

文章编号:1000-8055(2015)11-2787-07

doi:10.13224/j.cnki.jasp.2015.11.029

率相关 HTPB 推进剂/衬层界面 II 型 内聚力模型

陈 雄, 钮然铭, 郑 健, 贾 登

(南京理工大学 机械工程学院, 南京 210094)

摘 要: 采用实验与反演相结合的方法构建了端羟基聚丁二烯(HTPB)推进剂/衬层界面的率相关的内聚力模型. 采用改进的单搭接试件完成了 HTPB 推进剂/衬层界面的断裂实验研究, 采用内聚力单元方法对单搭接试件进行了数值研究, 结合基于 Hook-Jeeves 优化算法的反演识别程序, 获取了不同加载率下的界面断裂参数. 由于界面断裂参数具有明显的率相关性, 通过构建率相关的损伤函数, 构建了基于双线性内聚力模型的率相关 HTPB 推进剂/衬层界面 II 型内聚力模型. 模型预测结果和实验结果的对比相关系数大于 99%, 说明本文所建立的率相关内聚力模型具有较高的准确性, 能够准确描述加载率为 5~200 mm/min 时推进剂/衬层界面的断裂性质.

关 键 词: 内聚力模型; 推进剂/衬层界面; 脱黏; 率相关内聚力模型; 损伤函数

中图分类号: V512

文献标志码: A

Rate-dependent cohesive zone model of the interface between HTPB propellant and insulation

CHEN Xiong, NIU Ran-ming, ZHENG Jian, JIA Deng

(School of Mechanical Engineering,

Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

Abstract: In order to build up a rate-dependent cohesive zone model (CZM) of the interface between hydroxyl-terminated polybutadiene (HTPB) propellant and insulation, experimental method and inverse analysis were adopted. Improved single lap joints (SLJ) specimens were used to conduct the HTPB propellant and insulation interface debonding experiment, then a numerical analysis was conducted with cohesive elements method, and with an inverse program developed based on Hook-Jeeves optimizing algorithm, the inverse analysis was conducted for the SLJ specimens to calibrate the interface parameters in different loading rates. Considering the significant rate-dependency shown in the parameters, a rate-dependent damage function was built and then the rate-dependent interfacial type II CZM of HTPB propellant and insulation was built based on the bilinear CZM. The correlation coefficient between the predicted result and the experimental result is bigger than 99%, illustrating the rate-dependent CZM referred herein can accurately describe the fracture properties of propellant and insulation interface for the loading rate of 5 mm/min to 200 mm/min.

Key words: cohesive zone model; propellant and insulation interface; debonding; rate-dependent cohesive zone model; damage function

收稿日期:2014-06-25

基金项目:总装瓶颈项目(20101019)

作者简介:陈雄(1977—),男,四川绵阳人,副教授,博士,主要从事航空宇航推进理论与工程.

推进剂/衬层界面是复合装药固体火箭发动机装药结构的薄弱环节,对于端羟基聚丁二烯(HTPB)推进剂/衬层界面,其力学性质会受到多种因素的影响,如推进剂的黏弹特性和温度相关性^[1],黏结剂本身的力学性质以及界面所受作用力的加载速率等.近年来,针对界面脱黏的研究比较有限,郑晓亚等^[2]对带有人工应力释放装置的装药应力场进行了数值仿真,视界面强度为常数,构建了能够快速判断脱黏的失效准则.姜爱民等^[3]采用数字散板相关方法对黏结试件进行了研究,并且定量测量了界面变形场.但是对于黏结界面本构模型的研究工作还比较有限,在发动机点火发射和加速飞行时,加载率的变化对其影响尤其明显,该界面在这段工作时间内,装药两端处更易发生界面的Ⅱ型断裂,且随着发射过载的增大,发生事故的可能性也增加.因此为了准确描述界面脱黏的这种力学行为,构建率相关的界面层Ⅱ型本构模型就显得尤为重要.内聚力模型能够直观、准确地反应界面层力学性质,因此,本文采用内聚力模型方法构建 HTPB 推进剂/衬层界面率相关本构模型.

