

基于保护映射理论的鲁棒控制新方法

李臣亮¹, 张 锐¹, 刘梦影², 刘燕斌², 陆宇平²

(1. 南京航空航天大学 无人机研究院, 南京 210016;

2. 南京航空航天大学 航天学院, 南京 210016)

摘 要: 针对现代控制系统不确定性的问题, 基于保护映射理论提出了一种新的鲁棒控制方法. 利用保护映射理论, 构建控制器增益与闭环系统极点间的联系, 通过配置闭环系统极点, 改善控制系统的动态特性和稳态性能, 以满足期望的性能指标. 整个设计过程中控制器结构固定, 只需一个初始增益, 即可实现系统的鲁棒控制. 仿真研究显示对含参数变化的 2 阶系统模型, 该方法能够自适应地获取满足整个变化系统控制性能的控制器增益, 同时 Monte Carlo 随机试验表明了系统参数随机变化下, 所求控制增益仍满足系统控制性能要求, 从而保证了控制过程的鲁棒性.

关 键 词: 保护映射; 控制系统; 增益参数; 鲁棒控制; 自适应

中图分类号: V233.7; TP13

文献标志码: A

New robust control method with guardian maps

LI Chen-liang¹, ZHANG Rui¹, LIU Meng-ying²,

LIU Yan-bin², LU Yu-ping²

(1. Research Institute of Unmanned Aircraft,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics Nanjing 210016 China;

2. College of Astronautics,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: According to uncertain characteristics of modern control system, a new robust control method based on guardian maps theory was proposed. In light of guardian maps theory, the constraints between the controller gain parameters and the closed loop system poles were set up by this algorithm. By the closed loop system poles assignment, the dynamic characteristics and the steady performances were to meet the expected performance requirements. The controller structure was fixed. As long as an initial gain parameter was given, the robust control of the system can be realized. Simulation results show that this algorithm can adaptively obtain the control gain parameters and meet the control requirements all along the entire domain for the second order system model with parameter. Meanwhile, the Monte Carlo random experiment shows that the control gain parameters still satisfy the requirements of system control performance, so as to ensure the robustness of the control process under the random variation of system parameters.

Key words: guardian maps; control system; gain parameter; robust control; adaptive

在实际的控制系统设计过程中, 控制系统运动模型往往随环境因素的不同而变化^[1], 加上存

在建模误差以及外界环境的扰动, 使得设计具有强鲁棒性的控制系统尤为重要^[2]. 另外现代控制

收稿日期: 2014-08-07

基金项目: 国家自然科学基金(91016017)

作者简介: 李臣亮(1989—), 男, 江苏南京人, 助理研究员, 硕士, 主要从事飞行器先进控制技术研究.

系统设计标准日趋严格,虽然目前的控制方法适用于设计这些复杂先进的控制系统,但是方法的复杂性也使其难以被实际工程应用^[3],因此如何综合设计多目标要求的控制系统目前还是一个难题.

目前,在非线性系统控制方法中,主要存在两种研究思路:①经典的增益预置技术依据不同的线性模型设计不同的线性时不变控制器^[4],控制器通过后验插值^[5]或者根据不同控制器之间的切换控制律进行实际应用.在插值情况下,即使每个平衡点处设计的控制器满足当前模型的控制要求,但也无法保证平衡点之间控制系统的稳定性,尤其对于设计者没有选取足够多的平衡点时,问题尤其明显.而且由于控制器结构的异同和复杂性,插值也可能会出现问题.因而选取的合成平衡点数量、控制器的结构以及在整个区域的稳定性和性能品质问题往往影响其应用.②基于线性变参数(LPV)技术^[6],建立系统的 LPV 模型,然后应用控制技术确保闭环控制系统的全局稳定性.所谓的 LPV 问题即计算线性矩阵不等式最优的问题.控制器增益直接从 LPV 方程里获取,不需要后验插值.但该算法的缺陷在于设计过程过于保守,尤其当操作区域变大时,可能会导致出现无法优化的问题.

本文基于保护映射理论提出了一种新的控制器鲁棒自适应调参方法^[7-9].首先系统的控制器结构是固定的,只要给定性能约束和初始增益值,可直接由初始控制器自适应调参,自动产生一组新的控制器,性能强大且覆盖整个区域,保证系统的全局稳定性^[10].此外,由于具有相同的控制器结构,这些控制器能够很容易进行插值调参,或者直接制定出查找表.值得注意的是,这里考虑的性能约束是广义的稳定类型^[11],也就是说,设定特征值在指定的复平面子集内,得到受约束特征值范围,进而通过保护映射理论^[12],获得符合要求的增益参数区域,从而保证系统具有广义稳定性^[13].并且由于控制过程中系统模型不确定,设计出的增益值对变化的参数依然满足,进一步证明了系统的鲁棒性能.仿真案例中,对于 2 阶系统的 LPV 模型,采用比例微分(PD)控制器,应用保护映射理论,实现对 2 阶 LPV 模型的鲁棒自适应调整,从而确保系统控制效果的鲁棒稳定性.

1 保护映射理论

保护映射定义为 $n \times n$ 实数矩阵(或者 n 阶多

项式)上的标量映射,目标是配置系统极点位于一个设定的复平面区域内.这些实数矩阵是相对 Ω 区域稳定的非零矩阵(或多项式),且在 Ω 区域边界为零.

