

后掠翼边界层横流不稳定转捩 预测模型

徐家宽¹, 白俊强¹, 乔磊¹, 黄江涛²

(1. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072;

2. 中国空气动力研究与发展中心 总体部, 四川 绵阳 621000)

摘 要: 通过对经典 Falkner-Skan-Cooke 三维边界层相似解的理论分析和数值求解, 结合二维边界层转捩判据的思想, 采用由试验数据标定的 C1 准则关系式求解横流不稳定转捩位移厚度雷诺数, 建立了针对固定前缘后掠角机翼的横流转捩判据, 并且通过方程求解和数据拟合得到了该转捩判据的数学结果. 应用该模型对 30°前缘后掠角的 ONERA-M6 机翼和 45°前缘后掠角的 NLF(2)-0415 无限展长机翼进行了横流不稳定转捩数值模拟. 模拟结果显示: 改进后的转捩模型预测所得到的转捩位置精度较高, 均与后掠翼横流试验数据吻合较好, 从而证明了构建的横流不稳定转捩判据的合理性和实用性.

关 键 词: 边界层转捩; 边界层相似解; Falkner-Skan-Cooke 方程; 转捩判据; C1 准则;

横流不稳定转捩

中图分类号: V211

文献标志码: A

Prediction model of cross-flow instability transition in swept wing boundary layers

XU Jia-kuan¹, BAI Jun-qiang¹, QIAO Lei¹, HUANG Jiang-tao²

(1. School of Aeronautics,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. Department of General,

China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang Sichuan 621000, China)

Abstract: Through the theoretical analysis and numerical solution of classic Falkner-Skan-Cooke three-dimensional boundary layer similar solution, combining with the thought of two-dimensional boundary layer transition criteria, using the C1 criteria calibrated by the experimental data to get the cross-flow instability transition displacement thickness Reynolds number, the cross-flow transition criteria was established for fixed swept angle of wing leading edge by solving the equations and data fitting. The model was applied to conduct the numerical simulation of cross-flow instability transition on the ONERA-M6 wing with 30 degree swept angle of leading edge and NLF(2)-0415 infinite swept wing with 45 degree swept angle of leading edge. The simulated results show that the improved transition model can predict the location of cross-flow instability transition of swept wing precisely and be in good agreement with the experimental data. Therefore, the results indicate that the cross-flow instability transition criterion built is practical and valuable.

收稿日期: 2014-05-04

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2014CB744804)

作者简介: 徐家宽(1989-), 男, 陕西渭南人, 博士生, 主要从事飞行器气动设计、计算流体力学研究.

Key words: boundary layer transition; boundary layer similar solution; Falkner-Skan-Cooke equation; transition criteria; Cl criteria; cross-flow instability transition

在航空航天领域,飞行器飞行时受到的空气作用力预测一直都是非常重要的工程问题,而随着计算流体力学技术和计算机的发展,使用 CFD 技术对复杂飞行器构型进行数值模拟逐渐成为研究的热点和难点,是解决工程实际问题的重要手段.尤其是层流机翼的气动力计算和自然层流设计领域,使用全湍流计算将会带来较大的气动力误差,因此,急需建立针对飞行器表面转捩位置的预测方法从而提高飞行器气动力的预测精度.

边界层转捩的机理大致分为 4 种,即自然转捩、分离流转捩、bypass 转捩和横流不稳定转捩.航空航天工程实践中常用的流向转捩预测方法有 e^N 法^[1]、经验关系法^[2]、低雷诺数湍流模型^[3-4]以及 Menter 等人发展的完全基于流场当地变量的 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型^[5-9]等,这其中应用最为广泛的是 e^N 法和 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型. e^N 法基于线性稳定性理论,可以预测低湍流度下沿流向的自然转捩和分离流转捩,却难以处理被边界层外部流动影响巨大的 bypass 转捩问题.而且求解稳定性方程需要速度沿壁面法向的 1 阶和 2 阶导数,这些信息在三维流场的非结构或并行计算中难以得到. $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型则能够适应现代 CFD 的发展,能够对自然转捩、分离流转捩和 bypass 转捩进行数值模拟,在工程中得到了广泛应用^[10-11].然而 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型只能对沿流向的边界层黏性失稳主导的转捩现象进行数值模拟,在航空领域有非常多的较大前缘后掠角的机翼,这时边界层的横流速度型会出现拐点,从而引起横流失稳现象. $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型则无法对横流不稳定转捩现象进行数值模拟,也就无法准确预测真实的转捩位置.针对横流不稳定转捩问题,传统的 e^N 方法一直以来都是研究的热点,国内的周恒、张坤等^[12-13],国外的 Arnal, Krumbein 等^[14-15]都进行了相关的研究和探索,而且能够从求解线性稳定性方程中预测横流转捩,但是 e^N 法存在固有的缺陷,无法实现并行计算;而在三维边界层转捩模型的研究中,国内的徐国亮、符松^[16-17]构建了三维边界层转捩预测的输运方程,国外的 Seyfert 等^[18-19]都进行了横流转捩判据的研究,也取得了比较好的模拟效果.本文在 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型的基础上,通过求解三维边

界层相似解即 FSC (Falkner-Skan-Cooke) 方程解,方程获得不同压力梯度下的边界层流向和横向的速度型,从而对横流不稳定转捩判据进行研究以适应 CFD 并行求解,构建出能够计算固定前缘后掠角机翼的横流不稳定转捩判定方法.

1 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型介绍

本文 CFD 求解过程中,采用有限体积法求解三维可压缩 Navier-Stokes 方程,无黏通量通过 Roe 的 FDS (flux difference splitting) 格式进行离散,黏性通量采用中心差分格式进行离散,时间推进采用近似因子分解 (approximate factorization) 方法.程序使用多重网格和网格序列技术等加速收敛措施,以及 MPI (multi point interface) 并行策略进行大规模计算.本文在计算中使用的湍流模型为 Menter $k\text{-}\omega$ SST (shear stress transport) 两方程湍流模型.