不论是单一材料还是双材料界面,由于断裂过程中在裂纹尖端均存在一个断裂过程区,并且在断裂过程区之外存在一个非线性强化区^[4],两个区域的大小和材料有关,脆性材料、韧性材料和准脆性材料具有不同的断裂特性,Barenblatt^[5]和Dugdale^[6]相继发现内聚力模型能够反映间隙的增长,微裂纹的变形等非线性断裂过程区的力学行为,在这之后内聚力模型方法被越来越多的用来研究断裂问题.利用内聚力模型来构建率相关界面层本构模型有多种不同的方法,Xu等^[7]将界面参数替换到一个三参量本构模型中来表征界面层的黏弹特性.基于两个假设:断裂过程存在固有断裂能;损伤演化同自由能及固有断裂能有关,Musto等^[8]构建了一个包含损伤和黏弹性的率相关内聚力模型.Wang等^[9]进行了双悬臂梁实验,并且采用反演方法获取界面参数,将Kelvin模型插入到经典的Needleman指数型内聚力模型中,最终构建了率相关内聚力模型.Campilho等^[10]利用损伤模型来预判单搭接试件的失效,但并未构建率相关本构.

本文将首先进行 HTPB 推进剂/衬层界面在不同加载率下的单搭接实验,通过反演方法获取不同率下的界面参数,构建率相关的损伤函数,然后通过损伤函数反求适用于该模型的率相关双线

性内聚力模型(CZM),并进行实验验证,结果表明该模型能够准确表达 HTPB 推进剂/衬层界面在 5~200 mm/min 加载率范围内的断裂性质.

1 实验及试件制备方法

对于 HTPB 推进剂/衬层界面,被黏结件属于韧性材料,衬层材料可以拉伸 1 000% 而不破坏,HTPB 推进剂属于固体颗粒填充的复合材料,直接拉伸会在一定程度上造成内部孔洞的增大,产生材料的损伤,即脱湿,影响界面力学性能.在研究界面Ⅱ型断裂时,如果将实验机加载力直接施加在被黏结材料上会导致衬层材料产生过大形变,也会使推进剂产生损伤,因此需要改进传统的单搭接(SLJ)实验.改进后的单搭接试件如图 1 所示.



图1 改进的单搭接试件

Fig. 1 Improved single lap joint specimen

本实验中 HTPB 推进剂由中国北方化学工业集团有限公司提供,丁腈橡胶包覆层材料由西安近代化学研究所提供,界面黏结所用的黏结剂自制.具体的Ⅱ型断裂试件制作过程如下:

1) 制备铝夹具并进行表面处理,使表面易于黏结.将绝热层和推进剂切削为块状,尺寸为 40 mm×25 mm×5 mm.

2) 将端羟基聚丁二烯(HTPB)和异佛尔酮二异氰酸酯(IPDI)按比例混合,水浴温度为 40℃条件下充分搅拌混合 30 min,而后在真空温度为 70℃条件下静止保温 120 min.

3) 采用制备好的端羟基聚丁二烯胶黏结推进剂和衬层.黏结时给予适当压力排除界面空气,需注意保持试件清洁,防止胶体污蚀层叠件侧表面.

4) 将黏结好的层叠件置于真空(温度为 70℃)保温 7 d,而后去除真空条件后保存 8 d.

5) 采用无水酒精清洗金属夹具表面,利用环氧树脂胶将层叠件胶结固定如图 1 所示,24 h 后,改进单搭接层叠件即制备完毕.

通过改进的单搭接试件可以通过拉伸形式进

行界面剪切实验,采用三维仿真分析^[11],发现该试件能够获得以剪切为主导的加载环境,可以适用于 II 型界面参数的获取. 本次实验共采用了 3×7 个试件,分别于加载率 $\dot{\epsilon}^*$ 为 5, 50, 200 mm/min 下进行,试件可以通过销孔联接固定于万能电子实验机上(倾技®, 中国上海). 实验于室温为 25 °C,相对湿度为 45% 条件下进行,实验结果如图 2 所示.

