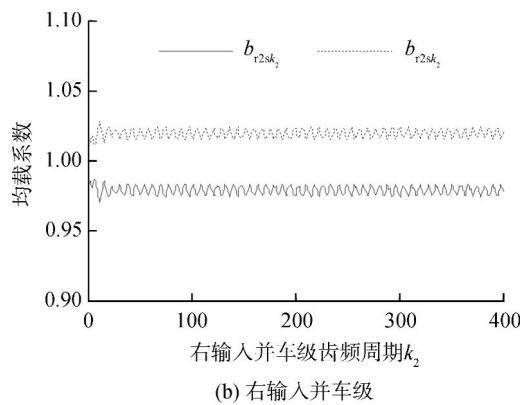
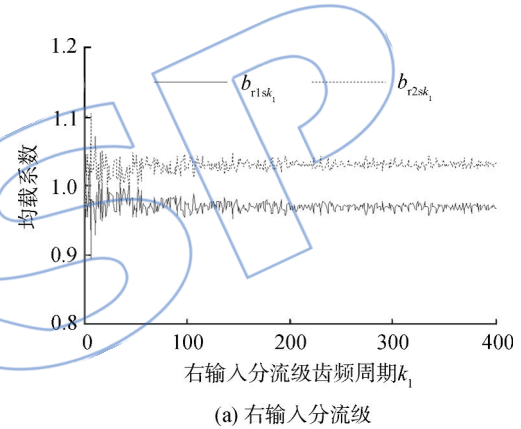
4 轴的扭转刚度对系统均载系数的影响

本文针对某航空减速器进行了算例分析. 减速器的基本参数如下: 分流级模数 $m_{12} = 3.5 \text{ mm}$, 并车级模数 $m_{34} = 3.94 \text{ mm}$; 分流级齿数 $N_{\text{zp}} = 31$, $N_{\text{zr1s}} = 98$, $N_{\text{zr2s}} = 98$; 并车级齿数 $N_{\text{zr1h}} = 23$, $N_{\text{zr2h}} = 23$, $N_{\text{zb}} = 215$; 输入功率 $P = 1000 \text{ kW}$; 输入轴转速 $n = 7626 \text{ r/min}$; 安装角 $\theta_{\text{rp}} = 104.5^\circ$, $\theta_{\text{r1}} = 108.5^\circ$, $\theta_{\text{r2}} = 108.5^\circ$, $\theta_{\text{rb}} = 38.5^\circ$, $\theta = 180^\circ$; 左输入参数与右输入参数相同.

图 6 所示为 4 个双联齿轮轴的扭转刚度为 $7 \times 10^4 (\text{N} \cdot \text{m})/\text{rad}$ 时分流级和并车级均载系数变化图.

从图 6 中可知, 在 4 个双联齿轮轴扭转刚度和齿轮轴支撑刚度相同时, 虽然系统几何结构对称, 但由于齿轮中心的横向微位移引起齿轮旋转量不同, 导致右输入的分支 2 和左输入的分支 1 承受的扭矩较大.

从图 7 中可知, 随着双联齿轮轴扭转刚度的增加, 系统均载系数对其敏感程度降低. 主要原因在于: 随着扭转刚度增加, 齿轮中心的横向微位移引起的齿轮旋转量在引起系统不均载因素中的比例逐渐增大, 扭转变形量比例逐渐降低.



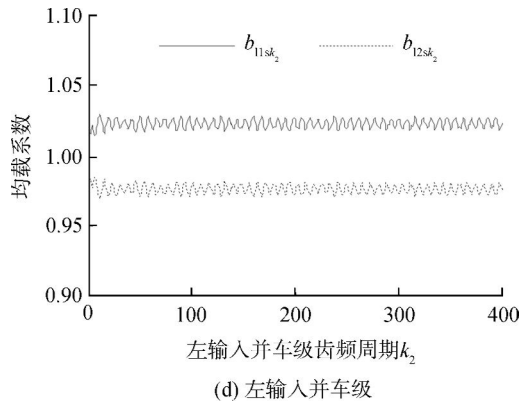


图6 双联齿轮轴扭转刚度为 7×10^4 (N·m)/rad 时分流级和并车级均载系数

Fig. 6 Load sharing coefficients of split and synthesized torque stages for torsional stiffness of 7×10^4 (N·m)/rad of duplicate gear shaft

