

模型预混燃烧室线性稳定性分析

付 堃, 郭志辉, 杨甫江

(北京航空航天大学 能源与动力工程学院

航空发动机气动热力国家重点实验室, 北京 100191)

摘 要: 针对钝体火焰稳定器结构的模型预混燃烧室进行了线性稳定性分析. 利用 COMSOL Multiphysics 软件求解了三维 Helmholtz 方程, 方程的源项为耦合指数-延迟时间模型. 对模型预混燃烧室进行非定常计算得到了化学反应速率的周期性变化, 确定了非定常热释放发生在火焰的尖端. 由压力和温度信号的相位差得到了当量比为 0.72, 0.8, 0.88, 0.97 四个工况的延迟时间, 分别为 0.6, 0.3, 0.9, 0.6 ms. 线性稳定性分析得到了模型预混燃烧室系统纵向模态频率的实部和虚部, 当虚部为负数时表示线性不稳定. 结果显示: 系统的前 5 阶纵向模态中, 2~4 阶是线性不稳定的. 其中 3 阶纵向模态的虚部绝对值最大, 它的物理意义是对小扰动的增长率最大. 因此在有扰动时, 3 阶纵向模态最有可能线性失稳, 产生燃烧不稳定性现象.

关 键 词: 预混燃烧; 钝体火焰稳定器; 旋涡脱落; 燃烧不稳定性; 纵向模态; 线性稳定性

中图分类号: V231.1

文献标志码: A

Linear stability analysis of modal premixed combustor

FU Xiao, GUO Zhi-hui, YANG Fu-jiang

(National Key Laboratory of Science and Technology on Aero-Engine Aero-thermodynamics,
School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Linear stability analysis was conducted in modal premixed combustor with bluff body flame holder. The software COMSOL Multiphysics was used to solve the three-dimensional Helmholtz equation. The time lag model was the source term of equation. The periodic change of chemical reaction rate was studied by unsteady calculation for modal premixed combustor, and the unsteady heat release occurred at the top of the flame. The delay times of 0.6, 0.3, 0.9, 0.6 ms were obtained for equivalence ratios of 0.72, 0.8, 0.88 and 0.97 respectively in four cases based on the phase difference of pressure and temperature signals. The linear stability analysis obtained the real part and imaginary part of frequency of longitudinal mode for modal premixed combustor, and the negative imaginary part represented linear instability. The results show that the second, third, and fourth longitudinal modes are linear instability in the first five longitudinal modes. The imaginary part of the third longitudinal mode has the largest absolute value, indicating the largest growth rate in small disturbance. So there is the biggest possibility to occur linear unstable and combustion instability for the third longitudinal mode in disturbance.

Key words: premixed combustion; bluff body flame holder; vortex shedding;
combustion instability; longitudinal mode; linear stability

燃烧不稳定性是由燃烧的周期性热释放与燃烧室的固有声模态之间形成反馈循环而产生的不稳定燃烧现象^[1]. 它通常发生在燃烧室的固有声模态处^[2], 但也会出现声与对流的耦合模态^[3]. 燃烧不稳定性又称燃烧室的动态稳定性^[4-5], 是加力燃烧室、冲压发动机等设计中的一个关键技术. 它的一个难点^[4]是实验室尺度的实验不能完全复制加力燃烧室、冲压发动机的声学环境, 因此有必要发展预测方法. Nicoud 等^[6]对预测燃烧室固有声模态的方法进行了总结, 包括声网络法^[7-10]、大涡模拟(LES)方法^[11-13]、求解时域的声波方程^[14]和求解频域的声波方程^[6,13,15]. 声网络法的优点是计算量小, 但不能考虑具体的几何结构. 大涡模拟方法的优点是可以考虑非线性耦合过程, 但是计算量大. 求解时域的声波方程可以扩展到研究极限循环状态, 但是复数的边界阻抗比较难处理. 而求解 Helmholtz 方程的优点是可以同时计算多个模态, 但是求解了非线性的特征值问题. 以上方法中除大涡模拟之外, 其他 3 种都需要在方程中增加非定常热释放与声脉动的耦合模型. 在预测中模型是一个关键点. Portillo 等^[16]对非定常热释放模型进行了总结, 并对模型火箭发动机燃烧室的纵向燃烧不稳定性进行了预测^[17]. 预测中假定声波诱导的旋涡脱落是维持燃烧不稳定性的机理. 火焰的非定常热释放发生在旋涡脱落后与壁面撞击的位置处. 非定常热释放模型中给定不同的耦合因子和延迟时间的组合, 得到了稳定性与两者的关系图谱. 对比计算结果与实验结果, 在马赫数较小时, 结果较准确.