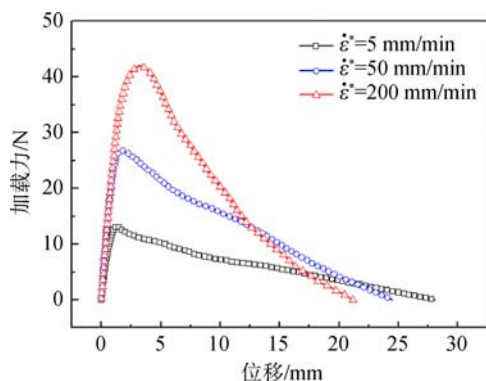


图 2 不同加载率下单搭接实验结果

Fig. 2 SLJ experimental results under different loading rates

实验结果显示,HTPB 推进剂/衬层界面的 II 型断裂具有显著的率相关特性,随着加载率的提高,界面强度和内聚能均明显升高. 但是在强化阶段,界面的刚度变化却并不明显,不同率下的刚度趋于一致. 在所有应变率下,强化段的线性度较好,表明在强化阶段界面的损伤几乎为零,到达峰值点后损伤起始并且演化,因此该界面的率相关特性可以认为是由损伤演化阶段的率相关特性主导的.

2 基于 Hook-Jeeves 优化算法的反演分析

2.1 率无关内聚力模型

内聚力模型由于能够直观准确地描述界面的黏结性质,被越来越多的应用于黏结界面的建模和仿真中,它可以定义材料非线性断裂过程区的裂纹起始与扩展规律. 内聚力模型有多种形式^[12],其中应用比较广泛的是双线性模型^[13-14]和指数型模型^[15],以指数型模型的牵引分离法则为例,如图 3 所示. 裂纹的产生和扩展分为 4 个阶段^[16]: I 阶段表示材料在非断裂状态下的一般连续性强化,对应于牵引分离法则是曲线的上升阶段; II 阶段表示当满足断裂准则时,裂纹起始,对

应于曲线的最高点,此时的牵引力为界面的断裂强度,对应的分离位移称为临界位移; III 阶段通常采用某种软化关系描述裂纹扩展直到失效的过程,对应于牵引分离法则是曲线的下降段; IV 阶段则表示材料之间完全断裂,并且产生了新的彼此之间没有牵引力的表面,对应于曲线终点,此时的牵引力为零,对应的分离位移称为特征位移.

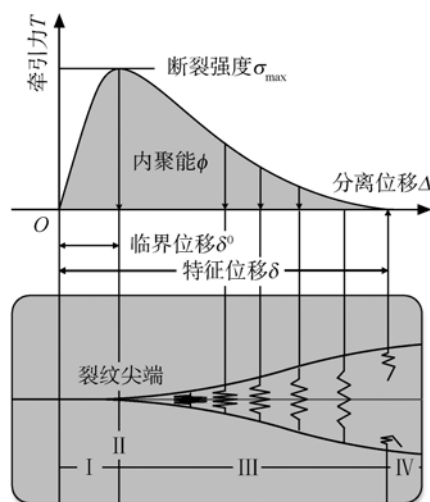


图 3 内聚力模型

Fig. 3 Cohesive zone model

此外,起裂准则采用最大名义应力准则,在法向、第一切向、第二切向方向上,任意一个方向的牵引力绝对值和该方向断裂强度的比值大于等于 1 时,表征断裂起始,损伤开始演化,即判断标准为

$$\max \left\{ \frac{|T_n|}{\sigma_{\max}^n}, \frac{|T_t|}{\sigma_{\max}^t}, \frac{|T_s|}{\sigma_{\max}^s} \right\} \geq 1 \quad (1)$$

式中 T_n 表示法向牵引力, T_t 为第一切向牵引力, T_s 为第二切向牵引力, $\sigma_{\max}^n, \sigma_{\max}^t, \sigma_{\max}^s$ 分别为法向、第一切向、第二切向的断裂强度.