1.1 定义

为介绍保护映射,首先定义一个如下的稳定矩阵集合^[14]:

$$S(\Omega) = \{A \in \mathbf{R}^{n \times n}; \sigma(A) \subset \Omega\} \quad (1)$$

式中 Ω 表示一个复平面开子集, $\sigma(A)$ 是矩阵 A 的特征值.

定义 1 假设 ϕ 为所有 $n \times n$ 实数矩阵的集合,广义稳定矩阵集 $S(\Omega)$ 为 ϕ 的开环子区间, ν 表示 n 阶稳定矩阵集 $S(\Omega)$ 到复数域 $\mathbf{C}$ 的映射.若对于任意矩阵 $A \in \bar{S}(\Omega)$, $\bar{S}(\Omega)$ 表示 $S(\Omega)$ 的闭域,有

$$\nu(A) = 0 \Leftrightarrow A \in \partial S(\Omega) \quad (2)$$

此时称映射 ν 是 $S(\Omega)$ 的保护映射, $\partial S(\Omega)$ 表示 $S(\Omega)$ 的边界.如果映射约束的是带参数的多项式集,则保护映射为多项式.下面介绍一些经典的保护映射和常用的构造规则^[15].

1) 赫尔维茨稳定:复平面左半平面的保护映射为

$$\nu_H(A) = \det(A \odot I) \det A \quad (3)$$

其中 $\odot$ 表示运算 bialternate 积, $\det$ 表示求取矩阵的行列式, I 为单位矩阵.

2) 稳定区域:左半平面左移 α 区域(即 $\operatorname{Re}(z) < \alpha$)的保护映射是

$$\nu_\alpha(A) = \det(A^2 \odot I - \alpha I \odot I) \det(A - \alpha I) \quad (4)$$

3) 令扇形的内角为 2θ ,假设 $\xi = \cos \theta$,则该扇形阻尼区域相应的保护映射是

$$\nu_\xi(A) = \det[A^2 \odot I + (1 - 2\xi^2)A \odot A] \det A \quad (5)$$

4) 令圆半径为 ω ($\omega > 0$),相应的保护映射为

$$\nu_\omega(A) = \det(A \odot A - \omega^2 I \odot I) \cdot \det(A - \omega I) \det(A + \omega I) \quad (6)$$

经典的保护映射区域如图 1 所示.

另外,对于其他部分保护映射区域,常用的构造规则如下所示:

1) 假设映射 ν 是矩阵集 $S(\Omega)$ 的保护映射,且 $\alpha \in \mathbf{IR}$ (R 为实数解),那么 $\nu_\alpha: A \rightarrow \nu(A - \alpha I)$ 是矩阵集 $S(\Omega) + \alpha I := \{A + \alpha I; A \in S(\Omega)\}$ 的保护映射.

2) 假设映射 ν 是矩阵集 $S(\Omega)$ 的保护映射,且 $\rho \in \mathbf{IR}/\{0\}$,那么 $\nu_\rho: A \rightarrow \nu(A/\rho)$ 是矩阵集 $\rho S(\Omega) := \{\rho A; A \in S(\Omega)\}$ 的保护映射.

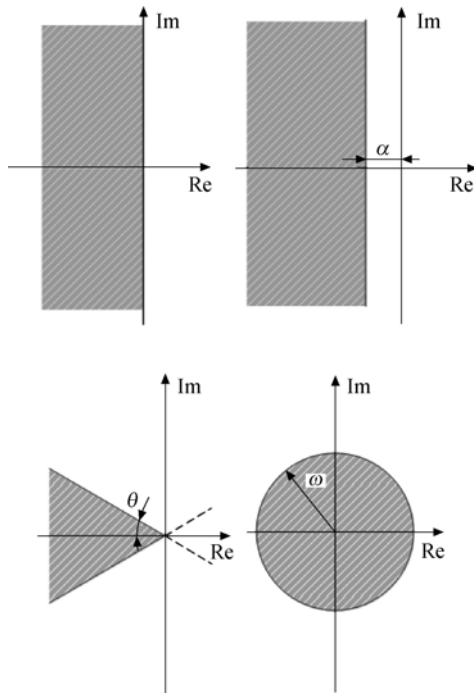


图1 经典的保护映射区域

Fig. 1 Classic area of guardian maps

3) 假设映射 ν_1 和 ν_2 是矩阵集 $S_1(\Omega)$ 和 $S_2(\Omega)$ 的保护映射, 那么 $\nu: A \rightarrow \nu_1(A) \nu_2(A)$ 表示矩阵集 $S_1(\Omega) \cap S_2(\Omega)$ 的保护映射.

1.2 鲁棒稳定性和增益稳定特征

令 $\{A(r) \in \mathbf{R}^{n \times n} \mid r \in U \subset \mathbf{R}^k\}$ 表示由未知参数 $r: (r_1, \dots, r_k)$ 决定的连续 $n \times n$ 矩阵集. 每个未知参数均位于由已知的区域边界唯一确定的范围内, 即 $r \in U \subset \mathbf{R}^k$.