本文把冲压发动机的侧突扩进气道和燃烧室结构简化为具有钝体火焰稳定器(以下简称稳定器)的模型预混燃烧室. 在前一部分实验和模态分析的基础上^[18], 增加了非定常热释放与声脉动的耦合模型. 对模型预混燃烧室的固有声模态进行了线性稳定性分析, 为冲压发动机热声设计提供参考. 非定常热释放模型参考了 Dowling 等^[7]和 Camporeale 等^[15]的工作. 不同的是延迟时间由非定常计算得到. 并把模型中的 δ 函数和化学反应速率联系起来, 细化了非定常热释放发生的空间位置. 计算得到了纵向模态频率的实部和虚部. 当虚部为负数时, 说明此阶模态为线性不稳定的.

1 基本控制方程

1.1 Helmholtz 方程

基本控制方程的推导从 Navier-Stokes 方程、

能量守恒方程和理想气体的状态方程出发. 由于研究的频率范围在 500 Hz 以内, 频率较低, 因此忽略黏性的影响^[6]. 假设气体为理想气体, 比定压热容 c_p 和比定容热容 c_v 为常数^[7]. 忽略热传导和体积力, 得到下面的控制方程组:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} \quad (2)$$

$$\rho T \frac{DS}{Dt} = q \quad (3)$$

$$p = \rho RT \quad (4)$$

式中 D/Dt 为全导数, ρ 为密度, p 为压力, $R = c_p - c_v$ 是气体常数, $\mathbf{u}$ 为速度矢量, S 为熵, T 为温度, q 为由于化学反应而产生的单位体积热释放率, 为时间.

下面对基本控制方程进行线性化处理. 把每个变量都分解成平均量和脉动量的和, 用下标 0 表示平均量, 下标 1 表示脉动量, 即: $\rho = \rho_0 + \rho_1$, $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \mathbf{u}_1$, $p = p_0 + p_1$, $T = T_0 + T_1$, $S = S_0 + S_1$. 每一个脉动量与平均量的比值的量级都为 ϵ , 且 $\epsilon \ll 1$. 方程组中的非线性项都为 ϵ^2 的高阶小量, 因此在线性化的过程中忽略掉. 另外流场的马赫数小于 0.1, 因此忽略平均速度的影响, 得到下面的脉动量的控制方程组:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_0 \cdot \nabla \rho_1 = 0 \quad (5)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial t} + \nabla p_1 = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} + \mathbf{u}_1 \cdot \nabla S_0 = \frac{q_1}{p_0} \quad (7)$$

$$\frac{p_1}{p_0} - \frac{\rho_1}{\rho_0} - \frac{T_1}{T_0} = 0 \quad (8)$$

$$S_1 = c_p \frac{T_1}{T_0} - R \frac{p_1}{p_0} \quad (9)$$

式(6)除以 ρ_0 后进行散度运算, 再与式(5)的时间导数相加, 代入式(7)~式(9), 得到下面的波动方程, 式中 c 为声速, γ 为比热比.

$$\frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} - \rho_0 \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho_0} \nabla p_1 \right) = \frac{\gamma - 1}{c_0^2} \frac{\partial q_1}{\partial t} \quad (10)$$

下面把时域的声波方程转换到频域, 即 Helmholtz 方程. 令

$$p_1 = \text{Re}[\hat{p} \exp(i\omega t)] \quad (11)$$

$$\mathbf{u}_1 = \text{Re}[\hat{\mathbf{u}} \exp(i\omega t)] \quad (12)$$

$$q_1 = \text{Re}[\hat{q} \exp(i\omega t)] \quad (13)$$

上式中 i 为虚数单位, 上标 $\hat{\cdot}$ 代表复数, ω 为角频

率, Re 代表取实部. 脉动频率 $f = \text{Re}(\omega)/(2\pi)$, 增长率 $g = -\text{Im}(\omega)$, Im 代表取虚部. 当 g 为正数时即为线性不稳定. 把式(11)、式(13)式代入(10)中, 令 $\lambda = -i\omega$ 得到

$$\frac{\lambda^2}{c^2} \hat{p} - \rho_0 \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho_0} \nabla \hat{p} \right) = -\frac{\gamma-1}{c^2} \lambda \hat{q} \quad (14)$$