对于本实验中试件的加载形式,第二切向剪应力不存在. 双线性内聚力模型的牵引分离法则以包含损伤变量 D 的形式给出,对于法向和第一切向切应力混合的破坏形式,假定两个方向之间互不干涉,牵引分离法则见式(2)

$$\begin{cases} T_n = (1 - D) \frac{\sigma_{\max}}{\delta_n^0} \Delta_n \\ T_t = (1 - D) \frac{\tau_{\max}}{\delta_t^0} \Delta_t \end{cases} \quad (2)$$

其中 $\sigma_{\max}$ 表示法向断裂强度, $\tau_{\max}$ 为切向断裂强度. δ_n^0 表示法向临界位移, δ_t^0 为切向临界位移,对于切向, $K = \tau_{\max} / \delta_t^0$ 称为初始刚度,临界位移即牵

引力达到断裂强度时的分离位移, 损伤变量 D 定义如式(3)所示

$$D = \begin{cases} 0 & \Delta \geq \delta^0 \\ \frac{\delta(\Delta - \delta^0)}{\Delta(\delta - \delta^0)} & \Delta \geq \delta^0 \end{cases} \quad (3)$$

其中 Δ 为法向或切向的分离位移, δ 为特征位移, δ^0 为法向或者切向的临界位移. 该损伤变量的定义认为界面在强化段零损伤, 在牵引力达到断裂强度后, 损伤起始并且逐步演化.

本文将采用双线性模型对界面建模, 分别对率相关参数进行拟合, 并在此基础上通过构建率相关的损伤变量形式, 将其扩展使其拥有率相关性.

2.2 单搭接试件数值仿真研究

为了进行反演分析, 需要对试件进行有限元仿真, 构建部件并且装配后, 定义材料性质并且将其赋予到部件上^[11], 绘制有限元网格, 铝夹具采用四节点平面应力单元(CPS4), 推进剂和衬层采用启用了缩减积分的四节点平面应力单元(CPS4R), 界面层采用四节点二维内聚力单元(COH2D4), 并且采用扫略网格并进行网格偏移加密, 使得靠近界面层和界面端部的网格更加紧密, 避免由于计算不收敛导致的计算中断. 有限元(FEM)网格及加载条件如图 4 所示. 界面层的计算初始厚度设置为 0.2 mm, 但是为了方便检测界面层中的应力分布情况, 在几何尺寸上对界面层的厚度进行了放大.

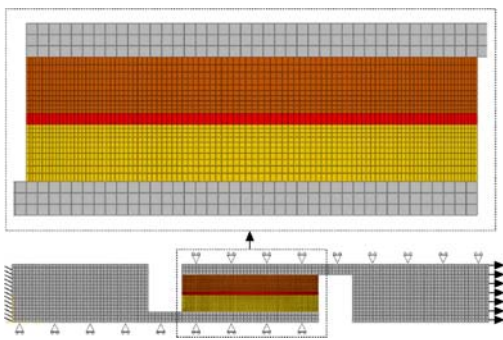


图 4 有限元网格及加载条件

Fig. 4 Meshing and loading condition of FEM

给予适当的增量步, 编译并且提交工作即可得到仿真结果. 仿真结果以全局损伤变量(SDEG, 量符号记为 D_{seg}) 云图形式给出, SDEG 为零时表征界面未损伤, 随着界面相对位移增加, SDEG 逐渐增大, 直到值为 1 时表征界面完全破坏, 如图 5.

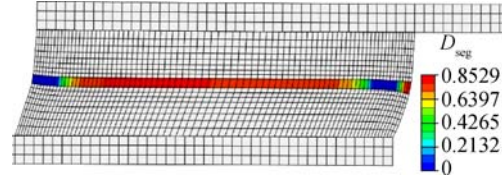


图 5 有限元仿真结果

Fig. 5 Simulation result of FEM

2.3 反演识别方法

为了获取不同加载率下的界面参数, 排除实验中不可避免界面剥离力的影响, 本文采用基于 Hook-Jeeves 优化算法^[17]对曲线进行反演分析, 反演流程图见图 6.