定理 1 假设矩阵集 $S(\Omega)$ 表示 $\mathbf{R}^{n \times n}$ 的开子集, ν 表示 $S(\Omega)$ 的一个保护映射, 若 $\exists r_0 \in U$ 使得 $A(r_0) \in S(\Omega)$, 则对于所有的 $r \in U$, 有

$$\begin{aligned} \forall r \in U, A(r) \in S(\Omega) \Leftrightarrow \\ \forall r \in U, \nu[A(r)] \neq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

证明: 假设当 $r_1 \in U$ 时, $A(r_1) \notin S(\Omega)$. 由于 U 为顺向连通域, 则在 U 内一定存在一条曲线 $\{r(t): t \in [t_0, t_1]\}$, 其中 $r(t_0) = r_0, r(t_1) = r_1$. 考虑到 $A[r(t)]$ 的变量 t 由 t_0 开始增长, 并且 $A[r(t_0)] \in S(\Omega)$, 那么存在 $\hat{t} \in (t_0, t_1]$ 使得 $A[r(\hat{t})] \in S(\Omega)$. 这意味着存在一个 $\hat{r} \in U$ (即 $\hat{r} = r(\hat{t})$) 使得 $A(\hat{r}) \in S(\Omega)$. 由于 ν 表示 $S(\Omega)$ 的一个保护映射, 那么就能得到 $\nu[A(\hat{r})] = 0$, 从而定理 1 的充分性得到证明. 而必要性可以由 $S(\Omega)$ 是开区间和它的保护映射推断得到.

推论 1 令 $S(\Omega)$ 由保护映射 ν 约束, 存在集合 $\{A(r): r \in U\}$, 则定义 C 为

$$C = \{r \in \mathbf{R}^k: \nu[A(r)] = 0\} \quad (8)$$

将 $\mathbf{R}^k$ 参数空间分成 C_i 个子空间, 每一个子空间相对于 Ω 区域稳定或者不稳定, 要判断属于哪种情况, 只要检测 C_i 中的任意点即可.

针对含有单参数的矩阵多项式, 通过下面的介绍可得到最大的稳定区间, 假设单参数多项式矩阵形式如下:

$$A(r) = A_0 + rA_1 + \dots + r^k A_k \quad (9)$$

其中 $A_i (i=1, 2, 3, 4)$ 是已知的常数矩阵, 并且 $A(r_0)$ 在 Ω 区域稳定的. 则相应的保护映射 $\nu_\Omega[A(r)]$ 只和未知参数 r 有关. 设

$$\begin{aligned} r^- \approx \sup\{r < r_0: \nu_\Omega[A(r)] = 0\} \\ (\text{若不存在, 值为 } -\infty) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} r^+ \approx \inf\{r > r_0: \nu_\Omega[A(r)] = 0\} \\ (\text{若不存在, 值为 } +\infty) \end{aligned} \quad (11)$$

则 $r \in (r^-, r^+)$ 是非奇异矩阵 $A(r)$ 在 $r = r_0$ 处的最大的稳定边界.

引理 1 假设 $A(r) = A_0 + rA_1 + \dots + r^k A_k$ 是一个带参数的矩阵多项式, 其中 A_i 是给定的常数矩阵, 参数 r 是未知的, 其中 $A(r_0)$ 在 Ω 区域是稳定的, 并且 $S(\Omega)$ 受保护映射 ν_Ω 约束, 那么由式 (10)、式 (11) 求得的 $r \in (r^-, r^+)$ 是满足控制要求的参数区间, 且该区间是包含 r_0 的最大稳定区间.

2 方法控制过程

本文提出的方法是在保护映射理论与闭环系统极点之间建立直接约束关系, 利用保护映射理论和系统状态矩阵 A , 将控制系统的极点配置在任意指定区域, 从而满足控制设计的要求.

2.1 活动区域定义

1) 一类稳定的活动区域 Ω 由性能指标 (α, ξ, ω) 约束, 满足稳定要求的 Ω 区域用如下表达式表示:

$$\Omega \triangleq \Omega(\alpha, \xi, \omega) =$$

$$\{\lambda \in \mathbf{C}: \operatorname{Re}(\lambda) \leq \alpha, \xi(\lambda) \geq \xi, |\lambda| \leq \omega\} \quad (12)$$

这里 $\xi(\cdot)$ 表示复数 λ 的阻尼比. 令 $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n\}$ 为高度控制系统状态矩阵 $A[f(K)]$ 的全部特征值, 按照式 (12) 定义区域 Ω_Λ 是包含矩阵 $A[f(K)]$ 所有特征值的最小区域, 即 $\Lambda \in \Omega_\Lambda$, 且区域 $\Omega_\Lambda = \Omega(\alpha_\Lambda, \xi_\Lambda, \omega_\Lambda)$ 唯一定义, 其中 $\alpha_\Lambda = \max\{\alpha_i, \alpha_\Lambda\}$, $\xi_\Lambda = \min\{\xi(\lambda_i)\}$, $\omega_\Lambda = \max\{|\lambda_i|\}$. 又令 $\Omega_i = \Omega(\alpha_i, \xi_i, \omega_i)$ 为按照式 (12) 定义的目标区域, 则唯一定义区域 $\Omega_U = \Omega(\alpha_U, \xi_U, \omega_U)$, 其中 $\alpha_U = \max\{\alpha_i, \alpha_\Lambda\}$, $\xi_U = \min\{\xi_i, \xi_\Lambda\}$, $\omega_U = \max\{\omega_i, \omega_\Lambda\}$.

