

渗透壁面竖直平板 Blasius 流熵产特性

赵国昌^{1,3}, 单 龙¹, 宋丽萍², 孔敬儒¹, 赵 恒¹, 刘 宇¹, 毛晓东¹
(1. 沈阳航空航天大学 航空航天工程学部(院), 沈阳 110136;
2. 沈阳航空航天大学 科学技术协会, 沈阳 110136;
3. 沈阳航空航天大学 辽宁省航空推进系统先进测试技术重点实验室, 沈阳 110136)

摘 要: 对可渗透滑移竖直平板 Blasius 流层流边界层内熵产及传热熵产与总熵产的比值(Bejan 数, Be) 进行了深入研究, 将耦合的动量与能量偏微分方程组通过相似变换转换为非线性常微分方程组, 用 Runge-Kutta 法求解获得了无量纲流函数与无量纲温度的相似解, 进而研究了无量纲参数对熵产及 Be 的影响. 结果表明: 吸入时最大熵产位于壁面处, 吸入速度越大最大熵产越大, 熵产随相似变量的增加单调下降; 喷注速度越大壁面处熵产越小; 近壁面处熵产随变黏度参数增大而增大, 远离壁面处随变黏度参数的增大而减小; 远离壁面处 Be 随喷注与吸入参数或变黏度参数的增大而增大, 近壁面处与此相反; 熵产和 Be 随着辐射参数和 Reynolds 数(Re) 增大而减小, 随着 Biot 数(Bi) 增大而增大; Bi 在 $0\sim 2$ 范围内对传热熵产的影响很剧烈, Bi 较小时总熵产由流动熵产控制, Bi 较大时总熵产由不可逆传热熵产控制; 熵产随滑移参数的减小而增大, Be 随滑移参数的增大而增大; Grashof 数(Gr) 对熵产的影响较大, 在较大的 Gr 条件下熵产随相似变量的变化较剧烈; 滑移参数越大, 流动熵产越小, Be 越大.

关 键 词: 渗透壁面; Blasius 流; 熵产; 滑移边界; 辐射; 相似变换; Bejan 数

中图分类号: V ; TG156.99 **文献标志码:** A

Characteristics of entropy generation of Blasius flow
over a permeable vertical flat plate

ZHAO Guo-chang^{1,3}, SHAN Long¹, SONG Li-ping²,
KONG Jing-ru¹, ZHAO Heng¹, LIU Yu¹, MAO Xiao-dong¹

(1. Faculty of Aerospace Engineering,
Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China;
2. Association of Science and Technology,
Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China;
3. Liaoning Key Laboratory of Advanced Measurement and Test Technology for
Aviation Propulsion System, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

Abstract: The combined effects of radiation, temperature dependent viscosity, slip boundary, suction and injection on entropy generation in the Blasius flow boundary layer over a permeable flat plate and the ratio of entropy generation due to heat transfer and total entropy generation (Bejan number) with variable dimensionless parameters were investigated in detail. The coupled momentum and energy partial differential equations (PDEs) were transformed into nonlinear ordinary differential equations (ODEs) using similarity variables, which were then solved numerically using the Runge-Kutta method. The effects of dimensionless parameters on the entropy generation and Bejan number were investigated with a fo-

cus on the dimensionless parameter changing under slip boundary conditions. The results are as follows: for suction, the maximum entropy generation appears on the wall and entropy generation decreases monotonically with the increase of similarity variables. The greater suction speed means the greater entropy generation. For injection, the greater injection speed at the wall means the smaller entropy generation. Near the wall, entropy generation will increase as the variable viscosity parameter increases. However this effect away from the wall is reversed. Increases in either the suction/injection parameter or the variable viscosity parameter will increase the Bejan number when it's away from the wall and decrease the Bejan number when near the wall. Increases in either the radiation parameter or Re will decrease entropy generation and Bejan number, while increases in the Biot number will increase entropy generation and Bejan number. The entropy generation due to heat transfer changes with Biot number dramatically when Biot number is within the range of 0 to 2. The total entropy generation is dominated by the entropy generation due to viscous flow when Biot number is small and is dominated by the entropy generation due to heat transfer when Biot number is large. The entropy generation will increase as the slip parameter increases, while the Bejan number decreases. The effect of Gr on entropy generation is relatively large, and entropy generation will have more dramatic changes due to changes of similarity variables when Gr is larger. Furthermore, entropy generation of viscous flow is smaller and Bejan number is bigger with a larger slip parameter.

Key words: permeable wall; Blasius flow; entropy generation; slip boundary; thermal radiation; similarity transformation; Bejan number

符号表

a	热扩散率(m^2/s)	u	x 方向速度(m/s)
$\bar{N}_f$	边界层流动熵产	K	滑移参数
Bi	Biot 数	v	y 方向速度(m/s)
$\bar{N}_h$	边界层传热熵产	N_f	无量纲流动熵产
Br	Brinkman 数	u_∞	主流速度(m/s)
$\bar{N}_s$	边界层总熵产	N_h	无量纲传热熵产
Br/Ω	组合参数	v_w	喷注与吸入速度(m/s)
Pr	Prandtl 数	N_s	无量纲总熵产
Be	Bejan 数	V_c	变黏度参数
q_r	辐射传热热流量(W/m^2)	α	平均吸收比
c_p	比定压热容($\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)	μ_∞	流体动力黏度($\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$)
R	热辐射参数	β	体膨胀系数
f_w	喷注与吸入参数	ν_w	壁面处运动黏度($\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$)
R^*	$R^* = 3R/(3R+4)$	γ	物性常数
$f(\eta)$	无量纲流函数	ρ	密度(kg/m^3)
Re	Reynolds 数	η	相似参数
g	重力加速度	σ	Stefen-Boltzmann 常数($\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$)
S_g	熵产($\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$)	$\theta(\eta)$	无量纲温度
Gr	Grashof 数	σ_v	界面切向动量调节系数
T_f	左侧流体温度(K)	λ	导热系数($\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$)
h_∞	对流换热系数($\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$)	Ψ	流函数
T_∞	右侧流体温度(K)	μ	动力黏度($\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$)
k	分子平均自由程(m)		

平板 Blasius 流边界层流动与传热广泛存在于机械工程、化学工程等众多领域. 在航空发动机、燃气轮机、核电力设备以及储热设备等高温环境中的 Blasius 流需考虑辐射传热的影响^[1-3]. 多孔介质流动、金属轧制、聚合物挤压成型、悬浮液流动、薄膜流体润滑等领域的 Blasius 流需考虑边界滑移现象^[4]. 滑移边界条件对微/纳机电系统、微流体系统以及航空领域中的航电系统、滑油系统和推进系统中的微小尺度 Blasius 流也有重要影响^[5-7]. 边界层内的熵产是 Blasius 流研究的重要内容. 不可逆的流动与传热过程引起的耗散效应产生的熵增量叫做熵产, 不可逆程度越大熵产越大. 熵产特性研究是在熵产概念的基础上, 依据传热学、流体力学和热力学知识计算流动与传热过程各环节不可逆损失分布, 以最小熵产为目的从设计和运行角度对流动与传热过程进行优化. 已有的流动及传热过程的熵产特性研究包括定壁温或定热流边界条件下管内流动进口段熵产特性研究与优化, 横掠平板或圆柱的熵产分析以及有扰流流场的熵产分析等. 熵产主要由两部分组成, 一部分由传热不可逆性引起, 另一部分由黏性流动引起, 某些参数变化引起的传热与流动不可逆造成的两部分熵产并非总是同向变化, 存在某个参数值使流动与传热过程的总熵产最小, 也就是流动与传热过程的可用能损失最小. Bejan^[6-7]首次在热设计中将温差传热和流动阻力引起的总熵产最小作为过程优化设计准则. 近年来, 研究者对如稀薄气体^[8]、槽道流动与传热^[9-10]、移动平板^[11-12]、磁流体^[13-19]等条件下的边界层熵产进行了分析和研究, 但未见将辐射传热、物性变化、壁面喷注及滑移边界条件综合应用到 Blasius 流熵产分析中的相关报道. 本文综合国内外 Blasius 流的研究成果, 将辐射传热、黏度随温度可变、滑移边界、可渗透壁面等影响因素应用到 Blasius 流熵产特性分析中, 着重研究无量纲参数及滑移边界条件对熵产及 Bejan 数(Be)的影响.

