

抛物化稳定性方程在曲面边界层中的应用

李 佳¹, 罗纪生²

(1. 唐山学院 基础教学部, 河北 唐山 063000;

2. 天津大学 机械工程学院, 天津 300072)

摘 要: 为了研究抛物化稳定性方程在曲面边界层中的应用,选取了等曲率圆环管道、等曲率板和 NACA0012 翼型 3 种典型的曲面边界层. 通过计算小幅度扰动波的演化,抛物化稳定性方程的计算结果和线性稳定性理论、数值模拟扰动方程结果相符,说明可以使用抛物化稳定性方程研究曲面边界层的小幅度扰动波的演化和稳定性分析;通过计算有限幅度扰动波的演化,线性阶段抛物化稳定性方程计算结果和扰动方程相符,在非线性很强的阶段,抛物化稳定性方程计算发散,发散的位置可作为转捩位置.

关 键 词: 扰动演化; 抛物化稳定性方程; 等曲率圆环管道; 等曲率板; NACA0012 翼型; 线性稳定性理论; 扰动方程

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Application of the parabolized stability equation in curved surfaces boundary layers

LI Jia¹, LUO Ji-sheng²

(1. Department of Basic Teaching,

Tangshan University, Tangshan Hebei 063000, China;

2. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: In order to research the application of the parabolized stability equation in curved surfaces boundary layers, three typical curved surface boundary layers of identical curvature circle pipelines, identical curvature plates and NACA0012 wing were calculated. Through calculation of the evolution of small amplitude disturbance waves, the results of the parabolized stability equation were compared with the linear stability theory and numerical simulation of disturbance equations. The consistency indicates the evolution and stability analysis of small amplitude disturbance waves could be studied by the parabolized stability equation in curved surfaces boundary layers. For the evolution of finite amplitude disturbance wave, the result by the parabolized stability equation is accordance with disturbance equations in linear stage. Using the parabolized stability equation, computational divergence will appear in the strong nonlinear stage and the divergence position can be used as the transition position.

Key words: disturbance evolution; parabolized stability equation; identical curvature circle pipeline; identical curvature plate; NACA0012 wing; linear stability theory; disturbance equation

收稿日期:2014-07-26

基金项目:国家重点基础研究发展计划(2009CB724103); 河北省自然科学基金(A2015105073);

唐山学院博士创新基金(tsxybc201305); 唐山学院院级市属重点实验室(tsxyzdsys020)

作者简介:李佳(1984—),女,河北晋州人,讲师,博士,主要从事流动稳定性和转捩预测研究.

随着我国航空工业的发展,特别是大飞机项目的设立,对飞机特别是翼型的研究尤为关注.翼型边界层是曲面边界层,因此,研究曲面边界层的流动稳定性特性和转捩预测等方面具有重要的实际意义.对于平板边界层已验证抛物化稳定性方程(PSE)方法在扰动演化和预测转捩位置中的应用^[1],一般情况下曲面边界层相比平板边界层,计算量更大,计算难度更高,若使用直接数值模拟方法去研究扰动演化和转捩问题需要更大的存储空间和计算时间,这里尝试将 PSE 方法运用到曲面边界层中去.

Herbert, Bertolotti, Chang 等^[2-6]提出了利用 PSE 来分析扰动的演化.由于该方法考虑了非平行性和非线性影响,还有计算存储小、计算时间短的优点^[7],因此被广泛用于扰动演化的研究中.针对平板边界层, Joslin 等^[8]研究了使用 PSE 预测二维 Tollmien-Schlichting (T-S) 波的演化、亚谐波不稳定转捩和斜波的转捩. Esfahanian 等^[9]使用 PSE 方法对一个二维 T-S 波和一对三维波扰动进行了稳定性分析、扰动演化并预测了转捩位置,得到了 PSE 在平板边界层中的适用性. Chang 等^[10]研究了可压缩流动非线性 PSE 的应用. ZHANG 等^[11-13]使用 PSE 研究了超声速平板边界层二次失稳.对于曲面边界层, Reibert 等^[14]实验研究了翼型转捩预测中二次失稳,并基于二维特征值使用 PSE 方法来计算二次失稳,预测横流涡的演化和实验结果相符合. Haynes 等^[15]使用 PSE 方法研究了 45° 攻角 NLF(2)-0415 翼型的横流涡,解释了 Arnal^[16]在 1994 年得到的线性稳定性理论(LST)和 Reibert 等在 1996 年所获实验结果存在的差异. 2008 年, Atohe 使用 LST 研究了二维 NACA0012 翼型边界层的二次失稳,得到了二次失稳属于 C-type 亚谐波失稳机制. LI 等^[17]使用二维特征值分析的方法研究了翼型边界层横流的二次失稳问题. 刘吉学等^[18]使用 PSE 高效数值方法研究了机翼非平行边界层稳定性问题. 左岁寒等^[19]采用 PSE 方法分析了展向无限长后掠翼边界层内的横流驻波不稳定,在扰动增长的初期,线性 PSE 能准确地预测扰动的 e^N 曲线,当扰动足够大时,采用非线性 PSE 来计算,结果表明曲率起到了稳定作用.

