

基于不确定性测度与支持度的测试性验前 信息融合方法

张西山¹, 黄考利², 闫鹏程², 连光耀², 李志宇³

- (1. 军械工程学院 四系, 石家庄 050003;
2. 中国人民解放军总装备部 军械技术研究所 一室, 石家庄 050003;
3. 中国人民解放军 66010 部队, 石家庄 050003)

摘 要: 针对目前验前信息融合方法存在主观性和单一性的缺陷, 引入验前分布的不确定性测度和支持度, 提出了基于不确定性测度与支持度相结合的验前信息加权融合方法。首先, 利用 β 分布对测试性验前信息的不确定性进行描述, 运用不同的验前信息确定验前分布超参数; 然后, 引入不确定性测度和支持度作为验前信息加权因子, 设计了相应的融合算法; 最后利用混合验前分布, 结合测试性现场试验数据, 计算了 Bayes 融合评估的验后结果。该方法不仅考虑了验前分布本身对测试性参数的真实情况描述的接近程度, 还考虑了不同来源的验前信息之间的支持程度。实例分析表明, 在同一置信水平下, 基于该方法的测试性评估置信下限相对于传统方法的测试性评估置信下限大约提高了 0.7%。

关 键 词: 测试性; 验前信息; 不确定性测度; 支持度; 信息融合

中图分类号: V23; TH114.3

文献标志码: A

Testability prior information fusion method based on uncertainty measure and supporting degree

ZHANG Xi-shan¹, HUANG Kao-li², YAN Peng-cheng²,
LIAN Guang-yao², LI Zhi-yu³

- (1. Department Four, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China;
2. Research Room One, Ordnance Technological Research Institute,
General Armament Department, the Chinese People's Liberation Army,
Shijiazhuang 050003, China;
3. 66010 Unit, the Chinese People's Liberation Army, Shijiazhuang 050003, China)

Abstract: To overcome the shortcoming of subjectivity and unicity in those fusion methods, the uncertainty measure and supporting degree of prior distribution was introduced; and the prior information weighting fusion was proposed on the basis of the uncertainty measure combined with the supporting degree. First, the uncertainty of testability prior information was described using β distribution and the prior distribution hyper-parameter was determined by different prior information. Then, the uncertainty measure and supporting degree was proposed as the weight coefficient of prior information, and the corresponding fusion algorithm was designed. Finally, using the mixed prior distribution and combining with the testability field test data, the posterior results of Bayes fusion evaluation were calculated. This method considered both the proximity of the measure parameter to the real situation, and also the level of supporting degree between different prior information. The example shows

收稿日期: 2014-04-23

基金项目: 预先研究科研项目(51327030104)

作者简介: 张西山(1987—), 男, 河南淮滨人, 博士生, 主要从事装备测试性验证与评估研究。

that the lower limit of confidence estimation based on the proposed method increases 0.7% than the traditional method at the same confidence.

Key words: testability; prior information; uncertainty measure; supporting degree; information fusion

目前,在对复杂系统进行测试性评估时,由于测试性试验代价昂贵,周期又长,导致其测试性现场试验数据比较少,常常需要运用 Bayes 小子样统计推断方法.在小子样测试性评估中,有大量的子系统试验信息、专家经验信息和虚拟仿真试验信息等验前信息可以利用,这些信息的采用弥补了现场试验信息的不足,可以在不降低置信度的前提下减少试验次数,节省试验产品,缩短试验周期.而这些验前信息是在不同的试验条件下获得的,如何利用这些多源验前信息给出验前分布,即多源验前信息的融合是 Bayes 小子样测试性评估中亟需解决的问题^[1-5].

一些文献对多源信息加权融合的方法进行了深入研究.文献[6]研究了利用专家信息进行验前分布融合,对基于 AHP (analytic hierarchy process) 方法和综合因子法的验前分布权重确定方法进行了分析;文献[7]根据不同的验前分布与验后分布的相关程度,引入相关函数来确定其权重因子;文献[8]从验前信息熵的角度出发提出了一种新的可信度概念,利用不同验前信息的可信度来定量刻画信息间的差异,进行验前信息的融合;文献[9]针对传统验前信息融合方法存在的主观性和复杂性缺陷,引入信息熵原理和加权思想,提出了基于信息熵的验前信息加权融合方法;文献[10]为了解决航空航天复杂系统可靠性评定中样本量小而导致评估结果可信度不高的问题,引入模糊逻辑算子这一非线性模型对多源可靠性验前信息进行融合.基于专家经验的验前分布权重确定方法由于专家知识和经验不同,判断标准也会不同,导致信息融合结果具有很大的主观性;利用相关函数确定权重因子的方法中需要进行样本抽样,抽样数据不能代表全体样本的计算结果,从而使得计算出的权重可行性较低;基于信息熵的权重因子确定方法比较客观,但只考虑了分布本身的可信性,没有考虑分布之间的支持程度;关于考虑验前信息可信度的加权融合方法,只考虑了数据本身,没有考虑数据的来源,是以统计学知识为基础的,具有一定的采伪或者错判的概率;基于模糊逻辑算子的方法认为各个验前分布的模糊不确定度相同,这一思想值得商榷.