1 数学物理模型

1.1 无量纲控制方程及边界条件

假设流体不可压, 黏度随温度变化, 流动为二维稳态层流流动. 图 1 为重力场中沿竖直平板壁面向上流动的流体的 Blasius 流示意图, 冷流体接触平板前以均匀速度 u_∞ 流动, 平板左侧与温度为 T_f 的热流体接触, 右侧与温度为 T_∞ 的冷流体接触. Blasius 流的连续、动量及能量方程, 黏性及辐

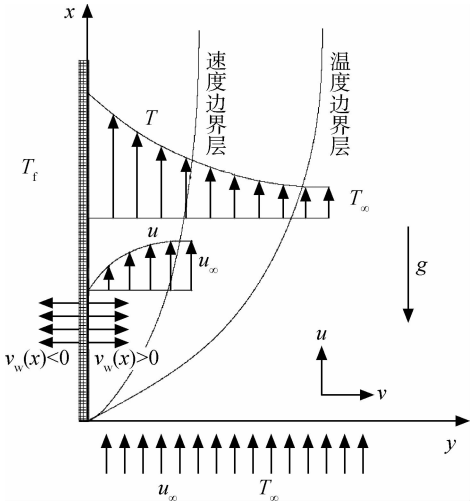


图 1 Blasius 流示意图
Fig. 1 Schematic diagram of Blasius flow

射传热关系式见文献[15].
相似变换后的由无量纲流函数和无量纲温度表达的动量方程及能量方程由式(1)和式(2)表达
$$f''' + \frac{1}{2}(1 + V_c \theta) f f'' - \frac{V_c}{1 + V_c \theta} \theta' f'' + Gr \theta (1 + V_c \theta) = 0 \quad (1)$$
$$\theta'' + \frac{1}{2} Pr R^* f \theta' + \frac{Br R^*}{1 + V_c \theta} (f'')^2 = 0 \quad (2)$$
其中
$$\eta = y \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu_\infty x}} \quad \theta(\eta) = \frac{T - T_\infty}{T_f - T_\infty} \quad f'(\eta) = u/u_\infty$$
喷注速度、流体动力黏度 μ 随温度变化规律等详见文献[15], 这里不再赘述. 式(1)和式(2)中的无量纲参数为

1) $V_c = \gamma(T_f - T_\infty)$ 为变黏度参数.

2) $Gr = \frac{g \beta (T_f - T_\infty) x}{u_\infty^2}$

设 $\beta(T_f - T_\infty) x = m$, m 为常数时 Gr 为定值^[12].

3) $Pr = \frac{\nu_\infty}{a} = \frac{\mu c_p}{\lambda}$.

4) $Br = \frac{\mu u_\infty^2}{\lambda (T_f - T_\infty)}$.

相似变换后的边界条件为

$f(0) = f_w \quad f'(\infty) = 1 \quad (3)$

$f'(0) = \frac{2 - \sigma_v}{\sigma_v} K_n Re^{1/2} f''(0) = K f''(0) \quad (4)$

$\theta'(0) = -Bi[1 - \theta(0)] \quad \theta(\infty) = 0 \quad (5)$

式(4)中滑移参数 $K = \frac{2 - \sigma}{\sigma} K_n Re^{1/2}$. 其中 $K_n = k/x, Re = u_\infty x / \nu_\infty$. 假设 $h_f = cx^{-1/2}$ ^[16], c 为常数,

由式(5)可得

$$Bi = \frac{\delta h_f}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} \cdot \sqrt{\frac{\nu_\infty}{u_\infty}}$$

(6)

1.2 熵产及 Bejan 数

考虑辐射传热的黏性流体单位体积的熵产为^[17]

$$S_g = \frac{\lambda}{T_\infty^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \frac{16\sigma T_\infty^3}{3\lambda\alpha} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T_\infty} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2$$

(7)

将式(7)中的熵产无量纲化,得到

$$N_s = \frac{S_g}{S_{g0}} = \frac{1}{Re} \left[\left(\frac{\eta^2}{4Re} + \frac{1}{R^*} \right) \theta'^2 + \frac{Br}{\Omega} \frac{1}{1+V_c\theta} f''^2 \right]$$

(8)

式中

$$S_{g0} = \frac{\lambda (T_f - T_\infty)^2 u_\infty^2}{T_\infty^2 \nu_\infty^2} \quad \Omega^{-1} = \frac{T_\infty}{T_f - T_\infty}$$

式(8)中,单位体积的总熵产 N_s 由不可逆传热熵产 N_h 和流动熵产 N_f 组成

$$N_s = N_h + N_f$$

(9)

式中

$$N_h = \left(\frac{\eta^2}{4Re^2} + \frac{1}{R^* Re} \right) \theta'^2$$
$$N_f = \frac{Br}{\Omega} \cdot \frac{1}{(1+V_c\theta)Re} f''^2$$

用 Be 描述不可逆传热熵产 N_h 与总熵产 N_s 的比值

$$Be = N_h / N_s$$

(10)

Be 的范围从 0 到 1. 当 $Be>0.5$ 时,单位体积的不可逆传热熵产占单位体积的总熵产的主要部分; $Be<0.5$ 时,黏性耗散是熵产的主要原因; $Be=0.5$ 时,单位体积的不可逆传热熵产与单位体积的流动熵产对单位体积的总熵产的贡献相等.

为了评估边界层熵产沿着 η 的积分值的变化

规律,定义式(11)表达的边界层总熵产、式(12)表达的边界层传热熵产和式(13)表达的边界层流动熵产.

$$\bar{N}_s = \int_0^\infty N_s d\eta$$

(11)

$$\bar{N}_h = \int_0^\infty N_h d\eta$$

(12)

$$\bar{N}_f = \int_0^\infty N_f d\eta$$

(13)

由于在主流区的熵产可忽略,上述积分的上限可以为速度和温度边界层厚度的较大者.

2 常微分方程求解及熵产特性

本文系统地研究了有、无滑移边界条件下各参数对 Blasius 流熵产及 Bejan 数(Be)的影响.近年来, Bataller^[3], Makinde^[18] 和 Aziz^[19] 对 Blasius 流进行了较深入的研究,为了验证本数学模型和程序的正确性,通过简化、修改部分特定参数实现与 Bataller, Makinde 和 Aziz 的数学模型相同的计算条件,将 $\theta(0)$ 和 $-\theta'(0)$ 计算结果与他们的结果进行对比:①当 f_w, V_c 和 Br 都为 0 时,与 Bataller 及 Makinde 的计算进行对比,结果如表 1 所示.②当 f_w, V_c 和 Br 都为 0, $R^*=1, Pr=0.72$ 时,与 Makinde 及 Aziz 的计算结果进行对比结果如表 2 所示.由表 1 和表 2 可以看出,本文的计算结果与他们的计算结果吻合较好,表明本文的数学模型与计算程序是正确的.

计算模型和程序得到验证之后,本文对 f_w, V_c, Br 不为 0, 以及 $Pr, Bi, R, Gr, Re, Br/\Omega$ 取不同数值时的 Blasius 流进行了更深入的研究.为了研究单一参数对 Blasius 流熵产的影响,本文在改变某单一参数计算时其他参数保持不变,在 $V_c=0.1, f_w=0.1, Br=0.1, Pr=0.72, R=0.7, Bi=0.1$ (作为对比,另一较大的 Bi 数取为 10), $Gr=0.01, Br/\Omega=1, Re=2$ 基础上,改变某单一参数研究该参数对熵产和 Be 的影响.