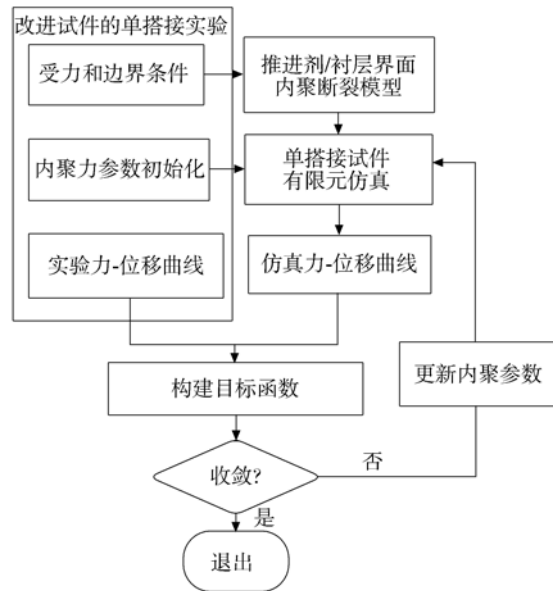


图 6 反演流程图

Fig. 6 Flow chart of inverse analysis

首先在实验和仿真得到的力-位移曲线取采样点 N 个, 通过构建如式(4)所示的目标函数

$$\min R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [P_{\Delta_i}^{\text{sim}}(K, \tau_{\max}, \phi_t) - P_{\Delta_i}^{\text{exp}}]^2 \quad (4)$$

该式表征了实验曲线和仿真曲线的重合度, 其中 R 为目标函数, K 为初始刚度, $\tau_{\max}$ 为剪切强度, ϕ_t 为切向断裂能, P 为 $K, \tau_{\max}, \phi_t$ 的函数, 上标 sim 表示仿真结果, exp 表示实验结果.

而后通过软件 Abaqus 6.12[®] 的编译接口 (scripting interface), 可以采用 Python 程序实现 Hook-Jeeves 算法. 该算法可以针对多参数问题实现寻找最大值或者最小值的功能. 通过该算法可以最终求取目标函数的最小值, 此时得到的参数即反演识别结果. 反演结果如图 7 所示.

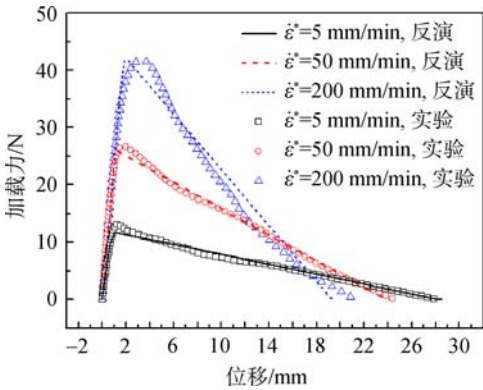


图 7 反演识别结果
Fig. 7 Identification result of inverse analysis

从反演结果可以看出,在强化阶段双线性模型可以准确地反应各个率下界面的强化特性,但是在软化阶段双线性模型只能准确反应低率下的界面软化特性,在高率下,界面软化曲线并不呈现显著的线性.由于断裂过程中初始断裂韧性通常要高于平均断裂韧性^[18],强化过程中储存在界面和被黏结件中的能量会在加载力达到界面强度的瞬间集中释放,导致实验曲线急剧下降,随之而来的是界面裂纹扩展做功和断裂能相互抵消的过程,该过程相对稳定,所以曲线以较小的斜率稳定下降,由于上述两个阶段,软化曲线才呈现出两段线性的特点.由图 7 的结果可以看出双线性模型可以近似描述界面的开裂过程,模型的形式在今后的工作中会进行改进,以准确表达界面损伤演化的特点.通过反演识别,可以直接得到界面的率相关参数如表 1 所示.

