

航空发动机空间管路系统的 流固耦合振动特性

李占营¹, 王建军¹, 邱明星²

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 中国航空发动机集团有限公司 沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

摘 要: 为了分析航空发动机空间管路系统的振动特性,提出了一种采用自定义管单元建立输液管路流固耦合有限元模型的方法.模型中的自定义管单元考虑了管路的横向流固耦合振动、轴向振动和周向扭转振动.管路系统中的支承采用非线性弹簧单元模拟.通过将自定义管单元的仿真结果与试验测试数据和经典理论解进行比较,验证了自定义管单元的正确性.研究了实际空间管路系统振动固有频率和响应特性.研究表明:随着内压增大,固有频率和临界流速均减小.同时得出了非线性刚度系数和激励幅值对管路系统简谐激励下受迫响应的影响规律.

关 键 词: 管路系统; 流固耦合; 有限元法; 非线性支承; 振动特性

中图分类号: V233

文献标志码: A

Dynamic characteristics of aero-engine pipe system considering fluid-structure coupling

LI Zhan-ying¹, WANG Jian-jun¹, QIU Ming-xing²

(1. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

2. Shenyang Engine Research Institute,
Aero Engine Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: For analysis of dynamic characteristics of aero-engine pipe system, a fluid-structure coupling dynamic model using the user-defined three-dimensional (3D) pipe element was proposed based on the finite element method. The flexural fluid-structure coupling, axial and torsional dynamic behavior of the pipe was considered in the user-defined pipe element. The support was modeled using the nonlinear spring element. The user-defined pipe element was verified through comparisons with the measured data and analytical results. The natural frequencies and responses of a pipe system were calculated. The results show that the natural frequencies and the critical velocity decrease as the fluid pressure increases. And the effects of the nonlinear stiffness coefficient and the excitation amplitude on the pipe system under harmonic base excitation can be obtained.

Key words: pipe system; fluid-structure coupling; finite element method;
non-linear support; dynamic characteristics

收稿日期:2015-04-15

作者简介:李占营(1983—),男,天津蓟县人,博士生,主要从事航空发动机强度振动方向研究.

通讯作者:王建军(1956—),男,江苏徐州人,教授、博士生导师,博士,研究方向为航空宇航推进装置的强度振动、振动抑制.

航空发动机管路系统用于发动机部件之间以及与飞机间的流体输送. 由于来自发动机转子及传动组件的激振导致管路系统振动, 会造成管路故障发生, 影响到管路系统甚至发动机的安全可靠地运行. 管路系统的振动属于典型的输液管路振动. 而输液管路的动力学行为作为振动的前沿课题, 国内外很多学者^[1-3]采用不同方法对其进行了深入的研究.

为避免管路系统发生振动故障, 需建立其动力学模型并研究其动态特性. 但是目前关于管路系统流固耦合振动的研究工作主要是简单直管或弯管^[4-7]. 对于空间管路系统的研究通常采用商用有限元软件^[8-10], 其中存在以下不足: 当采用管单元进行建模时采用附加质量法模拟管内流体, 不能考虑流速和压力因素的影响; 而采用实体单元和壳单元考虑流速和压力等流固耦合效应时计算效率较低.

柔性卡箍用于管路系统的支承, 由于金属橡胶衬垫的使用, 其刚度具有明显的非线性特点. 然而迄今为止, 仅发现非线性弹簧支承的简单直管流致振动问题研究的报道^[11-15], 对于空间复杂管路系统的非线性振动研究还罕有报道. Paidoussis 等^[11]研究了带非线性弹簧支承的悬臂输液直管的非线性动力学行为, 给出了弹簧位置、刚度参数对管路失稳形式的影响. 包日东等^[12]采用非线性动力学分析方法, 研究了两端一般支承输液直管在自激、参数激励和外激励联合作用下的非线性动力学特性. 唐冶等^[13]采用李兹-伽辽金方法对非线性弹簧支承悬臂输液直管的非线性运动方程进行离散, 研究了系统在自激励、参数激励和外激励联合作用下的非线性动力学行为. Hassan 等^[14]通过采用不同的时域流体力学模型, 研究了浮动支承与管路间隙对多跨管路系统稳定性的影响. Marzani 等^[15]采用有限元法, 研究了非均匀弹性支承输液直管的稳定性.