表 1 与 Battaller 和 Makinde 计算结果的比较
Table 1 Comparison with Battaller and Makinde's results

Bi	Pr	Ra	$\theta(0)$	$\theta(0)$	$\theta(0)$
			Bataller	Makinde	本文
0.1	5	0.7	0.199 626 5	0.199 574 06	0.199 574 17
1	5	0.7	0.713 742 2	0.713 741 69	0.713 741 78
5	5	5.0	0.903 769 4	0.903 767 83	0.903 767 86

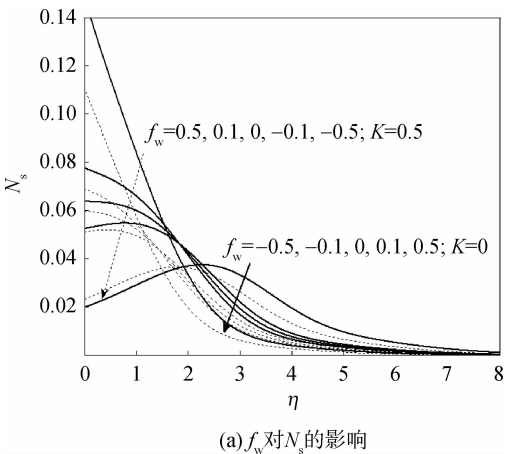
表 2 与 Aziz 和 Makinde 计算结果的比较
Table 2 Comparison with Aziz and Makinde's results

Bi	$\theta(0)$	$\theta(0)$	$\theta(0)$	$-\theta'(0)$	$-\theta'(0)$	$-\theta'(0)$
	Aziz	Makinde	本文	Aziz	Makinde	本文
0.05	0.144 7	0.144 6	0.144 661	0.042 8	0.047 6	0.042 767
1	0.771 8	0.771 82	0.771 822	0.228 2	0.228 17	0.228 178
20	0.985 4	0.985 43	0.985 433	0.291 3	0.291 32	0.291 329

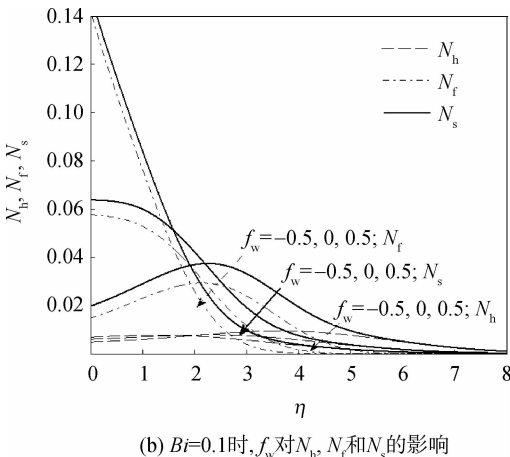
2.1 无量纲参数对熵产的影响

将耦合的动量与能量偏微分方程组通过相似变换转换为非线性常微分方程组式(1)和式(2),用 Runge-Kutta 法求解常微分方程组获得无量纲流函数与无量纲温度的相似解,依据在不同无量纲参数下所获得的相似解用式(8)计算熵产,用式(10)计算 Be ,研究无量纲参数对熵产及 Be 的影响.图 2~图 9 给出了无量纲参数 $f_w, V_c, K, Gr, Bi, Br/\Omega, R$ 以及 Re 对总熵产 N_s 、传热熵产 N_h 、流动熵产 N_f 、边界层总熵产 $\bar{N}_s$ 、边界层流动熵产 $\bar{N}_f$ 和边界层传热熵产 $\bar{N}_h$ 的影响(箭头方向代表参数变化的趋势;实线、虚线和点划线箭头分别对应相应图的实线、虚线和点划线曲线).图 2(a)表明,吸入时($f_w>0$)对于给定的 f_w 最大熵产位于 $\eta=0$ 的壁面处,熵产随着 η 的增加而单调下降,吸入速度越大最大熵产越大;在 $\eta<2$ 范围内吸入速度越大熵产越大,这一趋势大约在 $\eta=2$ 处出现反转,在 $\eta>2$ 的范围内吸入速度越大熵产越小.喷注时($f_w<0$)对于给定的 f_w 最大熵产不处于壁面处,喷注速度越大壁面处熵产越小;最大熵产随喷注速度的增加而减小,而其对应的 η 值随喷注速度的增加而增加.以 $f_w=-0.5$ 喷注情况为例,在 $\eta=2.5$ 附近出现极大值,在极值点以后随 η 的增加逐渐减小而趋于零.在 $\eta<2$ 范围内吸入时的熵产大于喷注时的熵产, f_w 越大熵产越大;与此相反,在 $\eta>2$ 范围内喷注时的熵产大于吸入时的熵产, f_w 越大熵产越小.图 2(b)给出了不可逆传热熵产 N_h 和流动熵产 N_f 以及总熵产 N_s 在边界层内的变化曲线,由图 2(b)可知,在 Bi 数较小时($Bi=0.1$),总熵产 N_s 走势主要由流动熵产 N_f 控制,两条曲线的变化趋势一致,不可逆传热熵产 N_h 在总熵产 N_s 中所占比例较小且随 η 的变化平缓;与此相对照,流动熵产 N_f 在边界层内变化较急剧.图 2(d)揭示了流动熵产 N_f 及不可逆传热熵产 N_h 按图 2(b)趋势变化的内在原因,图 2(d)中 f'' 及 θ' 的曲线走势决定了图 2(b)中

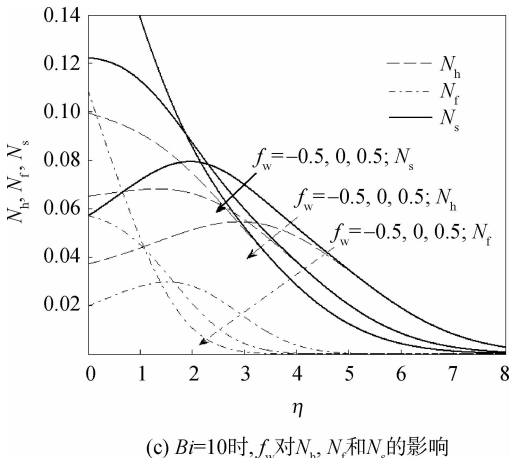
N_f 及 N_h 的变化曲线的走势.由图 3(a)可知,近壁面处($\eta<1$)熵产 N_s 随变黏度参数 V_c 增大而



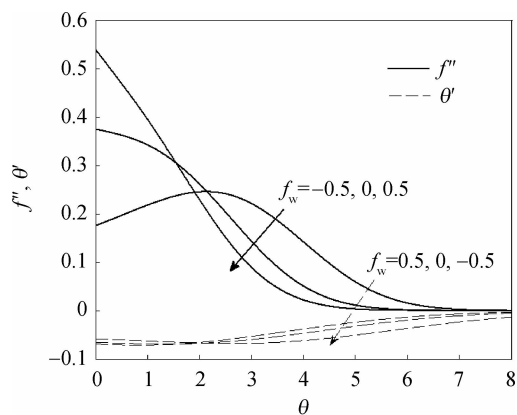
(a) f_w 对 N_s 的影响



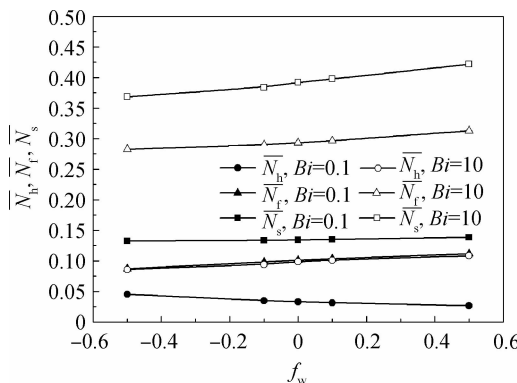
(b) $Bi=0.1$ 时, f_w 对 N_h, N_f 和 N_s 的影响



