

干摩擦阻尼器对宽频多阶次激励 减振效果分析

李琳^{1,2}, 刘久周^{1,2}, 李超^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 在对干摩擦阻尼非线性系统响应求解的高阶谐波平衡法、摩擦力时域求解的时间推进法以及时频转换(AFT)法中的关键技术进行介绍的基础上,采用将时频转换法与高阶谐波平衡法相结合的方法对典型航空发动机叶片缘板阻尼器宽频多阶次激励的减振效果进行计算与分析。通过与直接积分法获得的结果进行对比,表明该方法具有较高的计算精度,且计算效率远远高于直接积分法。对比了保留不同谐波阶次时的计算结果,说明对航空发动机中宽频多阶次激励下的干摩擦阻尼系统进行分析计算时需要保留非线性力的高阶谐波成分,才能获得准确的结算结果。干摩擦阻尼器对于不同频率成分激起的共振峰值的最优正压力值不同,实际中应针对激振频率带宽及具体的减振需求,对阻尼器的设计参数进行优化设计,使得系统在整个工作频带上振动响应最小。

关 键 词: 干摩擦阻尼器; 非线性; 高阶谐波平衡法; 时频转换法; 多阶次激励; 振动抑制
中图分类号: V231 **文献标志码:** A

Analysis on damping effect of dry friction damper under wideband multi-harmonic excitation

LI Lin^{1,2}, LIU Jiu-zhou^{1,2}, LI Chao^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine,
Beijing 100191, China)

Abstract: The key points of multi-harmonic balance method, time-marching procedure of obtaining the friction force in time domain and alternating frequency-time (AFT) domain procedure were introduced. The analysis on damping effect of under-platform damper in aero-engine was investigated using a multi-harmonic balance method combined with an AFT domain procedure, showing that this method is precise and its computational efficiency is much higher than the direct integral method. Influence of the number of harmonics on forced response indicates that more harmonic components should be kept when investigating the damping effect of under-platform damper in aero-engine under wideband multi-harmonic excitation. The optimal normal contact loads of the resonant peaks induced by various excitation frequencies are different; in practice, the design parameters of the friction damper should be optimized in line with the frequency components of excitation and the requirement of vibration attenuation to obtain the minimum response in the whole frequency range.

Key words: dry friction damper; nonlinearity; high-harmonic balance method; alternating frequency-time domain method; multi-harmonic excitation; vibration attenuation

航空发动机工作时,压气机或涡轮工作叶片承受着上游复杂流场施加的循环载荷。为防止由于循环载荷引起的高周循环疲劳失效,需要将叶片的振动应力降低到可以接受的水平。干摩擦阻尼器具有简单高效、受温度影响较小等优势,在航空发动机的减振设计中得到广泛应用。

干摩擦阻尼系统在数学上是一个复杂的强非线性系统,一般只有个别简单模型可以求得解析解(例如单自由度干摩擦阻尼系统中不考虑接触刚度的情况),其他绝大多数模型的分析只能依赖于数值计算。早期对于干摩擦阻尼系统的研究大多采用时域上的直接积分法,该方法跟踪系统响应的时间历程,在状态转换点附近需要采用较小的时间步长以保证计算的准确性^[1-2]。Wang 等^[3]采用直接积分法对典型的单自由度 B-G (blade to ground) 型干摩擦阻尼系统进行了研究,给出了时域上接触状态发生转变的判定原则,并分析了摩擦因数随接触面的运动速度发生变化时对阻尼效果的影响。利用直接积分法虽然可以获得较为准确的计算结果,但是在求解系统频域响应的过程中计算量过大,因此长时间以来研究人员一直在探索更加高效的干摩擦阻尼系统的响应解法。谐波平衡法假设叶片受到简谐激励时,叶片的振动主要表现为基频振动,同时只保留摩擦力傅里叶级数展开式中的一次项,这样便可将干摩擦阻尼系统的非线性微分方程转化为非线性代数方程进行求解。Wang 等^[4]采用 1 阶谐波平衡法对简单干摩擦阻尼系统进行了深入的研究,其研究结果表明,1 阶谐波平衡法对于一些简单的干摩擦阻尼系统能够获得较高的计算精度,且其计算效率远远高于直接积分法。为了进一步提高精度,文献^[5]提出了考虑系统高阶谐波影响的增量谐波平衡法,但是该方法在计算效率上相对于直接积分法并无优势。直到 Cameron 和 Griffin^[6]提出求解非线性系统的时频转换法,才使得干摩擦阻尼系统的频域响应求解方法获得了突破性的进展。时频转换法综合了时域上直接积分法和频域上谐波平衡法各自的优点,充分利用了在频域中求解代数方程避免卷积运算的高效性和时域中计算非线性力的便利性。时频转换的思想一经提出便受到了广泛的关注,近些年来在该方法的基础上,