因此本文在经典欧拉梁单元的基础上, 通过自定义管单元, 综合考虑管路横向流固耦合振动、轴向振动和周向扭转振动, 对空间管路系统进行有限元建模, 研究其固有模态特性以及简谐基础激励下的响应特性.

1 管路系统流固耦合模型

1.1 研究对象

研究对象如图 1 所示, 为两端固支中间非线性弹簧支承的空间输液管路系统. 管内介质由左

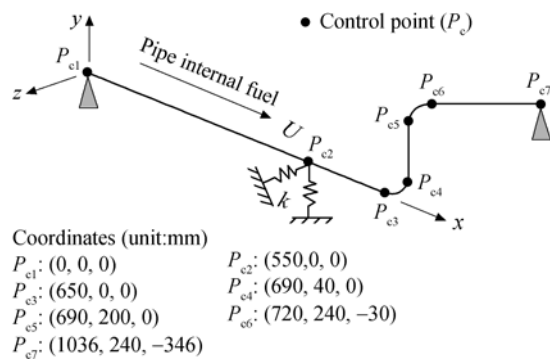


图 1 带弹簧支承空间输液管路系统

Fig. 1 3D pipe conveying system with intermediate spring support

端流入右端流出, 管内介质的平均流速为 U , 中间弹簧支承的刚度为 k .

1.2 运动方程及其离散

假定管内为无黏不可压缩的稳定流动流体, 忽略重力, 并对管路采用小变形假设, 由牛顿力学原理, 得到管路微段的运动微分方程^[16]:

$$EI \frac{\partial^4 w_i}{\partial x^4} + [m_i U^2 - T + p A_f (1 - 2\nu)] \frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} + 2m_i U \frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial t} + c \frac{\partial w_i}{\partial t} + (m_i + m_p) \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} = 0$$

$$(i = 1, 2) \quad (1)$$

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - m_p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (2)$$

$$GJ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - \rho J \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

式中 x 和 t 分别为管路轴向坐标和时间; E, G 分别为管路材料的弹性模量和切变模量; ρ 为管路材料密度; m_p, m_i 分别为管路和管内介质单位长度的质量; I, A, J 分别为管路截面惯性矩、截面面积和截面极惯性矩; w_1 和 w_2 分别为管路在面外正交方向的位移; θ 为管路绕轴线的转角; u 为管路轴向位移; ν 为管路材料泊松比; T 为管路轴向载荷; A_f 为管内介质横截面积; p 为管内介质工作压力; c 为管路系统阻尼.

式(1)描述了管路横向流固耦合振动行为, 式中各项从左至右的物理意义分别为弹性恢复力、离心力、哥氏力、阻尼力和惯性力. 式(2)和式(3)分别描述了管路的轴向振动和周向扭转振动行为.

采用基于欧拉梁单元理论, 包含流固耦合效应的空间两节点自定义单元(简称为自定义管单元, 如图 2 所示)对管路运动微分方程进行离散.