(c) $Bi=10$ 时, f_w 对 N_h, N_f 和 N_s 的影响



(d) f_w 对 f'' 及 θ' 的影响

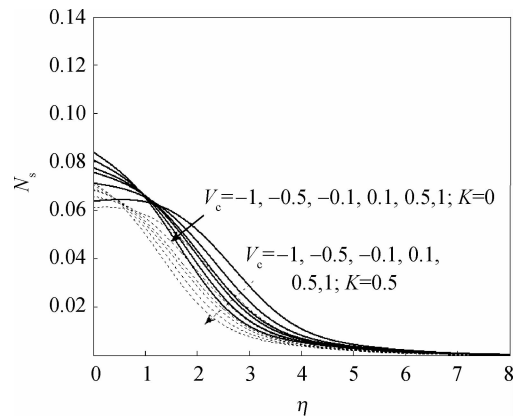


(e) $Bi=0.1, 10$ 时, $\overline{N}_h, \overline{N}_f$ 和 $\overline{N}_s$ 随 f_w 的变化

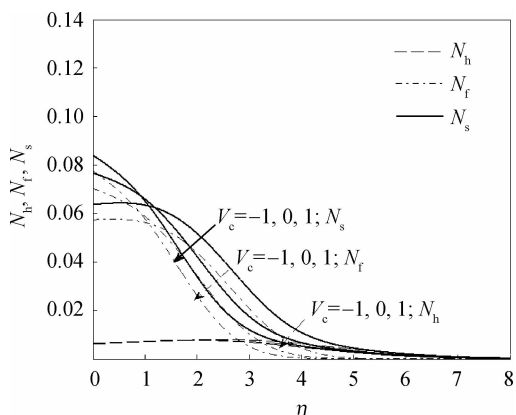
图 2 f_w 对熵产的影响

Fig. 2 Effects of f_w on entropy generation

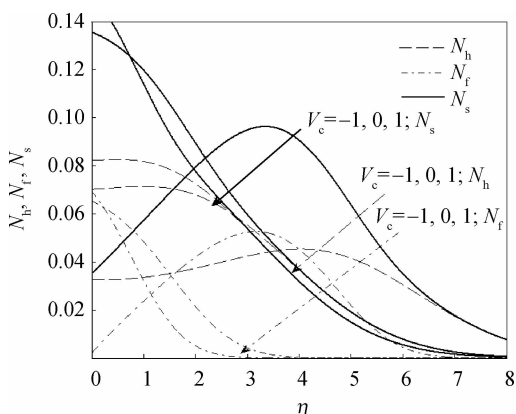
增大,远离壁面处(η 约大于1.5)随 V_c 的增大而减小;综合图4(a)~图9(a)可知,在给定的无量纲参数变化范围内,在边界层内靠近壁面处熵产最大,在主流处($\eta \approx 8$)熵产为零;无量纲参数 $K, Bi, Br/\Omega, R$ 以及 Re 等单一参数改变时,随着 η 的增大熵产 N_s 都单调减小而趋于0;在图5(a)中,无量纲参数 Gr 为2,2.5,3时,从壁面处开始随着 η 的增大熵产 N_s 先单调急剧减小,在 $\eta \approx 2$ 附近出现极小值,在 $\eta \approx 3$ 附近出现极大值,在此



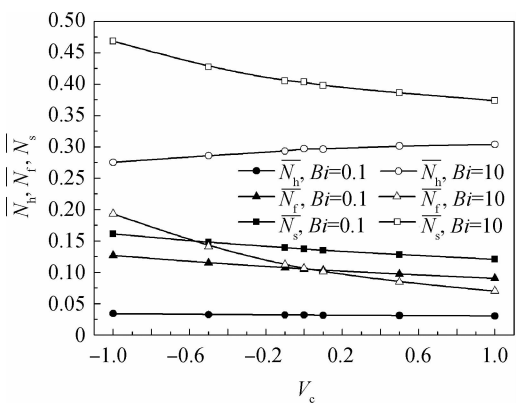
(a) V_c 对 N_s 的影响



(b) $Bi=0.1$ 时, V_c 对 N_h, N_f 和 N_s 的影响



(c) $Bi=10$ 时, V_c 对 N_h, N_f 和 N_s 的影响



(d) $Bi=0.1, 10$ 时, $\overline{N}_h, \overline{N}_f$ 和 $\overline{N}_s$ 随 V_c 的变化

图 3 V_c 对熵产的影响

Fig. 3 Effects of V_c on entropy generation

极值点以后随 η 的增大而单调减小趋于0;有滑移与无滑移条件下在壁面处熵产的差值随着 $Gr, Br/\Omega$ 增大而增大,随着 Bi 和 Re 增大而减小.图4(a)中,无滑移条件下熵产最大,滑移边界有助于减小熵产, K 值越大时熵产越小.在流体速度和热膨胀系数一定时 Gr 越大表明冷流体与热流体的温差越大,较大的温差对应着较大的传热不可逆和较大的熵产,所以图5(a)中在靠近壁面处 Gr

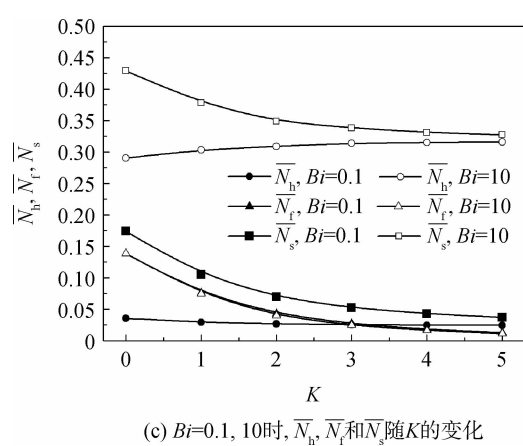
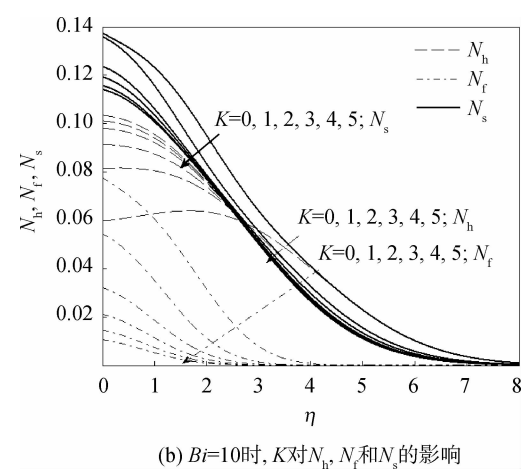
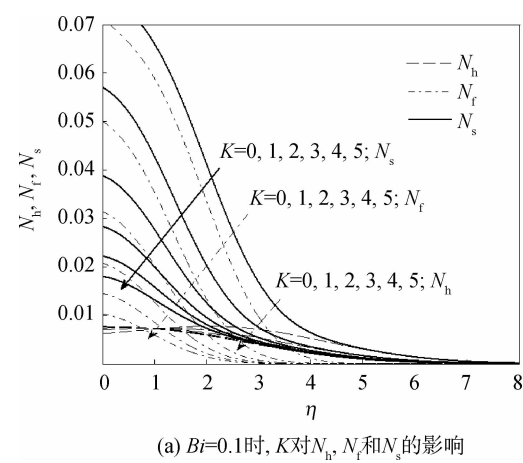
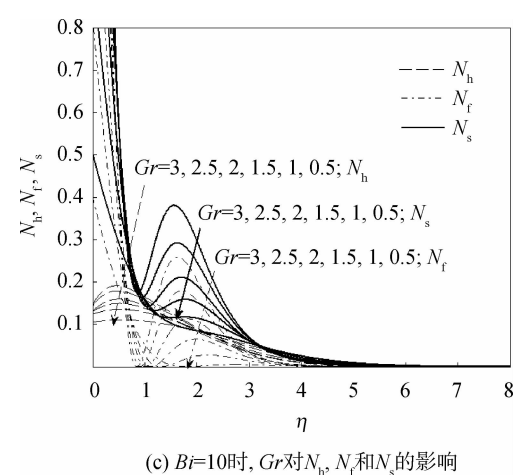
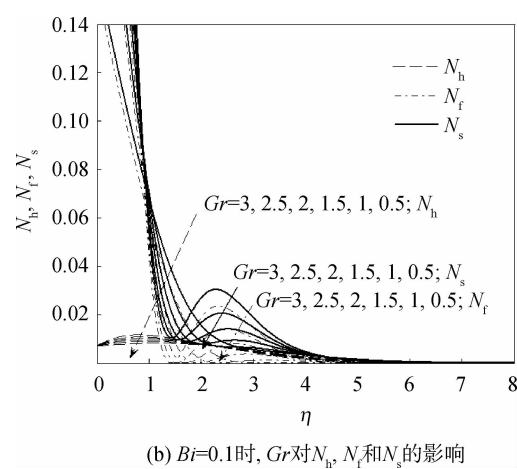
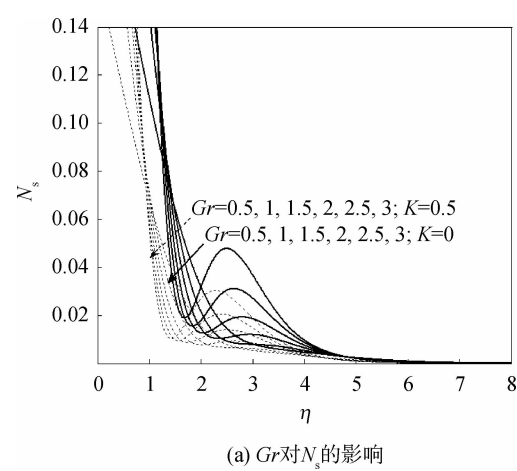