基于以上分析,本文提出了基于不确定性测度和支持度相结合的验前信息融合方法.这种方法不仅考虑了验前分布本身对测试性参数的真实情况描述的接近程度,还考虑了其他来源的验前信息对自己的支持程度,能最大程度的剔除不合理的信息,保留合理有用的信息.实例分析表明该方法是合理的、有效的.

1 基于 β 分布的测试性验前信息不确定性描述

对于服从二项分布的装备测试性成败型试验总体,工程应用中常用共轭验前分布— β 分布作为其验前分布,设测试结果成功的概率即其故障检测率为 P ,则用 β 分布函数描述测试结果的不确定性,记为^[11]

$$\beta(P; a, b) = \frac{P^{a-1} (1-P)^{b-1}}{B(a, b)} \quad 0 \leq P \leq 1 \quad (1)$$

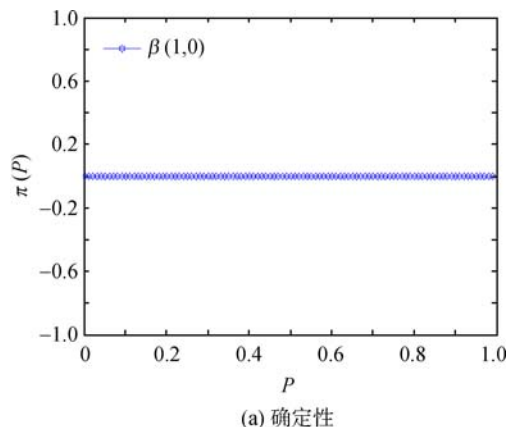
式中 a, b 为分布超参数,分别表示历史试验的成功数和失败数.确定分布超参数是确定 β 分布的关键.

故障检测率 P 的均值和方差为

$$E(P) = \frac{a}{a+b} \quad (2)$$

$$D(P) = \frac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2} \quad (3)$$

如图 1 所示,纵轴表示 P 的验前分布 $\pi(P)$.显然,当 $a=1, b=0$ 时, $P=1$, 测试结果以恒定的状态发生,如图 1(a) 所示.



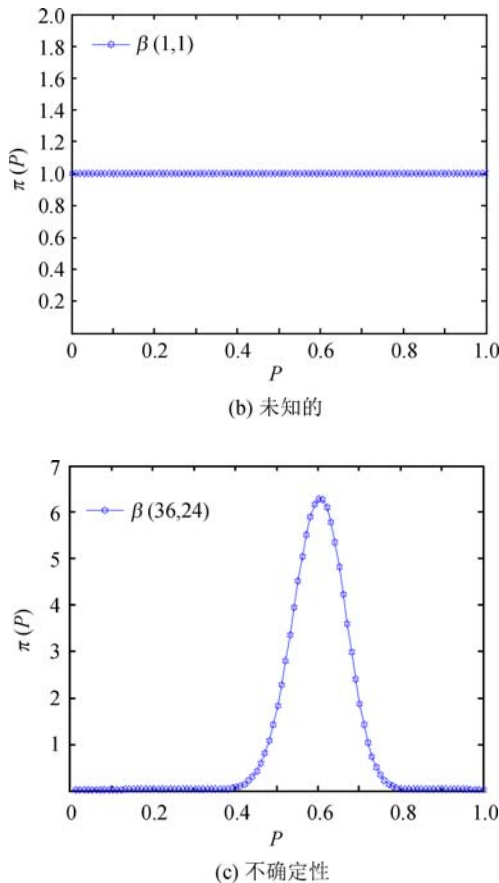


图 1 测试结果输出状态

Fig. 1 Output of test result

当 $a=1, b=1$ 时, β 分布是 $(0; 1)$ 上的均匀分布, 测试结果的输出状态概率相等, 如图 1(b) 所示。

当 $a=36, b=24$ 时, $P=0.6$, 故障检测率 P 为 0.6, 如图 1(c) 所示。

2 β 分布超参数的确定

2.1 基于子系统试验信息的 β 分布超参数确定

设第 i 个子系统的故障检测率为 P_i , 则验前分布为 $\beta(P_i; a_i, b_i)$, 结合子系统少量的成败型试验数据 (n_i, f_i) , 利用 Bayes 公式计算得 P_i 的验后分布为 $\beta(P_i; a_i + n_i - f_i, b_i + f_i)$, 求得 P_i 的 1 阶矩 $E(P_i)$ 和 2 阶矩 $E(P_i^2)$ 分别为^[12]

$$E(P_i) = \frac{a_i + n_i - f_i}{a_i + b_i + n_i} \quad (4)$$

$$E(P_i^2) = \frac{(a_i + n_i - f_i)(a_i + n_i - f_i + 1)}{(a_i + b_i + n_i)(a_i + b_i + n_i + 1)} \quad (5)$$