1.2 非定常热释放模型

在非定常热释放模型方面, 采用了下式^[7,15]:

$$q_1(z, t) = -\delta(z-b) [\eta \rho_0 c_0^2 / (\gamma-1)] u_1(t-\tau) \quad (15)$$

式中 n 为耦合指数, 代表耦合的强度; τ 为延迟时间; δ 函数控制了热释放发生的空间位置. Dowling 等^[7] 和 Camporeale 等^[15] 的工作中假定了非定常热释放发生在一个薄层内. 本文在此基础上, 把 δ 函数分成两部分. 第 1 部分 δ_1 函数为

$$\delta_1 = \begin{cases} 1 & -2 \leq z \leq +2 \\ 0 & z \leq -2 \text{ 或 } z \geq +2 \end{cases} \quad (16)$$

其中 b 代表热释放发生的空间位置, Δz 代表薄层的厚度. 第 2 部分 δ_2 函数与化学反应速率 r 联系起来, 表达式为

$$\delta_2 = \begin{cases} 1 & r > 0 \\ 0 & r = 0 \end{cases} \quad (17)$$

而 δ 函数等于 δ_1 与 δ_2 的乘积, 这样非定常热释放发生在 $x=b$ 位置附近薄层内有化学反应的位置, 更接近真实的火焰结构.

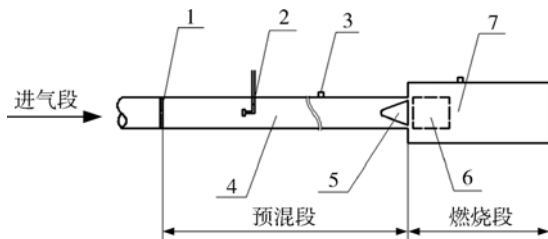
把式(15)代入式(10)中, 并利用式(6)得到下面的方程:

$$\frac{\lambda^2}{\rho_0 c^2} \hat{p} - \nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho_0} \nabla \hat{p} \right) = n \delta \frac{\partial p_1}{\partial z} \exp(\lambda \tau) / \rho_0 \quad (18)$$

本文后面的工作就以模型预混燃烧室(以下简称燃烧室)为研究对象, 利用 COMSOL Multiphysics 软件求解了方程式(18)得到纵向模态频率的实部和虚部来判断模态的线性稳定性. 方程中的密度、声速以及 δ_2 函数中的化学反应速率由 FLUENT 软件定常反应流数值模拟得到. 延迟时间和非定常热释放发生的位置由非定常反应流数值模拟得到.

2 燃烧室反应流数值模拟

图 1 中给出了实验台结构图, 由声速喷口、预混段和燃烧段组成. 预混段的横截面尺寸为 $80 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$ (宽 $\times$ 高), 长度为 1560 mm . 燃烧段



1 声速喷口; 2 燃气喷嘴; 3 动压传感器安装座;
4 预混段; 5 稳定器; 6 观察窗; 7 燃烧室

图 1 实验台结构

Fig. 1 Experimental facility

横截面尺寸为 $80 \text{ mm} \times 120 \text{ mm}$ (宽 $\times$ 高), 长度为 590 mm . 实验台中声波传播的截止频率^[19] 为 1430 Hz . 稳定器的尾缘宽度为 48 mm , 突扩台阶的高度为 30 mm .

定常反应流数值模拟中计算域选为声速喷口出口到燃烧室出口. 进口处空气流量为 0.0328 kg/s , 空气常温为 300 K . 燃烧室出口为敞口, 因此压力为 101.3 kPa . 调节甲烷流量, 使得当量比分别为 $0.72, 0.8, 0.88, 0.97$. 计算中选择了六面体网格, 化学反应主要发生在稳定器尾部和台阶处的剪切层和回流区中, 因此对这一区域的网格进行加密, 网格总数为 397764 . 采用了 realizable

湍流模型和标准壁面函数, 采用涡耗散模型来模拟化学反应与湍流的耦合, 采用 P-1 模型来模拟辐射. 选用 couple 算法来计算压力与速度的耦合, 压力修正采用 PRESTO! 格式, 因为这个格式更适计算回流. 空间离散格式全部采用 2 阶迎风格式. 当计算中监测的出口流量达到稳定并且残差值降到 10^{-3} 以下就认为计算收敛了.