本文针对等曲率圆环管道、等曲率板和 NACA0012 翼型 3 种典型的曲面边界层进行计算,利用了 PSE 研究了扰动的演化,目的是为了验证 PSE 在典型曲面边界层中的适用性,同时为应用

PSE 方法去研究更复杂边界层打下了基础.

1 曲面边界层的计算模型

针对曲面边界层,采用一般正交曲线坐标系下的方程进行求解. 计算模型及坐标选取如图 1 所示, O 点为坐标原点; x, y, z 分别表示流向、法向和展向; 3 个方向的速度分别为 u, v, w ; L_x, L_y, L_z 分别表示 3 个方向的计算长度.

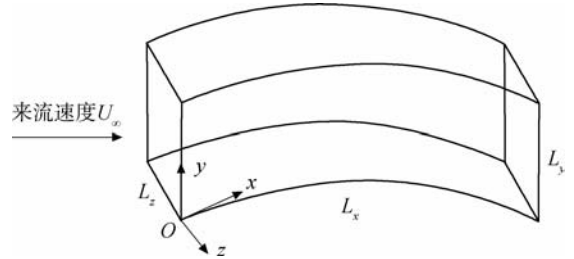


图 1 计算模型
Fig. 1 Calculation model

H_1, H_2, H_3 分别表示 x, y, z 三个方向的拉梅系数, ∂_i, d_{ij} 和 d_{ijk} 的定义分别为

$$\partial_i = \frac{\partial}{H_i \partial q_i}, \quad d_{ij} = \frac{\partial_j H_i}{H_i} = \frac{\partial H_i}{H_i \partial q_j},$$
$$d_{ijk} = \partial_k d_{ij} \quad (i, j, k = 1, 2, 3) \quad (1)$$

注意 d_{ij} 的表达式中的下标不约定求和.

在研究过程中,假定基本流仅是 x, y 的函数,流向带曲率,法向和展向不带曲率,因此有 $H_1 = (x, y), H_2 = H_3 = 1$, 不为零的 d_{ij} 只有 d_{11} 和 d_{12} .

2 PSE 及数值方法

从无量纲的 N-S 方程出发,将瞬时速度 u, v, w 和压力 p 写成基本流和扰动之和,使用 U, V, W, P 表示基本流, $\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p}$ 表示扰动量,再将瞬时量带入 N-S 方程减去基本流所满足的方程就得到扰动方程.

考虑到要研究扰动沿空间的演化,假设扰动是时间和展向的周期函数

$$\phi(x, y, z, t) = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \hat{\phi}_{nm}(x, y) e^{i(\int_{x_0}^x \alpha_{nm}(x) dx + \beta_n z - \omega_m t)} + c. c \quad (2)$$

其中 $\hat{\phi}_{nm}$ 为阶数 (m, n) 的形状函数; α_{nm} 为阶数 (m, n) 的流向波数,其频率为 $\omega_m = m\omega$; 展向波数 $\beta_n = n\beta, \omega, \beta$ 为基本频率和基本展向波数; 形状函数 $\hat{\phi}_{nm}(x, y)$ 和流向波数 $\alpha_{nm}(x)$ 都是 x 的缓变函数; $c. c$ 表示复共轭.