Menter 和 Langtry 等构造^[6-8]了关于当地转捩动量厚度雷诺数 $\overline{Re_{\theta t}}$ 的输运方程.对于该输运方程,边界层流动外面的转捩起始动量厚度雷诺数由试验经验关系式确定,通过输运和对流,在边界层内部自由扩散.方程如下:

$$\frac{\partial(\rho \overline{Re_{\theta t}})}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \overline{Re_{\theta t}})}{\partial x_i} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \overline{Re_{\theta t}}}{\partial x_i} \right] \quad (1)$$

源项定义为

$$P_{\theta t} = c_{\theta t} \frac{\rho}{t} (Re_{\theta t} - \overline{Re_{\theta t}}) (1.0 - F_{\theta t}) \quad (2)$$

其中 ρ 为密度, t 为时间项, U_i 为速度张量, x_i 为坐标张量, μ 和 μ_t 分别为层流黏度和湍流黏度.系数 $c_{\theta t}$ 和 $\sigma_{\theta t}$ 分别用来控制源项和扩散项, $F_{\theta t}$ 是边界层指示因子,在边界层内部为 1,在边界层外部为 0.其具体定义详见参考文献^[6-8],转捩动量厚度雷诺数 $Re_{\theta t}$ 是 Thwaites 压力梯度 λ_θ 和湍流度 T_u 的函数, $Re_{\theta t} = F(\lambda_\theta, T_u)$,由经验公式给出.在 Abu-Ghannam 和 Shaw 工作的基础上,Langtry 重新拟合了新的经验关系式,改善了低湍流度情况下的转捩预测能力,方程如下:

$$Re_{\theta t} = \begin{cases} \left[1173.51 - 589.428 T_u + \frac{0.2196}{T_u^2} \right] F(\lambda_\theta) & T_u \leq 1.3 \\ 331.5 (T_u - 0.5658)^{-0.671} F(\lambda_\theta) & T_u > 1.3 \end{cases} \quad (3)$$

$$F(\lambda_\theta) = \begin{cases} 1 - (-12.986\lambda_\theta - 123.66\lambda_\theta^2 - 405.689\lambda_\theta^3) e^{-T_u/1.5} & \lambda_\theta \leq 0 \\ 1 + 0.275(1 - e^{-35.0\lambda_\theta}) e^{-T_u/1.5} & \lambda_\theta > 0 \end{cases} \quad (4)$$

转捩的触发与转捩区的发展的预测主要在间歇因子输运方程中完成,该方程由 Langtry 在 2006 年完成,间歇因子 γ 输运方程如下:

$$\frac{\partial(\rho\gamma)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \gamma)}{\partial x_i} = P_\gamma - E_\gamma + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_i} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_i} \right] \quad (5)$$

间歇因子输运方程产生源项定义为

$$P_\gamma = c_{a1} S F_{\text{length}} (F_{\text{onset}} \gamma)^{0.5} (1 - c_{e1} \gamma) \quad (6)$$

其中 σ_i 为扩散系数,值为 1. E_γ 是间歇因子输运方程的破坏源项, P_γ 是间歇因子输运方程产生源项,其中系数 $c_{a1} = 2$, $c_{e1} = 1$, S 为切应变率的模,两个关键参数 F_{onset} 和 F_{length} ,其中 F_{onset} 是 P_γ 的开关,控制间歇因子的增长即转捩的起始, F_{length} 控制 P_γ 的强度,影响间歇因子的增长速度,从而控制转捩区的长度. F_{onset} 的定义为

$$F_{\text{onset}} = \max(F_{\text{onset}2} - F_{\text{onset}3}, 0) \quad (7)$$

$$F_{\text{onset}2} = \min[\max(F_{\text{onset}1}, F_{\text{onset}1}^d), 2.0] \quad (8)$$

$$F_{\text{onset}3} = \max\left[1 - \left(\frac{R_t}{2.5}\right)^3, 0\right] \quad (9)$$

$$F_{\text{onset}1} = \frac{Re_v}{2.193 Re_{\theta t}} \quad (10)$$

其中 R_t 是黏度比, Re_v 是涡量雷诺数, $Re_{\theta t}$ 是流向失稳雷诺数, F_{length} 与 $Re_{\theta t}$ 都是 $\overline{Re_{\theta t}}$ 的函数,本文采用 Langtry 在 2009 年给出的经验关系式,其详细表达式和间歇因子方程中的其他参数见文献[9].

用上述转捩模型预测分离流诱导的转捩,得到湍流在附着的位置总是靠后,原因是由于分离剪切层的湍动能 k 较小,为此,对间歇因子做了针对分离流动的修正,提出分离流间歇因子 γ_{sep}

$$\gamma_{\text{sep}} = \min\left\{2\max\left[0, \left[\frac{Re_v}{3.235 Re_{\theta t}}\right] - 1\right] F_{\text{reattach}}, 2\right\} F_{\theta t} \quad (11)$$

$$F_{\text{reattach}} = e^{-C R_t/20} \quad (12)$$

$$\gamma_{\text{eff}} = \max(\gamma, \gamma_{\text{sep}}) \quad (13)$$

而与湍流模型的耦合中,转捩模型通过影响湍流模型中湍动能的源项来模拟转捩中湍流的生长.

2 边界层相似解

由于边界层转捩建模过程中转捩判据是最关键的部分,而转捩判据则需要通过边界层名义厚度、位移厚度以及动量厚度等需要通过边界层积分获得的非当地边界层数据来建立,为了能够适应现代 CFD 计算的大规模并行求解,需要建立流场当地变量和非当地变量之间的关联,从而实现非当地变量的当地化求解.而边界层相似解为解决该问题提供了很多途径,因此首先要精确求解边界层相似解.