图 2 中给出了当量比为 0.8 时稳定器尾缘流线与化学反应速率复合图. 在稳定器下游存在两

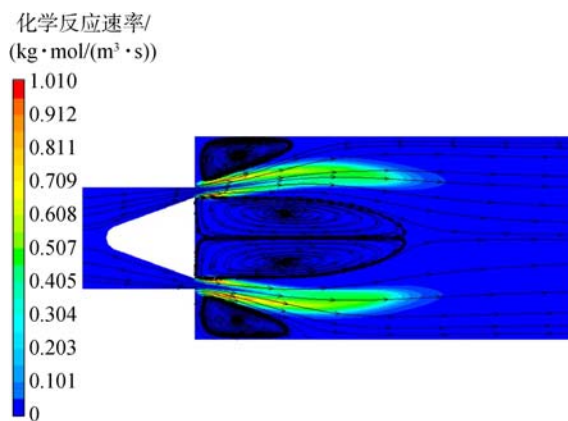


图 2 稳定器尾缘流线与化学反应速率复合图

Fig. 2 Combination of streamline and chemical reaction rate for tail edge of holder

个对称的旋涡,突扩台阶处存在角涡.角涡和稳定器后对称旋涡与来流空气形成了双剪切层区域,化学反应主要发生在这个区域中.从图中可看出火焰的纵向长度大约为稳定器尾缘宽度的两倍.本文只研究系统的前5阶纵向模态,因此火焰的长度相对于声波波长是个小量,可以做紧凑火焰的假设.耦合指数 n 和延迟时间 τ 为固定值,不考虑分布式火焰^[20]的影响.

在实验中,利用B型热电偶测量了出口截面中心点处的温度值,图3为实验中测量的温度值与定常数值计算得到相同点的温度值对比,计算得到的温度值都比实验值高,差距在200 K以内,考虑到计算中无法模拟壁面向外的热传导等过程,结果基本合理.

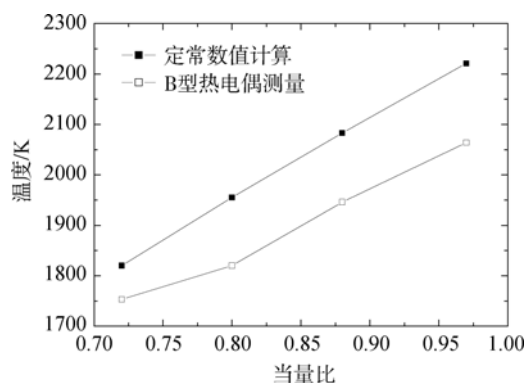


图3 出口截面中心点处温度测量值与计算值对比

Fig. 3 Temperature comparison between experiment and simulation at outlet center point

在定常数值计算的基础上,采用URANS (unsteady Reynolds averaged Navier-Stokes) 进行了非定常数值计算,得到了随时间变化的化学反应和流场等.时间离散格式采用了2阶隐式,每一个时间步的时间间隔为0.3 ms.每个时间步达到收敛后输出稳定器下游40 mm处一个点的压力数据和温度数据.通过压力数据和温度数据的相位差得到延迟时间.采用下式对压力和温度数据进行无量纲化:

$$A(t) = [B(t) - B(t)_{ave}] / [B(t) - B(t)_{ave}]_{max} \quad (19)$$

式中 A 为对 B 进行无量纲化后的数据.下标 ave 代表平均值, max 代表最大值.进行无量纲化后温度和压力均在 $-1 \sim 1$ 之间.

图4为当量比为0.88时无量纲压力信号和温度信号相位关系,从图中可以看出压力脉动在经过延迟时间0.9 ms后引起温度脉动.其他3个

当量比工况也有相似的现象.得到当量比为0.72,0.8,0.88,0.97所对应的延迟时间分别为0.6,0.3,0.9,0.6 ms.