Guillen, Poudou 等^[7-9]提出了基于时频转换的高阶谐波平衡法,并将该方法用于航空发动机失谐叶盘振动问题的研究中。Nacivet, Laxalde 等^[10-11]基于时频转换的思想,提出了“动态拉格朗日法”,并对带阻尼环的整体叶盘结构系统进行了较为详细的分析。这两种方法已经成为目前国际上进行干摩擦阻尼系统响应计算的主流分析方法。Herzog 等^[12-13]对这两种方法进行了对比,表明这两种方法在计算效率、数值迭代稳定性等方面具有各自的优势。

国内的学者也开展了基于时频转换的高效算法的研究^[14-16]。在对单频简谐激励下干摩擦阻尼系统的频域响应求解中多数采用的是等效线性的方法或 1 阶谐波平衡法等近似方法。虽然这些方法计算效率较高,但是对于干摩擦阻尼系统本身较为复杂,或系统所受激励成分形式较为复杂的情况,这些方法的计算精度往往难以保证。航空发动机叶盘结构所受的激励并非简单的单频简谐激励,而是由尾迹、势流等转静干涉造成的多阶次激励;此外,进气畸变、叶栅气动非谐等气动、结构因素也使得叶片所受激励的频率成分变得极为复杂^[17]。因此在为航空发动机结构部件设计干摩擦阻尼器时,必须考虑激励的各种复杂频率成分,分析与研究干摩擦阻尼器对宽频多阶次激励的减振效果。而由于航空发动机叶盘结构自身的复杂性以及干摩擦阻尼系统分析的复杂性,有关这方面的研究结论尚不多见。

根据航空发动机叶盘结构所受激励的特征以及目前有关求解干摩擦阻尼系统各类方法的特点,本文采用将时频转换法与高阶谐波平衡法相结合的方法,对典型航空发动机叶片缘板阻尼器对宽频多阶次激励的减振效果进行分析。首先阐述了时频转换法与高阶谐波平衡法联合求解非线性系统的基本原理;在此基础上,分析并给出了该联合求解方法中的关键技术,包括时频转换过程中求解摩擦力的时间推进法以及非线性代数方程组迭代求解的 Broyden 法的基本流程;并对比了在求解系统对宽频多阶次激励的响应时高阶谐波平衡法与 Newmark 法在时域以及频域上的计算精度以及计算效率;最后采用高阶谐波平衡法与时频转换相结合的方法对宽频多阶次激励下的干

摩擦阻尼系统进行了分析,给出了宽频多阶次激励下的干摩擦阻尼器设计参数对减振效果的影响规律.

1 时频转换法与高阶谐波平衡法 联合求解的基本原理

考虑干摩擦阻尼作用的非线性系统离散形式的动力学方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}_{\text{ext}}(t) + \mathbf{f}_{\text{nl}}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \quad (1)$$

其中 $\mathbf{M}, \mathbf{K}, \mathbf{C}$ 分别非线性系统的质量矩阵,刚度矩阵以及阻尼矩阵; $\mathbf{x}(t)$ 为系统的广义位移向量; $\mathbf{f}_{\text{ext}}(t)$ 为系统所受的线性激励力向量; $\mathbf{f}_{\text{nl}}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$ 为由于摩擦阻尼器提供的摩擦力向量. 根据干摩擦阻尼的特点,系统中的摩擦力不仅是时间的函数,同时也是接触点位移以及运动速度的函数,因此式(1)为 2 阶非线性微分方程组.

