

文章编号:1000-8055(2015)12-2833-07

doi:10.13224/j.cnki.jasp.2015.12.003

基于滑窗包络线法辨识复合圆柱壳结构的模态阻尼

李 晖, 薛鹏程, 许 卓, 申鹏飞, 闻邦椿
(东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819)

摘 要: 由于复合圆柱壳阻尼机理的复杂性, 目前还没有通用而有效的方法辨识该类结构的模态阻尼, 因此提出一种基于滑窗包络线法的模态阻尼测试方法. 首先, 详细说明了滑窗包络线法测试复合圆柱壳阻尼的原理和总体思路; 然后, 提出了具体的测试复合圆柱壳结构模态阻尼的流程; 最后, 以局部涂敷约束层阻尼材料的复合圆柱壳为研究对象, 对其阻尼特性进行了测试, 并讨论了激励幅度对模态阻尼的影响. 测试结果表明, 所提出的方法获得的前 5 阶阻尼结果对应的方差最大不超过 0.02%, 具有较好的可重复性, 从而确保具有较高的测试精度.

关 键 词: 滑窗包络线法; 复合圆柱壳; 模态阻尼; 阻尼测试; 阻尼特性

中图分类号: V231; TB535

文献标志码: A

Identification of modal damping of composite cylindrical shell based on sliding-envelop method

LI Hui, XUE Peng-cheng, XU Zhuo, SHEN Peng-fei, WEN Bang-chun

(School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: Due to the complexity of the damping mechanism of composite cylindrical shell, there is no practical and effective method to identify such structural damping. A modal damping test method based on sliding-envelop method was proposed. First, damping test principle and overall plan of sliding-envelop method for modal damping of composite cylindrical shell were clarified in details. Then, its test procedures in the actual test of modal damping of composite cylindrical shell were summarized. At last, a composite cylindrical shell coated with constrained layer damping materials was used as a study object, and its modal damping were well identified and the relation between external excitation level and modal damping was discussed. Test results showed that the maximum variance obtained by the proposed method corresponding to the first five damping results was less than 0.02%, and the damping results had good repeatability, thus ensuring high testing precision.

Key words: sliding-envelop method; composite cylindrical shell; modal damping; damping test; damping characteristics

近年来,随着阻尼技术的广泛应用,阻尼对复合圆柱壳结构的影响的预估精度要求越来越高^[1-3],针对复合圆柱壳结构的阻尼测试技术就显

得越发重要^[4-5].但是,由于结构系统阻尼机理的复杂性^[6],例如,复合壳体结构的阻尼参数可能要受到材料物理性能和机械性能、复合材料中增强

收稿日期:2014-11-12

基金项目:国家自然科学基金(51505070,51375079);国家重大科学仪器设备开发专项(2013YQ470765)

作者简介:李晖(1982—),男,内蒙古丰镇人,讲师,博士后,主要从事阻尼减振技术研究.

相与基体的界面强度、边界约束条件、激励方式和能量、背景噪声以及环境温度等多种因素的影响^[7-8],使阻尼的测量具有很大程度的不确定性.到目前为止,学术及工程界尚未建立一种完备而有效的阻尼评价与测试方法.在阻尼测试的实践中,经常出现精度低、可重复性差及测试效率低下的缺陷^[9],因此,关于阻尼测试的研究还应进一步深入.

目前,学者和研究人员一般采用时、频域两种阻尼测试方法来获取复合圆柱壳结构的阻尼特性.时域自由振动衰减法的原理简单,但由于该方法的原始数据是结构振动响应的时间历程,不可避免地包含有背景噪声的影响,有时干扰频率成分的幅值甚至要超过激励频率下的振动幅值,有用的信号将被淹没在干扰信号中,如不对衰减信号进行降噪处理,阻尼测试的精度将很难保证^[10-11];相对于前者,频域半功率带宽法在圆柱壳结构的阻尼测试中则应用广泛些.但是,半功率带宽法在获取具有密频特征且局部振动丰富的复合壳体结构的模态阻尼时也经常遇到问题.由于其只适用于模态分布较为分散、频谱中共振峰波形较为理想的情况,当相邻阶次的两个共振峰距离较近,有可能导致半功率点附近的频率值很难找到,进而影响阻尼的测试精度^[12].另外,复合壳体结构还存在一些独特的动力学特点,例如,对于涂敷约束层阻尼的薄壁圆柱壳,其固有频率会随着激振力幅的增加而减小,表现出刚度软化的非线性现象,称之为应变软化现象^[13-14].