将式(2)带到扰动方程,略去扰动的流向 2 阶导数,得到了 PSE. 再考虑计算模型和基本流的假设,简化之后的 PSE 形式为

$$\begin{aligned} &\frac{1}{H_1}\left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + i\alpha \hat{u}\right) + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} + i\eta \beta \hat{w} + d_{12} \hat{v} = 0 \\ &\frac{1}{Re} \cdot \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial y^2} + K_1 \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + K_3 \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} + \frac{1}{H_1} \cdot \frac{2d_{12}}{Re} \cdot \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} - \\ &\frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial \hat{p}}{\partial x} + \left(K_4 + \frac{d_{121}}{Re} - \frac{\partial U}{\partial y} - U d_{12}\right) \hat{v} + \\ &\left(K_2 + \frac{d_{122}}{Re} - \frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial U}{\partial x} - V d_{12}\right) \hat{u} - \frac{i\alpha}{H_1} \hat{p} = \\ &\frac{1}{H_1} \left(u \frac{\partial \hat{u}}{\partial x}\right) + \left(v \frac{\partial \hat{u}}{\partial y}\right) + \left(w \frac{\partial \hat{u}}{\partial z}\right) + (\hat{u} \hat{v}) d_{12} \\ &\frac{1}{Re} \cdot \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial y^2} + K_1 \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} + K_3 \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} - \frac{1}{H_1} \cdot \frac{2d_{12}}{Re} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} - \\ &\frac{\partial \hat{p}}{\partial y} + \left(K_2 + \frac{d_{122}}{Re} - \frac{\partial V}{\partial y}\right) \hat{v} - \\ &\left(K_4 - 2U d_{12} + \frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{d_{121}}{Re}\right) \hat{u} = \\ &\frac{1}{H_1} \cdot \left(u \frac{\partial \hat{v}}{\partial x}\right) + \left(v \frac{\partial \hat{v}}{\partial y}\right) + \left(w \frac{\partial \hat{v}}{\partial z}\right) - (\hat{u} \hat{v}) d_{12} \\ &\frac{1}{Re} \cdot \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial y^2} + K_1 \frac{\partial \hat{w}}{\partial x} + K_3 \frac{\partial \hat{w}}{\partial y} + K_2 \hat{w} - \\ &\frac{1}{H_1} \cdot \frac{\partial W}{\partial x} \hat{u} - \frac{\partial W}{\partial y} \hat{v} - i\eta \beta \hat{p} = \frac{1}{H_1} \left(u \frac{\partial \hat{w}}{\partial x}\right) + \\ &\left(v \frac{\partial \hat{w}}{\partial y}\right) + \left(w \frac{\partial \hat{w}}{\partial z}\right) \end{aligned} \tag{3}$$

其中

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{1}{H_1^2} \cdot \frac{2i\alpha}{Re} - \frac{1}{H_1} \cdot \frac{d_{11}}{Re} - \frac{U}{H_1} \\ K_3 &= \frac{d_{12}}{Re} - V \quad K_4 = \frac{1}{H_1} \cdot \frac{2i\alpha d_{12}}{Re} \\ K_2 &= i\eta \omega - \frac{i\alpha U}{H_1} - i\eta \beta W + \frac{1}{H_1^2 Re} \left(i \frac{d\alpha}{dx} - \alpha^2\right) - \\ &\frac{n^2 \beta^2}{Re} - \frac{i\alpha}{Re} \cdot \frac{d_{11}}{H_1} \end{aligned}$$

从式(3)中可以看出 PSE 有 5 个未知量, $\hat{u}(x, y), \hat{v}(x, y), \hat{w}(x, y), \hat{p}(x, y), \alpha(x)$, 但只有 4 个方程, 不足以求解未知量, 还需要补充一个条件. 这里的求解方法是将 PSE 写成算子的形式

$$L_0(\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p})^\top + L_1 \frac{\partial}{\partial x}(\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p})^\top = f \tag{4}$$

式中 f 为式(3)中的非线性项, 首先利用 $L_0(\hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{p})^\top = 0$ 确定当地位置的基本波数 $\alpha(x)$, 再由式(4)计算扰动向下游的演化. 这样做的考虑是反映了当地平行流假设下扰动波特性主要为算子 L_0 , 而当地基本波数 α 应该满足当地平行流假设

下扰动波的特性, 因此, 由 L_0 确定 α , 算子 L_1 更多反映了边界层非平行性的作用, 因此扰动的变形主要由 L_1 确定.