2) 一类不稳定的活动区域 Γ , 仅由稳定裕度 α 和自然频率 ω 两个参数约束. 表达式如下:

$$\Gamma \triangleq \Gamma(\alpha, \omega) = \{\lambda \in \mathbf{C}; \operatorname{Re}(\lambda) \leq \alpha, |\lambda| \leq \omega\} \quad (13)$$

按照式 (13) 定义区域 Ω_Λ 为包含稳定矩阵 $A[f(\mathbf{K})]$ 所有特征值的最小区域, 即 $\Lambda \in \Gamma_\Lambda$, 区域 $\Gamma_\Lambda = \Gamma(\alpha_\Lambda, \omega_\Lambda)$ 唯一定义, 其中 $\alpha_\Lambda = \max\{\operatorname{Re}(\lambda_i)\}$ 和 $\omega_\Lambda = \max\{|\lambda_i|\}$. 又令 $\Omega_i = \Omega(\alpha_i, \xi_i, \omega_i)$ 为按照式 (12) 定义的目标区域, 则唯一定义 $\Gamma_U = \Gamma(\alpha_U, \omega_U)$, 其中 $\alpha_U = \alpha_\Lambda$, $\omega_U = \max\{\omega_i, \omega_\Lambda\}$.

2.2 单参数模型鲁棒控制过程

设 Ω 是满足控制目标的特征值约束区域, ν_Ω 是对应的保护映射. 假设 $A(a, \mathbf{K})$ 表示闭环控制系统状态矩阵, 其中 a 为随环境变化的模型参数, $\mathbf{K} = [\mathbf{K}^i]$ 为控制器增益向量, 则状态矩阵 $A(a, \mathbf{K})$ 为与单参数 a 和增益向量 $\mathbf{K}$ 相关的多项式矩阵, 而目标区域 Ω 的边界由相应的保护映射约束, 带入状态矩阵 $A(a, \mathbf{K})$, 可知保护映射 $\nu_\Omega[A(a, \mathbf{K})]$ 是个多变量多项式. 然后通过保护映射理论得到与模型参数 a 相关的全局控制器增益向量 $\mathbf{K}$, 使控制系统在 $a \in [a_{\min}, a_{\max}]$ 范围内保持稳定.

首先给定 LPV 模型的初始条件, 即 $a = a_0 = a_{\min}$, 此时的控制系统为固定的运动模型, 根据系统极点分布, 按照活动区域的相关定义, 将极点划分在相应的保护映射区域, 再利用保护映射理论获取该处满足目标区域 Ω 的增益向量初值 $\mathbf{K}^0$ [16].

将增益向量 $\mathbf{K} = \mathbf{K}^0$ 带入原控制系统状态矩阵 $A(a, \mathbf{K})$ 中, 此时控制器结构和增益参数值固定, 得到的保护映射所含的未知参数为模型参数 a , 与前面介绍的过程相似, 利用引理 1 求出该增益满足控制要求的模型参数的最大鲁棒稳定区域 $[a_0^-, a_0^+]$. 这样, 对于在 $[a_0^-, a_0^+]$ 范围内的任意 a 值, $\mathbf{K}^0$ 均可保证控制系统是相对于 Ω 区域稳定的. 若 $a_0^+ = +\infty$ 或者 $a_0^+ > a_{\max}$, 则系统鲁棒自适应控制过程停止. 因为 $\mathbf{K}^0$ 可以确保系统对于所有的 $a \in [a_{\min}, a_{\max}]$ 保持稳定, 并且若 a_0^- 和 a_0^+ 是 $[a_{\min}, a_{\max}]$ 内有限值, 那么有 $\nu_\Omega(a_0^-, \mathbf{K}^0) = 0$ 和 $\nu_\Omega(a_0^+, \mathbf{K}^0) = 0$.

如果 $a^+ \leq a_{\max}$, 则控制过程将继续进行. 由推论 1 可知等式 $\nu_\Omega(a_0^+, \mathbf{K}^0) = 0$ 将参数空间划分成稳定和不稳定两个部分. 设 $a = a_1 = a_0^+$, 利用初始增益向量 $\mathbf{K}^0$ 以及保护映射 $\nu_\Omega(a_0^+, \mathbf{K}) = 0$ 确定稳定区域的边界. 再利用保护映射理论寻找新的增益向量 $\mathbf{K}^1$, 使得闭环系统极点严格分布在目标区

域 Ω 内部. 同理根据定理 1, 利用新得到的增益向量 $\mathbf{K}^1$, 得到新的最大鲁棒稳定区域 $[a_1^-, a_1^+]$, 其中 $a_0^+ \in [a_1^-, a_1^+]$. 重复上述过程, 直到对所有的 $a \in [a_{\min}, a_{\max}]$ 都找到相应的稳定控制器 $\mathbf{K}$.

若算法成功进行完毕, 会得到一组控制器 $\{\mathbf{K}^0, \dots, \mathbf{K}^i, \dots, \mathbf{K}^n\}$, 分别满足相应的随环境因素变化的模型变量 a 值的变化区域 $\{[a_{\min}, a_0^+], \dots, [a_i^-, a_i^+], \dots, [a_n^-, a_{\max}]\}$. 其覆盖整个模型参数变化区间 $[a_{\min}, a_{\max}]$. 然后可根据环境因素的变化很简单地调用这组控制器 [17], 比如制定查找表或切换控制器和数据插值等. 图 2 详细地显示了整个单参数鲁棒自适应控制流程.