自定义管单元描述横向弯曲的形函数为

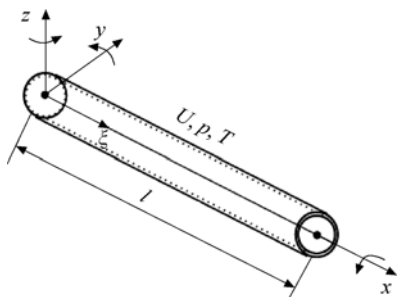


图2 空间两节点自定义管单元

Fig. 2 User-defined 3D pipe element containing two nodes

$$\mathbf{N}^T = \begin{bmatrix} 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l \\ 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ (-\xi^2 + \xi^3)l \end{bmatrix} \quad (4)$$

周向扭转和轴向振动的形函数为

$$\mathbf{N}_l^T = \begin{bmatrix} 1 - \xi \\ \xi \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 l 为管单元长度, $\xi = (x - x_1)/l$ 为单元坐标. 由管路的横向运动微分方程式(1)及相应的形函数式(4), 得出描述管单元弯曲行为的单元矩阵

$$\mathbf{M}_{4 \times 4} = (m_p + m_t) \int_0^1 \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\xi \quad (6)$$

$$\mathbf{C}_{4 \times 4} = c \int_0^1 \mathbf{N}^T \mathbf{N} d\xi + m_t U \int_0^1 (\mathbf{N}^T \mathbf{N}' - \mathbf{N}' \mathbf{N}^T) d\xi \quad (7)$$

$$\mathbf{K}_{4 \times 4} = EI \int_0^1 \mathbf{N}''^T \mathbf{N}'' \left(\frac{1}{l} \right)^3 d\xi +$$

$$[T - pA(1 - 2\nu) - m_t U^2] \int_0^1 \mathbf{N}'^T \mathbf{N}' \frac{1}{l} d\xi \quad (8)$$

类似地, 轴向行为的单元矩阵

$$\mathbf{M}_{2 \times 2} = m_p \int_0^1 \mathbf{N}_l^T \mathbf{N}_l d\xi \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_{2 \times 2} = EA \int_0^1 \mathbf{N}_l'^T \mathbf{N}_l' \frac{1}{l} d\xi \quad (10)$$

扭转振动的单元矩阵

$$\mathbf{M}_{2 \times 2} = \rho J \int_0^1 \mathbf{N}_l^T \mathbf{N}_l d\xi \quad (11)$$

$$\mathbf{K}_{2 \times 2} = GJ \int_0^1 \mathbf{N}_l'^T \mathbf{N}_l' \frac{1}{l} d\xi \quad (12)$$

由于管路截面的对称性, 用于描述其横向振动行为的两个方向质量、刚度和阻尼矩阵是相同的. 因此, 由式(6)~式(12)即可得出自定义管单元的 12×12 单元矩阵. 通过组集模型中管路单元的单元矩阵, 得出用于描述管路空间振动的动力学方程

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{a}} + \mathbf{K}(\mathbf{a})\mathbf{a} = \mathbf{f} \quad (13)$$

式中 $\mathbf{a}$ 为系统节点位移向量; $\mathbf{f}$ 为外载荷向量.

由式(6)~式(8)可以看出方程(13)中包含了管路与管内介质的流固耦合作用. 式中的阻尼矩阵不仅包含了结构和材料阻尼的影响, 同时包含了由于哥氏力效应引起的耦合项. 式中的刚度矩阵包含了管路应变能、管路轴向载荷、流体压力和流体离心力的影响.

得到自定义管单元的单元矩阵之后, 采用通用有限元程序 ANSYS 的二次开发功能, 实现自定义管单元的功能, 进而建立输液管路系统的有限元模型.

输液管路系统中非线性支承的模拟采用 ANSYS 中的非线性弹簧单元 COMBIN39. 该单元能够输入弹簧的力和位移曲线, 以模拟支承的非线性刚度.

至此, 非线性支承空间输液管路系统的有限元模型已经在 ANSYS 中建立完成, 其求解方程具有和式(13)一样的形式. 但需要说明的是由于非线性支承的存在, 刚度矩阵是求解位移的非线性函数.

1.3 方程组的求解

输液管路系统运动方程(式(13))的解可采用 Newmark 时间积分法求解而得^[17].