3 计算结果及分析

3.1 等曲率圆环管道的计算

研究流向等曲率圆环管道流动, 其示意图如图 1, 研究的是二维流动, 其拉梅系数为: $H_1 = 1 + \frac{y}{R}, H_2 = 1, H_3 = 1$. 假定流动是在压差作用下产生的, $V = 0, \frac{\partial P}{\partial y} \neq 0, \frac{\partial P}{\partial x} = \text{常数}$, 等曲率圆环管道的半宽为 h , 选取 $-\frac{1}{2\mu} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} h^2$ 作为速度无量纲参数, h 作为长度无量纲参数, 得到无量纲化之后的基本流, 其表达式为

$$\begin{aligned} u &= -(R + y) \left[R \ln(R + y) + \right. \\ &\left. \frac{(R - 1)^2 \ln(R - 1) - (R + 1)^2 \ln(R + 1)}{4} \right] + \\ &\frac{\ln(R - 1) - \ln(R + 1)}{4} \cdot \frac{(R + 1)^2 (R - 1)^2}{R + y} \end{aligned} \tag{5}$$

其中 R 是无量纲的曲率半径.

针对曲率半径的不同, 计算 $R = 100, 20, 10$ 的 3 种情况, 对这 3 种情况的基本流进行稳定性分析, 表 1 给出的是槽道流 ($R = \infty$) 和选取 3 种情况的计算参数和特征值.

表 1 槽道流和等曲率圆环管道的参数
Table 1 Parameters of channel flow and identical curvature circle pipelines

R	Re	α_r	$-\alpha_i$	β	ω
∞	35 000	0.810 636 6	0.029 580 4	0.1	0.14
100	35 000	0.810 762 2	0.029 473 2	0.1	0.14
20	35 000	0.813 773 7	0.026 937 6	0.1	0.14
10	35 000	0.823 099 6	0.019 454 6	0.1	0.14

从表 1 中可以看出 $R = 100$ 得到的特征值和槽道流的相差很小; $R = 20$ 和 $R = 10$ 的特征值和槽道流相差较大. 由于 α_r 表示流向波数, $-\alpha_i$ 表示增长率, 可以看出曲率半径越小, 流向波数越大, 相应的流向波长越小, 扰动波的增长率越小, 因此曲率半径越小流动越稳定.