用谐波平衡法求解时,先将方程中与时间相关的各项展开为傅里叶级数的形式

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{X}^0 + \sum_{n=1}^{N_h} [\mathbf{X}^{n,c} \cos(n\omega t) + \mathbf{X}^{n,s} \sin(n\omega t)] \quad (2)$$

$$\mathbf{f}_{\text{ext}}(t) = \mathbf{F}_{\text{ext}}^0 + \sum_{n=1}^{N_h} [\mathbf{F}_{\text{ext}}^{n,c} \cos(n\omega t) + \mathbf{F}_{\text{ext}}^{n,s} \sin(n\omega t)] \quad (3)$$

$$\mathbf{f}_{\text{nl}}(t) = \mathbf{F}_{\text{nl}}^0 + \sum_{n=1}^{N_h} [\mathbf{F}_{\text{nl}}^{n,c} \cos(n\omega t) + \mathbf{F}_{\text{nl}}^{n,s} \sin(n\omega t)] \quad (4)$$

其中 N_h 为保留的最高谐波阶次, ω 为激励频率. 将式(2)~式(4)中各项的傅里叶系数写成向量的形式

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}^0, \mathbf{X}^{1,c}, \mathbf{X}^{1,s}, \dots, \mathbf{X}^{N_h,s}]^T \quad (5)$$

$$\mathbf{F}_{\text{ext}} = [\mathbf{F}_{\text{ext}}^0, \mathbf{F}_{\text{ext}}^{1,c}, \mathbf{F}_{\text{ext}}^{1,s}, \dots, \mathbf{F}_{\text{ext}}^{N_h,s}]^T \quad (6)$$

$$\mathbf{F}_{\text{nl}} = [\mathbf{F}_{\text{nl}}^0, \mathbf{F}_{\text{nl}}^{1,c}, \mathbf{F}_{\text{nl}}^{1,s}, \dots, \mathbf{F}_{\text{nl}}^{N_h,s}]^T \quad (7)$$

如果系统的自由度数为 N_s , 则 $\mathbf{X}, \mathbf{F}_{\text{ext}}, \mathbf{F}_{\text{nl}}$ 均为 $(2N_h+1)N_s \times 1$ 维向量. 设 $\mathbf{I}$ 为 $N_s \times N_s$ 的单位矩阵, 则可以获得时域与频域之间的转换矩阵

$$\mathbf{T}(t) = [\mathbf{I}, \cos(\omega t)\mathbf{I}, \sin(\omega t)\mathbf{I}, \dots, \cos(N_h\omega t)\mathbf{I}, \sin(N_h\omega t)\mathbf{I}] \quad (8)$$

利用式(8)可以将式(2)~式(4)表示为

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{T}(t)\mathbf{X} \quad (9)$$

$$\mathbf{f}_{\text{ext}}(t) = \mathbf{T}(t)\mathbf{F}_{\text{ext}} \quad (10)$$

$$\mathbf{f}_{\text{nl}}(t) = \mathbf{T}(t)\mathbf{F}_{\text{nl}} \quad (11)$$

将式(9)~式(11)带入式(1)中, 并利用谐波平衡的思想可得系统的频域方程为

$$\mathbf{H}\mathbf{X} = \mathbf{F}_{\text{ext}} + \mathbf{F}_{\text{nl}} \quad (12)$$

其中

$$\mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{K}, \mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_{N_h}) \quad (13)$$

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} -(r\omega)^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} & r\omega \mathbf{C} \\ -r\omega \mathbf{C} & -(r\omega)^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$r = 1, 2, \dots, N_h$$

一般来说, 由于在频域上 $\mathbf{F}_{\text{nl}}$ 是 $\mathbf{X}$ 的函数, 所以式(12)是以 $\mathbf{X}$ 为未知量的非线性代数方程组, 即利用谐波平衡法把时域中的非线性微分方程(式(1))转化成了频域中的非线性代数方程(式(12)). 其迭代收敛解即为系统在相应激励频率下的响应幅值.

在对式(12)进行迭代求解时, 一般将其写为式(15)的形式

$$\mathbf{F}(\omega, \mathbf{X}) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{X} - \mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{nl}}(\mathbf{X}) \quad (15)$$

其中 $\mathbf{F}(\omega, \mathbf{X})$ 为解的收敛判定残差.