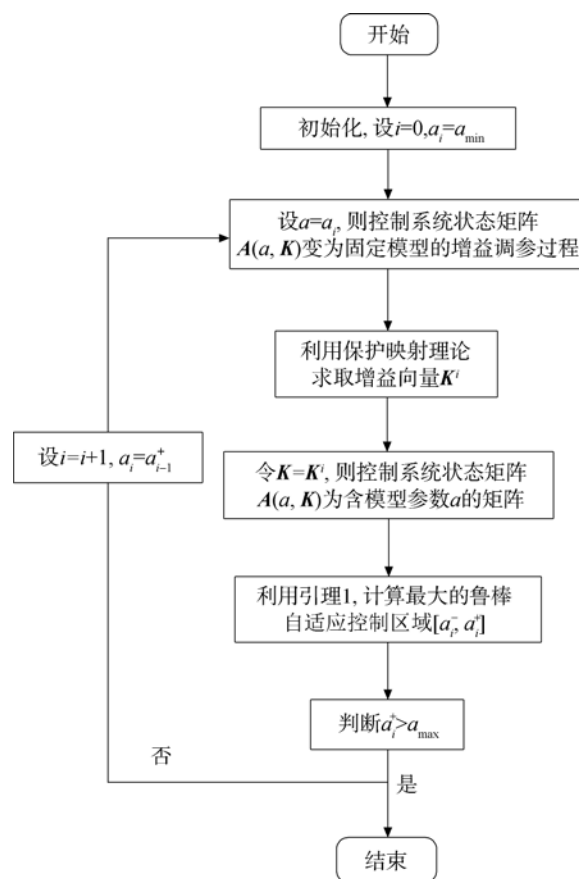


图 2 单参数鲁棒自适应控制流程图

Fig. 2 Flow chart of single-parameter robust adaptive control

3 仿真实例

3.1 单参数 2 阶系统模型

该仿真案例阐述了单参数增益预置控制器增益参数的合成过程, 控制器结构为一个比例微分 (PD) 控制器. 系统模型是一个含单参数 a 的典型 2 阶传递函数模型

$$F(s, a) = \frac{1}{s^2 + 0.2a(a-10)s + a^2} \quad (14)$$

其中 $a \in [0, 10]$, 目标是设计 PD 控制器 $G(s) = K_p(a) + K_d(a)s$, 使得闭环控制系统的极点全部位于图 3 所示的 $\Omega = \Omega(-5, 0.707, 12)$ 区域^[18]内. 上述相应的闭环系统状态空间矩阵如式(15)所示

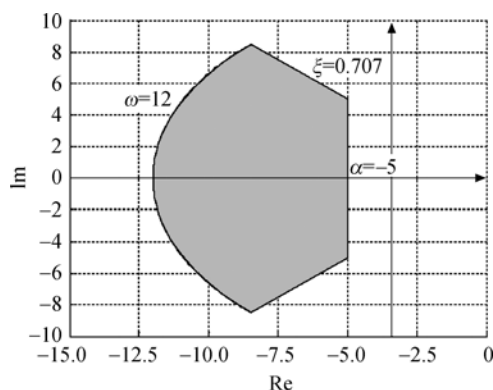


图3 增益稳定目标区域

Fig. 3 Stable target area of gain

$$\mathbf{A}(a, K_p, K_d) = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}_1 a + \mathbf{A}_2 a^2 \quad (15)$$

其中

$$\mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -0.2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

依据保护映射构造规则的第4点,可以得到保护映射 ν_Ω 为

$$\nu_\Omega(\mathbf{A}) = \nu_a(\mathbf{A}) \nu_\xi(\mathbf{A}) \nu_\omega(\mathbf{A}) = \nu_\Omega(a, K_p, K_d) \quad (17)$$

利用图1介绍的几个经典的保护映射,分别得到

$$\nu_a(\mathbf{A}) = \frac{1}{2}(10 - K_d + 2a - 0.2a^2) \cdot (K_p + 10a - 5K_d + 25) \quad (18)$$

$$\nu_\xi(\mathbf{A}) = (a^2 + K_p - 144) \cdot (144 - 24a + K_p + 3.4a^2 + 12K_d) \cdot (144 + 24a + K_p - 1.4a^2 - 12K_d) \quad (19)$$

$$\nu_\omega(\mathbf{A}) = \frac{1}{2}[(K_d + 0.2a^2 - 2a)^2 - 2a^2 - 2K_p] \cdot (a^2 + K_p) \quad (20)$$

3.2 鲁棒控制过程

通过上面的模型和控制目标的介绍,利用保护映射理论,结合矩阵多项式的部分理论,进行单参数2阶系统模型的鲁棒控制过程.

第1步,当 $a=0$, 给定一个满足目标区域的初始增益向量 $(K_p^0, K_d^0) = (106.3, 17.7)$, 此时闭环系统极点为 $-8.85 + 5.29i$ ($\xi = 0.858, \omega = 10.3$). 应用引理1可知该初始控制器在变化参数 $a \in [-1.447, 1.778]$ 区间内是具有鲁棒稳定性能的.

第2步,令 a 选取初始控制器鲁棒稳定性的上限值 1.778, 即 $a=1.778$, 再利用寻参数算法找出新的增益向量 (K_p, K_d) , 保证它在由 $\nu_\Omega(1.778, K_p, K_d) = 0$ 确定的稳定区域内. 搜索算法寻找到新的控制器 $(K_p^1, K_d^1) = (103.1, 20.6)$.

第3步,上一步找到的 PD 控制器增益向量 (K_p^1, K_d^1) 计算可知在 $a \in [-0.0243, 4.479]$ 范围内是 Ω 区域稳定的.