Newmark 积分方法假设位移、速度和加速度在 $t \sim t + \Delta t$ 的时间区间内满足

$$\dot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t} = \dot{\mathbf{a}}_t + [(1 - \chi)\ddot{\mathbf{a}}_t + \chi\ddot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t}]\Delta t \quad (14)$$

$$\mathbf{a}_{t+\Delta t} = \mathbf{a}_t + \dot{\mathbf{a}}_t\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \gamma \right) \ddot{\mathbf{a}}_t + \gamma\ddot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \quad (15)$$

式中 γ 和 χ 是按积分精度和稳定性要求决定的参数. 进而通过时刻 $t + \Delta t$ 的运动方程

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t} + \mathbf{K}\mathbf{a}_{t+\Delta t} = [\mathbf{f}(t)]_{t+\Delta t} \quad (16)$$

求得 $t + \Delta t$ 时刻的位移解 $\mathbf{a}_{t+\Delta t}$.

为此, 由式(15)得

$$\ddot{\mathbf{a}}_{t+\Delta t} = \frac{1}{\gamma\Delta t^2}(\mathbf{a}_{t+\Delta t} - \mathbf{a}_t) - \frac{1}{\gamma\Delta t}\dot{\mathbf{a}}_t - \left[\frac{1}{2\gamma} - 1 \right] \ddot{\mathbf{a}}_t \quad (17)$$

将上式代入式(14), 然后再代入式(16), 可得从 $\mathbf{a}_t, \dot{\mathbf{a}}_t, \ddot{\mathbf{a}}_t$ 计算 $\mathbf{a}_{t+\Delta t}$ 的两步递推公式

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{\gamma\Delta t^2} \mathbf{M} + \frac{\chi}{\gamma\Delta t} \mathbf{C} + \mathbf{K} \right] \mathbf{a}_{t+\Delta t} = [\mathbf{f}(t)]_{t+\Delta t} + \mathbf{M} \cdot \\ & \left[\frac{1}{\gamma\Delta t^2} \mathbf{a}_t + \frac{1}{\gamma\Delta t} \dot{\mathbf{a}}_t + \left(\frac{1}{2\gamma} - 1 \right) \ddot{\mathbf{a}}_t \right] + \mathbf{C} \cdot \\ & \left[\frac{\chi}{\gamma\Delta t} \mathbf{a}_t + \left(\frac{\chi}{\gamma} - 1 \right) \dot{\mathbf{a}}_t + \left(\frac{\chi}{2\gamma} - 1 \right) \Delta t \ddot{\mathbf{a}}_t \right] \end{aligned} \quad (18)$$

由于出现在方程左端的刚度矩阵是非线性

的,需要采用迭代法求解,例如 Newton-Raphson 迭代法.求得系统各节点位移之后,通过式(17)和式(14)得出节点加速度和速度.

2 管路流固耦合模型验证

为验证自定义管单元的正确性,将自定义管单元的计算结果分别与试验测试结果和经典理论解进行对比.

2.1 固有频率试验

采用锤击法^[18]对自由状态 L 型钛合金空间管路进行固有频率测量,如图 3 所示.试验管路总长为 1000 mm,厚度为 1 mm,外径为 14 mm,包含长度分别为 310 mm 和 645 mm 两个直管段,其弯管段的半径为 35 mm.

试验设备包括加速度计、力锤、INV303 系列智能信号采集处理分析仪、计算机及 DASP 大容量数据采集与信号处理分析软件.



图 3 L 型空间管路固有频率测试系统

Fig. 3 Natural frequencies test system for the L-shape 3D pipe

数值计算采用自定义管单元进行建模,模型中管路材料的弹性模量、泊松比和密度分别取 96 GPa, 0.39 和 4470 kg/m³. 表 1 给出了试验件自由状态下的前 5 阶固有频率.