设综合后相当于系统进行了 N 次现场试验, F 次失效, 对于由 m 个子系统组成的系统, 系统故障检测率 P 为

$$P = \frac{\sum_{i=1}^m (\lambda_i P_i)}{\sum_{i=1}^m \lambda_i} \quad (6)$$

式中 λ_i 为故障率。

则系统的故障检测率 P 的 1 阶矩 $E(P)$ 和 2 阶矩 $E(P^2)$ 分别为

$$E(P) = \frac{\sum_{i=1}^m \left[\lambda_i \frac{a_i + n_i - f_i}{a_i + b_i + n_i} \right]}{\sum_{i=1}^m \lambda_i} = \frac{N - F}{N} \quad (7)$$

$$E(P^2) =$$

$$\frac{\sum_{i=1}^m \left[\lambda_i \frac{(a_i + n_i - f_i)(a_i + n_i - f_i + 1)}{(a_i + b_i + n_i)(a_i + b_i + n_i + 1)} \right]}{\sum_{i=1}^m \lambda_i} = \frac{(N - F)(N - F + 1)}{N(N + 1)} \quad (8)$$

联合式(4)~式(8)可求得 N 和 F , 即测试性参数的验前分布超参数 $a = N - F, b = F$ 。

2.2 基于专家经验信息的 β 分布超参数确定

通过专家经验得到的测试性信息通常有以下两种形式^[13]:

1) P 的点估计值

$$\int_0^1 P \pi(P) dP = P_0 \quad (9)$$

2) P 的区间估计值

$$\int_{P_1}^{P_2} \pi(P) dP = \gamma \quad (10)$$

需要将点估计或置信区间估计这种专家经验不完全分布信息转化为验前分布, 引入验前分布 $\pi(P)$ 的信息熵 $H[\pi(P)]$ ^[14]

$$H[\pi(P)] = -E^\pi[\ln \pi(P)] = -\int_0^1 \pi(P) \ln \pi(P) dP \quad (11)$$

在式(9)、式(10)约束下, 求得使式(11)达到最大值的 a, b 的值即可。对于式(9)所示的点估计型的专家经验信息, 将式(1)代入式(9)整理得

$$a = \frac{P_0}{1 - P_0} b \quad (12)$$

将式(12)代入式(11), 对其进行求导, 寻找一个使得 $H[\pi(P)]$ 达到极大值的 b 即可。

对于式(10)所示的置信区间型验前信息, 计算相对比较复杂, 具体过程见文献[15]。

2.3 基于仿真试验信息的 β 分布超参数确定

假设仿真试验数据 $Z = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$, 经过一致性检验, ω_j 为第 j 批仿真试验数据经过证据理论合成规则得到的权重, m_j 为第 j 批仿真试验的故障样本总数, s_j 为故障检测成功样本总数。则

第 j 批仿真试验的故障检测率为

$$P_j = \frac{s_j}{m_j} \quad (13)$$

则 P 的验前点估计值和方差为

$$\hat{P} = \sum_{j=1}^n (\omega_j P_j) \quad (14)$$

$$D(P^2) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (P_j - \hat{P})^2 \quad (15)$$

以方差作为目标,均值作为约束,利用最优化模型式(16),联合式(2)、式(3)、式(14)、式(15)可求得验前分布超参数 a, b ,

$$\min \begin{cases} D(P^2) - D(P) \\ \text{s. t. } \begin{cases} E(P) = \hat{P} \\ a > 0, b > 0 \end{cases} \end{cases} \quad (16)$$

3 基于不确定性测度与支持度的测试性验前分布融合方法

3.1 基于信息熵的验前分布不确定性测度确定

信息熵是表示描述一个变量所需要的信息量,信息熵越大,描述该变量需要的信息越多. 离散型随机变量 X 的信息熵定义为^[16]

$$H(X) = E \left[\log_a \frac{1}{P(X)} \right] = - \sum_{x \in X} [P(x) \log_a P(x)] \quad (17)$$

信息熵的定义满足 3 项假设:

1) 连续性, $H(X)$ 随着 $p(x)$ 连续变化.