利用谐波平衡法求解时, 当保留的谐波阶次大于 3 (即 $N_h > 3$) 时, 非线性方程组的解析形式往往难以给出, 主要是频域上非线性力 $\mathbf{F}_{\text{nl}}(\mathbf{X})$ 的解析表达式难以写出. 采用 Cameron 等^[6]提出的时频转换方法, 可解决这一难题: 先根据一个假设的初始 $\mathbf{x}(t)$ (例如以不考虑摩擦力的线性系统的响应作为初值) 计算出 $\mathbf{f}_{\text{nl}}(t, \mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}})$, 然后利用傅里叶变换将其转化到频域中, 于是就得到了 $\mathbf{F}_{\text{nl}}(\mathbf{X})$. 而且由于式(12)中的 $\mathbf{F}_{\text{nl}}$ 此时成为已知向量, 式(12)也就成为了一个线性代数方程组, 解此方程组可以得到一个频域解 $\mathbf{X}$; 当然, 对应这个 $\mathbf{X}$ 的时域解 $\mathbf{x}(t)$ 一般不会是式(1)的最终解, 要得到最终解, 需要经过多次迭代直至收敛. 时频转换的基本流程如图 1 所示 (图中的 FFT 表示快速傅里叶变换过程, IFFT 表示快速逆傅里叶变换过程).

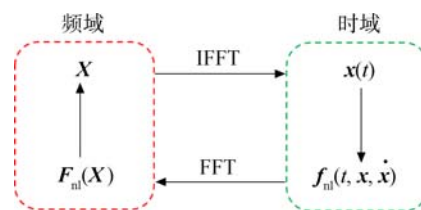


图1 时频转换基本过程

Fig. 1 Procedure of alternating frequency-time domain

2 摩擦力时域求解方法

在时域中求解摩擦力的方法与直接积分法的思路相似, 是一种时间推进的方法 (time marc-

hing processing, TMP). 经典的摩擦模型认为两接触点之间不是滑动状态就是阻滞状态. 这样的模型太过理想化, 使得计算结果往往与实验结果相差较多. 摩擦的黏着理论认为摩擦具有变形过程和黏着过程的双重特性, 认为接触面之间的滑移不是突然发生的, 当接触面的滑动载荷小于临界摩擦力时, 接触点存在着一定的弹性变形, 只有当滑动载荷大于摩擦力时, 阻尼器与结构之间才会产生相对滑动. 因此目前较为通用的接触模型中多数都考虑了接触面的刚度, 如图2所示, 图中 x 为结构自由度, y 为结构与干摩擦阻尼器的接触点自由度; k_t 为接触面的切向刚度. 由于接触面的切向刚度采用弹簧进行模拟, 该模型也称为“迟滞弹簧”模型, 是对宏观干摩擦阻尼问题进行研究应用最为广泛的接触模型.

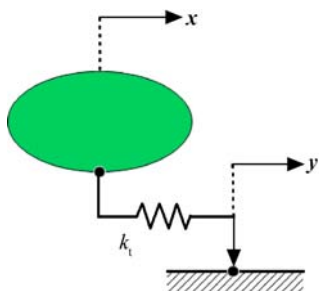


图2 接触单元

Fig. 2 Contact element

当结构自由度 x 与接触点自由度 y 的相对位移较小时, “迟滞弹簧”拉力小于接触面的临界摩擦力 μN (μ 为接触面的摩擦因数, N 为接触面的正压力), 此时接触点并不发生滑动, 称为“阻滞状态”, 摩擦力的大小与“迟滞弹簧”拉力的大小相等, 方向相反; 当 x 与 y 的相对位移增大到一定程度时, “迟滞弹簧”的拉力达到了接触点的临界摩擦力 μN , 接触点发生滑动, 称为“滑移状态”, 此时摩擦力的大小等于临界摩擦力, 方向与接触点的运动方向相反, 且 x 与 y 的运动速度相同. 因此可得时域上摩擦力的数学表达式为

$$f_{nl}(t) = \begin{cases} -k_t[x(t) - y(t)] & \text{if } k_t|x(t) - y(t)| \leq \mu N \\ -\mu N \text{sign}[\dot{y}(t)] & \text{if } k_t|x(t) - y(t)| \geq \mu N \end{cases} \quad (16)$$