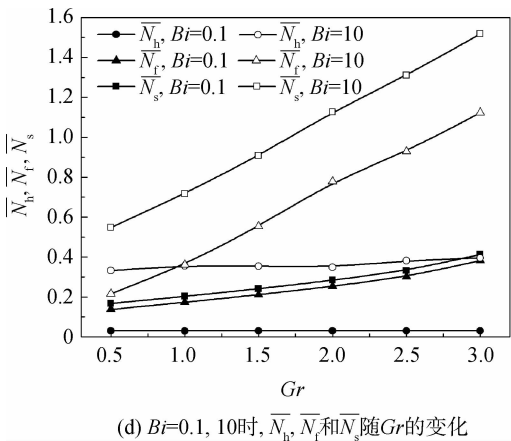
图 4 K 对熵产的影响

Fig. 4 Effects of K on entropy generation

越大熵产越大;自然对流与强迫对流相互作用, η 在 2 或 3 附近时熵产出现极小值或极大值. Bi 越大温度梯度越大,传热的不可逆性越大,所以图 6 (a)中 Bi 越大熵产越大;图 6(b)表明 Bi 数对 N_f 的影响很弱,于此相对照 Bi 数对 N_h 的影响很强烈,随着 Bi 的增加总熵产越受到 N_h 的影响,这与图 2(a)中 Bi 较小时总熵产 N_s 走势主要由流动熵产 N_f 控制情况有较大差别;图 6(c)表明 Bi

数对 $\bar{N}_f$ 几乎没有影响, Bi 数在 0 至 2 范围内对 $\bar{N}_h$ 的影响很剧烈, Bi 数在 2 至 20 范围内随着 Bi 数的增加 Bi 数对 $\bar{N}_h$ 的影响越来越平缓,与图 2 (e)中 Bi 数较小的条件下的情况不同,图 6(c)中 $\bar{N}_s$ 的走势主要由 $\bar{N}_h$ 的走势所控制. 图 7(a)中, Br/Ω 越大熵产越大. 图 8(a)表明 R 对熵产的影响较小. 在速度一定时 Re 越小表明流体运动黏度越大,因而流动熵产增加;在流体动力黏度一定时 Re 越小表明流体主流速度越小,边界层传热





(d) $Bi=0.1, 10$ 时, $\bar{N}_h$, $\bar{N}_f$ 和 $\bar{N}_s$ 随 Gr 的变化

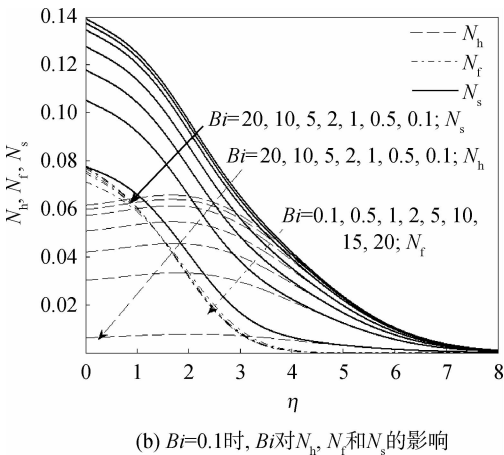
图 5 Gr 对熵产影响

Fig. 5 Effects of Gr on entropy generation

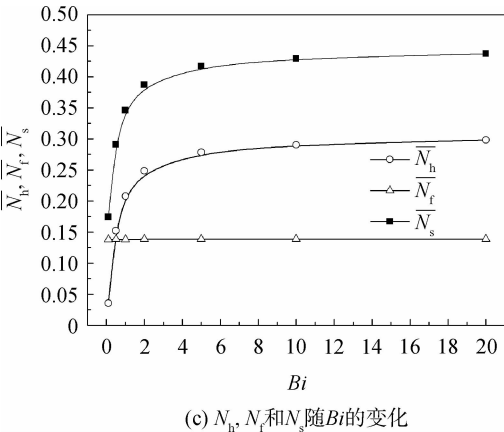
熵产将增加,所以图 9(a)中 Re 越小熵产越大.

图 2(b)、图 3(b)、图 4(a)、图 5(b)、图 7(b)、图 8(b)、图 9(b)给出了 $Bi=0.1$ 条件下的 N_h , N_f 和 N_s 曲线,作为对比,图 2(c)、图 3(c)、图 4(b)、图 5(c)、图 7(c)、图 8(c)、图 9(c)给出了 $Bi=10$ 条件下的 N_h , N_f 和 N_s 曲线.对比图 2(b)和图 2(c),图 3(b)和图 3(c),图 4(a)和图 4(b),图 5(b)和图 5(c)、图 7(b)和图 7(c)、图 8(b)和图 8(c)、图 9(b)和图 9(c)可知, $Bi=0.1$ 时总熵产 N_s 由流动熵产 N_f 控制, $Bi=10$ 时 N_s 由不可逆传热熵产 N_h 控制,即在小 Bi 数时,流动熵产在总熵产中占较大比重,在大 Bi 数时,不可逆传热熵产在总熵产中占较大比重.大 Bi 数 ($Bi=10$) 条件下,无量纲参数及相似变量对总熵产 N_s 、流动熵产 N_f 和不可逆传热熵产 N_h 的影响较大.

由图 2(e)、图 3(d)、图 4(c)、图 5(d)、图 7(d)、图 8(d)、图 9(d)可知, Bi 数不同时,边界层熵产 $\bar{N}_s$, $\bar{N}_f$ 和 $\bar{N}_h$ 随各无量纲参数的变化规律类似,大 Bi 数条件下曲线的斜率较大. $Bi=10$ 时边界层传热熵产 $\bar{N}_h$ 大于边界层流动熵产 $\bar{N}_f$,与此