使用 LST、数值模拟扰动方程 (DNS) 和 PSE 三种方法数值模拟了 $R = 100, 20, 10$ 三种情况下

的小幅值扰动的演化,并进行比较,结果如图 2 所示。

从图 2 中可以看出,针对等曲率圆环管道来说,3 种方法计算的结果是一致的,验证了 PSE 在等曲率圆环管道中的应用。

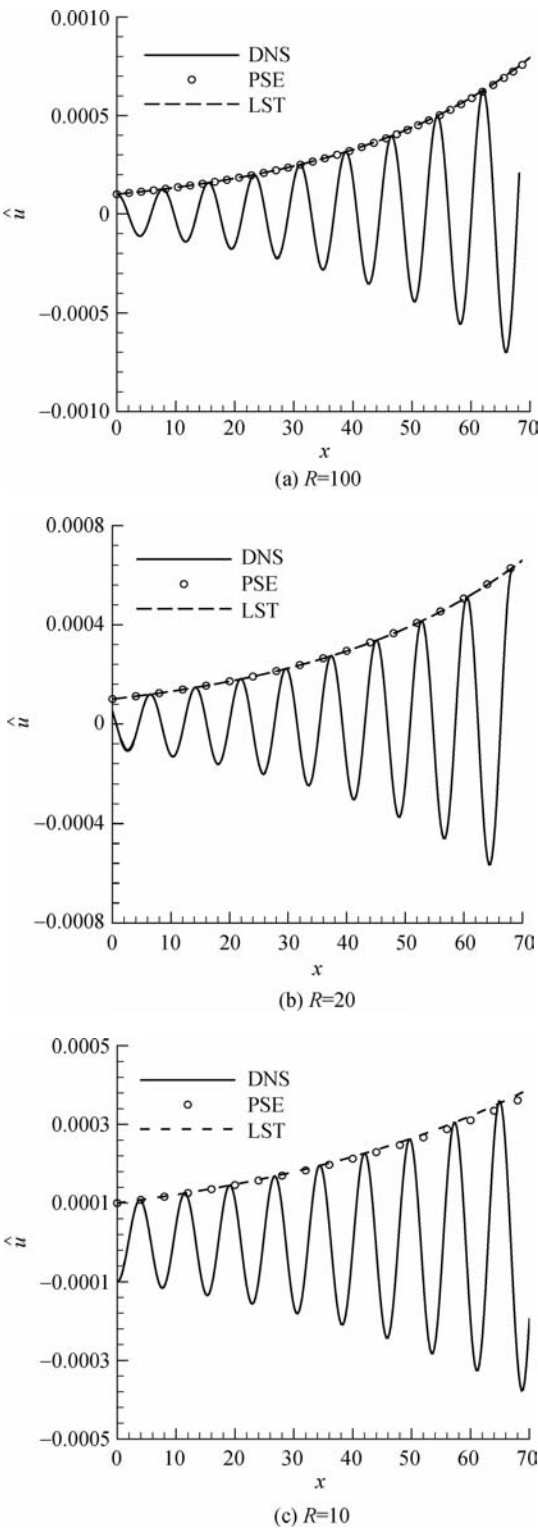


图 2 扰动速度的演化

Fig. 2 Evolution of disturbance velocity

3.2 等曲率板的计算

计算模型是流向等曲率板,其示意图如图 3 所示,基本流是通过软件 CFD-ACE 计算得到的,来流速度 $U_\infty=30\text{ m/s}$,针对不同曲率计算了两种情况,分别为:

情况 A, $R_1=100\text{ m}$, $R_2=100.05\text{ m}$, 角度 θ 范围为 $89^\circ\sim91^\circ$ 。

情况 B, $R_1=10\text{ m}$, $R_2=10.03\text{ m}$, 角度 θ 范围为 $88^\circ\sim92^\circ$ 。

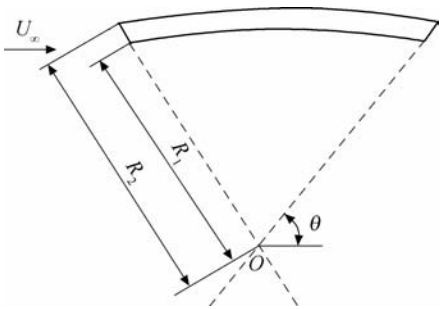


图 3 等曲率板计算模型

Fig. 3 Identical curvature plate calculation model

选取 U_∞ 作为速度无量纲参数,计算域入口处的边界层排移厚度作为无量纲长度参数,可以得到无量纲化之后的基本流.对两种曲率半径的等曲率板进行稳定性分析,表 2 给出了两种情况下的特征值,可以看出曲率半径越小,增长率越小,流动越稳定。

表 2 两种情况下入口处的特征值
Table 2 Eigenvalue of two cases at entrance

R	Re	α_r	$-\alpha_i$	β	ω
100	726	0.1143084	0.0027539	0.05	0.04
10	602	0.2396753	0.0002660	0.05	0.09

对于等曲率的平板边界层,同样采用 LST, DNS, PSE 三种方法计算了这两情况下扰动的演化。

从图 4 中可以看出,针对等曲率板来说,3 种方法计算的结果是一致的,验证了 PSE 在等曲率板中的应用。

3.3 NACA0012 翼型的计算

NACA0012 是上下对称的翼型,使用软件 CFD-ACE 计算基本流,翼型模型是以翼型的流向长度为无量纲参数得到的,自由来流的速度 $U_\infty=20\text{ m/s}$. 图 5 给出了翼型的流向计算域,其

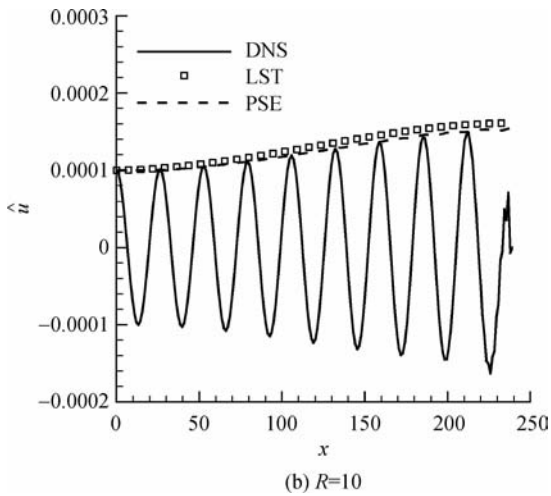
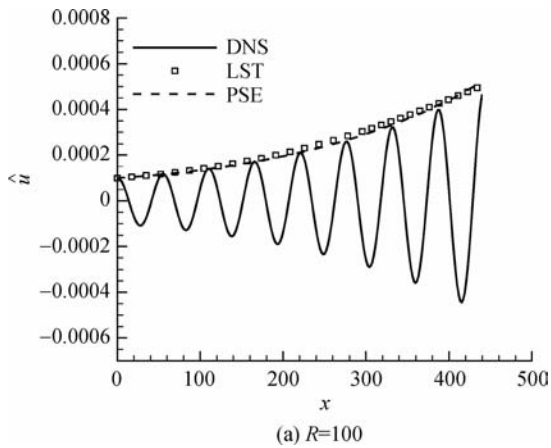


图 4 扰动速度的演化

Fig. 4 Evolution of disturbance velocity

中横坐标 x' 为 x 与翼型长度的比值,选取 A 点的边界层厚度 $\delta_A = 5.21 \times 10^{-4}$ m 作为长度的无量纲化参数,0 点为计算域起点.