本文针对传统的时、频域阻尼测试方法在复合壳体结构应用中存在的上述问题,提出了一种基于滑窗包络线法的模态阻尼测试方法.首先,详细说明了滑窗包络线法测试结构模态阻尼的原理和总体思路;然后,提出了具体的测试复合圆柱壳结构模态阻尼的流程;最后,以局部涂敷约束层阻尼材料的复合圆柱壳为研究对象,对其阻尼特性进行了测试,并讨论了激励幅度对模态阻尼的影响.测试结果表明,本文所提出的方法具有较好的可重复性,该方法可以为创建阻尼涂层处理后的复合圆柱壳动力学模型和实施相应的减振优化设计服务,同时还可用来定量评价、校验复杂边界条件下复合壳体结构的阻尼特性.

1 传统阻尼测试方法的不足

本文所研究的复合圆柱壳如图 1 所示,其内侧中部涂敷有约束层阻尼材料构成的阻尼环带,

从而构成复合圆柱壳结构.对于该类型结构,通常采用锤击激励和半功率带宽法获得该结构的模态阻尼结果.具体测试过程包括:将激光测振仪的测点位置布置在激光点 1,用力锤分别在 3 个敲击点进行脉冲激励,每个敲击点测试两次,从而获得 6 组频响函数.进一步,通过半功率带宽法获得固有频率和模态阻尼比,复合圆柱壳的第 1 阶固有频率和阻尼测试结果如表 1 所示.

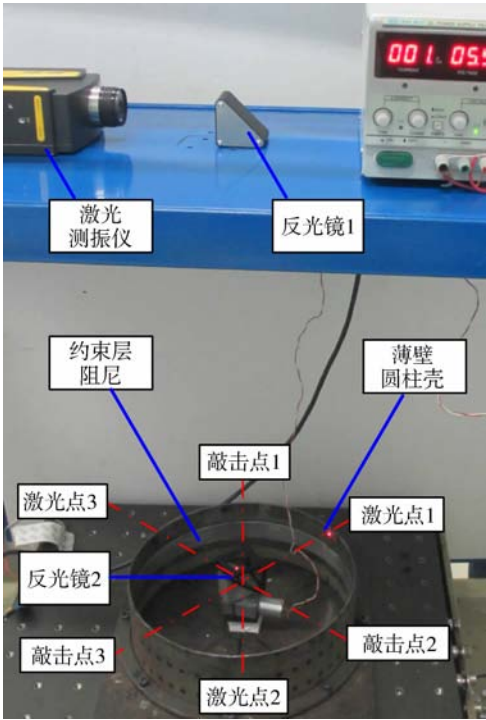


图 1 复合圆柱壳实物及测点位置
Fig. 1 Composite cylindrical shell and the measuring points

表 1 锤击激励下采用半功率带宽法获得的复合圆柱壳第 1 阶固有频率和模态阻尼比
Table 1 First natural frequency and modal damping ratio of composite cylindrical shell obtained by half-power bandwidth method under hammer excitation

敲击点	敲击次数	第 1 阶固有频率/Hz	模态阻尼比/%
1	第 1 次	906.3	0.84
	第 2 次	905.8	0.20
2	第 1 次	907.2	0.35
	第 2 次	906.5	0.59
3	第 1 次	905.7	0.17
	第 2 次	907.4	0.63

从表 1 可以看出,在不同的敲击位置进行测试,测试获得的复合壳体的固有频率差别不大,而阻尼的测试结果却有较大的差异.因此,可得出结论:锤击法及半功率带宽法辨识结构的模态阻尼比,测试结果的可重复性差、测试结果不准确.