表 1 反演获取的界面参数

Table 1 Interface parameters calibrated by inverse analysis

$\dot{\epsilon}^*/$ (mm/min)	$K/$ (N/mm ²)	$\tau_{\max}/$ (N/mm)	$\phi_t/$ (J/mm ²)
5	0.005	0.0119	0.168
50	0.007	0.0260	0.310
200	0.008	0.0425	0.410

3 率相关内聚力模型

从反演结果可以看出 3 个界面参数具有明显的率相关性,其中初始刚度 K 可以通过最小二乘法采用如式(5)的形式进行拟合,拟合结果见表 2.

$$y = A \cdot \ln x + Y_0 \tag{5}$$

式中 Y_0, A 为拟合参数.

表 2 内聚力模型参数拟合结果

Table 2 Fit result of CZM parameters

参数	Y_0	A	R_0
$K(\dot{\epsilon}^*)$	0.00371	0.0008	
$\delta^0(\dot{\epsilon}^*)$	18.64838	10.41235	-0.015
$\delta(\dot{\epsilon}^*)$	5.74235	-3.51503	-0.010
$\delta^*(\dot{\epsilon}^*) = \delta/(\delta - \delta^0)$	1.53598	-0.45692	-0.005

由已经获取的界面参数,可以获得不同加载率下的内聚力模型形式如图 8 所示.

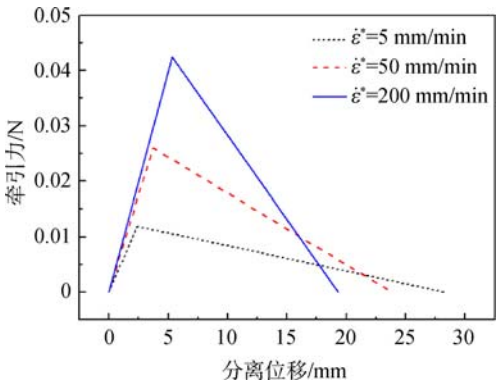


图 8 不同加载率下反演得到的内聚力模型
Fig. 8 CZM obtained by inverse analysis under different loading rates

在双线性模型中,断裂能为曲线和分离位移坐标轴包含的面积,显然有

$$\delta = 2\phi_t / \tau_{\max} \tag{6}$$

$$\delta^0 = \tau_{\max} / K \tag{7}$$

因此可以得到不同加载率下内聚力模型中的特征位移 δ 和临界位移 δ^0 ,进而也能够求出损伤变量 D 中 $\delta/(\delta - \delta^0)$ 的值,如表 3 所示.

表 3 率相关的内聚力模型参数

Table 3 Rate-dependent CZM parameters

$\dot{\epsilon}^*/$ (mm/min)	δ^0/mm	δ/mm	$[\delta/(\delta - \delta^0)]/$ mm
5	2.38	28.23	1.09
50	3.71	23.84	1.18
200	4.40	20.60	1.27

表 3 中的 3 个参数具有明显的率相关性,并且是构建率相关损伤变量 D 的要素,因此需要先对这 3 个参数进行拟合.通过最小二乘法采用如式(8)所示的指数形式对参数拟合,拟合结果见

表 2.

$$y = Y_0 + A \cdot \exp(R_0 \cdot x) \quad (8)$$

式中 R_0 也为拟合参数.

至此构建率相关内聚力模型的所有率相关参数已经拟合完毕,结合式(5),可以将式(2)表达为式(9)所示的形式

$$T_t = (1 - D) K(\dot{\epsilon}^*) \Delta_t \quad (9)$$

其中 Δ_t 为切向的分离位移, D 的形式如式(10)所示

$$D = \begin{cases} 0 & \Delta \geq \delta^0(\dot{\epsilon}^*) \\ \frac{\delta^*(\dot{\epsilon}^*)[\Delta - \delta^0(\dot{\epsilon}^*)]}{\Delta} & \Delta < \delta^0(\dot{\epsilon}^*) \end{cases} \quad (10)$$

联立式(9)、式(10),即可获得在任意加载率下的 HTPB 推进剂/衬层界面的 II 型内聚力模型,进而可以通过数值仿真界面的 II 型断裂,对界面的断裂性质进行预估.