2.1 二维边界层相似解

当边界层方程具有相似解时,用合适的量对边界层内流速分布 $u(x, y)$ 量纲归一化之后,任意 x 位置处流速分布图形 $\frac{u(x, y)}{U(x)} = F(\eta)$ 均相同.

平板边界层和绕过楔形物体驻点附近的流动都存在相似解,现以不可压二维平板边界层恒定流动的边界层微分方程为例

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = U \frac{dU}{dx} + v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (14)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (15)$$

边界条件为

$$\begin{cases} y = 0, & u = v = 0 \\ y = \infty, & u = U \end{cases}$$

上述方程中 x 和 y 分别为沿平板流动方向和垂直平板物面方向, u 和 v 则分别为流向(即 x 向)速度和壁面法向(即 y 向)速度. $U = U(x)$, 为 x 点处壁面势流流速. 引进流函数 $\phi(x, y) = U(x) g(x) f(\eta)$, 量纲归一化壁面法向距离 $\eta = y/g(x)$, 经过推导^[20], 可知当 $U = Cx^m$ 时, 边界层方程具有相似解, C 为常数, 此时流速分布函数 $f(\eta)$ 满足

$$f''' + ff'' + \beta_H (1 - f'^2) = 0 \quad (16)$$

边界条件为

$$\eta = 0, f(0) = f'(0) = 0$$

$$\eta = \infty, f'(\infty) = 1$$

这个方程的解称为 Falkner-Skan(F-S)解. 其

中 $\eta = \frac{y}{g(x)} = y \sqrt{\frac{m+1}{2} \cdot \frac{U}{\nu x}}$, $m = \frac{\beta_H}{2 - \beta_H}$. β_H 为

Hartree 压力梯度因子, $\beta_H > 0$ 时为顺压梯度, $\beta_H = 0$ 时为零压力梯度, $\beta_H < 0$ 时为逆压梯度. β_H 的取值范围是: $-0.19884 \leq \beta_H \leq 2.0$.

2.2 三维边界层相似解

基于二维边界层相似解方程, Cooke 将其拓展到三维边界层, 即 FSC 方程. 该方程的二维边界层方程是沿垂直前缘线的弦向方向, 拓展的 Cooke 方程则是沿前缘线的展向方向, 该方程的详细推导见文献[21], 表达式如下:

$$\begin{aligned} f''' + ff'' + \beta_H(1 - f'^2) &= 0 \\ g'' + fg' &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

边界条件为

$$\begin{aligned} f(0) = f'(0) = g(0) &= 0 \\ f'(\infty) = g(\infty) &= 1 \end{aligned}$$

FSC 方程新引进了沿展向的速度分布函数

$$g(\eta) = \frac{W_s}{W_{s,\infty}}, \text{ 当 } \eta \rightarrow \infty, \text{ 则 } W_s = W_{s,\infty}$$

其中

$$\beta_H = \frac{2m}{m+1} \quad \eta = y \sqrt{\frac{m+1}{2}} \cdot \frac{U}{\nu x_c} \quad (18)$$

式中 x_c 是沿垂直前缘线的弦向距离前缘线的长度. 垂直前缘的弦向速度 $U_{c,e} = C(x_c)^m$, 前缘后掠角为 φ_{sweep} , 当地后掠角为 φ , 方向和几何参数的定义见图 1, 用边界层势流速度 U_e 作为边界层边缘速度和量纲归一化的参数, 而垂直前弦向和展向的势流边界速度分别为 $U_{c,e} = U_e \cos \varphi$ 和 $W_{s,e} = U_e \sin \varphi$, 又因为速度型

$$\frac{U_c}{U_{c,e}} = f'(\eta) \quad \frac{W_s}{W_{s,e}} = g(\eta) \quad (19)$$

所以 $U_c = f'(\eta) U_e \cos \varphi$, $W_s = g(\eta) U_e \sin \varphi$, U_e 可根据等熵关系式和普朗特边界层理论获得

$$\frac{\gamma_h}{\gamma_h - 1} \cdot \frac{p_\infty}{\rho_\infty} + \frac{U_\infty^2}{2} = \frac{\gamma_h}{\gamma_h - 1} \cdot \frac{p}{\rho_e} + \frac{U_e^2}{2} \quad (20)$$

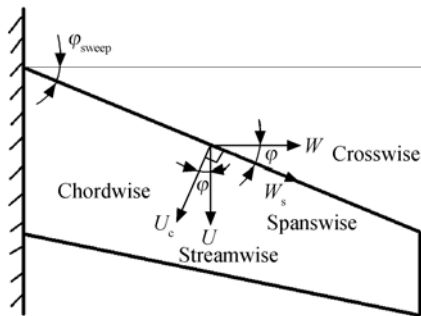


图 1 后掠翼几何参数和坐标系方向

Fig. 1 Geometric parameters and coordinate system direction of swept wing

$$\rho_e = \left(\frac{\rho_\infty^{\gamma_h}}{p_\infty} p \right)^{\frac{1}{\gamma_h}} \quad (21)$$

式中 γ_h 为比热比, p_∞ , ρ_∞ , U_∞ 分别为来流压力、密度和速度. 因此可得笛卡儿坐标系下沿流向和横向的速度分量

$$\begin{aligned} U &= U_c \cos \varphi + W_s \sin \varphi = \\ U_e [f'(\eta) \cos^2 \varphi + g(\eta) \sin^2 \varphi] \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} W &= -U_c \sin \varphi + W_s \cos \varphi = \\ U_e [-f'(\eta) + g(\eta)] \sin \varphi \cos \varphi \end{aligned} \quad (23)$$

因此 FSC 方程的解在笛卡儿坐标系下的量纲归一化表达式如下:

$$U(\eta) = \frac{U}{U_e} = f'(\eta) \cos^2 \varphi + g(\eta) \sin^2 \varphi \quad (24)$$

$$W(\eta) = \frac{W}{U_e} = [-f'(\eta) + g(\eta)] \cos \varphi \sin \varphi \quad (25)$$

针对 4 个压力梯度分别求解 FSC 方程, 得到 FSC 三维边界层相似解在笛卡儿坐标系下的速度型分布如图 2 所示.