2 滑窗包络线法测试复合圆柱壳模态阻尼的基本原理

滑窗包络线法实质上是一种改进的时域阻尼测试方法.由于传统的自由振动衰减法的原始数据容易受到其他振动、噪声源的干扰,使得部分时刻的振动响应超过了前一时刻的响应幅值.如图 2(a)所示,该时域波形为实际测试获得的复合壳体结构的衰减响应信号,放大后的衰减信号见图 2(b).该信号的振动幅值由于干扰因素的影响,在某些时刻的响应幅值偏离了衰减的轨迹,但由于阻尼的存在,仍然会逐步衰减直至接近于零.

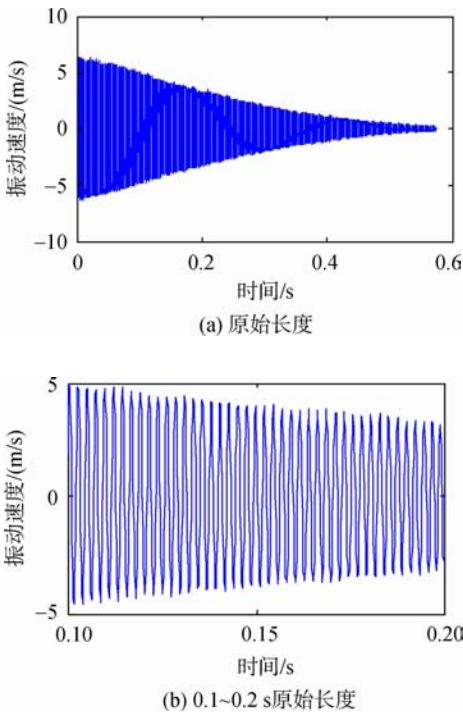


图 2 实验测试获得的复合圆柱壳的时域衰减信号
Fig. 2 Time-domain attenuation signal of composite cylindrical shell obtained by test

采用滑窗包络线法测试此类衰减信号的总体思路是:①通过设定时间间隔为 t_{win} 的时间段来假设一个滑窗的存在;②利用滑窗将被测壳体的衰减响应信号分段, t_{win} 的时间越短,则子窗口就划分得越多,对应的窗口密度就越大;③拟合获得每一个子窗口下衰减信号的包络线,并获取阻尼结

果;④对每个子窗口下获得的阻尼结果进行平均处理,以此来克服干扰因素对部分子窗口阻尼辨识结果的影响.

下面以单自由度系统为例,说明滑窗包络线法测试阻尼的原理.虽然复合壳体结构一般为多自由度系统,但按照模态理论解耦后仍可将其变成若干单自由度系统.假设每个单自由度系统对应的固有频率为 ω_i ,模态阻尼比为 ζ_i ,该系统在外激励作用下被激发共振,切断激励能量后,系统将会做时间长度为 t_{decay} 的衰减运动.设一个时间长度为 t_{win-i} 的滑窗将 t_{decay} 对应的位移衰减响应信号分为 n 个子窗口, $i=1,2,\cdots,n$,如图 3(a)所示, $n=t_{decay}/t_{win-i}$,则每个子窗口下应包含一段衰减响应信号,如图 3(b)所示.根据单自由度系统的振动理论,该衰减信号的响应 x 表达式为

$$x = Ae^{-\zeta_i \omega_i t} \sin(\sqrt{1 - \zeta_i^2} \omega_i t + \varphi) \quad (1)$$

式中 A 为位移振幅, φ 为相位差角.

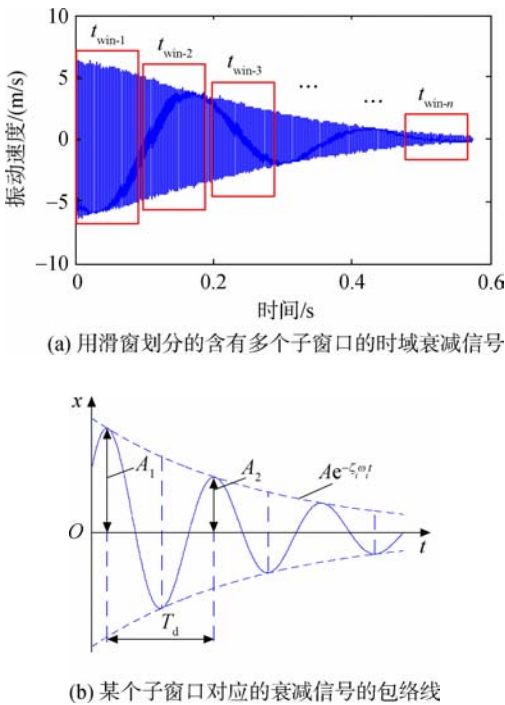


图 3 采用滑窗包络线法进行阻尼参数测试的原理
Fig. 3 Test principle of damping parameters by sliding-envelope method