其中 sign 代表符号函数. 根据时间推进法的基本思想, 可将求解摩擦力的基本过程总结如下:

1) 获得上一次迭代的响应结果 $x(t)$, 如果是第1次迭代, 可以利用系统不受摩擦力时的响应

作为 $x(t)$ 初值;

2) 假设时间步 i 为“阻滞状态”, 根据式(16)对时间步 i 的摩擦力进行预判, 即

$$f_{nl}^{\text{pre}} = -k_t[x(t_i) - y(t_{i-1})] \quad (17)$$

3) 比较预测摩擦力的幅值 $|f_{nl}^{\text{pre}}|$ 与临界摩擦力 μN 的大小, 如果 $|f_{nl}^{\text{pre}}| < \mu N$ 则说明对于时间步 i , 系统确实为“阻滞状态”, 则摩擦力预测正确, 否则说明对于时间步 i , 系统为“滑移状态”, 此时摩擦力大小与临界摩擦力相等, 如式(18)所示

$$f_{nl}(t_i) = \begin{cases} f_{nl}^{\text{pre}} & \text{if } |f_{nl}^{\text{pre}}| < \mu N \\ \mu N \frac{f_{nl}^{\text{pre}}}{|f_{nl}^{\text{pre}}|} & \text{if } |f_{nl}^{\text{pre}}| \geq \mu N \end{cases} \quad (18)$$

4) 获得时间步 i 的接触点位移

$$y(t_i) = x(t_i) - \frac{f_{nl}(t_i)}{k_t} \quad (19)$$

5) 重复进行步骤2)~步骤4), 求解下一个时间步的摩擦力, 直到将整个时域上的非线性力完全求出.

3 频域非线性方程组的求解

在对非线性方程(式(12))进行迭代求解的过程中, 收敛速度以及数值稳定性是衡量求解方法的两个关键因素. “牛顿-拉夫逊”法的迭代公式为

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n - \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{X}_n) \mathbf{F}(\mathbf{X}_n) \quad (20)$$

其中 $\mathbf{J}(\mathbf{X}_n)$ 为第 n 次迭代对应的式(15)的雅可比矩阵, 其表达式为

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}_n) = \left. \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}_n} \quad (21)$$

设 $\mathbf{A}_n = \mathbf{J}(\mathbf{X}_n)$, 则有

$$\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n - \mathbf{A}_n^{-1} \mathbf{F}(\mathbf{X}_n) \quad (22)$$

在每次迭代求解的过程中, 需要对雅可比矩阵进行更新. 函数 $\mathbf{F}(\mathbf{X})$ 的1阶泰勒展开式为

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_{n+1}) - \mathbf{F}(\mathbf{X}_n) = \mathbf{J}(\mathbf{X}_n)(\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n) \quad (23)$$

因此有

$$\mathbf{A}_{n+1}(\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n) = \mathbf{F}(\mathbf{X}_{n+1}) - \mathbf{F}(\mathbf{X}_n) \quad (24)$$

“牛顿-拉夫逊”迭代法广泛用于求解非线性方程组, 具有普适性. 然而其收敛速度和数值稳定性对许多问题并非令人满意. Broyden 对其进行了改进. 根据 Broyden 法的基本原则, 雅可比矩阵要满足

$$\mathbf{A}_{n+1} = \min\{\|\mathbf{A} - \mathbf{A}_n\|_F; \mathbf{A}(\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n) = \mathbf{F}(\mathbf{X}_{n+1}) - \mathbf{F}(\mathbf{X}_n)\} \quad (25)$$

其中 $\|\mathbf{A}\|_F$ 表示 $\mathbf{A}$ 的 Frobenius 范数, 表达式为

$$\|\mathbf{A}\|_F = \left\{ \sum_{i,j=1}^{N_d} [\mathbf{A}(i,j)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (26)$$