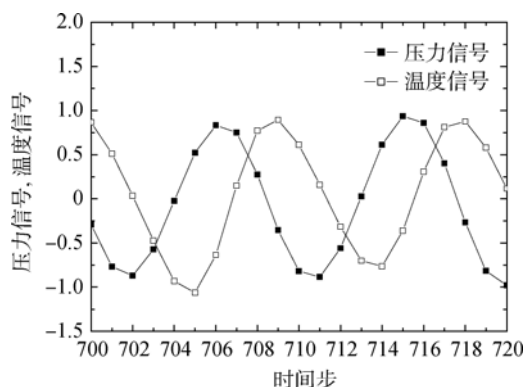


图4 无量纲压力信号与温度信号相位关系

Fig. 4 Phase relation between dimensionless pressure signal and temperature signal

图5为当量比为0.72时一个周期内流线与化学反应速率复合图.在 $t = 151.2$ ms 这一时刻,火焰与图2中的平均火焰结构相似,化学反应发生在双剪切层区域中.当 $t = 151.8$ ms 时,钝体后对称旋涡的涡核向下游移动,角回流区也逐渐拉长,使得火焰的结构出现了扭曲.当 $t = 152.1$ ms 时,钝体后产生新的涡核,旧旋涡移动到更下游的区域,火焰的尖端区域开始发生断裂.当 $t = 152.4$ ms 时,钝体后产生的新的旋涡逐渐变大,火焰的尖端区域与火焰根部发生了脱落现象.当 $t = 153.0$ ms 时,稳定器后新的旋涡继续变大,在向下游移动的过程旧旋涡中逐渐变小,随着燃料

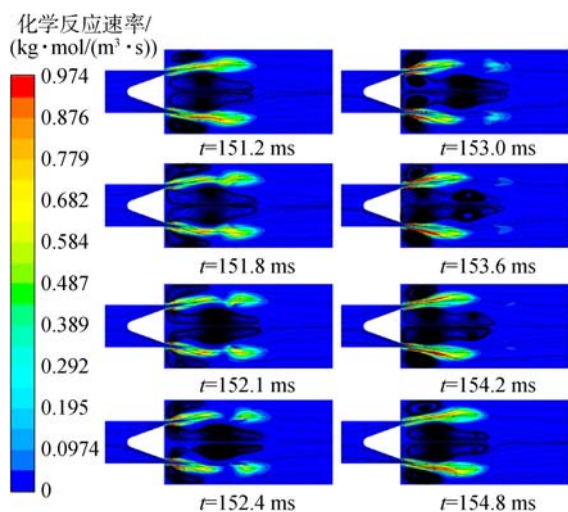


图5 一个周期内流线与化学反应速率复合图

Fig. 5 Combination of streamline and chemical reaction rate in one cycle

的消耗,脱落的火焰的燃烧强度变低.当 $t=153.6$ ms时稳定器后新旋涡的尺度开始逐渐大于旧旋涡的尺度,双剪切层中的火焰逐渐拉长.当 $t=154.8$ ms时,流场和火焰结构由恢复到了 $t=151.2$ ms时的结构,形成了一个完整的周期过程.在当量比为0.8,0.88和0.97时,也有相同的现象.

基于以上的流场变化过程,可以判断出维持不稳定性的机理为稳定器后旋涡的周期性对称脱落引起火焰面积脉动并伴随热释放脉动与燃烧室系统纵向模态形成了反馈循环.非定常热释放的位置在火焰的尖端处.因此式(16)中的 b 取为稳定器尾缘下游80 mm处.Fleifil等^[21]给出了耦合指数 n 的取法,是火焰的斯特拉哈数的函数.但由于特征长度不容易确定,所以本文中选择了5个 n 值,分别为0.05,0.2,0.5,0.8和1.研究 n 值变化对纵向模态线性稳定性的影响.

3 线性稳定性分析结果及讨论

第2节数值计算的结果作为求解式(18)的输入.定常计算得到的密度、声速和化学反应速率插值到声学网格上.非定常计算得到了延迟时间和 δ 函数.由于上游为声速喷口,声学边界条件为全反射.出口与大气相连,边界条件为 $p_1=0$.其余边界都为硬壁.首先利用COMSOL Multiphysics软件求解了 $\phi=0$ 时,即不考虑非定常热释放时的前5阶纵向模态.表1为4个当量比工况 $\phi=0$ 时纵向模态频率以及实验中得到的不稳定性频率.随当量比的增加,燃烧室内的温升变大,因此相同阶数模态的频率也在增加.