4 率相关内聚力模型验证

分别将加载率为 5, 50, 200, 100 mm/min 的加载条件带入式(9)和式(10)联立求解,计算结果如图 9 所示, 5, 50, 200 mm/min 下模型的计算结果与反演结果一致,即说明该模型能够准确表达前三个率下的黏结性质,此外,采用模型预测了加载率为 100 mm/min 的内聚力模型,并且将采用该加载率对模型进行验证.

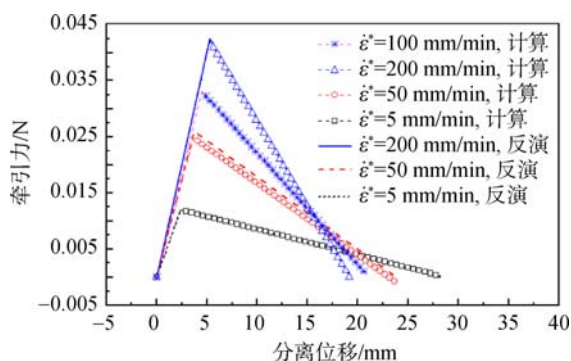


图 9 计算结果和反演结果比较

Fig. 9 Comparison between calculation result and inverse analysis result

为了验证该预测模型,采用预测的内聚力模型进行有限元仿真,得到相关仿真结果,并在加载率为 100 mm/min 下进行验证实验,采用同一批次的黏结剂制作试件并且采取相同的实验条件进行实验,获取实验曲线.结果显示实验曲线和仿真曲线重合度较好,说明已经建立的率相关内聚力

模型可以准确表达加载率为 100 mm/min 以下的界面 II 型断裂性质,如图 10 所示.

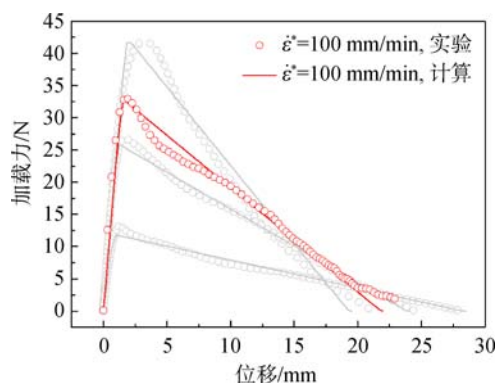


图 10 模型验证

Fig. 10 Model verification

在 4 个加载率下,通过构建的率相关模型仿真得到的结果和实验曲线的相关系数均在 99% 以上,说明内聚力模型能够较在这 4 个加载率下准确表达界面的断裂性质,因此可以认为该模型在加载率为 5~200 mm/min 范围内是精准的,模型的准确性得到了验证.由于率相关性质通过拟合经验公式的方法获取,因此模型不能够表达界面的黏弹特性,在今后的工作中将构建基于物理模型的率相关内聚力模型,进而更加准确的表达界面的力学性质.并在此基础上研究界面层的蠕变、松弛特性,对该界面进行更深入地研究.

5 结 论

1) 推进剂/衬层界面 II 型断裂实验表明,界面性能具有明显的率相关特性,界面强度和内聚能均随着加载率的提高而增大,而刚度在强化阶段却基本保持相同,到达峰值点后趋于不同.

2) 采用实验和反演识别相结合的方法可以获取 HTPB 推进剂/衬层界面的 II 型断裂参数,包括断裂能和断裂强度,在此基础上可进一步研究界面断裂性质与加载率的相关性.