通过解析方法可以利用式(25)获得雅可比矩阵的迭代表达式为

$$\mathbf{A}_{n+1} = \mathbf{A}_n + \frac{\mathbf{F}(\mathbf{X}_{n+1}) - \mathbf{F}(\mathbf{X}_n) - \mathbf{A}_n(\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n)}{\|\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n\|} \cdot (\mathbf{X}_{n+1} - \mathbf{X}_n)^T \quad (27)$$

Broyden 方法提高了“牛顿-拉夫逊”迭代法的数值稳定性以及计算效率. 引入这一思想对式(12)进行时频转换迭代求解的过程, 即在每求得一个频域解 $\mathbf{X}$ 之后, 采用式(22)和式(27)对其更新与迭代, 即可较为高效地获得非线性系统的频域响应.

4 典型缘板阻尼器减振特性分析

4.1 分析模型描述

设置缘板阻尼器是提高高压涡轮工作叶片抗振能力常用的设计手段, 且缘板阻尼器往往能够同时起到阻尼以及封严的双重作用. 典型的缘板阻尼器如图3所示, 它实际上是安装在叶片根部缘板下方预留空间的一块可起摩擦阻尼作用的可动部件. 叶片振动时, 缘板阻尼器与叶根结构之间产生摩擦从而达到减振的目的. 在对缘板阻尼器的减振特性进行研究时, 最简单的分析模型是如图4所示的 B-G 型集中参数模型. 其中质量块用来模拟阻尼器所承受的叶片某阶模态质量 m , 弹簧用来模拟叶片的某阶模态刚度 k , c 是系统线性阻尼系数, $f_{\text{ext}}(t)$ 代表叶片所受到的激励力. 该模型假设接触面为两点接触, 摩擦力作用在接触点上. 相关实验研究证明^[18], 通过该模型所获得的研究结论对工程设计具有重要的指导意义.

资料显示, 叶片所受激振力的大小一般为(定常)气动力的 1%~5%, 根据高压涡轮工作叶片所受到的气动力载荷大小进行估计, 其所受的激

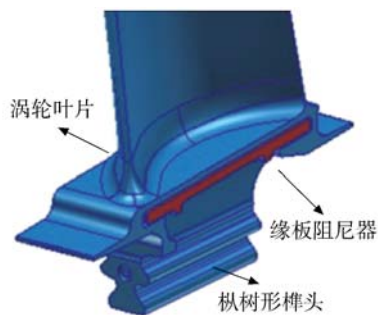


图3 缘板阻尼器

Fig. 3 Under-platform damper

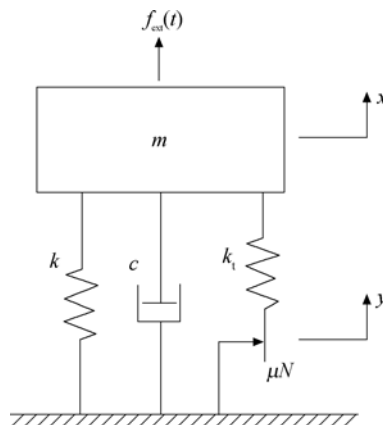


图4 B-G型集中参数模型

Fig. 4 B-G lumped-parameter model

振力幅值 F_{ext} 为 10~30 N 的量级. 模型中各参数的取值如表1所示.

表1 干摩擦阻尼系统模型参数
Table 1 Parameter of dry friction damped structural system model

参数	数值
$m/10^4$ (N/m)	1.0
c /(kg/s)	0.3
$k/10^4$ (N/m)	3.55
$k_t/10^4$ (N/m)	1.0
F_{ext} /N	10
μ	0.3

4.2 单谐波激励下的响应分析

考虑当系统受到的激振力为单频周期性激励的情况, 假设激振力的数学表达式为

$$f_{\text{ext}}(t) = F_{\text{ext}} \cos(\omega t) \quad (28)$$

对于干摩擦阻尼器, 接触面上的正压力是影响阻尼器减振效果的关键因素之一, 缘板阻尼器接触面上的正压力主要由叶片在旋转过程中缘板阻尼器所受到的离心力提供.