根据振动理论,该衰减信号对应的包络线方程可描述为

$$x_c = Ae^{-\zeta_i \omega_i t} \quad (2)$$

如果对该衰减信号进行包络线拟合,也可以获得拟合方程

$$y = ae^{-bt} + c_0 \quad (3)$$

式中 a, b, c_0 为包络线拟合系数。

对比式(2)和式(3),可知滑窗包络线法求出的模态阻尼比公式为

$$\zeta_i = b/\omega_i \tag{4}$$

实际测试中,由于拾振传感器的类型不同,可能获得速度或加速度的时域衰减响应信号。参照式(2)关于位移响应的表达式,速度和加速度响应的表达式为

$$\dot{x} = Be^{-\zeta_i\omega_i t} \sin(\sqrt{1-\zeta_i^2}\omega_i t + \theta) \tag{5}$$

$$\ddot{x} = Ce^{-\zeta_i\omega_i t} \sin(\sqrt{1-\zeta_i^2}\omega_i t + \varphi) \tag{6}$$

式中 B 和 C 分别为速度和加速度振幅, θ 和 φ 分别是各自的相位差角。

速度和加速度衰减信号对应的包络线方程分别为

$$\dot{x}_c = Be^{-\zeta_i\omega_i t} \tag{7}$$

$$\ddot{x}_c = Ce^{-\zeta_i\omega_i t} \tag{8}$$

对比式(5)~式(8)可知,通过拟合速度或加速度衰减信号的包络线曲线,同样也可以利用式(4)来获得每个子窗口下衰减响应信号的模态阻尼比。

3 测试流程

采用滑窗包络线法测试复合圆柱壳的模态阻尼,首先要准确获得该结构的各阶固有频率,此步骤可利用振动激励设备对其进行扫频激励实现(一般通过可以控制激振力幅的电磁振动台来提供基础激励,这样能够保证激振力分布于整个结构,且不会给被测壳体带来附加质量的影响。相对于锤击和激振器激励,该激励方法更加适合研究壁厚薄、质量小的复合壳体结构的阻尼特性^[15-16])。然后,在结构达到稳定的共振状态后,停止激励并通过响应传感器获得该阶固有频率激励下的自由衰减信号。最后,通过对衰减数据进行滤波、滑窗、包络线拟合以及平均处理,获得该阶固有频率对应的模态阻尼比,测试流程图如图 4 所示,共包括以下几个关键步骤:

1) 采用扫频激励方式精确测试固有频率

准确获得复合圆柱壳结构的各阶固有频率是滑窗包络线法测试阻尼参数的基础。首先,可通过锤击激励来初步获得其固有频率,也可通过有限元方法计算获得所考虑频段内的固有频率作为测试的参考。然后,确定扫频激励的频率区间和扫频速度,应用分时段 FFT(fast Fourier transformation)处理技术来获得扫频响应信号的频域响应,