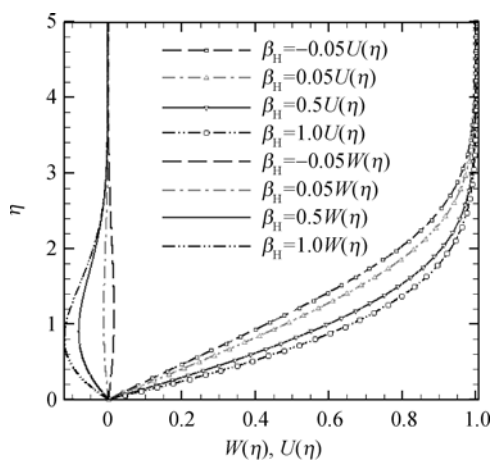


图 2 45° 当地后掠角时 FSC 方程在不同 β_H 下的解
Fig. 2 Solutions of FSC equation at various β_H with local swept angle of 45 degree

3 横流转捩判据建模

3.1 转捩判据理论推导

通过 FSC 方程得到不同压力梯度下的边界层的解后, 便可根据边界层的解求得流场的各个变量和参数, 这为转捩判据的推导提供了基础. 而在 $\gamma-Re_{\theta_t}$ 转捩模型构建的时候, 转捩判据非常关键, Langtry 提出的流向转捩判据为实际动量厚度雷诺数与转捩动量厚度雷诺数的比值

$Re_\theta/Re_{\theta t} > 1$, 通过求解 F-S 方程, 由二维边界层相似解得到实际动量厚度雷诺数 Re_θ 与最大涡量雷诺数的线性关系, 从而实现了流场中 Re_θ 的当地化求解, 即

$$\frac{\max Re_v}{Re_\theta} = 2.193 \quad (26)$$

而当地转捩动量厚度雷诺数 $\overline{Re_{\theta t}}$ 则通过输运方程获得, 因此类比沿流向的转捩判据, 根据 FSC 方程的边界层相似解, 构造横流转捩判据形式, 实现横流位移厚度雷诺数的当地化求解, 以适应现代 CFD 大规模并行求解的需求, 即

$$\frac{\max Re_{dW_{crosswise}/dy}}{Re_{\delta_y t}} = f(\beta_H) \quad (27)$$

$Re_{dW_{crosswise}/dy}$ 为横流雷诺数, 其定义基于牛顿流体假设, 以混掺长度理论为基础, 使用流体到物面的距离作为混掺长度假设的特征尺度, 则横流雷诺数可以由当地湍流切应力与当地层流切应力的比值表示^[20,22]

$$Re_{dW_{crosswise}/dy} = \frac{\tau_{turb,z}}{\tau_{lam,z}} = \frac{\rho y^2 \left(\frac{dW_{crosswise}}{dy} \right)^2}{\mu \frac{dW_{crosswise}}{dy}} = \left(\frac{\rho y^2}{\mu} \cdot \frac{dW_{crosswise}}{dy} \right)_{trans} \quad (28)$$

该表达式可以类比涡量雷诺数的表达式来进行分析. 其中沿 y 向的导数是沿着壁面法向求导. 而 β_H 为 Hartree 压力梯度因子^[23], 该压力梯度沿垂直前缘方向分布, 求解方法如下, 其中 C_p 是压力系数.

$$\beta_H = \frac{2m}{m+1} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1-C_p}{x_c dC_p/dx_c} \right)^{-1} \quad (29)$$

在获得横流雷诺数之后, 需要通过求解 FSC 方程建立边界层相似解的数据库, 从而获得函数 $f(\beta_H)$, 这样便可以在流场中处处求解横流位移厚度雷诺数, 从而进行转捩判断. 在三维边界层的解中, 横流速度型解表达式为

$$\frac{W_{crosswise}}{U_e} = W(\eta) \quad (30)$$

而在 FSC 方程求解过程中, 沿物面法向的量纲归一化壁面法向距离定义见式(19), 假设当 $u/U_e = 1.0$ 时的壁面法向量纲归一化距离 η 值为 η_{max} , 则有

$$\eta_{max} = \delta \sqrt{\frac{m+1}{2}} \cdot \frac{U_e}{\nu x_c} \quad (31)$$

其中 δ 是边界层名义厚度. 因此横向速度沿壁面法向的导数为

$$\frac{dW_{crosswise}}{dy} = \frac{U_e \sqrt{\frac{m+1}{2}} Re_{x_c}}{x_c} W'(\eta) = \frac{U_e \sqrt{\frac{m+1}{2}} Re_{x_c}}{x_c} W' \left(\frac{y \eta_{max}}{\delta} \right) \quad (32)$$

由此可以求得横流雷诺数的表达式

$$Re_{dW_{crosswise}/dy} = \frac{\rho y^2}{\mu} \cdot \frac{dW_{crosswise}}{dy} = \frac{\rho y^2}{\mu} \cdot \frac{U_e \sqrt{\frac{m+1}{2}} Re_{x_c}}{x_c} W' \left(\frac{y \eta_{max}}{\delta} \right) = \eta_{max} \frac{\rho U_e \delta}{\mu} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \left[g' \left(\frac{y \eta_{max}}{\delta} \right) - f'' \left(\frac{y \eta_{max}}{\delta} \right) \right] \cos \varphi \sin \varphi \quad (33)$$

横流位移厚度雷诺数定义为

$$Re_{\delta_{crossflow} t} = \frac{\rho U_e \delta_{crossflow}}{\mu} \quad (34)$$