图 6 给出了翼型基本流沿着流向的演化. 图 7 给出了 (x, ω) 平面内的中性曲线. 可以看出,中性曲线的上支并不单调,这是由于壁面弯曲的原因.

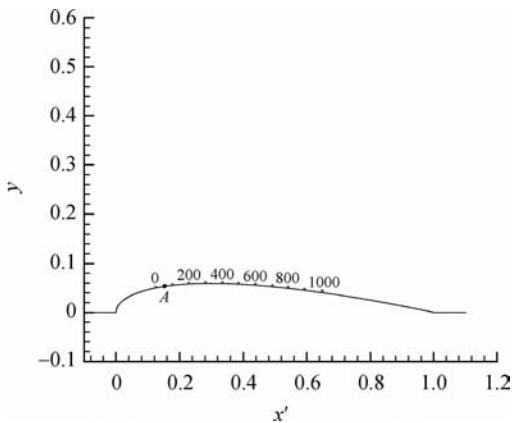


图 5 NACA0012 翼型计算模型

Fig. 5 Calculation model of NACA0012 wing

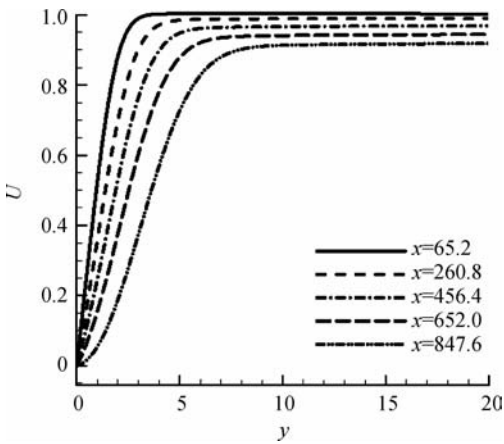


图 6 基本流的演化

Fig. 6 Evolution of basic flow

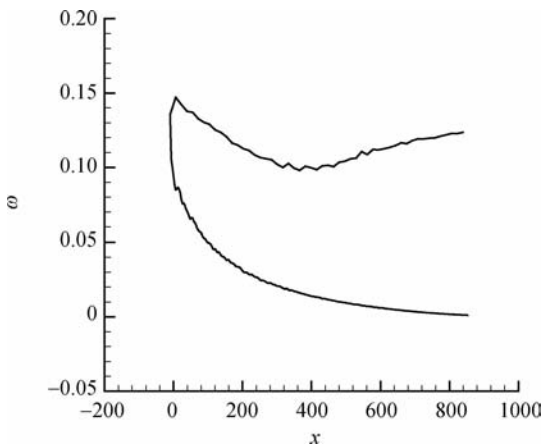


图 7 中性曲线

Fig. 7 Neutral curve

1) 小幅值扰动的计算

选择频率 $\omega = 0.06, 0.04$ 的两组参数,从图 7 的中性曲线可以看出这两个频率在计算范围扰动,一直处在不稳定区域内. 雷诺数 $Re = U_\infty \delta_A / \nu = 766.5$, 其中 ν 为运动黏度,展向波数 $\beta = 0.01$,初始幅值 $A = 10^{-7}$,特征值分别为 $\alpha_{r1} = 0.1782473, \alpha_{i1} = -0.0002763$ 和 $\alpha_{r2} = 0.1284508, \alpha_{i2} = -0.0000130$.

图 8 给出了 DNS, PSE 和 LST 得到的扰动幅值随流向的演化,可以看出,三者计算结果基本吻合. 验证了可以使用 PSE 研究流向变曲率 NACA0012 翼型的扰动演化.