重复进行上述步骤,可得到位于表1内其他3个迭代的结果.最后可得到5组控制器,使得控制系统在整个参数 a 的变化区间内趋于稳定.

表1 算法迭代过程

Table 1 Iterative process of algorithm

迭代步骤	K_p^i	K_d^i	a 稳定区域
0	106.3	17.7	$[-1.447, 1.778]$
1	103.1	20.6	$[-0.0243, 4.479]$
2	86.2	22.6	$[1.964, 7.599]$
3	48.6	21.3	$[3.327, 9.768]$
4	10.9	18.1	$[5.494, 11.535]$

固定 $a = a_0$, 由推论1知, $\nu_\Omega(a, K_p, K_d)$ 将 $\mathbf{R}^2$ 参数空间分成相对于 Ω 区域稳定和不稳定两部分, 得到符合要求的增益区域, 确保闭环系统极点位于目标区域 Ω 内. 图4(a)、图4(b)分别显示了 $a=0$ 和 $a=10$ 时增益向量 $\mathbf{K}$ 在活动区域内的迭代变化情况. 图4(a)中, 第1次迭代, 增益向量 $\mathbf{K}$ 的值由初值 $(106.3, 17.7)$ 迭代为 $(84.1, 19.1)$, 然后依次经过4次迭代过程, 得到图4(a)所示稳定区域内的增益向量 $\mathbf{K}$ 的终值 $(103.1, 20.6)$; 同理, 在图4(b)中, 增益向量经过3次迭代, 得到图4(b)所示稳定区域内的增益向量 $\mathbf{K}$ 的终值 $(10.9, 18.1)$. 由于两种情形没有交集, 这意味着不存在单一的 PD 控制器同时满足两个端点值处的控制要求, 因此控制器增益预置是必不可少的.

根据表1显示的一系列稳定控制器可插值得到一个增益多项式, 式(21)、式(22)显示了随参数 a 变化的 PD 控制器增益多项式, 图5(a)和图5(b)显示对于不同的 a 值, 闭环控制器增益变化的

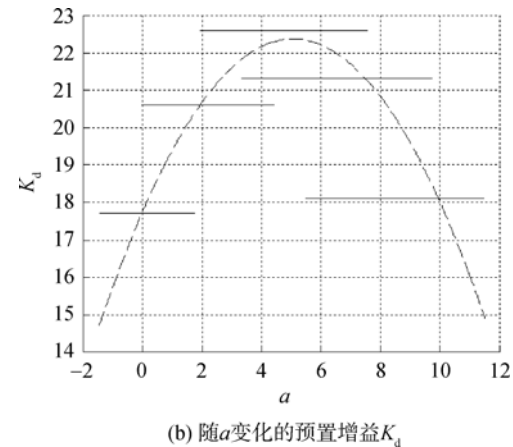
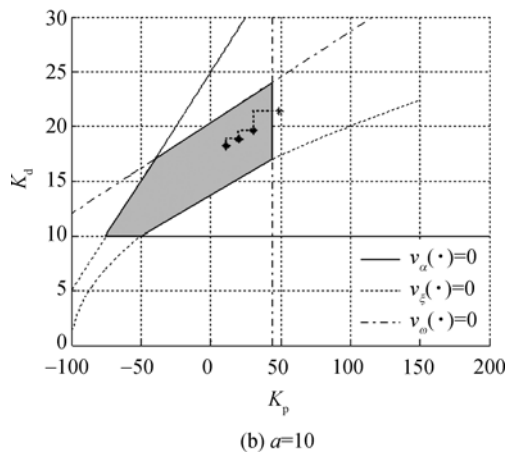
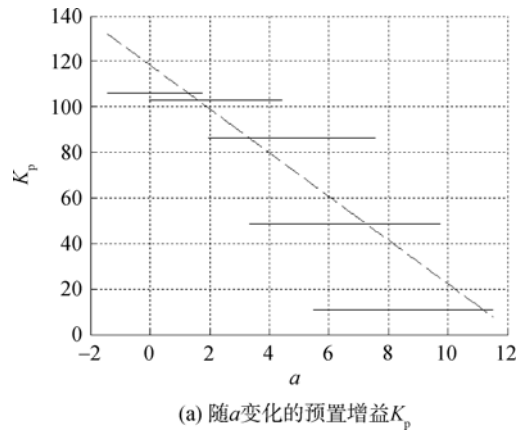
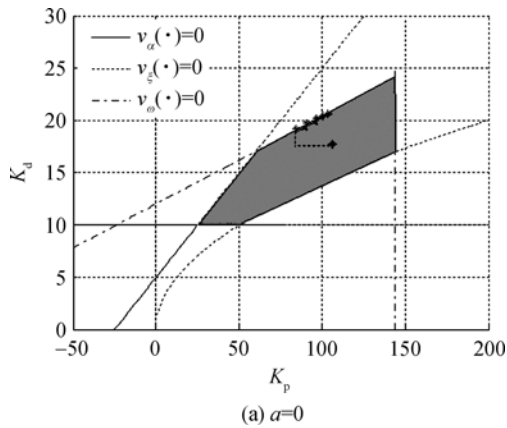


图 4 \$a=[0,10]\$ 时不同的稳定增益区域

Fig. 4 Stable gain area for different values of \$a=[0,10]\$

图 5 随 \$a\$ 变化的预置增益

Fig. 5 Scheduled gains varying with \$a\$

图示过程. 在得到增益预置表达式后, 必须验证 $v_\Omega(\mathbf{A}) = v_\Omega(a)$ 在 $a \in [0, 10]$ 内都成立, 从而进一步保证闭环系统极点均处于 Ω 区域内.

$$K_p(a) = -10.12a + 118.78 \quad (21)$$

$$K_d(a) = -0.17a^2 + 1.74a + 17.72 \quad (22)$$

另外由于每段鲁棒自适应区域重合部分很大, 进一步使得切换过程具有很强大的保守性, 使得控制器切换过程十分平滑, 全局控制效果更佳.