可以看出, L 型空间管路的前 5 阶固有频率

表 1 L 型空间管路固有频率

Table 1 Natural frequencies of L-shaped 3D pipe

阶次	固有频率/Hz		相对误差/%
	测试值	计算值	
第 1 阶	65.9	67.1	1.87
第 2 阶	140.0	142.6	1.83
第 3 阶	168.5	169.2	0.40
第 4 阶	397.9	382.7	3.82
第 5 阶	411.4	402.3	2.20

数值计算结果与试验结果十分吻合.由此可见,自定义管单元对空间管路系统建模的计算精度得到了验证.

2.2 临界流速分析

以文献[16]中无量纲质量比为 0.1 的两端固支输液管路为研究对象.图 4 给出了采用 Galerkin 法和有限元法(FEM)计算得出的前两阶无量纲固有圆频率.图中横坐标为无量纲流速,纵坐标为无量纲固有圆频率.采用自定义管单元建立输液管路的有限元模型,仅考虑了管内流体流速由 0 m/s 变化到 263.56 m/s 的等间隔 12 个流速.其中 263.56 m/s 流速对应的无量纲流速为 2π .

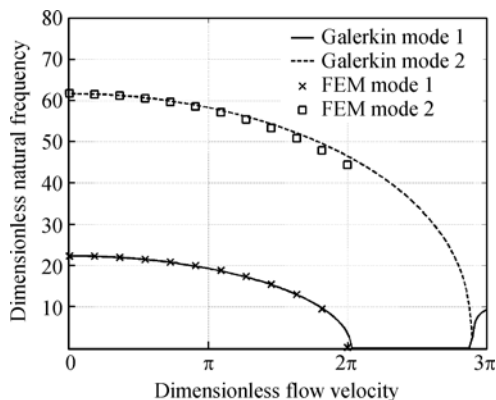


图 4 两端固支管路无量纲固有频率

Fig. 4 Dimensionless natural frequency of clamped-clamped pipe

可以看出,自定义管单元的计算结果与文献[16]的结果很吻合.一方面,随着流速的增加,前两阶无量纲固有频率逐渐减小;另一方面,当无量纲流速为 2π 时,第 1 阶固有频率减小到零,即发生失稳.因此,可以得出结论,自定义管单元考虑流固耦合效应的计算结果是准确的.

3 空间管路系统模态分析

研究如图 1 所示空间输液管路系统的固有模态特性.该系统由 3 个直管段和 2 个弯管段组成,弯管段的曲率半径为 40 mm,其他系统参数参见图 1 和表 2.

燃油管路系统的有限元模型如图 5 所示,共包含 21 个单元:自定义管单元 19 个,弹簧单元 2 个,网格数量通过网格无关性测试.

通过模态计算得到管路系统的前 6 阶固有频率.图 6 给出了忽略流速和压力、考虑流速、流速和压力同时考虑 3 种情况下,管路系统的前 3 阶固有频率随流速的变化规律.

表2 管路系统几何和材料参数

Table 2 Geometrical and material properties of the pipe system

参数	数值
管路总长/mm	1 075
管路内径/mm	6
管路壁厚/mm	1
管材弹性模量/GPa	200
管材密度/(kg/m ³)	7 900
管材泊松比	0.3
燃油密度/(kg/m ³)	775
燃油最大流速/(m/s)	20
燃油最大压力/MPa	28
支承线性刚度系数/(N/mm)	200