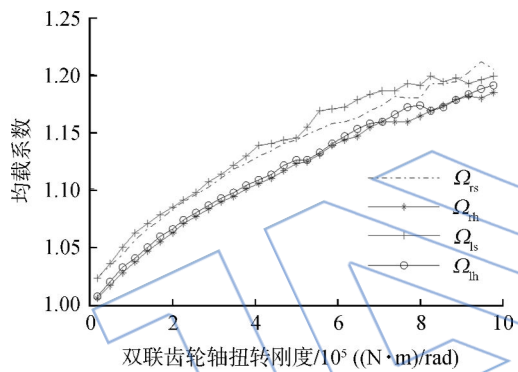
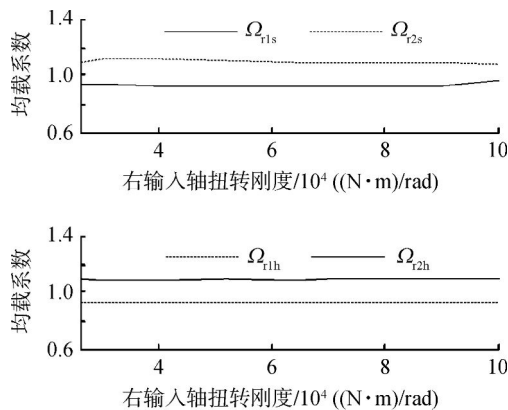


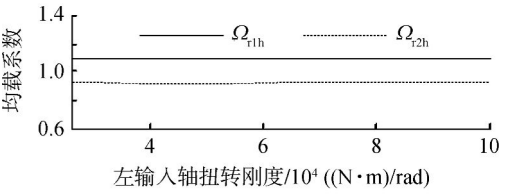
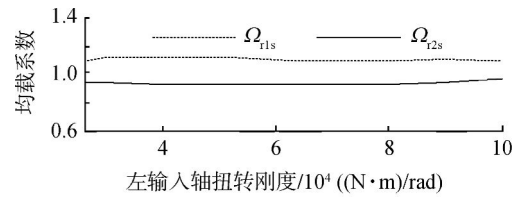
图7 双联齿轮轴扭转刚度对系统均载系数的影响
Fig. 7 Impact of torsional stiffness of duplicate gear shaft on load sharing coefficient of system

可见双联齿轮轴扭转刚度对系统均载系数影响较大,减小双联齿轮轴的扭转刚度可以提高系统均载系数,将系统均载系数控制在 1.06 范围内^[16]. 因此,可以通过中空嵌套弹性扭力轴^[4]等机构降低扭转刚度来获得更好的系统均载系数.

图8、图9分别为输入、输出轴扭转刚度变化



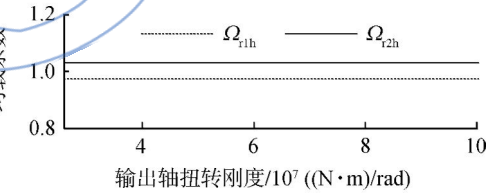
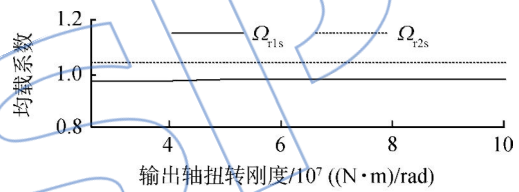
(a) 右输入轴扭转刚度对右输入系统均载系数的影响



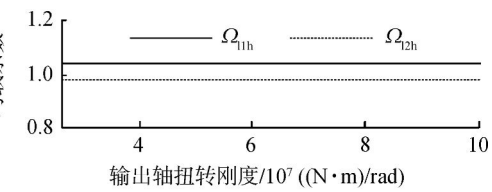
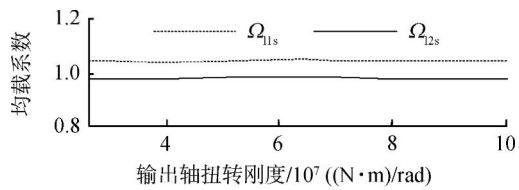
(b) 左输入轴扭转刚度对左输入系统均载系数的影响

图8 输入轴扭转刚度对系统均载系数的影响

Fig. 8 Impact of torsional stiffness of input shaft on load sharing coefficient of system



(a) 输出轴扭转刚度对右输入系统均载系数的影响



(b) 输出轴扭转刚度对左输入系统均载系数的影响

图9 输出轴扭转刚度对系统均载系数的影响

Fig. 9 Impact of torsional stiffness of output shaft on load sharing coefficient of system

时系统均载系数变化情况. 从图8中可知,输入轴扭转刚度对分流级均载系数影响大于并车级均载系数,但是对两者的影响都较小.