2) 有限幅值扰动的计算

在计算域入口引入一个二维、两个三维扰动波,选取雷诺数 $Re = 766.5$,基本频率 $\omega_0 = 0.03$,基本展向波数 $\beta_0 = 0.118$. 二维扰动波参数为: $\alpha_2 = (0.1783276, -0.0002743), \omega_2 = 2\omega_0, A_2 =$

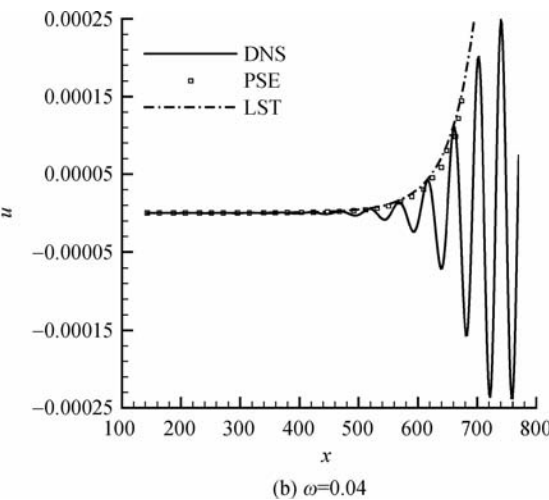
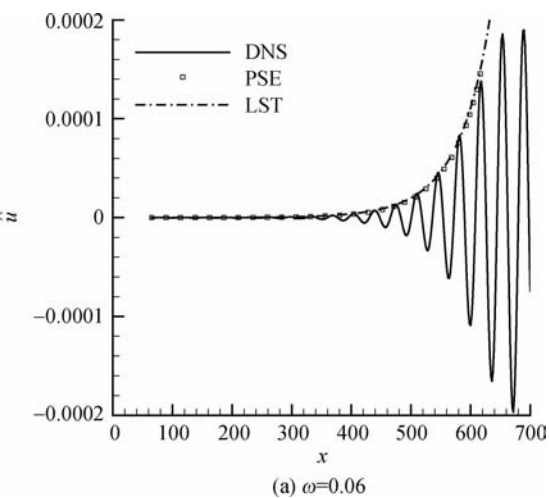


图 8 扰动速度的演化

Fig. 8 Evolution of disturbance velocity

0.001;三维扰动波参数为: $\alpha_3=(0.089\ 214\ 1, 0.009\ 514\ 5),\beta_3=\pm\beta_0,\omega_3=\omega_0,A_3=0.000\ 5$.加入的 3 个扰动波是满足三波共振条件.

图 9 显示了 PSE,DNS 结果的比较,其中图 9 (b)为图 9(a)的局部放大图.从图 9(b)可以看出在线性演化阶段两者结果基本吻合.图 9(a)中显

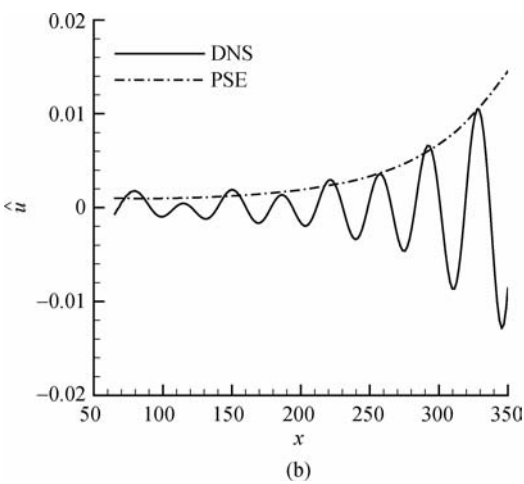
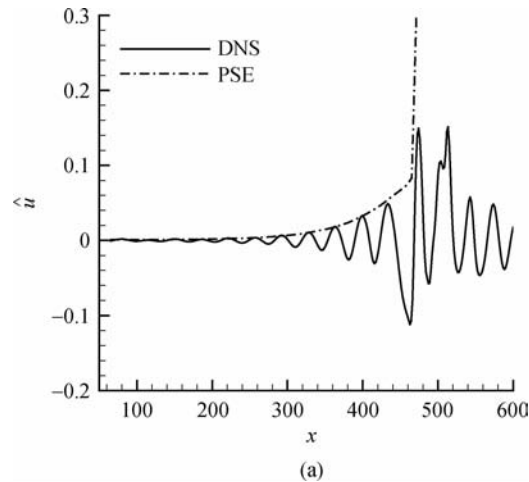


图 9 扰动速度的演化

Fig. 9 Evolution of disturbance velocity

示了在线性阶段,扰动幅值增大到一定程度时,扰动波之间相互作用激发出越来越多的高波数、高频率的谐波,PSE 计算发散,流动变得复杂没有规律,进入从层流到湍流的转捩阶段.因此可以将扰动偏离正弦波的强非线性位置和 PSE 计算发散的位置看作转捩开始的位置.