根据前面得到的随参数 a 变化的 PD 控制器增益多项式, 选取 $a=0.5$ 时的增益参数值, 并且对参数 a 在 0.5 附近增加 100% 的随机数, 即使 a 取 $(-0.5, 1.5)$ 范围内的随机值进行 Monte Carlo 随机试验, 得到如图 6 所示的 50 组系统输出阶跃响应曲线, y 为系统输出值.

分析仿真过程中的控制系统极点可知, 本次随机试验的成功率是 100%, 表 2 显示了 50 次 Monte Carlo 随机试验的控制系统极点具体数值, 由它们可得到表 3 和表 4 所列的控制系统阻尼系数和自然频率值, 相应的稳定度值也可类似

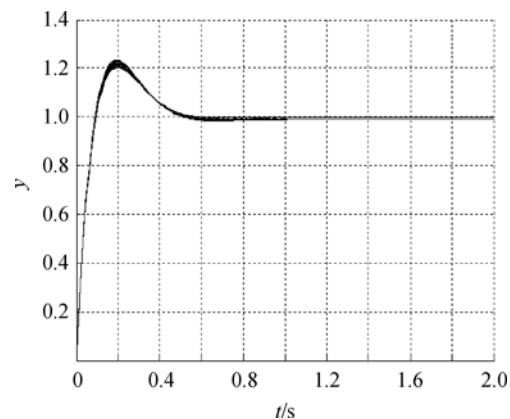


图 6 系统阶跃响应的 Monte Carlo 随机试验

Fig. 6 Monte Carlo random experiment of step response of system

求出, 这里不过多叙述. 从表 2、表 3 和表 4 可知控制系统的极点位于最初设定的目标区域 Ω 内部, 从而达到控制目标. 又因为增益参数固定, 而系统参数增加了 100% 的随机数范围, 从而可知求出的增益具备很强的鲁棒性能, 可以完成整个区域的鲁棒自适应控制过程.

表2 Monte Carlo 随机试验的50组闭环控制系统极点

Table 2 50 poles of closed loop control system of Monte Carlo random experiment

Monte Carlo 随机试验的50组闭环控制系统极点				
$-8.074 \pm 6.466i$	$-8.370 \pm 6.040i$	$-8.013 \pm 6.552i$	$-7.981 \pm 6.597i$	$-8.042 \pm 6.511i$
$-8.355 \pm 6.062i$	$-8.208 \pm 6.276i$	$-8.070 \pm 6.472i$	$-8.060 \pm 6.487i$	$-8.275 \pm 6.180i$
$-8.255 \pm 6.208i$	$-8.083 \pm 6.454i$	$-8.165 \pm 6.337i$	$-8.104 \pm 6.425i$	$-8.269 \pm 6.187i$
$-8.296 \pm 6.149i$	$-8.018 \pm 6.544i$	$-8.044 \pm 6.508i$	$-7.976 \pm 6.604i$	$-8.326 \pm 6.105i$
$-8.293 \pm 6.153i$	$-8.330 \pm 6.099i$	$-8.160 \pm 6.345i$	$-8.288 \pm 6.160i$	$-7.991 \pm 6.582i$
$-8.330 \pm 6.099i$	$-8.355 \pm 6.063i$	$-8.131 \pm 6.385i$	$-8.042 \pm 6.512i$	$-8.237 \pm 6.235i$
$-8.295 \pm 6.151i$	$-8.225 \pm 6.252i$	$-8.281 \pm 6.171i$	$-8.151 \pm 6.357i$	$-7.987 \pm 6.588i$
$-8.101 \pm 6.428i$	$-8.329 \pm 6.100i$	$-8.202 \pm 6.284i$	$-8.350 \pm 6.070i$	$-8.155 \pm 6.352i$
$-8.185 \pm 6.309i$	$-7.950 \pm 6.639i$	$-8.026 \pm 6.534i$	$-8.162 \pm 6.342i$	$-7.992 \pm 6.581i$
$-8.313 \pm 6.124i$	$-8.203 \pm 6.284i$	$-7.979 \pm 6.600i$	$-7.983 \pm 6.594i$	$-8.066 \pm 6.477i$

表3 Monte Carlo 随机试验50组极点对应的阻尼系数

Table 3 Damping coefficients of 50 poles of Monte Carlo random experiment

Monte Carlo 随机试验的50组闭环控制系统极点对应的阻尼系数									
0.7806	0.8109	0.7741	0.7708	0.7702	0.8094	0.7944	0.7801	0.7790	0.8012
0.7792	0.7815	0.7900	0.7836	0.8007	0.8033	0.7747	0.7774	0.7703	0.8065
0.8031	0.8069	0.7895	0.8026	0.7719	0.8069	0.8093	0.7865	0.7772	0.7973
0.8033	0.7961	0.8019	0.7886	0.7714	0.7834	0.8067	0.7938	0.8089	0.7889
0.7920	0.7676	0.7755	0.7896	0.7720	0.8051	0.7938	0.7706	0.7710	0.7797