2) 峰值性, 集合 X 中的各事件等概率发生时, 熵值达到极大值.

3) 可加性, 统计独立信息源 X 和 Y 的联合信息源的熵等于它们各自熵的和.

对于随机变量服从二项分布的信息熵 $H(X)$

$$H(X) = -P \log_a P - (1-P) \log_a (1-P) \quad (18)$$

$H(X)$ 随 P 的变化规律如图 2 所示.

信息熵可以推广到连续型随机变量

$$H(X) = - \int_{\Theta} f(x) \log_a f(x) dx \quad (19)$$

验前信息熵表示的是验前信息不确定性的度量. 已知验前信息 $Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$, 由验前信息 $Y_i, i=1, 2, \dots, n$ 得到的验前分布为 $\pi_i(P), i=1, 2, \dots, n$, 当 $\pi_i(P)$ 为离散变量时, 定义验前信息 Y_i 的不确定性测度为

$$I[\pi_i(P)] = - \sum_{\Theta} \pi_i(P) \ln \pi_i(P) \quad (20)$$

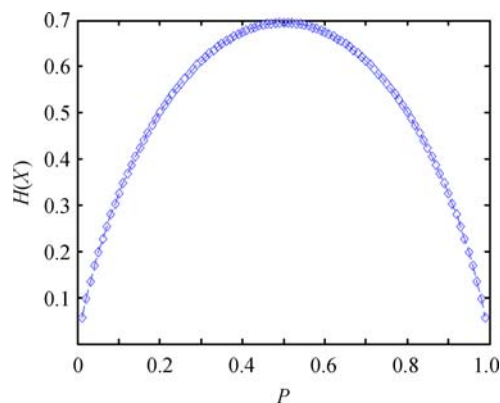


图 2 二项分布的信息熵 $H(X)$ 与 P 的关系

Fig. 2 Relationship between entropy $H(X)$ of binomial distribution between P

当 $\pi_i(P)$ 为连续型变量时, 定义验前信息 Y_i 的不确定性测度为

$$I[\pi_i(P)] = - \int_{\Theta} \pi_i(P) \ln \pi_i(P) dP \quad (21)$$

测试性验前信息不确定性测度的值表示某种来源的测试性验前信息所包含的测试性信息量的大小, 测试性验前信息的不确定性测度越大, 表示所获得的测试性信息量也就越大, 贡献也就越大, 融合权重也就越大.

如果仅用不确定性测度来计算验前分布的权重, 有时候也不一定合理和正确. 例如对于 P , 假设其真值为 0.9, 有 4 种来源的验前信息, 对应的验前分布分别为

$$\pi_1(P) = \beta(P; 35, 4),$$

$$\pi_2(P) = \beta(P; 52, 5),$$

$$\pi_3(P) = \beta(P; 48, 5),$$

$$\pi_4(P) = \beta(P; 80, 3)$$

各验前分布如图 3 所示.

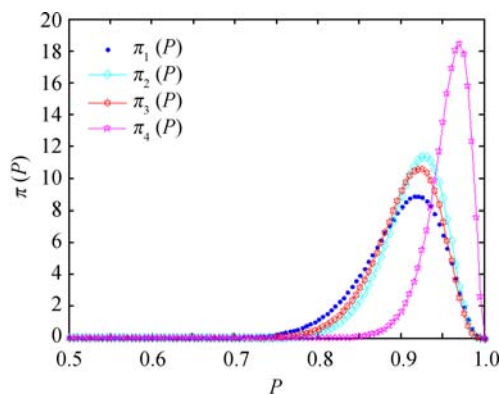


图 3 验前分布图

Fig. 3 Diagram of prior distribution

由式(21)可得其不确定性测度分别为

$I[\pi_1(P)] = -1.6824$, $I[\pi_2(P)] = -1.9271$, $I[\pi_3(P)] = -1.8575$, $I[\pi_4(P)] = -2.3873$. 从图 3 中可以看出, 分布 $\pi_1(P)$, $\pi_2(P)$ 和 $\pi_3(P)$ 比较相近, 它们都和 $\pi_4(P)$ 差异较大, 如果只按照不确定性测度进行加权融合, $\pi_4(P)$ 所占权重较大, 与事实不符, 因此下面引入验前分布支持度的概念对基于不确定性测度的加权融合进行改进, 避免选取不可信的信息.

3.2 基于一致性度量的验前分布支持度确定

对于 P , 得到其不同来源的验前分布分别为 $\pi_1(P)$ 和 $\pi_2(P)$, 如图 4 所示. 两分布的重叠大小可以反映两种信息的相似程度. 两者的重叠区域越大, 则一致性程度越高, 互相支持的程度越高.