其中 $\delta_{crossflow}$ 为边界层横流位移损失厚度, 由位移厚度的定义和横流速度型的特点, 可得横流位移厚度雷诺数的求解公式

$$\rho U_e \delta_{crossflow} = \rho \int_0^\infty |0 - W_{crosswise}| dy \quad (35)$$

积分求解可以得到 $\delta_{crossflow}$, 因此横流雷诺数与横流位移厚度雷诺数的比值

$$\frac{Re_{dW_{crosswise}/dy}}{Re_{\delta_{crossflow} t}} = \frac{\delta}{\delta_{crossflow}} \eta_{max} \left(\frac{y}{\delta} \right)^2 \left[g' \left(\eta_{max} \frac{y}{\delta} \right) - f'' \left(\eta_{max} \frac{y}{\delta} \right) \right] \cos \varphi \sin \varphi \quad (36)$$

化简后得到最终的式(37)是 β_H 的函数.

3.2 量纲一边界层厚度

在上述的横流位移厚度雷诺数的当地化求解方法建立过程中, 还需要知道量纲一边界层厚度 η_{max} 的值, 根据 3.1 节对其的定义, 应用 Thwaites 方法求解卡门动量积分关系式可得动量损失厚度 θ 与 β_H 的理论关系式^[24]

$$\frac{\theta}{x_c} \sqrt{\frac{m+1}{2}} Re_{x_c} = \sqrt{\frac{m+1}{2}} \cdot \frac{0.45}{5m+1} \quad (37)$$

将 m 与 β_H 的关系式代入式(37), 并用动量厚度来间接求解边界层名义厚度, 得到边界层名义厚度与压力梯度的表达式

$$\frac{\delta}{x_c} \sqrt{\frac{m+1}{2}} Re_{x_c} = F(\lambda_\theta) \sqrt{\frac{0.45}{2+4\beta_H}} \quad (38)$$

而 $F(\lambda_\theta)$ 的值可参考文献[24]中的 δ/θ 随 Thwaites 压力梯度变化的数据, 拟合后可得如下关系式.

$$F(\lambda_\theta) = \frac{\delta}{\theta} = 7.451e^{-0.7545\lambda_\theta} + 0.5536e^{10.35\lambda_\theta} \quad (39)$$

其中 $-0.1 \leq \lambda_\theta \leq 0.1$, 可以求得 $\eta_{\max} = \xi(\beta_H)$ 函数分布如图3所示.

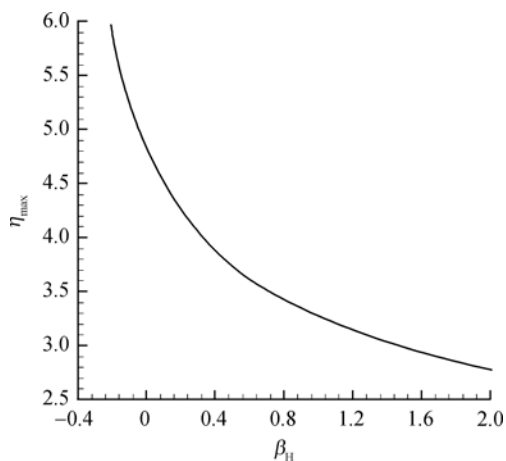


图3 $\eta_{\max}$ 与 β_H 的关系

Fig. 3 Relationship between $\eta_{\max}$ and β_H

3.3 参数拟合

在求得所需的流场变量之后,即可基于FSC方程的解和相关边界层参数,得到横流位移厚度雷诺数当地化求解关系式中的 $f(\beta_H)$ 函数. 本文选取 50° 前缘后掠角, $Re = 1.0 \times 10^6$ 的参数计算输入,在 $\beta_H = 0.2$ 时的横流雷诺数分布如图4所示,而在整个函数值的提取过程中, $f(\beta_H)$ 均选取的是对应 β_H 下的最大横流雷诺数.

3.4 准则

基于上述的理论分析和流场变量求解,便可

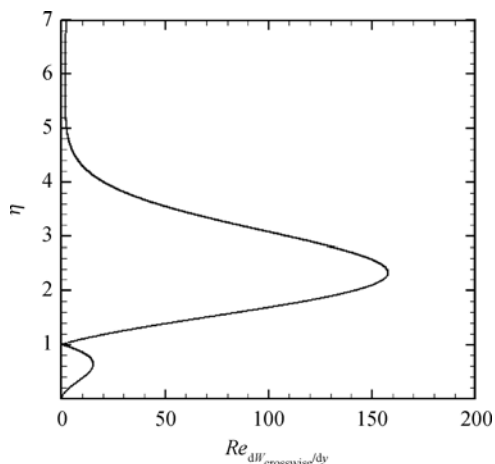


图4 $\beta_H = 0.2$ 时边界层内壁面横流雷诺数分布

Fig. 4 Distribution of wall cross-flow Reynolds number in the boundary layer as $\beta_H = 0.2$

以在流场中处处求解获得横流位移厚度雷诺数

$$Re_{\delta_{\text{crossflow } t}} = \frac{\max Re_{dW_{\text{crosswise}}/dy}}{f(\beta_H)} \quad (40)$$

得到流场的横流位移厚度雷诺数之后,还需要一个横流转捩位移厚度雷诺数的数据才能构成转捩判据. 本文采用 Arnal 根据法国宇航研究院 (ONERA) 的风洞试验数据标定的横流转捩位移厚度雷诺数 $Re_{\delta_{\text{crossflow } t}}^*$ 的经验关系式^[25], 即 C1 准则

$$Re_{\delta_{\text{crossflow } t}}^* = \frac{300}{\pi} \arctan \left[\frac{0.106}{(H - 2.3)^{2.05}} \right] \quad 2.3 \leq H \leq 2.7$$

$$Re_{\delta_{\text{crossflow } t}}^* = 150.0 \quad H < 2.3 \quad (41)$$

横流转捩位移厚度雷诺数 $Re_{\delta_{\text{crossflow } t}}^*$ 用于与横流位移厚度雷诺数 $Re_{\delta_{\text{crossflow } t}}$ 进行比较来确定横流转捩的发生与否, 构建横流转捩判据

$$F_{\text{onset_crossflow}} = \frac{Re_{\delta_{\text{crossflow } t}}}{Re_{\delta_{\text{crossflow } t}}^*} = \frac{\max Re_{dW_{\text{crosswise}}/dy}}{f(\beta_H) Re_{\delta_{\text{crossflow } t}}^*} \quad (42)$$