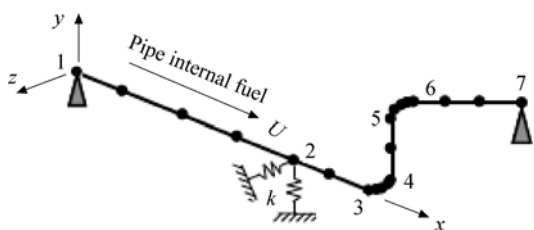


图5 空间燃油管路系统的有限元模型

Fig. 5 Finite element model of the 3D fuel pipe system

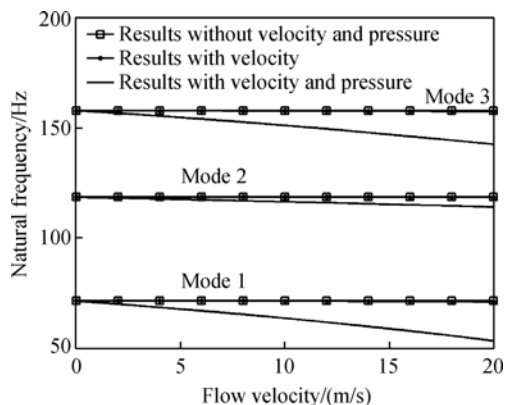


图6 空间管路系统固有频率

Fig. 6 Natural frequencies for the 3D pipe system

从图6中可以看出:

1) 对于低速低压管路,是否考虑流固耦合效应得到的固有频率值相差很小;随着流速和压力的增加,考虑流速和压力的流固耦合效应得到的固有频率将小于忽略流固耦合的情况;

2) 给定流速下,考虑流体压力得到的固有频

率值低于忽略流体压力时的固有频率值。例如,当流速 $U=20\text{ m/s}$, $p=28\text{ MPa}$ 时,同时考虑流速和压力得到的第1阶固有频率为 53 Hz ,而仅考虑流速时的固有频率为 71 Hz 。

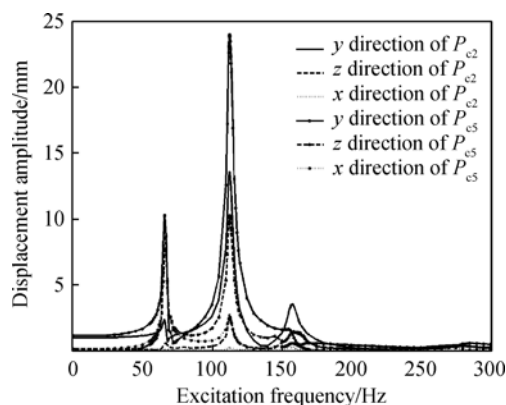
通过对该管路系统的分析可以得出流固耦合效应对高速高压管路的固有频率有重要影响。由于流固耦合效应的存在,管路系统的刚度将减小,因此,对于高速高压管路的振动分析需要考虑流固耦合效应。

4 空间管路系统幅频响应分析

考虑第3节研究的空间管路系统,研究流固耦合和非线性支承对其响应的影响。假定管路中燃油的流速和压力分别为 20 m/s 和 28 MPa ,非线性支承弹簧刚度为

$$k = k_1 + \alpha k_1 \delta^2 \quad (19)$$

式中 k_1 为线性刚度系数, α 为非线性刚度系数与线性刚度系数之比, δ 为弹簧变形式。假定简谐位移激励由 y 方向弹簧的基础传入管路,其幅值为 $Y_e=1\text{ mm}$,方向为 y 方向。当 $\alpha=0$ 时,空间管路控制点 P_{c2} 和控制点 P_{c5} 的幅频响应曲线如图7所示。可以看出幅频响应曲线的幅值取决于响应测点位置的选取,而空间管路的固有频率则可以直接从幅频响应曲线的峰值识别出。

图7 空间管路系统控制点 P_{c2} 和 P_{c5} 的幅频响应曲线Fig. 7 Frequency response curves of control point P_{c2} and P_{c5} for the 3D pipe system

4.1 非线性刚度系数对响应的影响

为研究非线性刚度系数对空间管路响应的影响,考虑式(19)中 α 值变化。图8给出了激励幅值为 $Y_e=1\text{ mm}$ 时, α 分别取 $0, 10^4, 10^5$ 和 10^6 , 管路控制点 P_{c2} 的幅频响应曲线。这4条幅频曲线描述了对应系统的传递特性。当 $\alpha=0$ 时,系统主共振

频率为 113 Hz, 而当 $\alpha=10^4$ 时, 系统主共振频率增大到 122 Hz. 这是由于非线性支承提高了系统的刚度, 所以主共振频率增大. 在第 3 阶和第 4 阶模态可以发现同样的规律. 对于 $\alpha=10^5$ 和 $\alpha=10^6$ 时, 主共振频率进一步增加, 当 $\alpha=10^6$ 时, 响应幅值几乎等于激励幅值, 这说明此时支承的作用由弹性变成了刚性.