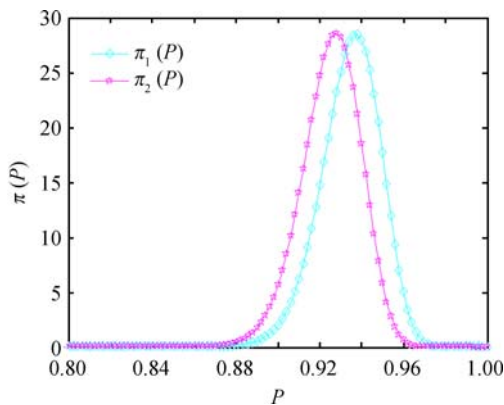


图 4 分布一致性示意图

Fig. 4 Diagram of distribution consistency

两分布的一致性度量定义为^[17]

$$C = \int_{\Theta} \min[\pi_1(P), \pi_2(P)] dP \quad 0 \leq C \leq 1 \quad (22)$$

一致性度量越大说明对 P 的认知差异程度越小. 设 n 种测试性验前信息对应的验前分布为 $\pi_1(P), \pi_2(P), \dots, \pi_n(P)$, 两两之间进行一致性检验, 可以得到各分布之间的一致性度量矩阵

$$\mathbf{C}_{n \times n} = \begin{pmatrix} 1 & c_{12} & \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & 1 & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & c_{n2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

那么, 在 $i \neq j$ 的情况下矩阵按列相加, 可以得到各分布被其他分布支持的程度, 即支持度 S 为

$$S = \sum_{i=1}^n c_{ij} \quad j = 1, 2, \dots, n, i \neq j \quad (24)$$

3.3 不确定性测度与支持度相结合的验前分布加权融合

由于测试性试验条件等客观因素的存在, 其

现场试验样本与验前试验样本一般来说来自不同的总体. 为了既有效利用验前信息, 又能描述验前信息与现场信息的异总体性, 并减少验前试验样本与现场试验样本异总体性对测试性评估的影响, 需要以恰当的形式对验前信息进行融合.

记不同来源的测试性验前分布分别为 $\pi_i(P)$, 各验前信息的不确定性测度为 I_i , 支持度为 S_i , 其中 $i = 1, 2, \dots, n$. 则确定测试性验前分布的融合权重为

$$W_{IS_i} = \frac{I_i}{\sum_{i=1}^n I_i} \cdot \frac{S_i}{\sum_{i=1}^n S_i} \left/ \sum_{i=1}^n \left(\frac{I_i}{\sum_{i=1}^n I_i} \cdot \frac{S_i}{\sum_{i=1}^n S_i} \right) \right. \quad (25)$$

令 $\omega_{I_i} = I_i / \sum_{i=1}^n I_i$, $\omega_{S_i} = S_i / \sum_{i=1}^n S_i$, 则上式可简化为

$$W_{IS_i} = \omega_{I_i} \omega_{S_i} / \sum_{i=1}^n (\omega_{I_i} \omega_{S_i}) \quad (26)$$

这种获取验前分布权值的方法不仅考虑了验前分布本身对 P 的真实情况描述的接近程度, 还考虑了其他来源的验前信息对自己的支持程度, 能最大程度地剔除不合理的信息, 保留合理有用的信息, 优点是显而易见的.

则加权融合后的验前分布 $\pi(P)$ 为

$$\pi(P) = \sum_{i=1}^n W_{IS_i} \pi_i(P) = \sum_{i=1}^n W_{IS_i} \frac{P^{a_i-1} (1-P)^{b_i-1}}{B(a_i, b_i)} \quad 0 \leq P \leq 1 \quad (27)$$

假设现场试验获得的成败型样本为 (n, f) , 依据 Bayes 定理, 代入现场试验样本, 整理得到验后分布 $\pi(P|X)$ 如下:

$$\pi(P|X) = \frac{\sum_{i=1}^n W_{IS_i} \frac{P^{n-f+a_i-1} (1-P)^{f+b_i-1}}{B(a_i, b_i)}}{\sum_{i=1}^n W_{IS_i} \frac{\beta(n-f+a_i, f+b_i)}{B(a_i, b_i)}} \quad (28)$$

将 $\pi(P|X)$ 代入式(29)、式(30), 即可求出装备系统在给定置信水平为 α 下的置信下限 P_1 和故障检测率 P 的各阶矩^[18].

$$\int_{P_1}^1 \pi(P|X) dP = 1 - \alpha \quad (29)$$

$$\eta_k = E(P^k) = \int_0^1 P^k \pi(P|X) dP \quad (30)$$

4 实例分析

某装备由 4 个子系统组成, 如图 5 所示.