在 C1 准则中形状因子 H 由 FSC 边界层相似解获得, 它是 β_H 的和当地后掠角的函数. 在 30° 和 45° 当地后掠角时形状因子 H 与 β_H 的关系如图5所示.

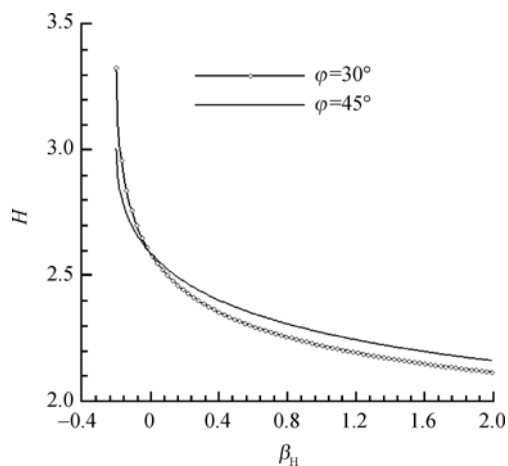


图5 30° 和 45° 当地后掠角时 H 与 β_H 的关系

Fig. 5 Relationship between H and β_H with local swept angles of 30 degree and 45 degree

而在流场求解横流雷诺数时, 需要使用当地后掠角, 求解方法^[23]如下:

$$\varphi = \arctan \left[\frac{\tan \varphi_{\text{sweep}}}{\sqrt{1 - C_p}} \right] \quad (43)$$

4 三维边界层转换算例验证

至此, 根据 FSC 边界层相似解建立的横流转

捩判据构建完成,下文简称 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ -FSC 转捩模型,下面将基于该横流不稳定转捩判据,对两个经典的横流转捩试验进行数值模拟验证。

算例1 ONERA-M6 机翼

机翼几何参数:展弦比为 3.8,前缘后掠角为 30° ,后缘后掠角为 15.8° ,试验马赫数为 0.262,雷诺数为 3.5×10^6 ,来流湍流度约为 0.2%,计算湍流度也使用该湍流度,黏度比 $R_t=5$,攻角 $\alpha=0^\circ, 5^\circ$ 和 15° ,试验结果^[26]如图 6 所示。

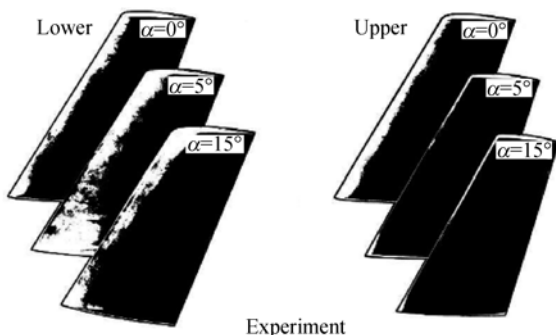


图6 ONERA-M6 机翼萘升华试验所得表面层流和湍流区分布

Fig. 6 Distribution of laminar and turbulent regions in naphthalene experiment on the ONERA-M6 wing surfaces

计算网格量为 800 万,壁面法向第 1 层网格的 $y^+=0.2$ 。由数值模拟结果与试验数据的对比图 7 和图 8 所示,可以看出文中所建立的横流不稳定转捩判据能够较为准确地对 ONERA-M6 机翼变攻角的横流转捩现象进行模拟,转捩位置跟试验的流动显示较为接近,而原始 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型的计算结果则与试验数据差距较大。

算例2 NLF(2)-0415 无限展长机翼

该机翼几何参数:前缘后掠角为 45° ,弦长为 1.83 m。试验状态:攻角为 -4° ,来流湍流度约为 0.09%,计算远场湍流度约为 1%,黏度比 $R_t=5$,雷诺数变化范围为 $1.91 \times 10^6 \sim 3.722 \times 10^6$ 。由于计算无限展长机翼,因此采用周期性边界条件可以有效减少展向的网格节点,计算网格量为 200 万,壁面法向第 1 层网格的 $y^+=0.3$ 。

本文建立的横流不稳定判据在不同雷诺数下计算得到的转捩位置与萘升华试验所得到的结果^[27]均比较接近,如图 9 所示,在雷诺数小于 2.3×10^6 时,横流扰动还不是特别明显,转捩主要由流向的转捩主导,随着雷诺数的增大,在雷诺数大于 2.3×10^6 后,转捩现象则逐渐开始由横流

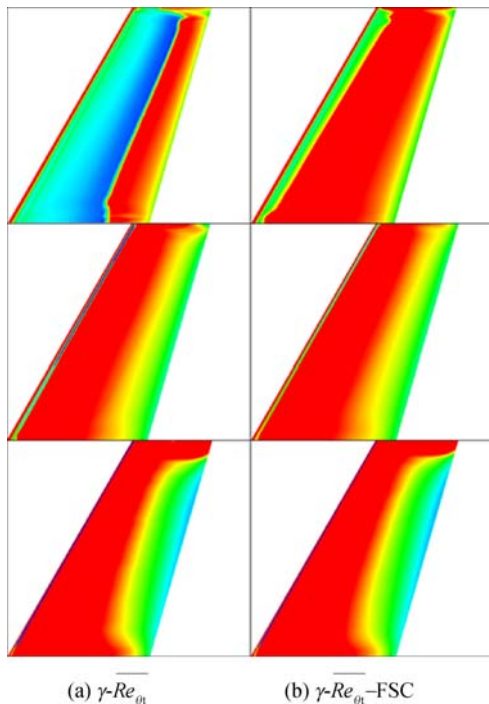


图7 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型与 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ -FSC 模型对 ONERA-M6 机翼转捩预测的上表面摩擦阻力系数云图对比