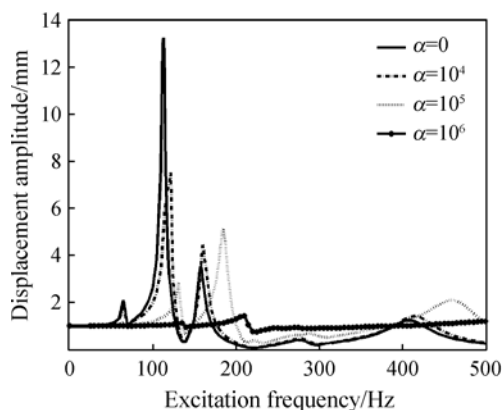


图 8 不同 α 值下控制点 P_{c2} 的幅频响应曲线

Fig. 8 Frequency response curves at control point P_{c2} for different α values

4.2 激励幅值对响应的影响

假定 $U=20$ m/s, $p=28$ MPa, $\alpha=10^5$, 图 9 给出了激励幅值 $Y_e=1, 2, 3$ mm 时控制点 P_{c2} 的幅频响应曲线.

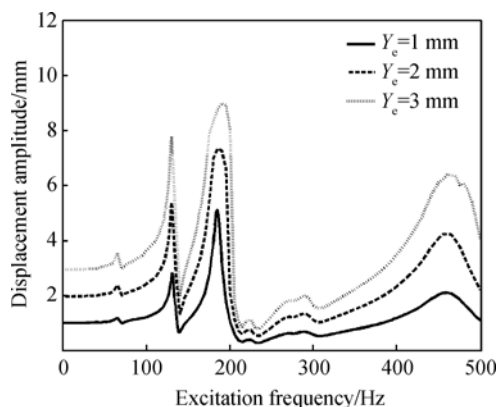


图 9 不同激励幅值下控制点 P_{c2} 的幅频响应曲线

Fig. 9 Frequency response curves at control point P_{c2} for different excitation amplitude values

可以看出, 随着激励幅值的增加, 系统的固有频率不变, 而响应增大. 但是, 幅频响应曲线的幅值不是线性增大, 例如, 当激励频率为 185 Hz 时, 响应幅值分别为 5.09, 7.31 和 9.76 mm. 这是由于支承的非线性刚度引起的. 当变形增大时, 系统

变得更加刚硬.

5 结 论

采用同时考虑横向流固耦合、轴向振动和周向扭转的空间自定义管单元, 建立了空间管路系统的流固耦合动力学模型. 研究了管内流速和压力对管路系统固有频率的影响, 结果表明由于燃油管路的高工作压力, 使得系统刚度减小, 而固有频率随之降低. 研究了简谐激励下空间管路系统的幅频响应特性, 得到了支承刚度非线性以及激励幅值对系统频响特性的影响规律. 为今后分析和研究航空发动机空间管路系统的动态行为和振动控制提供理论依据.