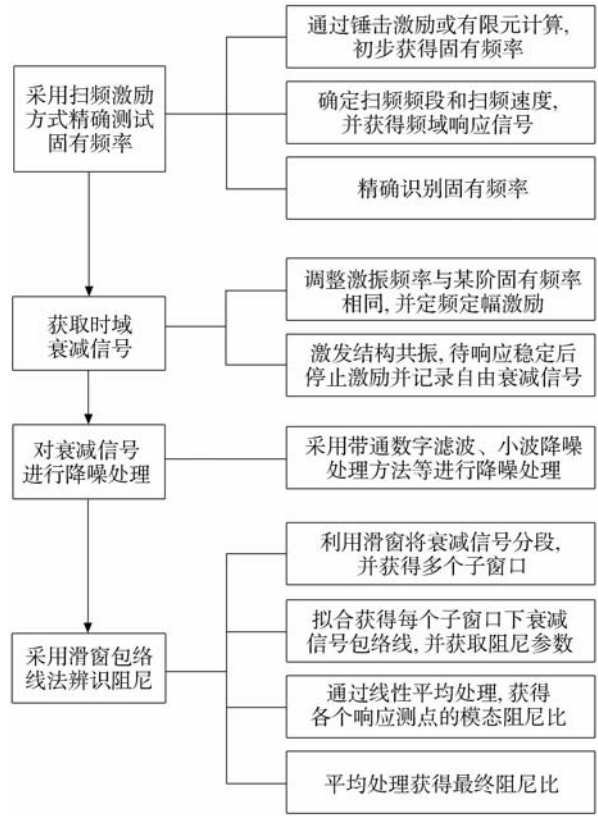


图 4 基于滑窗包络线法测试复合圆柱壳模态阻尼的测试流程

Fig. 4 Test procedures of modal damping of composite cylindrical shell based on sliding-envelope method

通过辨识响应峰值来精确识别结构的各阶固有频率。需要注意的是,过快的扫频速度有可能包含瞬态振动的影响,导致最终获得的固有频率结果出现偏差。正式扫频测试前,可以先比较若干个扫频速度下的频率结果,如果某几个速度参数对应的固有频率非常接近,则可以选用其中之一作为测试所用的扫频速度参数。

2) 获取时域衰减信号

将激励设备的激振频率调整到与复合圆柱壳结构的某阶固有频率相同,并对其进行定频定幅激励,被测复合圆柱壳将在基础激励的作用下被激发共振。待结构的响应稳定后停止激励,同时记录该阶固有频率激励下的自由衰减信号。实际测试时,为了获得信噪比较高的衰减信号,应至少均布 3 个响应点(120°圆周均布),进行多次衰减测量,通过对比各响应点衰减信号的时域波形,来判断噪声等干扰因素的影响程度。如果背景噪声的影响很大,则应该提高激振力幅,并重复测试衰减信号,直到获取较为满意的结果为止。

3) 对衰减信号进行降噪处理

为了降低噪声等干扰因素在复合圆柱壳结构阻尼参数测试过程中的影响,应对各个响应测点的衰减信号进行降噪处理.可考虑采用某些滤波降噪技术,如带通数字滤波^[17]和小波降噪处理方法等^[18].尽可能提高在阻尼识别时衰减信号的质量.

4) 采用滑窗包络线法辨识模态阻尼

利用滑窗将复合圆柱壳各个响应测点的衰减响应信号分段,以获得多个子窗口.对于不同的衰减阶次(对应的固有频率阶次不同),可以选择不同大小的窗口,但最终划分的子窗口应至少大于 5 个.然后,拟合获得每个子窗口下衰减信号的包络线,并获取阻尼参数.接着,通过线性平均处理,来获得各个响应测点的模态阻尼.最后,再对各响应测点的阻尼数据进行平均处理,并将平均值作为滑窗包络线法辨识阻尼参数的最终结果.

4 研究实例

4.1 测试对象

本文所研究的复合圆柱壳如图 1 所示,质量为 1 095 g,材料为结构钢,弹性模量为 2.1×10^{11} Pa,泊松比为 0.3,密度为 $7\,850\text{ kg/m}^3$,其尺寸参数见表 2,约束层阻尼材料为 SOUNDFOIL5D2,其相关参数见表 3,将其涂敷在壳体内侧中部的位 置,涂层环带的宽度为 35 mm,厚度为 0.26 mm,距离自由端为 30 mm.