Fig. 7 Comparison of upper surface calculation friction coefficient contour of ONERA-M6 wing between $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ and $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ -FSC transition models

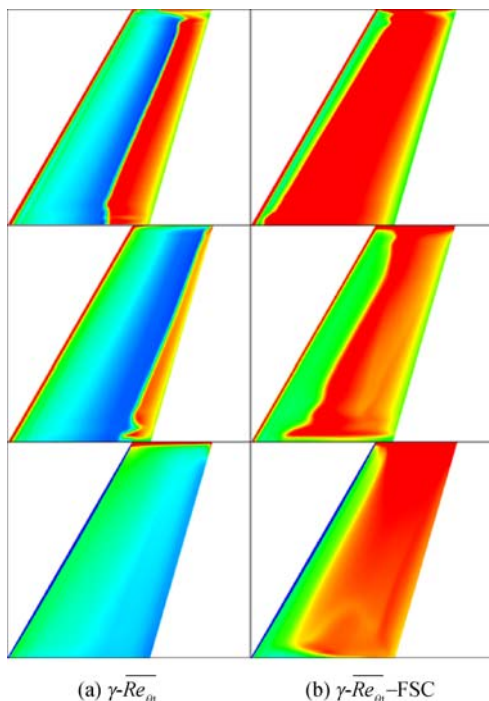


图8 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型与 $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ -FSC 模型对 ONERA-M6 机翼转捩预测的下表面摩擦阻力系数云图对比

Fig. 8 Comparison of lower surface calculation friction coefficient contour of ONERA-M6 wing between $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ and $\gamma\text{-}\overline{Re_{\theta t}}$ -FSC transition models

主导,转捩位置也随着雷诺数的增加而不断前移。其中 $Re=3.722 \times 10^6$ 时原始 $\gamma\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型和本文转捩预测方法的计算结果摩擦阻力系数云图对比如图 10 所示。

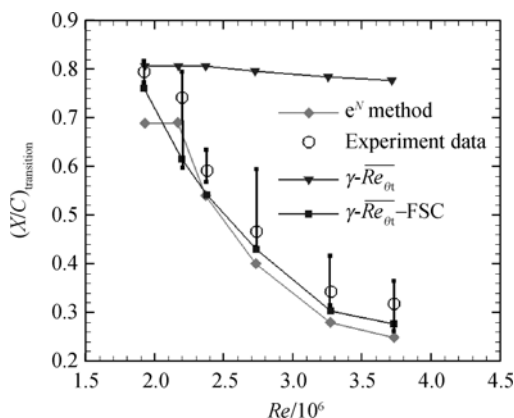


图9 NLF(2)-0415 无限展长机翼在不同雷诺数下的转捩位置

Fig. 9 Transition locations on the NLF(2)-0415 infinite swept wing at various Reynolds number

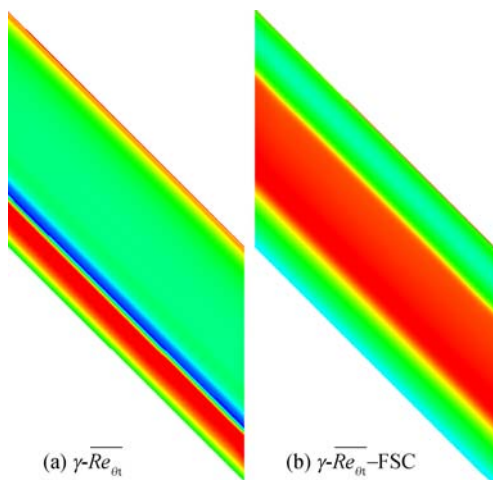


图10 横流转捩判据建立前后 $\gamma\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型计算 NLF(2)-0415 无限展长机翼在 $Re=3.72 \times 10^6$ 时摩擦阻力系数云图对比

Fig. 10 Comparison of friction coefficient contour of the NLF(2)-0415 infinite swept wing before and after adding the cross-flow criteria to $\gamma\overline{Re_{\theta t}}$ transition model at $Re=3.72 \times 10^6$

5 结论

本文构建的能够计算固定前缘后掠角机翼的横流不稳定转捩判定方法,应用其对 ONERA-M6 机翼和 NLF(2)-0415 无限展长机翼进行转捩

位置预测的结果均与试验数据吻合较好,证明了该横流不稳定性转捩判据的合理性和可行性。

1) 边界层相似解在求解边界层非当地变量的过程中起到了非常重要的作用,无论是二维边界层转捩判据中的涡量雷诺数与实际动量厚度雷诺数之间的近似线性关系,还是三维边界层转捩判据中的横流雷诺数与横流位移厚度雷诺数之间的函数关系,都可通过边界层相似解获得。

2) 现有的横流转捩的试验绝大多数都是低雷诺数试验。而 $\gamma\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型本身在中低雷诺数时具有较高的模拟精度,因此本文建立的转捩判据与 $\gamma\overline{Re_{\theta t}}$ 转捩模型耦合,在中低雷诺数计算时与试验数据吻合较好,而在高雷诺数时的计算效果则需要高雷诺数的横流试验来进一步验证。

3) 建立的转捩判据可以在流场中处处求解获得当地的横流位移厚度雷诺数,实现转捩的判定,能够适应现代 CFD 的大规模并行计算,但目前只能对固定前缘后掠角的机翼进行横流转捩的预测,所以摆脱对几何形状的依赖性后续应该研究的方向,而且横流主导的转捩现象的发生有很多因素的影响,如当地后掠角、来流雷诺数以及压力梯度等,这些因素都需要进一步全面地进行试验和研究。