(b) $Bi=0.1$ 时, Bi 对 N_h , N_f 和 N_s 的影响

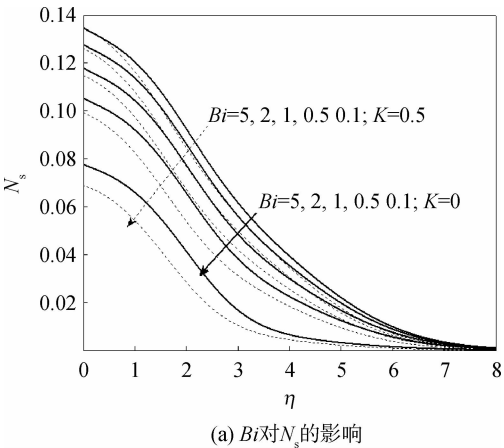


(c) N_h , N_f 和 N_s 随 Bi 的变化

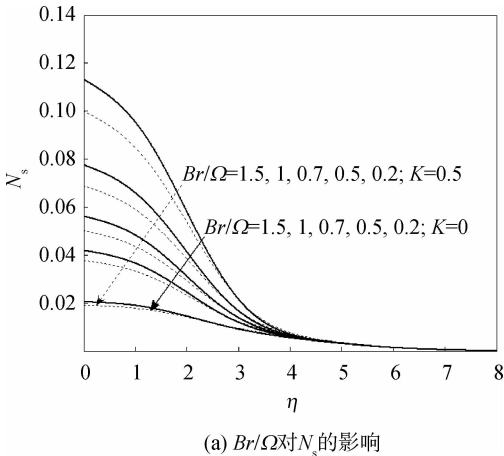
图 6 Bi 对熵产的影响

Fig. 6 Effects of Bi on entropy generation

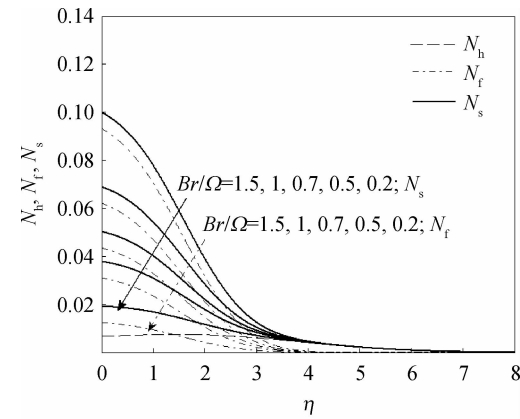
相反, $Bi=0.1$ 时边界层流动熵产 $\bar{N}_f$ 大于边界层传热熵产 $\bar{N}_h$. 图 6(c)中边界层传热熵产 $\bar{N}_h$ 和边界层总熵产 $\bar{N}_s$ 随 Bi 的增大而增大,在 Bi 为 0 到 2 增长速率较大,而边界层流动熵产 $\bar{N}_f$ 几乎不随 Bi 的改变而改变. 由图 6(c)还可以看出,当 Bi 数大于 0.5 时,边界层传热熵产 $\bar{N}_h$ 超过边界层流动熵产 $\bar{N}_f$ 成为控制边界层总熵产 $\bar{N}_s$ 的主要因素.



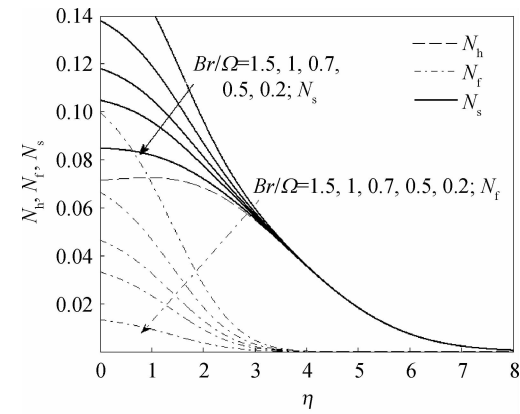
(a) Bi 对 N_s 的影响



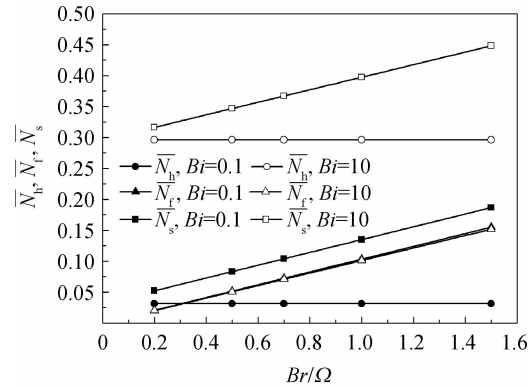
(a) Br/Ω 对 N_s 的影响



(b) $Bi=0.1$ 时, Br/Ω 对 N_h , N_f 和 N_s 的影响



(c) $Bi=10$ 时, Br/Ω 对 N_h , N_f 和 N_s 的影响



(d) $Bi=0.1, 10$ 时, $\bar{N}_h$, $\bar{N}_f$ 和 $\bar{N}_s$ 随 Br/Ω 的变化

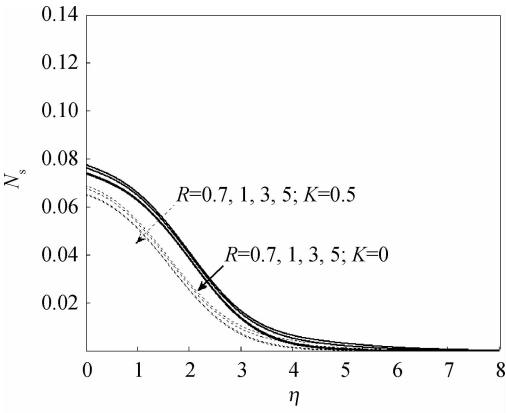
图 7 Br/Ω 对熵产的影响

Fig. 7 Effects of Br/Ω on entropy generation

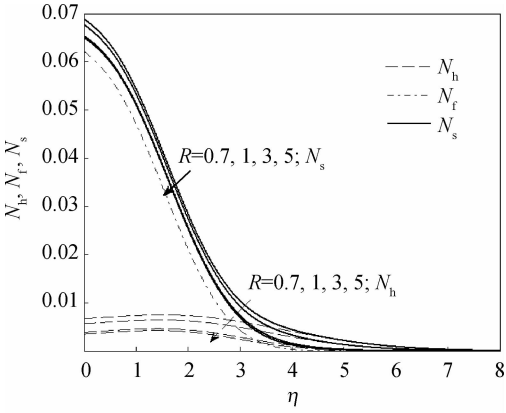
2.2 无量纲参数对 Bejan 数的影响

图 10~图 17 给出了在 $f_w, V_c, K, Gr, Bi, Br/\Omega, R, Re$ 分别为设定值时, Be 随相似变量的变化曲线. 由图 10~图 17 可知, Be 随 η 的变化曲线在 $2 < \eta < 4$ 范围内斜率最大. 由图 10 可以看出近壁面处 Be 随 f_w 的增大而减小, 即由喷注变化为吸入时 Be 减小; 远离壁面处变化趋势与前者相反, Be 随 f_w 的增大而增大. 图 11 可以看出远

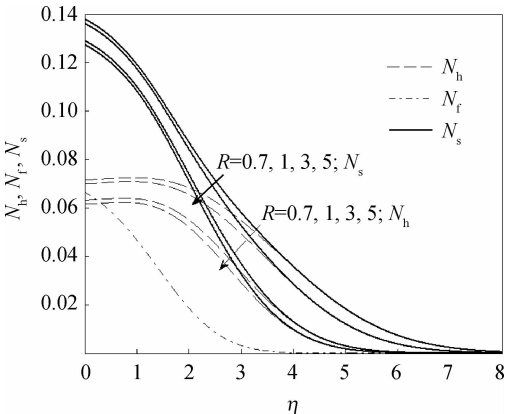
离壁面时随 V_c 增大 Be 增大, 近壁面处随 V_c 增大 Be 略微减小. 由图 12、图 14 可以看出 Be 随着 K, Bi 的增大而增大, 而图 15~图 17 中 Be 随着 $Br/\Omega, R, Re$ 的增大而减小. 图 13 为 Be 随着 Gr 的变化规律, Be 曲线的极大值点和极小值点随着 Gr 的增大而前移, 在极大值点处局部流动熵产为零, 极小值随着 Gr 的增大而减小, 其原因是随着 Gr 的增加自然对流的作用加强且在靠近壁面处克服流体黏滞效应而发挥作用. 综合图 12~图 17 可知, 当 K, Bi, R, Re 增大到一定程度后, Be 变化