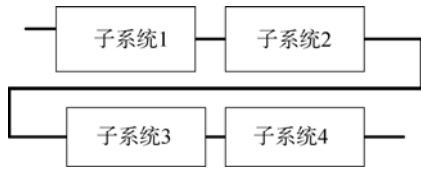


图5 某型装备测试性结构模型

Fig. 5 Testability structure model of an equipment

该装备系统在设计、研制过程中进行了大量的子系统试验,子系统试验数据及超参数计算结果如表1所示。

表1 子系统试验数据及超参数

Table 1 Subsystem test data and hyper-parameter

子系统	子系统试验数据		子系统超参数		故障率
i	n_i	f_i	a_i	b_i	λ_i
1	46	1	84.28	2.15	0.010
2	23	0	123.72	1.81	0.025
3	34	1	27.55	0.82	0.015
4	65	2	93.61	1.88	0.040

根据表1的试验数据,代入式(4)~式(8)可计算出 $a=53.36, b=3.92$,即由子系统测试性试验信息计算得到系统测试性的验前分布为 $\pi_1(P)=\beta(P;53.36,3.92)$ 。

同时,测试性专家也给出了该系统 P 的点估计值 $P_0=0.92$,利用最大熵法可以求得 $a=66.98, b=8.46$ 。即由专家经验信息得到的验前分布为 $\pi_2(P)=\beta(P;66.98,8.46)$ 。

通过建立测试性验证虚拟样机,选取故障样本集,然后在虚拟样机上进行故障注入,启动 BIT(机内测试)仿真模型进行虚拟测试得到的仿真试验数据结果如表2所示,权重由证据合成规则得到。

表2 仿真试验数据

Table 2 Simulation test data

样本集 序号	注入的 故障总数	检测到的 故障总数	点估计	权重
1	52	50	0.96	0.195
2	55	51	0.93	0.440
3	49	45	0.92	0.313
4	50	49	0.98	0.045
5	53	47	0.89	0.011

根据表2的数据,代入式(14)~式(15)计算得 $a=49.86, b=4.97$,即由仿真数据计算得到的验前分布为 $\pi_3(P)=\beta(P;49.86,4.97)$ 。

由式(21)求得 $I_1=I[\pi_1(P)]=-2.064, I_1=I[\pi_2(P)]=-1.931, I_1=I[\pi_3(P)]=-1.893$ 。从而求得: $\omega_{I_1}=0.351, \omega_{I_2}=0.328, \omega_{I_3}=0.321$ 。

3个验前分布函数如图6所示。

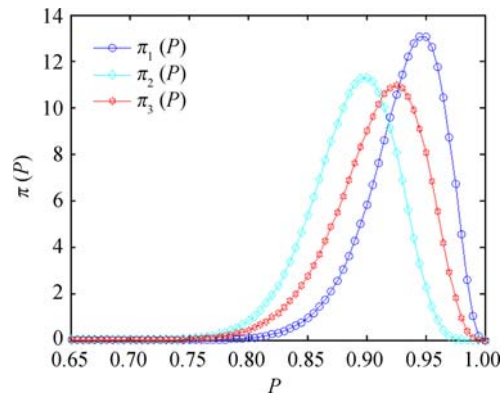


图6 验前分布函数示意图

Fig. 6 Diagram of prior distribution function

由式(22)可得它们之间的一致性度量矩阵

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0.845 & 0.627 \\ 0.845 & 1 & 0.438 \\ 0.627 & 0.438 & 1 \end{bmatrix}$$

那么可求得各分布的支持度为: $S_1=1.472, S_2=1.283, S_3=1.065$ 。从而可求得 $\omega_{S_1}=0.385, \omega_{S_2}=0.336, \omega_{S_3}=0.279$ 。

由式(26)可求得 $W_{IS_1}=0.404, W_{IS_2}=0.329, W_{IS_3}=0.267$ 。那么融合后的验前分布为

$$\pi_i(P) = 0.404\pi_1(P) + 0.329\pi_2(P) + 0.267\pi_3(P) = \beta(P;56.91,5.69)$$