4.2 滑窗包络线法的测试结果

首先,利用圆环压板将被测复合圆柱壳安装固定在电磁振动台的台面上,通过力矩扳手来拧紧夹具上的螺栓,确保可以模拟固支-自由的边界约束状态.然后,通过两组 45° 反光镜调整激光光束位于同一圆周截面的 3 个激光点位置,它们距离复合圆柱壳自由端的轴向距离为 3 mm 左右,

表 2 薄壁圆柱壳的尺寸参数(单位:mm)
Table 2 Dimension of thin cylindrical shell (unit:mm)

参数	数值
长度	95
壁厚	2
内半径	142
外半径	144
安装边外半径	150
安装边厚度	3

表 3 约束层阻尼材料参数(22°测试结果)
Table 3 Material parameters of constrained layer damping (22° test results)

参数	SOUNDFOIL	
	黏弹性层	约束层
厚度/mm	0.13	0.13
弹性模量/MPa	12	7×10^4
泊松比	0.495	0.3
密度/(kg/m^3)	1 200	2 700

彼此相差 120° ,具体设置如图 1 所示.准备完毕后,按第 3 节提出的测试流程对复合圆柱壳的阻尼参数进行测试,通过金盾 EM-1000F 电磁振动台为被测复合圆柱壳提供充足的基础激励能量,利用 Polytec PDV-100 激光测振仪进行非接触振动响应测量.

在精确获得被测复合圆柱壳的前 5 阶固有频率后,如表 4 所示,通过电磁振动台对其进行定频定幅的激励,其在基础激励的作用下被激发共振,图 5 给出了在达到第 3 阶共振状态停止激励后,激光测振仪获取的 3 个响应点的衰减原始信号.

表 4 采用滑窗包络线法测试获得的复合圆柱壳的前 5 阶固有频率、模态阻尼比和方差

Table 4 First 5 natural frequencies, modal damping ratios and variance of composite cylindrical shell obtained by sliding-envelope method

模态阶次	固有频率/Hz	模态阻尼比				方差/%
		第 1 次	第 2 次	第 3 次	3 次平均	
1	906.3	0.23	0.22	0.25	0.23	0.02
2	980.8	0.21	0.24	0.22	0.22	0.02
3	1 025.7	0.32	0.30	0.30	0.31	0.01
4	1 072.3	0.53	0.50	0.51	0.51	0.02
5	1 274.0	0.16	0.16	0.15	0.16	0

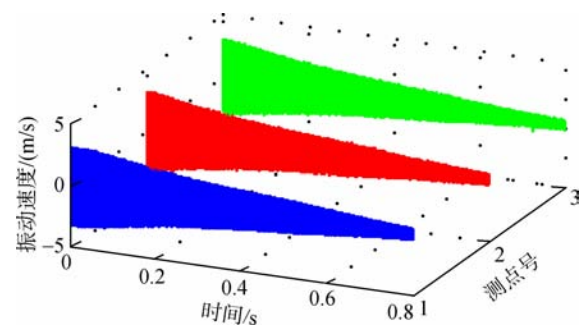


图 5 测试获得的复合圆柱壳 3 个响应点第 3 阶衰减信号

Fig. 5 The thrid step attenuation signal of three response points on composite cylindrical shell obtained by test

利用 Matlab 软件编制滑窗包络线法的相关程序,以对激光点 1 的第 3 阶衰减信号数据进行处理为例. 首先对该衰减信号进行降噪处理,然后在程序中设定滑窗的时间长度为 0.1 s,一共划分 8 个子窗口. 图 6 给出了部分窗口下拟合获得的包含第 3 阶模态阻尼的衰减信号包络线,经过对每个子窗口下的衰减数据进行包络线拟合、平均处理后,可以完成第 3 阶阻尼参数测试,测试结果一并列入表 4 中.

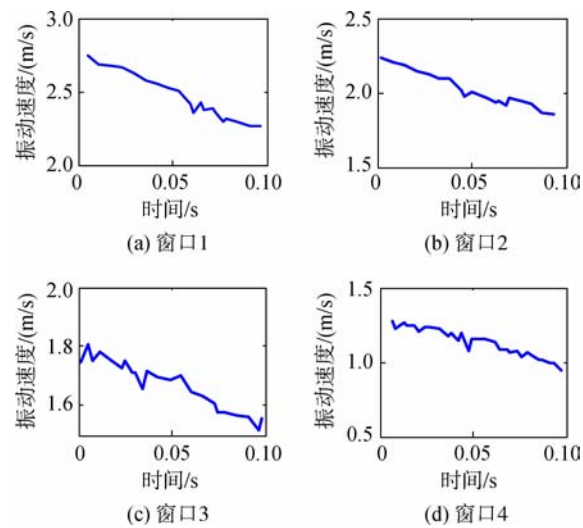


图 6 采用滑窗包络线法在不同窗口下拟合获得的第 3 阶模态阻尼比对应的衰减包络线

Fig. 6 Attenuation envelope curves of the third step modal damping under different sliding windows obtained by sliding-envelop method