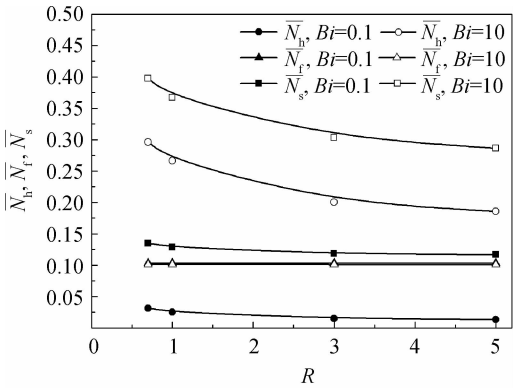
(a) R 对 N_s 的影响



(b) $Bi=0.1$ 时, R 对 N_h , N_f 和 N_s 的影响



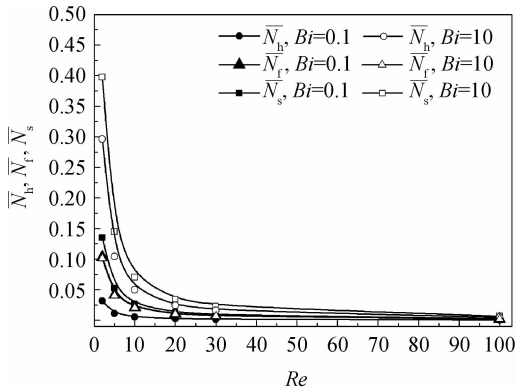
(c) $Bi=10$ 时, R 对 N_h , N_f 和 N_s 的影响



(d) $Bi=0.1, 10$ 时, N_h, N_f 和 N_s 随 R 的变化

图 8 R 对熵产的影响

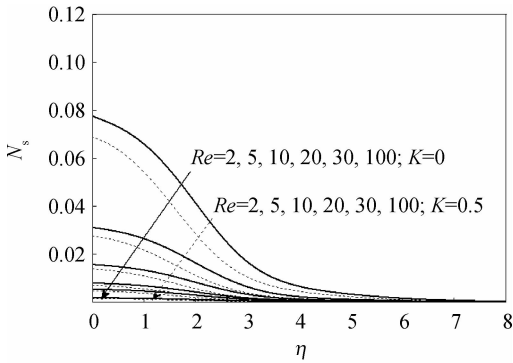
Fig. 8 Effects of R on entropy generation



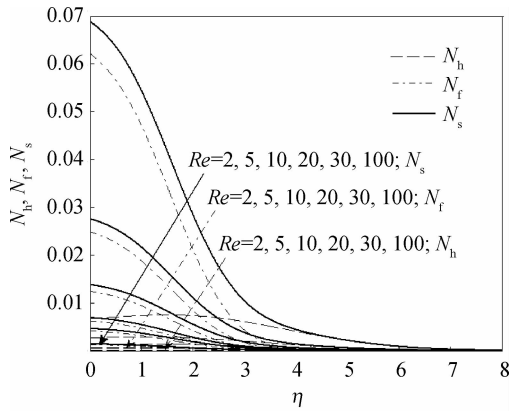
(d) $Bi=0.1, 10$ 时, $\bar{N}_h, \bar{N}_f$ 和 $\bar{N}_s$ 随 Re 的变化

图 9 Re 对熵产的影响

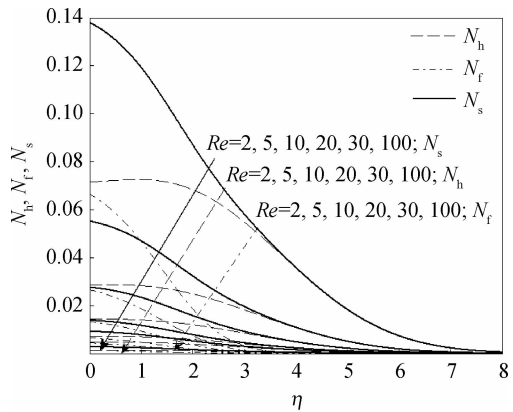
Fig. 9 Effects of Re on entropy generation



(a) Re 对 N_s 的影响



(b) $Bi=0.1$ 时, Re 对 N_h, N_f 和 N_s 的影响



(c) $Bi=10$ 时, Re 对 N_h, N_f 和 N_s 的影响

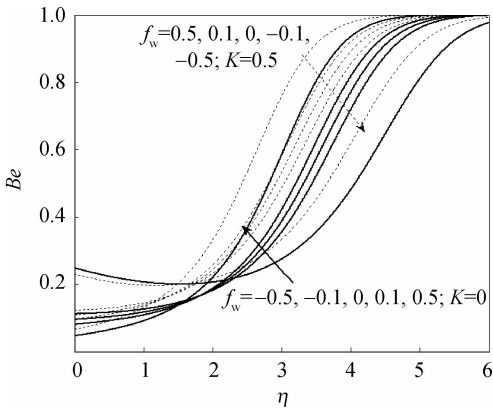


图 10 f_w 对 Be 的影响

Fig. 10 Effects of f_w on Be

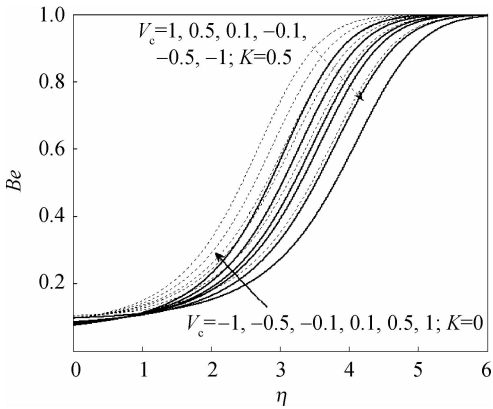


图 11 V_c 对 Be 的影响

Fig. 11 Effects of V_c on Be

较小.有滑移相对于无滑移无量纲参数的改变对 Be 的影响较大.有滑移与无滑移条件下在壁面处 Be 的差别随 Bi 的增大而增大,随 Br/Ω 增大而减小,不随 Re 而变化.