对于如式(28)的单频激励, 可用 Newmark 直接积分法获得阻尼器摩擦面上的位移响应. 图5所示为对激励频率 $\omega = 225$ rad/s 时, 正应力对接触状态的影响规律. 其中蓝色区域表示“滑移状态”, 而绿色区域表示“阻滞状态”. 可以看出, 当接触面的正压力为 0 N 时, 接触面不产生摩擦力, 阻尼器在整个时域上处于纯滑移的状态, 随着正压力的增加, 阻尼器在时域上“阻滞状态”所占的比例逐渐增加, 当正压力增大到一定的程度时, 在整

个振动周期中,阻尼器始终处于阻滞状态,此时阻尼器与结构之间不再发生相对滑动。

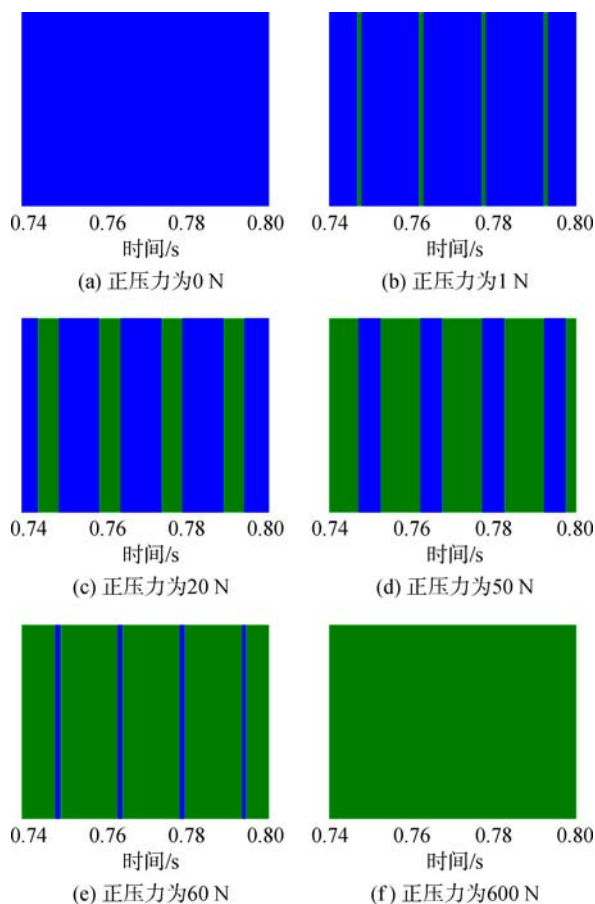


图 5 正压力对接触状态的影响

Fig. 5 Influence of normal contact load on the contact state

利用保留前 5 阶谐波成分的高阶谐波平衡法获得干摩擦阻尼系统在不同正压力下的频域响应曲线,如图 6 所示.从图中可以看出,随着正压力的增大,非线性系统的振动峰值先减小再升高,当正压力增大到一定水平后,干摩擦阻尼器的减振效果失效.且随着正压力的增大,系统的共振频率逐渐增大,当正压力增大到一定程度后,系统的共振频率不再增加,此时的共振频率即所谓的“阻滞频率”,在这种情况下干摩擦阻尼器只具有调频的作用,而不再具有阻尼作用。

图 7 所示为正压力为 100 N 时,不同激振频率下一个振动周期中滑动状态所占的比例(记为 ζ).从图 7 中可以看出,当激振频率 $\omega \in [206, 220]$ rad/s 时,接触面才会出现相对滑动,而对于其他激振频率,系统始终处于阻滞状态,与图 6 中响应的曲线进行对比也可以发现,只有当激振频率处于该范围时,阻尼器才会产生明显的减振