4.3 滑窗包络线法的可重复性验证

方差是测度数据变异程度的最重要、最常用的指标. 为了验证所用阻尼测试方法可重复性的优劣,引入统计学领域常用的方差求解式为

$$S^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (D_i - D_0)^2 \tag{9}$$

式中 S 为样本方差, D_0 为测试样本的平均数, k 为样本的数量, D_i 为每次测试的样本数据.

利用方差求解式分别获取复合圆柱壳的前 5 阶模态阻尼对应的方差,结果也列入表 4 中. 对其进行分析可以,滑窗包络线法具有较好的可重复性,使用该方法获得的前 5 阶模态阻尼对应的方差最大不超过 0.02%. 可以将其应用到有振动、噪声源干扰的复合壳体结构阻尼测试场合,或某些不能使用频域带宽法辨识阻尼的场合.

4.4 激励幅度的影响

为研究不同的激振力幅对复合壳体结构模态阻尼特性的影响,分别选取激振力幅为 1g, 2g, 4g 和 8g,并依次在第 3 阶固有频率附近进行扫频及定频激励. 最终,可通过滑窗包络线法获得第 3 阶固有频率和模态阻尼比,如表 5 所示. 对其进行分析可知,涂敷约束层阻尼前的复合圆柱壳的固有频率不随激振力的改变而改变,基本保持在 1025.7 Hz 左右,而涂敷约束层阻尼后的复合圆柱壳的固有频率从 1025.7 Hz 下降为 1018.4 Hz. 同样,涂敷约束层阻尼前的薄壁圆柱壳的模态阻尼比也基本不变,但涂敷约束层阻尼后的阻尼参数却随着激振力幅的增加而变小,这正是涂敷约束层阻尼后的复合圆柱壳结构所表现的独特的动力学现象.

表 5 不同激振力幅获得的第 3 阶固有频率和模态阻尼比

Table 5 Third step natural frequencies and modal damping ratios under different exciting level				
激振力幅	固有频率/Hz		模态阻尼比/%	
	涂敷约束层阻尼前	涂敷约束层阻尼后	涂敷约束层阻尼前	涂敷约束层阻尼后
1g	1025.7	1025.7	0.321	0.321
2g	1025.7	1023.6	0.326	0.308
4g	1025.7	1020.5	0.328	0.292
8g	1025.6	1018.4	0.324	0.282

5 结 论

本文主要研究基于滑窗包络线法的复合圆柱壳结构模态阻尼的测试方法. 具体工作包括:

- 1) 详细说明了滑窗包络线法测试模态阻尼

的原理和总体思路,推导了滑窗辨识模态阻尼的公式。

2) 提出了测试复合圆柱壳结构模态阻尼的具体流程,包括 4 个关键步骤:①采用扫频激励方式精确测试固有频率;②获取时域衰减信号;③对衰减信号进行降噪处理;④采用滑窗包络线法辨识阻尼结果。

3) 以涂敷约束层阻尼材料的复合圆柱壳为研究对象,对其阻尼特性进行了测试,测试结果表明,本文所提出的方法具有较好的可重复性。同时,还发现涂敷约束层阻尼后,激振力幅对模态阻尼测试结果影响较大,涂敷约束层阻尼后的复合圆柱壳的阻尼参数会随着激振力幅的增加而减小,即具有应变依赖性。

参考文献:

[1] Sainsbury M G, Masti R S. Vibration damping of cylindrical shells using strain-energy-based distribution of an add-on viscoelastic treatment[J]. *Finite Element in Analysis and Design*, 2007, 43(3): 175-192.

[2] Ramesh T C, Ganesan N. Vibration and damping analysis of cylindrical shells with constrained damping treatment: a comparison of three theories[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 1995, 117(2): 213-219.