表1 纵向模态频率(单位:Hz)

Table 1 Frequencies of longitudinal modes (unit:Hz)

阶数	当量比 ϕ			
	0.72	0.8	0.88	0.97
1阶	52.1	52.3	52.5	52.7
2阶	156.5	157.1	157.6	158.2
3阶	259.5	260.9	262.1	263.3
4阶	345.1	350.5	355.1	359.3
5阶	401.7	406.1	410.8	416.4
实验	251.0	252.0	254.0	258.0

以 $n=0$ 的结果为初值,利用迭代求解器,计算 n 分别取0.05,0.2,0.5,0.8和1时纵向模态频率的实部、虚部以及相对模态分布.图6为 $\phi=$

0.8, $n=0.5$ 时前5阶纵向模态的相对模态分布.不同的颜色代表不同的无量纲压力绝对值.从上到下依次为1阶纵向模态到5阶纵向模态.增加了非定常热释放模型后,纵向模态频率实部的变化在2%以内,因此只给出虚部的计算结果.图7~图10为纵向模态频率虚部与纵向模态阶数和当量比的关系.4个工况中,1阶和5阶纵向模态是线性稳定的.2~4阶纵向模态均为线性不稳定的.随着 n 的增加,热释放与压力脉动的耦合程度增加,因此相同阶数纵向模态频率的虚部均变大.在3个线性不稳定的模态中,3阶纵向模态的虚部均最大.说明此阶模态对小扰动的增长率最大,最易发展成为燃烧不稳定性现象.

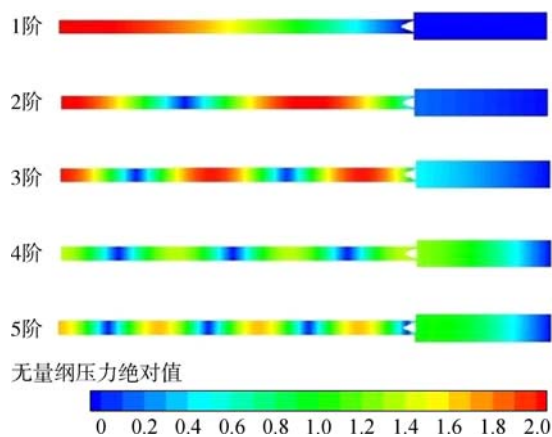


图6 $\phi=0.8$, $n=0.5$ 时前5阶纵向模态分布

Fig. 6 First five longitudinal modes distribution at $\phi=0.8$, $n=0.5$

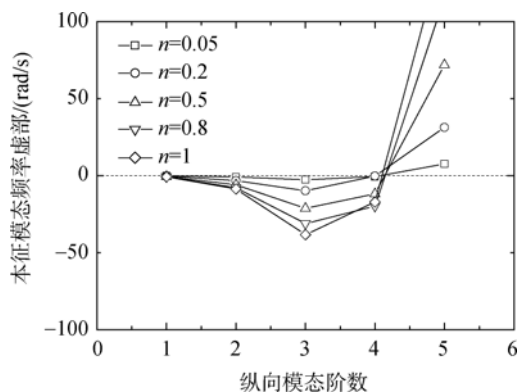


图7 $\phi=0.72$ 纵向模态频率虚部与 n 的关系

Fig. 7 Relation between imaginary parts of frequencies of longitudinal modes and n at $\phi=0.72$

对比表1中实验得到的结果,燃烧不稳定性现象只发生在3阶纵向模态处,与预测结果有一定的差别.造成此现象的原因认为是目前的预测

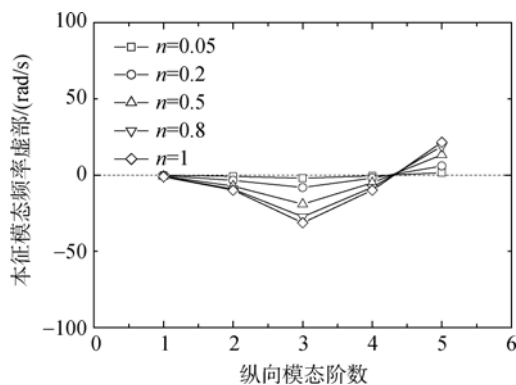


图8 $\phi=0.8$ 纵向模态频率虚部与 n 的关系

Fig. 8 Relation between imaginary parts of frequencies of longitudinal modes and n at $\phi=0.8$