融合后的验前分布函数如图7所示。

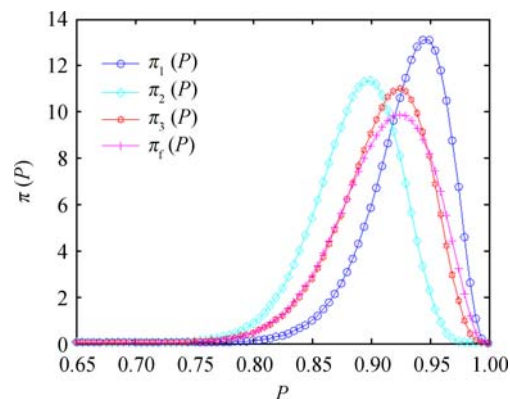


图7 融合验前分布示意图

Fig. 7 Diagram of fusion prior distribution

系统共进行了 32 次现场试验,成功 30 次,失败 2 次,则验后分布为

$$\pi(P|X) = \beta(P; 86, 91, 7, 69)$$

由式(29)可求得 P 在各置信度情况下的置信下限,如表 3 所示。

另外,利用传统方法将 3 个信息源同等看待,直接合并为一个信息源。利用 Bayes 方法求得 P 在各置信度情况下的置信下限,如表 4 所示。

本文方法和传统方法的评估计算结果对比如图 8 所示。

表 3 基于本文方法的测试性置信区间下限

Table 3 Lower limit of confidence interval estimation based on the method proposed by this paper

置信度	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95
置信下限	0.9149	0.9096	0.9032	0.8948	0.8816

表 4 基于传统方法的测试性置信区间下限

Table 4 Lower limit of confidence interval estimation based on traditional method

置信度	0.75	0.80	0.85	0.90	0.95
置信下限	0.9083	0.9030	0.8967	0.8883	0.8753

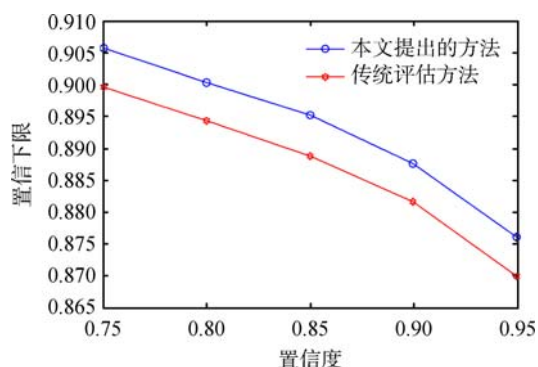


图 8 两种方法的评估结果对比

Fig. 8 Result comparison of two methods

从表 3 和表 4 以及图 8 可以看出在同一置信水平下,基于本文方法的测试性评估置信下限相对于传统方法的测试性评估置信下限大约提高了 0.7%,这充分说明了基于不确定性测度和支持度的测试性验前信息融合评估结果更加合理和更加有效。

5 结 论

为了提高装备小子样测试性评估结果的精度可信度,本文对基于不确定性测度与支持度的验前信息融合方法进行了研究。

1) 该方法不仅考虑了验前分布本身对测试性参数的真实情况描述的接近程度,还考虑了其他来源的验前信息对自己的支持程度,能最大程度地剔除不合理的信息,保留合理有用的信息,测试性评估结果精度更高,更加可信。

2) 当只有两种来源的验前信息时,由于两者之间互相的支持度相等,故可直接运用不确定性测度作为验前信息加权融合的权重。

3) 本文的研究有助于减少测试性现场试验次数,节约试验费用,可以应用于装备的测试性验证与评估工作,实现装备的尽早定型;同样,也可以应用于可靠性分析与评估等其他领域验前信息的加权融合。

参考文献:

- [1] 李天梅,邱静,刘冠军. 基于 Bayes 变动统计理论的测试性外场统计验证方法[J]. 航空学报,2010,31(2):335-341.
LI Tianmei, QIU Jing, LIU Guanjun. Research on testability field statistics verification based on Bayes theory of dynamic population[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(2): 335-341. (in Chinese)
- [2] 常春贺,杨江平,胡亮. 基于 Bayes 理论的复杂装备测试性评估方法[J]. 火力与指挥控制,2012,37(11):173-176.
CHANG Chunhe, YANG Jiangping, HU Liang. Study on testability evaluation method for complex equipment based on Bayes theory[J]. Fire Control & Command Control, 2012, 37(11): 173-176. (in Chinese)
- [3] 周昊,赵修平,吴文军. 基于 Bayes 理论的发射装置测试性评估方法研究[J]. 火箭与制导学报,2010,30(3):253-256.
ZHOU Hao, ZHAO Xiuping, WU Wenjun. Study on the method of testability assessment of some based on Bayes theory[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2010, 30(3): 253-256. (in Chinese)
- [4] ZHAO Chenxu, LIU Guanjun, QIU Jing, et al. Testability integrated evaluation method based on testability virtual test data[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(1): 85-92.
- [5] WANG Chao, QIU Jing, LIU Guanjun, et al. Testability evaluation using prior information of multiple sources[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 27(4): 867-874.
- [6] 刘琦,冯静,周经纶. 基于专家信息的先验分布融合方法[J]. 中国空间科学技术,2004,25(3):68-71.
LIU Qi, FENG Jing, ZHOU Jinglun. The fusion method for prior distribution based on expert's information[J]. Chinese Space Science and Technology, 2004, 25(3): 68-71. (in Chinese)
- [7] 冯静,刘琦,周经纶,等. 相关函数法及其在可靠性分析中的应用[J]. 系统工程与电子技术,2003,25(6):682-684.
FENG Jing, LIU Qi, ZHOU Jinglun, et al. Correlation information fusion method and application in reliability analysis[J]. Systems Engineering and Electronics, 2003, 25