表4 Monte Carlo 随机试验50组极点对应的自然频率

Table 4 Natural frequency of 50 poles of Monte Carlo random experiment

Monte Carlo 随机试验的50组闭环控制系统极点对应的自然频率									
10.344	10.327	10.350	10.354	10.347	10.322	10.332	10.344	10.346	10.328
10.328	10.343	10.335	10.341	10.327	10.326	10.349	10.346	10.355	10.324
10.326	10.324	10.336	10.326	10.352	10.324	10.323	10.338	10.347	10.330
10.326	10.331	10.327	10.336	10.353	10.341	10.323	10.332	10.323	10.336
10.334	10.357	10.349	10.336	10.352	10.325	10.333	10.354	10.354	10.344

4 结 论

本文基于保护映射理论提出了一种新的鲁棒控制思路,对于随环境变化的LPV模型,设计固定的控制结构,利用保护映射理论,自适应地生成一组随参数变化的控制器增益,结合它们的鲁棒性能,使得整个作用域内系统均能表现出强大的控制效果,完成鲁棒自适应控制过程.后续可以进一步研究利用单参数鲁棒控制算法处理包含多个变化参数的系统控制问题,同时也可以为无人机

控制技术的工程化应用提供新的研究思路和技术储备.

参考文献:

- [1] 程路. 近空间飞行器鲁棒自适应协调控制研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011.
CHENG Lu. Research on robust adaptive coordinative control for near space vehicle[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2011. (in Chinese)
- [2] 薛雅丽. 基于轨迹线性化方法的近空间飞行器鲁棒自适应控制研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2010.

- XUE Yali. Robust adaptive approach for near space vehicles based on trajectory linearization control[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2010. (in Chinese)
- [3] 代冀阳, 黄盈, 彭琛. 飞行/推进系统分散控制优化设计及鲁棒性分析[J]. 航空动力学报, 2013, 28(1): 233-240.
DAI Jiyang, HUANG Ying, PENG Chen. Optimization design and robustness analysis of decentralized control for integrated flight/propulsion systems[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(1): 233-240. (in Chinese)
- [4] Saussie D, Saydy L, Akhrif O, et al. Gain scheduling with guardian maps for longitudinal flight control[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2011, 34(4): 1045-1059.
- [5] Clement B, Duc G. An interpolation method for gain-scheduling[C]//Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control. Orlando, FL: IEEE, 2001: 1310-1315.
- [6] 张增辉, 杨凌宇, 申功璋. 高超声速飞行器大包线切换 LPV 控制方法研究[J]. 航空学报, 2012, 33(9): 1-9.
ZHANG Zenghui, YANG Lingyu, SHEN Gongzhang. Switching LPV control method in wide envelope for hypersonic vehicles[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(9): 1-9. (in Chinese)
- [7] Saussie D, Saydy L, Akhrif O. Flight control design with robustness and handling qualities requirements[C]//Proceedings of Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. Montreal, Canada: IEEE, 2003: 1749-1752.
- [8] Dubanchet V, Saussie D, Berard C, et al. Robust control of a launch vehicle in atmospheric ascent based on guardian maps[C]//Proceedings of the 2012 American Control Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2012: 938-943.
- [9] Patrick J, Mohamad S, Azeddine K. Application of robust design of a PI controller using guardian maps[C]//Proceedings of the 2009 Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2009: 1163-1166.
- [10] Saussie D, Saydy L, Akhrif O. Longitudinal flight control design with handling quality requirements[J]. Aeronautical Journal, 2006, 110(1111): 627-637.
- [11] Saussie D, Akhrif O, Saydy L. Aircraft pitch rate control design with guardian maps[C]//Proceedings of the 18th Mediterranean Conference on Control and Automation. Marrakech, Morocco: IEEE, 2010: 1473-1478.
- [12] Liu Y, Liu M, Sun P. Robust stabilization control based on guardian maps theory for a longitudinal model of hypersonic vehicle[J]. Scientific World Journal, 2014, 2014(1): 95-104.
- [13] Saussie D, Akhrif O, Saydy L. Robust and scheduled longitudinal flight control design with handling quality requirements[R]. AIAA-2005-5978, 2005.
- [14] Saydy L, Andre L T, Eyad H A. Guardian maps and the generalized stability of parametrized families of matrices and polynomials[J]. Mathematics of Control Signals and Systems, 1990, 3(4): 345-371.
- [15] Saussie D, Akhrif O, Caroline B, et al. Longitudinal flight control synthesis with guardian maps[R]. AIAA-2009-5988, 2009.
- [16] 李臣亮, 刘燕斌, 彭福军, 等. 基于保护映射理论的控制系统自适应调参算法[J]. 信息与控制, 2014, 43(2): 193-198, 204.
LI Chenliang, LIU Yanbin, PENG Fujun, et al. Adaptive parameter regulation algorithm with guardian maps for the control systems[J]. Information and Control, 2014, 43(2): 193-198, 204. (in Chinese)
- [17] Hou Y Z, Wang Q, Dong C Y. Gain scheduled control: Switched polytopic system approach[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2011, 34(2): 623-629.
- [18] Saydy L, Akhrif O, Zhu G C. Handling quality characterization of flight system controller gains[C]//Proceedings of the 7th IEEE International Conference on Electronics Circuits and Systems. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2000: 721-724.

(编辑: 陈 越)