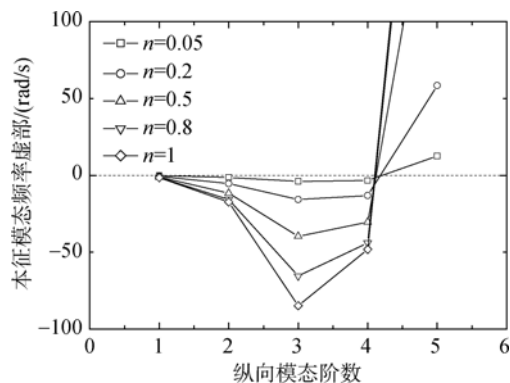


图9 $\phi=0.88$ 纵向模态频率虚部与 n 的关系

Fig. 9 Relation between imaginary parts of frequencies of longitudinal modes and n at $\phi=0.88$

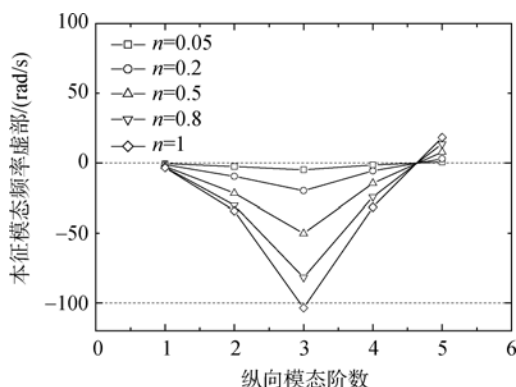


图10 $\phi=0.97$ 纵向模态频率虚部与 n 的关系

Fig. 10 Relation between imaginary parts of frequencies of longitudinal modes and n at $\phi=0.97$

方法还处在线性稳定性的预测阶段,而实验中的不稳定模态已经发展成为极限循环状态,是非线性过程。另外,燃烧不稳定性本质上是能量平衡问题^[22]。因此,要想预测模态能否达到极限循环状态,需要考虑火焰的非线性特性^[23-24]以及系统声

能的耗散。

4 结 论

针对燃烧室的4个当量比工况进行了线性稳定性分析,得到了系统前5阶纵向模态频率的实部、虚部和相对模态分布,得到的结论如下:

1) 燃烧室的系统前5阶纵向模态中,1阶和5阶是线性稳定的,2~4阶是线性不稳定的。其中3阶纵向模态的虚部最大,即在遇到扰动时的增长率最大。因此最有可能形成燃烧不稳定性现象。

2) 线性稳定性分析得到的不稳定模态包含了实验中燃烧不稳定性的模态,可以在一定程度上对燃烧不稳定性进行预测。要想预测极限循环状态需要考虑火焰的非线性特性和系统的声能耗散。

3) 对燃烧室进行了反应流的非定常数值计算,计算结果给出了周期性的旋涡对称脱落过程和由旋涡脱落引起的火焰面积的脉动。认为维持不稳定性的机理为火焰面积脉动引起的热释放脉动与燃烧室系统的3阶纵向模态形成了耦合。

下一步工作中需要在非定常热释放模型方面进行研究,把火焰的非线性特性考虑进来。

参考文献:

- [1] Zinn B T, Lieuwen T C. Combustion instability; basic concept[M]// Timothy C L, Yang V. Combustion instabilities in gas turbine engines; operational experience, fundamental mechanisms, and modeling. Arlington, Texas: American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc, 2005: 3-26.
- [2] Lieuwen T. Modeling premixed combustion-acoustic wave interactions; a review[J]. Journal of Propulsion and Power, 2003, 19(5): 765-781.
- [3] Yu K H, Arnaud T, Daily J W. Low-frequency pressure oscillations in a model ramjet combustor[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1991, 232(10): 47-72.
- [4] Lovett J A, Brogan T P, Philippona D S, et al. Development needs for advanced afterburner designs[R]. AIAA-2004-4192, 2004.
- [5] Ebrahimi H B. Overview of gas turbine augmentor design, operation, and combustion oscillation [R]. AIAA-2006-4916, 2006.
- [6] Nicoud F, Benoit L, Sensiau C, et al. Acoustic modes in combustors with complex impedances and multidimensional active flames[J]. AIAA Journal, 2007, 45(2): 426-441.
- [7] Dowling A P, Stow S R. Acoustic analysis of gas turbine combustors[J]. Journal of Propulsion and Power, 2003, 19(5): 751-764.
- [8] Bloxsidge G J, Dowling A P, Langhorne P J. Reheat buzz: an acoustically coupled combustion instability; Part 2 theo-

- ry[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1988, 193(1): 445-473.
- [9] Poinso T J, Trounev A C, Veynante D P, et al. Vortex-driven acoustically coupled combustion instabilities[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1987, 177(1): 265-292.
- [10] 张澄宇, 李磊, 孙晓峰. 加力燃烧室热声振荡纵向传播特性及控制[J]. *航空动力学报*, 2010, 25(2): 278-283.
ZHANG Chengyu, LI Lei, SUN Xiaofeng. Thermoacoustic oscillating calculation of longitudinal equivalence frequency and stability in aero-engine afterburner[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2010, 25(2): 278-283. (in Chinese)
- [11] Roux A, Gicquel L Y M, Sommerer Y, et al. Large eddy simulation of mean and oscillating flow in a side-dump ramjet combustor[J]. *Combustion and Flame*, 2008, 152(1/2): 154-176.
- [12] Selle L, Lartigue G, Poinso T, et al. Compressible large eddy simulation of turbulent combustion in complex geometry on unstructured meshes[J]. *Combustion and Flame*, 2004, 137(4): 489-505.
- [13] Selle L, Benoit L, Poinso T, et al. Joint use of compressible large-eddy simulation and Helmholtz solvers for the analysis of rotating modes in an industrial swirled burner[J]. *Combustion and Flame*, 2006, 145(1/2): 194-205.
- [14] Pankiewicz C, Sattelmayer T. Time domain simulation of combustion instabilities in annular combustors[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2003, 125(3): 677-685.
- [15] Camporeale S M, Fortunato B, Campa G. A finite element method for three-dimensional analysis of thermo-acoustic combustion instability[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 2011, 133(1): 011506. 1-011506. 13.
- [16] Portillo J E, Cisco J C, Corless M J, et al. Generalized combustion instability model[R]. AIAA-2006-4889, 2006.
- [17] Portillo J E, Sisco J C, Yu Y, et al. Application of a generalized instability model to a longitudinal mode combustion instability[R]. AIAA-2007-5651, 2007.
- [18] 付斌, 郭志辉. 模型预混燃烧室燃烧不稳定性研究[J]. *航空动力学报*, 2014, 29(5): 1079-1085.
FU Xiao, GUO Zhihui. Investigation on combustion instability in model premixed combustor[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2014, 29(5): 1079-1085. (in Chinese)
- [19] 杜功焕, 朱哲民, 龚秀芬. 声学基础[M]. 南京: 南京大学出版社, 2001.
- [20] Kim K T, Lee J G, Quay B D, et al. Spatially distributed flame transfer functions for predicting combustion dynamics in lean premixed gas turbine combustors[J]. *Combustion and Flame*, 2010, 157(9): 1718-1730.
- [21] Fleifil M, Annaswamy A M, Ghoneim Z A, et al. Response of a laminar premixed flame to flow oscillations: a kinematic model and thermoacoustic instability results[J]. *Combustion and Flame*, 1996, 106(4): 487-510.
- [22] Zinn B T, Neumeier Y. An overview of active control of combustion instabilities[R]. AIAA 97-0461, 1997.
- [23] Noiray N, Durox D, Schuller T, et al. A unified framework for nonlinear combustion instability analysis based on the flame describing function[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2008, 615(1): 139-167.
- [24] Silva C F, Nicoud F, Schuller T, et al. Combining a Helmholtz solver with the flame describing function to assess combustion instability in a premixed swirled combustor[J]. *Combustion and Flame*, 2013, 160(9): 1743-1754.