综上所述,本文基于边界层相似解建立的横流转捩判定方法对于研究固定前缘后掠角的大后掠机翼的转捩预测方面具有重要意义,对横流不稳定转捩普适判定经验关系式的研究也具有重要意义。

参考文献:

- [1] Smith A M O, Gamberoni N. Transition, pressure gradient, and stability theory[M]. Long Beach, US: Douglas Aircraft Company, 1956.
- [2] Abu-Ghannam B J, Shaw R. Natural transition of boundary layers: the effects of turbulence, pressure gradient, and flow history[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1980, 22(5): 213-228.
- [3] Wilcox D C. Simulation of transition with a two-equation turbulence model[J]. AIAA Journal, 1994, 32(2): 247-255.
- [4] Wilcox D C. Turbulence modeling for CFD[M]. California, US: DCW Industries Incorporation, 1993.
- [5] Menter F R, Esch T, Kubacki S. Transition modelling based on local variables[J]. Engineering Turbulence Modelling and Experiments, 2002, 22(5): 555-564.
- [6] Menter F R, Langtry R B, Likki S R, et al. A correlation-based transition model using local variables: Part I model formulation[J]. Journal of Turbomachinery, 2006, 128(3): 413-422.

- [7] Langtry R B, Menter F R, Likki S R, et al. A correlation-based transition model using local variables; Part II test cases and industrial applications[J]. Journal of Turbomachinery, 2006, 128(3): 423-434.
- [8] Langtry R B. A correlation-based transition model using local variables for unstructured parallelized CFD codes [D]. Stuttgart, Germany: Stuttgart University Press, 2006.
- [9] Langtry R B, Menter F R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes[J]. AIAA Journal, 2009, 47(12): 2894-2904.
- [10] 孟德虹, 张玉伦, 王光学, 等. $\gamma-Re_{\theta l}$ 转捩模型在二维低速问题中的应用[J]. 航空学报, 2011, 32(5): 792-801.
MENG Dehong, ZHANG Yulun, WANG Guangxue, et al. Application of $\gamma-Re_{\theta l}$ transition model to two-dimensional low speed flows[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(5): 792-801. (in Chinese)
- [11] 王刚, 刘毅, 王光秋, 等. 采用 $\gamma-Re_{\theta l}$ 模型的转捩流动计算分析[J]. 航空学报, 2014, 35(1): 70-79.
WANG Gang, LIU Yi, WANG Guangqiu, et al. Transition-al flow simulation based on $\gamma-Re_{\theta l}$ transition model[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2014, 35(1): 70-79. (in Chinese)
- [12] 周恒, 赵耕夫. 流动稳定性[M]. 北京: 国防工业出版社, 2004: 120-178.
- [13] 张坤, 宋文萍. e^N 方法在无限展长后掠翼边界层转捩判断中的初步应用[J]. 西北工业大学学报, 2011, 29(1): 142-147.
ZHANG Kun, SONG Wenping. Application of the full e^N transition method to the infinite swept wing's transition prediction[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2011, 29(1): 142-147. (in Chinese)
- [14] Arnal D, Casalis G. Laminar-turbulent transition prediction in three-dimensional flows[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2000, 36(2): 173-191.
- [15] Krumbein A. e^N transition prediction for 3D wing configurations using database methods and a local, linear stability code [J]. Aerospace Science and Technology, 2008, 12(5): 592-598.
- [16] 徐国亮. 三维边界层流动失稳与 Bypass 转捩模式研究 [D]. 北京: 清华大学, 2011.
XU Guoliang. Instability of three-dimensional boundary layers and modeling bypass transition [D]. Beijing: Tsinghua University, 2011. (in Chinese)
- [17] 徐国亮, 符松. 可压缩横流失稳及其控制[J]. 力学进展, 2012, 42(3): 263-273.
XU Guoliang, FU Song. The instability and control of compressible cross flows [J]. Advances in Mechanics, 2012, 42(3): 263-273. (in Chinese)
- [18] Seyfert C, Krumbein A. Correlation-based transition transport modeling for three-dimensional aerodynamic configurations[R]. AIAA-2012-0448, 2012.
- [19] Medida S, Baeder J D. A new crossflow transition onset criterion for RANS turbulence models[R]. AIAA-2013-3081, 2013.
- [20] 章梓雄, 董曾南. 粘性流体力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998.
- [21] Cooke J C. The boundary layer of a class of infinite yawed cylinders[J]. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1950, 46(4): 645-648.
- [22] Van Den Berg B. A three-dimensional law of the wall for turbulent shear flows [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1975, 70(1): 149-160.
- [23] Hein S, Fischer T M, Dallmann U. Untersuchungen zur sekundären instabilität einer dreidimensionalen grenzschichtströmung[R]. Göttingen: Institut für Theoretische Strömungsmechanik DLR-IB-221-92-A23, 1992. (in German)
- [24] Schlichting H. Boundary layer theory [M]. 7th ed. New York: McGraw-Hill, 1979: 206-208.
- [25] Arnal D, Habiballah M, Coutols E. Théorie de l'instabilité laminaire et critères de transition en écoulement bi et tridimensionnel[J]. La Recherche Aéronautique, 1984, 33(2): 125-143. (in French)
- [26] Schmitt V, Monneris B, Dorey G, et al. Etude de la couche limite tridimensionnelle sur une aile En Flèche[R]. Chatillon, France: ONERA. 14/1713-AN, 1975. (in French)
- [27] Dagenhart J R, Saric W S. Crossflow stability and transition experiments in swept-wing flow[R]. Hampton, USA: NASA Langley Research Center, TP-1999-209344, 1999.