参考文献:

- [1] Paidoussis M P, Li G X. Pipes conveying fluid: a model dynamical problem[J]. Journal of Fluids and Structures, 1993, 7(2): 137-204.
- [2] 任建亭, 姜节胜. 输流管道系统振动研究进展[J]. 力学进展, 2003, 33(3): 313-324.
REN Jianting, JIANG Jiesheng. Advances and trends on vibration of pipes conveying fluid[J]. Advances in Mechanics, 2003, 33(3): 313-324. (in Chinese)
- [3] Ibrahim R A. Overview of mechanics of pipes conveying fluids; Part I: fundamental studies[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2010, 132(3): 034001. 1-034001. 32.
- [4] Holmes P J. Pipes supported at both ends cannot flutter[J]. Journal of Applied Mechanics, 1978, 45(3): 619-622.
- [5] 金基铎, 宋志勇, 杨晓东. 两端固定输流管道的稳定性和参数共振[J]. 振动工程学报, 2004, 17(2): 190-195.
JIN Jiduo, SONG Zhiyong, YANG Xiaodong. Stability and parametric resonances of a clamped-clamped pipe conveying fluid[J]. Journal of Vibration Engineering, 2004, 17(2): 190-195. (in Chinese)
- [6] Pramila A, Laukkanen J, Liukkonen S. Dynamics and stability of short fluid-conveying Timoshenko element pipes[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 144(3): 421-425.
- [7] Stack C P, Garnett R B, Pawlas G E. A finite element for the vibration analysis of a fluid-conveying Timoshenko beam[R]. AIAA 93-33088, 1993.
- [8] 李琳. 降低发动机管路振动的优化设计[J]. 航空动力学报, 1995, 10(2): 151-154.
LI Lin. Optimization for reducing vibration of engine pipeline[J]. Journal of Aerospace Power, 1995, 10(2): 151-154. (in Chinese)
- [9] 陈艳秋, 朱梓根. 基于遗传算法的航空发动机管路优化设计[J]. 航空动力学报, 2002, 17(4): 421-425.
CHEN Yanqiu, ZHU Zigen. Pipe system design of aero-engine using genetical algorithms[J]. Journal of Aerospace Power, 2002, 17(4): 421-425. (in Chinese)

- [10] 姬贺炯,白长青,韩省亮. 输流管道动力有限元建模及试验研究[J]. 应用力学学报, 2013, 30(3): 422-427.
JI Hejiong, BAI Changqing, HAN Shengliang. Dynamic finite element modeling and experimental research of the fluid-filled pipeline[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2013, 30(3): 422-427. (in Chinese)
- [11] Paidoussis M P, Semler C, Wadham-Gagnon M, et al. Dynamics of cantilevered pipes conveying fluid: Part 2 dynamics of the system with intermediate spring support[J]. Journal of Fluids and Structures, 2007, 23(4): 569-587.
- [12] 包日东,金志浩,闻邦椿. 一般支承条件下输流管道的非线性动力学特性研究[J]. 振动与冲击, 2009, 28(7): 153-157.
BAO Ridong, JIN Zhihao, WEN Bangchun. Nonlinear dynamic characteristics of a fluid conveying pipe under condition of commonly elastic supports[J]. Journal of Vibration and Shock, 2009, 28(7): 153-157. (in Chinese)
- [13] 唐冶,方勃,张业伟,等. 非线性弹簧支承悬臂输液管道的分岔与混沌分析[J]. 振动与冲击, 2011, 30(8): 269-274.
TANG Ye, FANG Bo, ZHANG Yewei, et al. Bifurcation and chaos analysis of cantilever pipeline conveying fluid with nonlinear spring support[J]. Journal of Vibration and Shock, 2011, 30(8): 269-274. (in Chinese)
- [14] Hassan M A, Rogers R J, Gerber A G. Damping-controlled fluid elastic instability forces in multi-span tubes with loose supports[J]. Nuclear Engineering and Design, 2011, 241(8): 2666-2673.
- [15] Marzani A, Mazzotti M, Viola E, et al. FEM formulation for dynamic instability of fluid-conveying pipe on nonuniform elastic foundation[J]. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 2012, 40(1): 83-95.
- [16] Paidoussis M P. Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow[M]. London: Academic Press Limited, 1998.
- [17] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.
- [18] Ewins D J. Modal testing: theory and practice[M]. Letchworth: Research Studies Press, 1986.

(编辑: 陈 越)