从图9中可知,由于输出轴扭转刚度较大,它

对左右输入的分流级和并车级均载系数基本上没有影响。

5 结 论

1) 利用位移之间的线性关系,建立了具有闭环特性结构的双输入圆柱齿轮分流传动系统的弯扭耦合非线性振动微分方程。

2) 在双联齿轮轴扭转刚度和轴支撑刚度相同条件下,右输入的分支2承载大于右输入的分支1,左输入的分支1承载大于左输入的分支2。

3) 在双联齿轮轴支撑刚度相同的条件下,双联齿轮轴的扭转刚度对分流级和并车级均载系数影响较大;在一定范围内,减小双联齿轮轴的扭转刚度可以提高系统均载性能,因此利用弹性扭力轴等结构可获得更好的系统均载系数。

4) 左右输入轴扭转刚度变化对分流级均载系数的影响大于并车级均载系数,但是对两者影响都很小。

5) 输出轴扭转刚度的变化对分流级和并车级均载系数影响很小。

参考文献:

- [1] White G. A lightweight split-torque transmission for a 330 kW helicopter[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1981, 196(1): 11-22.
- [2] White G. Design study of a 375 kW helicopter transmission with split-torque epicyclic and bevel drive stages[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1983, 197(4): 213-224.
- [3] White G. Split torque helicopter transmissions with widely separated engines[J]. Journal of Aerospace Engineering, 1989, 203(1): 53-65.
- [4] White G. Design study of a split-torque helicopter transmission[J]. Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2): 117-123.
- [5] Krantz T L. Dynamics of a split torque helicopter transmission[R]. NASA TM-106410, 1994.
- [6] 杨振,王三民,范叶森. 矩阵分流式齿轮传动系统的非线性动力学特性[J]. 机械工程学报, 2008, 44(7): 52-57.
YANG Zhen, WANG Sanmin, FAN Yesen. Nonlinear dynamic characteristics of split-torque gear transmission system[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2008, 44(7): 52-57. (in Chinese)
- [7] 杜佳佳,王三民,王颖. 功率双分支传动系统的动力学特性研究[J]. 机械制造, 2012, 50(4): 10-12.
- DU Jiajia, WANG Sanmin, WANG Ying. Research on dynamic characteristics of the dual power path gear transmission[J]. Machinery, 2012, 50(4): 10-12. (in Chinese)
- [8] 李楠,王三民,杜佳佳. 功率四分支齿轮传动系统的固有特性与动载系数[J]. 航空动力学报, 2013, 28(2): 445-451.
LI Nan, WANG Sanmin, DU Jiajia. Natural characteristics and dynamic load coefficient of power four embranchments gear transmission[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(2): 445-451. (in Chinese)
- [9] 张婷,李育锡,王三民. 功率二分支齿轮传动系统静态均载特性研究[J]. 机械传动, 2012, 36(3): 14-16.
ZHANG Ting, LI Yuxi, WANG Sanmin. Research on static load sharing of the dual power path gear transmission[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2012, 36(3): 14-16. (in Chinese)
- [10] 董皓,方宗德,王宝宾,等. 基于变形协调的双重功率分流轮系均载特性[J]. 华南理工大学学报, 2012, 40(5): 18-22.
DONG Hao, FANG Zongde, WANG Baobin, et al. Load-sharing characteristics of gear train with dual power split based on deflection compatibility[J]. Journal of South China University of Technology, 2012, 40(5): 18-22. (in Chinese)
- [11] Krantz T L, Rashidi M. Vibration analysis of a split path gearbox[R]. San Diego, US: 31st AIAA/ASME/SAE/AS-EE Joint Propulsion Conference and Exhibit, 1995.
- [12] Gmirya Y, HE Shulin, Buzel G, et al. Load sharing test of the CH-53K split torque main gearbox[R]. Grapevine, US: The American Helicopter Society 65th Annual Forum, 2009.
- [13] 袁敏,李润方,林建德. 行星齿轮系统的运动分析及动力学仿真[J]. 机械传动, 2006, 30(5): 17-19.
YUAN Min, LI Runfang, LIN Jiande. A method of the motion analysis and dynamic simulation for planetary gear trains[J]. Journal of Mechanical Transmission, 2006, 30(5): 17-19. (in Chinese)
- [14] 孙涛,沈允文,孙智民. 行星齿轮传动非线性动力学模型与方程[J]. 机械工程学报, 2002, 38(3): 6-10.
SUN Tao, SHEN Yunwen, SUN Zhimin. Study on nonlinear dynamic behavior of planetary gear train dynamic model and governing equations[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2002, 38(3): 6-10. (in Chinese)
- [15] 鲍和云,朱如鹏. 两级星型齿轮传动动态均载特性分析[J]. 航空动力学报, 2005, 20(6): 937-943.
BAO Heyun, ZHU Rupeng. Analysis of dynamic load sharing in a 2-stage planet gear train[J]. Journal of Aerospace Power, 2005, 20(6): 937-943. (in Chinese)
- [16] Krantz T L, Delgado I R. Experimental study of split-path transmission load sharing[R]. NASA TM-107202, 1996.