- (6):682-684. (in Chinese)
- [8] 刘强,周经纶,金光,等. 基于可信度的动量轮 Bayes 可靠性评估[J]. 宇航学报,2009,30(1):382-386.
LIU Qiang,ZHOU Jinglun,JIN Guang,et al. Bayesian reliability estimation for momentum wheel based on credibility[J]. Journal of Astronautics,2009,30(1):382-386. (in Chinese)
- [9] 唐俊,张明清. 基于信息熵的先验信息加权融合方法研究[J]. 微计算机信息,2009,25(6):241-243.
TANG Jun,ZHANG Mingqing. Research on weighted fusion for prior information based on entropy[J]. Microcomputer Information,2009,25(6):241-243. (in Chinese)
- [10] 冯静,周经纶. 基于 Bayes-模糊逻辑算子的小子样可靠性信息融合方法[J]. 航空动力学报,2008,23(9):1633-1636.
FENG Jing,ZHOU Jinglun. Small-sample reliability information fusion approach based on Bayes-fuzzy logistic operator[J]. Journal of Aerospace Power,2008,23(9):1633-1636. (in Chinese)
- [11] 董海平,蔡瑞娇,王玮. 基于混合 Beta 分布的火箭弹射座椅可靠性评估[J]. 航空学报,2009,30(2):232-235.
DONG Haiping,CAI Ruijiao,WANG Wei. Reliability assessment of rocket ejection based on mixed Beta distribution[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2009,30(2):232-235. (in Chinese)
- [12] 刘晗,谭林,郭波. 综合单元验前信息的系统可靠度 Bayes 评估[J]. 中国制造业信息化,2006,35(21):77-80.
LIU Han,TAN Lin,GUO Bo. The Bayes evaluation of system reliability used in the prior information of synthesis units[J]. Manufacture Information Engineering of China,2006,35(21):77-80. (in Chinese)
- [13] 刘琦,武小悦,张金槐. 小子样武器系统可靠性评定过程中专家信息的规范化描述[J]. 航空动力学报,2007,22(1):37-40.
LIU Qi,WU Xiaoyue,ZHANG Jinhuai. Standardization of description for expert's opinion during weapon reliability evaluation under small sampling test[J]. Journal of Aerospace Power,2007,22(1):37-40. (in Chinese)
- [14] 刘晗,郭波. 融合多源验前信息的成败型产品可靠性 Bayes 评估[J]. 弹箭与制导学报,2007,27(2):338-341.
LIU Han,GUO Bo. Fusion of information of multiple sources in Bayesian assessment for reliability of success or failure product[J]. Journal of Projectiles,Rockets, Missiles and Guidance,2007,27(2):338-341. (in Chinese)
- [15] 马智博,朱建士,徐乃新. 利用多种信息源的可靠性评估方法[J]. 计算物理,2003,20(5):391-398.
MA Zhibo,ZHU Jianshi,XU Naixin. Reliability assessment using multiple information sources[J]. Chinese Journal of Computational Physics,2003,20(5):391-398. (in Chinese)
- [16] 龚伟. 基于信息熵和互信息的流域水文模型不确定性分析[D]. 北京:清华大学,2012.
GONG Wei. Watershed model uncertainty analysis based on information entropy and mutual information[D]. Beijing:Tsinghua University,2012. (in Chinese)
- [17] 刘琦,武小悦. Bayes 方法应用中验前分布选择的一致性与可信性原则[J]. 系统工程与电子技术,2010,32(11):2356-2359.
LIU Qi,WU Xiaoyue. Principles of consistency and reliability for prior distributions selection in Bayesian method application[J]. Systems Engineering and Electronics,2010,32(11):2356-2359. (in Chinese)
- [18] 张士峰,樊树江,张金槐. 成败型产品可靠性的 Bayes 评估[J]. 兵工学报,2001,22(2):238-240.
ZHANG Shifeng,FAN Shujiaug,ZHANG Jiuhuai. Bayesian assessment for product reliability using pass-fail data[J]. Acta Armamentarii,2001,22(2):238-240. (in Chinese)

(编辑:陈 越)