3) 通过获取率相关参数随加载率变化的规律,结合率无关内聚力模型,可以构建率相关损伤演化形式,继而建立率相关的内聚力模型.通过验证,该模型可以准确表达界面在加载率为 5~200 mm/min 时的断裂性质.

参考文献:

- [1] 许进升. 复合推进剂热粘弹性本构模型实验及数值仿真研究[D]. 南京:南京理工大学,2013.

- XU Jinsheng. Experimental and numerical research on thermo-viscoelastic constitutive model of composite propellant[D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2013. (in Chinese)
- [2] 郑晓亚, 柳青, 王卫祥. 固体装药结构界面应力分析[J]. 航空动力学报, 2012, 27(8): 1861-1866.
- ZHENG Xiaoya, LIU Qing, WANG Weixiang. Interface stress analysis of solid motor grain structure[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(8): 1861-1866. (in Chinese)
- [3] 姜爱民, 李高春, 郭宇, 等. 黏接界面试件拉伸变形破坏过程的数字散斑相关方法分析[J]. 航空动力学报, 2014, 29(5): 255-261.
- JIANG Aimin, LI Gaochun, GUO Yu, et al. Adhesive interface deformation and failure digital speckle correlation method[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(5): 255-261. (in Chinese)
- [4] Bazant Z P, Planas J. Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials[M]. Boca Raton: CRC Press, 1998.
- [5] Barenblatt G I. The formation of equilibrium cracks during brittle fracture: general ideas and hypotheses, axially-symmetric cracks[J]. Journal of Applied Mathematics and Mechanics, 1959, 23(3): 622-636.
- [6] Dugdale D S. Yielding of steel sheets containing slits[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1960, 8(2): 100-104.
- [7] Xu C, Siegmund T, Ramani K. Rate-dependent crack growth in adhesives: I modeling approach[J]. International Journal of Adhesion and Adhesives, 2003, 23(1): 9-13.
- [8] Musto M, Alfano G. A novel rate-dependent cohesive-zone model combining damage and visco-elasticity[J]. Computers and Structures, 2013, 118: 126-133.
- [9] Wang J, Qin Q H, Kang Y L, et al. Viscoelastic adhesive interfacial model and experimental characterization for interfacial parameters[J]. Mechanics of Materials, 2010, 42(5): 537-547.
- [10] Campilho R, De Moura M, Domingues J. Using a cohesive damage model to predict the tensile behaviour of CFRP single-strap repairs[J]. International Journal of Solids and Structures, 2008, 45(5): 1497-1512.
- [11] NIU Ranming, ZHOU Qingchun, CHEN Xiong, et al. Experimental and numerical analysis of mode II fracture between propellant and insulation[J]. International Journal of Adhesion and Adhesives, 2014, 52: 1-10.
- [12] Chandra N, Li H, Shet C, et al. Some issues in the application of cohesive zone models for metal-ceramic interfaces[J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39(10): 2827-2855.
- [13] Davila C G, Camando P P, Moura M F. Mixed-mode decohesion elements for analyses with progressive delamination[R]. Seattle: 42nd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conferences, 2001.
- [14] Geubelle P H, Baylor J S. Impact-induced delamination of composites: a 2D simulation[J]. Composites: Part B Engineering, 1998, 29(5): 589-602.
- [15] Van den Bosch M J, Schreurs P J G, Geers M G D. An improved description of the exponential Xu and Needleman cohesive zone law for mixed-mode decohesion[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2006, 73(9): 1220-1234.
- [16] Park K. Potential-based fracture mechanics using cohesive zone and virtual internal bond modeling[D]. Illinois: University of Illinois at Urbana-Champaign, 2009.
- [17] ZHOU Qingchun, JU Yutao, WEI Zhen, et al. Cohesive zone modeling of propellant and insulation interface debonding[J]. The Journal of Adhesion, 2014, 90(3): 1-22.
- [18] Watkins J. Fracture toughness test for soll-cement samples in mode II[J]. International Journal of Fracture, 1983, 23(4): 135-138.

(编辑: 王碧琚)