4 结 论

本文使用 PSE 研究了流向等曲率圆环管道、等曲率板和 NACA0012 翼型 3 种典型曲面边界层中扰动的演化和转捩问题,并和 DNS,LST 的结果进行比较,得出以下结论:

- 1) 对于单个小幅值扰动波的演化问题,PSE 的计算结果和 DNS,LST 结果相符合,说明可以使用 PSE 代替另外两种方法研究单个小幅值扰动波的演化.
- 2) 对于有限幅值扰动波的演化问题,线性阶段 PSE 计算结果和 DNS 结果一致,因此可以使用 PSE 方法进行研究;在非线性作用很强的阶段,PSE 计算发散的位置,发散的位置可作为转捩开始的位置.

参考文献:

[1] LI Jia,LUO Jisheng. Application of parabolized stability equation to predict the transition position in boundary layers[J]. Applied Mathematics and Mechanics,2012,33(6): 643-650.

[2] Herbert T H,Bertolotti F P. Stability analysis of nonparallel boundary layers[J]. Bulletin of the American Physical Society,1987,32:2079-2806.

[3] Herbert T H. Boundary-layer transition-analysis and prediction revisited[R]. AIAA 91-0737,1991.

- [4] Herbert T H. Parabolized stability equation[J]. Annual Review of Fluid Mechanics,1997,29(1):245-283.
- [5] Bertolotti F P,Herbert T H. Analysis of linear stability of compressible boundary layers using the PSE[J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics,1991,3(2):117-124.
- [6] Chang C L,Malik M R,Erlebacher G,et al. Compressible stability of growing boundary layer using parabolized stability equations[R]. AIAA 91-1636,1991.
- [7] Bertolotti F P,Herbert T H,Spalart P R. Linear and nonlinear stability of the Blasius boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics,1992,242(1):441-474.
- [8] Joslin R D,Chang C L,Street C L. Spatial direct numerical simulation of boundary layer transition mechanism: validation of PSE theory[J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics,1993,4(6):271-288.
- [9] Esfahanian V,Hejranfar K,Sabetghadam F. Linear and nonlinear PSE for stability analysis of the Blasius boundary layer using compact scheme[J]. Journal of Fluids Engineering,2001,123(3):545-550.
- [10] Chang C, Malik M R. Oblique-mode breakdown and secondary instability in supersonic boundary layers[J]. Journal of Fluid Mechanics,1994,273(4):323-360.
- [11] ZHANG Yongming,ZHOU Heng. Verification of parabolized stability equation for its application to compressible boundary layers[J]. Applied Mathematics and Mechanics,2007,28(8):883-893.
- [12] ZHANG Yongming,ZHOU Heng. PSE as applied to problems of transition in compressible boundary layers[J]. Applied Mathematics and Mechanics,2008,29(7):757-763.
- [13] ZHANG Yongming,ZHOU Heng. PSE as applied to problems of secondary instability in supersonic boundary layers[J]. Applied Mathematics and Mechanics,2007,28(8):883-893.
- [14] Reibert M S,Saric W S,Carrillo R B,et al. Experiments in nonlinear saturation of stationary crossflow vortices in a swept-wing boundary layer[J]. AIAA 96-0184,1996.
- [15] Haynes T S,Reed H L. Simulation of swept-wing vortices using nonlinear parabolized stability equations[J]. Journal of Fluid Mechanics,2000,405(4):325-349.
- [16] Arnal D. Boundary layer transition: predictions based on linear theory [R]. AGARD Report N94-33884 10-34,1994.
- [17] LI Fei,Choudhari M. Spatially developing secondary instability in compressible swept airfoil boundary layers[J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics,2011,25(4):65-84.
- [18] 刘吉学,唐登斌,朱国祥. 机翼非平行边界层稳定性研究[J]. 南京航空航天大学学报,2005,37(6):720-724.
LIU Jixue,TANG Dengbin,ZHU Guoxiang. Stability research in wing unparallel boundary layers[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2005,37(6):720-724. (in Chinese)
- [19] 左岁寒,杨永,李栋. 基于线性抛物化稳定性方程的后掠翼边界层内横流稳定性研究[J]. 计算物理,2010,27(5):665-670.
ZUO Suihan,YANG Yong,LI Dong. Stability research of cross flow in sweepback wing boundary layers based on linear parabolized stability equations[J]. Journal of Computational Physics,2010,27(5):665-670. (in Chinese)

(编辑:陈 越)