[3] Ramesh T C, Ganesan N. Orthotropic cylindrical shells with a viscoelastic core: a vibration and damping analysis[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 175(4): 535-555.

[4] 洪杰,郭宝亭,朱梓根. 高速转动壳体行波振动实验研究[J]. *航空动力学报*, 1998, 13(4): 390-394.

HONG Jie, GUO Baoting, ZHU Zigen. Experimental investigation on travelling wave vibration of high-speed rotation shell[J]. *Journal of Aerospace Power*, 1998, 13(4): 390-394. (in Chinese)

[5] 曾亮,李琳. 用于篦齿封严装置的阻尼套筒减振性能研究[J]. *航空动力学报*, 2009, 24(3): 670-676.

ZENG Liang, LI Lin. Performance of damping-sleeve for vibration control in labyrinth air seals[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2009, 24(3): 670-676. (in Chinese)

[6] Vinson J R, Sierakowski R L. The behavior of structures composed of composite materials[M]. Dordrecht, Netherlands: Springer Science and Business Media, 2006.

[7] 汤彬,孙志刚,高希光,等. 单向陶瓷基复合材料阻尼计算方法[J]. *航空动力学报*, 2010, 25(10): 2217-2222.

TANG Bin, SUN Zhigang, GAO Xiguang, et al. Analytical method for estimating the damping in unidirectional ceram-

ic matrix composites[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2010, 25(10): 2217-2222. (in Chinese)

[8] 张大义,洪杰,任德新. 碳陶双基体复合材料壳结构的振动分析[J]. *航空动力学报*, 2011, 26(5): 1142-1147.

ZHANG Dayi, HONG Jie, REN Dexin. Dynamical analysis on shell structure made of C/C-SiC composite materials[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2011, 26(5): 1142-1147. (in Chinese)

[9] Assarar M, Zouari W, Sabhi H, et al. Evaluation of the damping of hybrid carbon-flax reinforced composites[J]. *Composite Structures*, 2015, 132: 148-154.

[10] Magalhães F, Cunha Á, Caetano E, et al. Damping estimation using free decays and ambient vibration tests[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, 24(5): 1274-1290.

[11] 翁震平,席亦农. 相关分析在结构阻尼比时域衰减法测量中的应用[J]. *船舶力学*, 2009, 13(4): 657-661.

WENG Zhenping, XI Yinong. Correlation analysis in the application of structural damping ratio time-domain attenuation measurement[J]. *Ship Mechanics*, 2009, 13(4): 657-661. (in Chinese)

[12] 陈奎孚,焦群英. 半功率点法估计阻尼比的误差分析[J]. *机械强度*, 2002, 24(4): 510-514.

CHEN Kuifu, JIAO Qunying. Half power point method to estimate error analysis of damping ratio[J]. *Mechanical Strength*, 2002, 24(4): 510-514. (in Chinese)

[13] Jafari A A, Khalili S M R, Tavakolian M. Nonlinear vibration of functionally graded cylindrical shells embedded with a piezoelectric layer[J]. *Thin-Walled Structures*, 2014, 79(3): 8-15.

[14] Qatu M S, Sullivan R W, Wang W. Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000—2009[J]. *Composite Structures*, 2010, 93(1): 14-31.

[15] Wang X D, Li N, Wang T, et al. Dynamic characteristic testing for MEMS micro-devices with base excitation[J]. *Measurement Science and Technology*, 2007, 18(6): 1740-1746.

[16] 吴家驹,苏华昌,王晓晖. 基础激励结构的试验模态分析[J]. *强度与环境*, 2010, 37(4): 28-35.

WU Jiaju, SU Huachang, WANG Xiaohui. Based on experimental modal analysis of incentive structure[J]. *Strength and Environment*, 2010, 37(4): 28-35. (in Chinese)

[17] Madhan M G, Rani G A, Sridhar K, et al. Design and fabrication of transmission line based wideband band pass filter[J]. *Procedia Engineering*, 2012, 30: 646-653.

[18] Duan J, Oweis I S. Dyadic wavelet analysis of PDA signals[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2005, 25(7): 661-677.