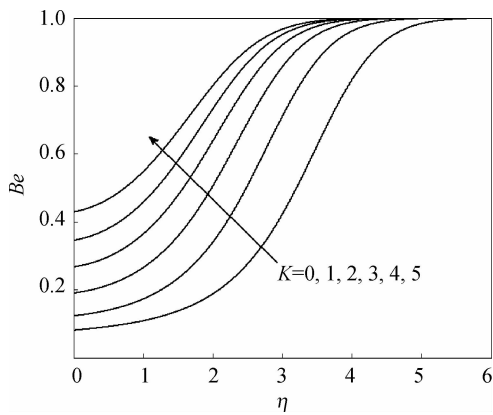


图 12 K 对 Be 的影响
Fig. 12 Effects of K on Be

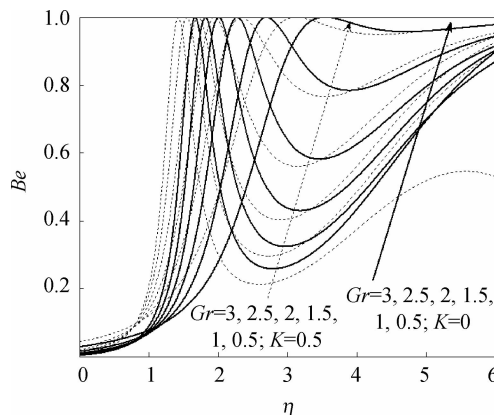


图 13 Gr 对 Be 的影响
Fig. 13 Effects of Gr on Be

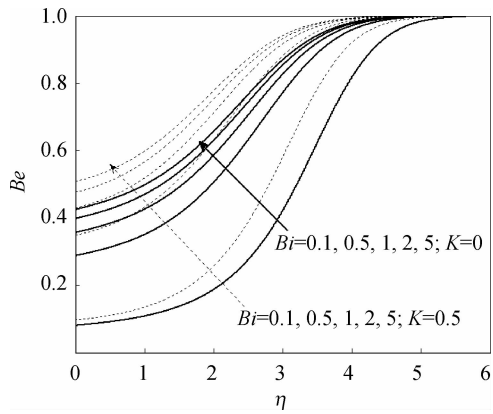


图 14 Bi 对 Be 的影响
Fig. 14 Effects of Bi on Be

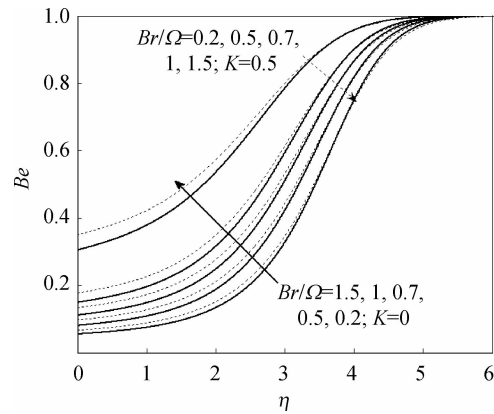


图 15 Br/Ω 对 Be 的影响
Fig. 15 Effects of Br/Ω on Be

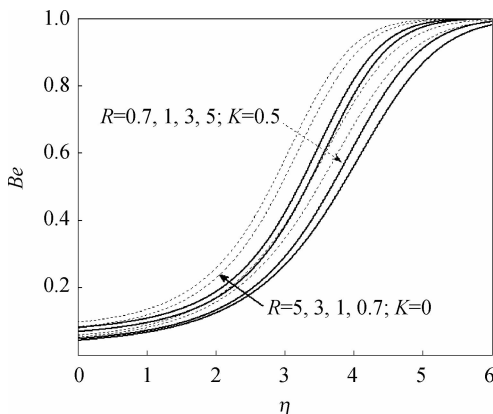


图 16 R 对 Be 的影响
Fig. 16 Effects of R on Be

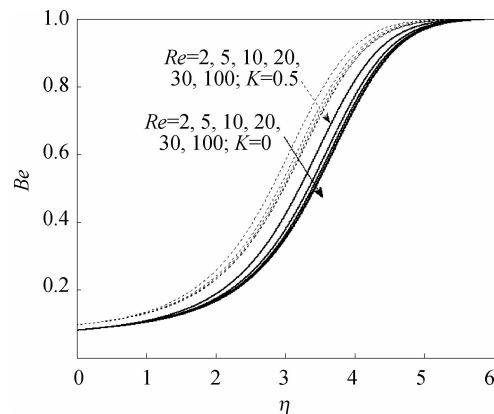


图 17 Re 对 Be 的影响
Fig. 17 Effects of Re on Be

3 结 论

通过相似变换求解了渗透壁面竖直平板层流边界层微分方程组,分析了各无量纲参数对熵产

以及传热熵产与总熵产的比值(Be)的影响. 得到以下结论:在 Bi 较小时($Bi \leq 0.1$)总熵产走势主要由流动熵产控制;吸入时最大熵产位于壁面处,熵产随着相似变量的增加而单调下降,吸入速度

越大最大熵产越大;喷注时最大熵产不处于壁面处,喷注速度越大壁面处熵产越小;最大熵产随喷注速度的增加而减小,而其对应的相似变量值随喷注速度的增加而增加;近壁面处 Be 随喷注与吸入参数或变黏度参数的增大而减小,远离壁面处 Be 随喷注与吸入参数或变黏度参数的增大而增大;近壁面处熵产随变黏度参数增大而增大,远离壁面处随变黏度参数的增大而减小,熵产和 Be 随着辐射参数 R 和 Re 增大而减小,随着 Bi 增大而增大; Bi 对流动熵产和边界层流动熵产几乎没有影响, Bi 在 $0\sim 2$ 范围内对传热熵产和边界层传热熵产的影响很剧烈; Bi 数较小时 ($Bi\leq 0.1$) 总熵产 N_s 由流动熵产 N_f 控制,边界层流动熵产 $\bar{N}_f$ 大于边界层传热熵产 $\bar{N}_h$;与 Bi 数较小 ($Bi=0.1$) 形成对照, Bi 较大 ($Bi=10$) 时总熵产 N_s 由不可逆传热熵产 N_h 控制,边界层传热熵产 $\bar{N}_h$ 大于边界层流动熵产 $\bar{N}_f$. 熵产随滑移参数 K 的减小和组合参数 Br/Ω 的增大而增大, Be 随 K 增大和 Br/Ω 的减小而增大. 相对于其他参数, Gr 对熵产的影响更大,熵产随相似变量的变化更剧烈. 滑移参数越大,流动熵产越小, Be 越大.

参考文献:

[1] Ishak A, Yacob N A, Bachok N. Radiation effects on the thermal boundary layer flow over a moving plate with convective boundary condition[J]. Meccanica, 2011, 46 (4): 795-801.

[2] Bataller R C. Radiation effects in the Blasius flow[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 198 (1): 333-338.

[3] Bataller R C. Radiation effects for the Blasius and Sakiadis flows with a convective surface boundary condition[J]. Applied Mathematics and Computation, 2008, 206(2): 832-840.

[4] Aziz R C, Hashim I, Alomari A K. Thin film flow and heat transfer on an unsteady stretching sheet with internal heating[J]. Meccanica, 2011, 46(2): 349-357.

[5] 吴承伟, 马国军, 周平. 流体流动的边界滑移问题研究进展[J]. 力学进展, 2008, 38(3): 265-282.

WU Chengwei, MA Guojun, ZHOU Ping. A review of the study on the boundary slip problems of fluid flow[J]. Advances in Mechanics, 2008, 38(3): 265-282. (in Chinese)

[6] Bejan A. A study of entropy generation in fundamental convective heat transfer[J]. Journal of Heat Transfer, 1979, 101(4): 718-725.

[7] Bejan A. Second-law analysis in heat transfer and thermal design[J]. Advances in Heat Transfer, 1982, 15(1): 1-58.

[8] Selamet A, Arpaci V S. Entropy production in boundary layers[J]. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, 1990, 4(3): 404-407.

[9] Mahmud S, Fraser R A. The second law analysis in fundamental convective heat transfer problems[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2003, 42(2): 177-186.

[10] Mahmud S, Tasnim S H, Mamun M A H. Thermodynamic analysis of mixed convection in a channel with transverse hydromagnetic effect[J]. International Journal of Thermal Sciences, 2003, 42(8): 731-740.

[11] Butt A S, Ali A. Entropy analysis of flow and heat transfer caused by a moving plate with thermal radiation[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2014, 28 (1): 343-348.

[12] Butt A S, Munawar S, Ali A, et al. Entropy generation in hydrodynamic slip flow over a vertical plate with convective boundary[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012, 26(9): 2977-2984.

[13] Al-Odat M Q, Damseh R A, Al-Nimr M. Effect of magnetic field on entropy generation due to laminar forced convection past a horizontal flat plate[J]. Entropy, 2004, 6 (3): 293-303.

[14] Aiboud S, Saouli S. Entropy analysis for viscoelastic magnetohydrodynamic flow over a stretching surface[J]. International Journal of Non-linear Mechanics, 2010, 45 (5): 482-489.

[15] 赵国昌, 单龙, 宋丽萍, 等. 竖直平板 Blasius 流层流边界层流动与传热耦合解[J]. 航空动力学报, 2015, 30(1): 1-9.

ZHAO Guochang, SHAN Long, SONG Liping, et al. Coupling solutions of flow and heat transfer in the Blasius laminar boundary layer flow over a vertical flat plate[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30 (1): 1-9. (in Chinese)

[16] 杨世铭, 陶文铨. 传热学[M]. 4 版. 北京: 高等教育出版社, 2006.

[17] Woods L C. The thermodynamics of fluid systems[M]. Oxford: Oxford University Press, 1975.

[18] Makinde O D. Effect of variable viscosity on thermal boundary layer over a permeable flat plate with radiation and a convective surface boundary condition[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2012, 26 (5): 1615-1622.

[19] Aziz A. A similarity solution for laminar thermal boundary layer over a flat plate with a convective surface boundary condition[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2009, 14(4): 1064-1068.