效果。

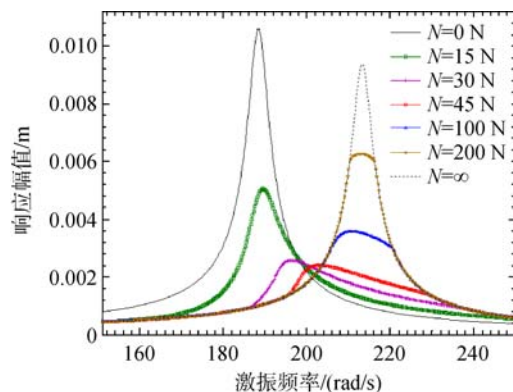


图 6 不同正压力下的频域响应曲线

Fig. 6 Frequency response with different normal contact loads

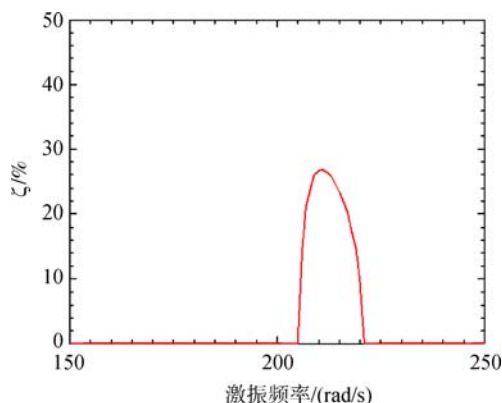


图 7 滑动状态占整个周期的比例

Fig. 7 Slip state ratio over a period

4.3 谐波阶数对计算结果影响的机理分析

直接积分法具有很高的计算精度,因此本文以直接积分法(Newmark 法)的计算结果作为评价保留不同谐波阶数时谐波平衡法获得的时域及频域响应计算精度的参考值。

当正压力为 10 N,激振频率 $\omega = 225$ rad/s 时,摩擦力与结构响应之间的关系曲线(称为迟滞曲线)如图 8 所示,图中分别给出了采用直接积分法(Newmark 法)获得的曲线和谐波阶次取 1, 3, 5, 19 时采用高阶谐波平衡法获得的曲线,曲线所包围的面积反映了系统通过干摩擦所消耗的振动能量.由图 8 中可以看出,采用 1 阶谐波平衡法所获得的摩擦力的“迟滞曲线”与采用 Newmark 法所获得的作为精确参考的“迟滞曲线”之间具有较大的差别,而当保留较高谐波阶次(大于 5 阶)时,两者可以十分接近。

对直接积分法获得的时域中的摩擦力进行傅里叶分析,可得其谐波成分如图9所示.从图9中可以看出,非线性的摩擦力中包含了高阶谐波成分,仅保留1阶谐波成分意味着忽略了摩擦力中高阶成分的影响,这种忽略对系统动力响应的最终影响取决于高阶谐波成分幅值所占的比例.

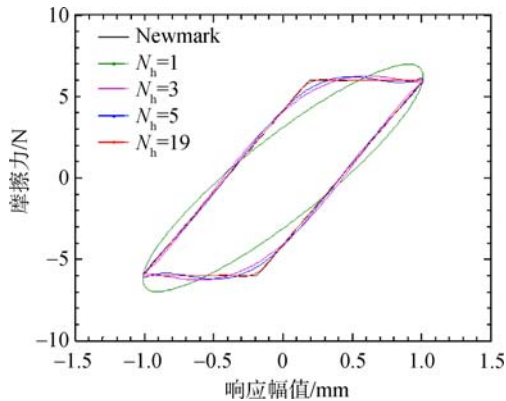


图8 保留不同谐波阶次时的迟滞曲线

Fig. 8 Influence of the number of harmonics on the hysteresis loop

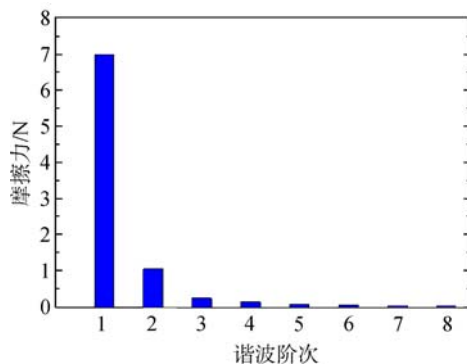


图9 摩擦力的谐波成分

Fig. 9 Harmonics of the friction force

图10对比了系统在单频激励下正压力为100 N时,只保留1阶谐波成分的1阶谐波平衡法以及保留前5阶谐波的高阶谐波平衡法与Newmark法的频域响应计算结果.从图10中可以看出对于激励力只含有单一激励频率的情况,1阶谐波平衡法所获得的频域响应计算结果也具有较高的准确性,这说明对于系统复杂程度低,激励形式简单的干摩擦阻尼系统,采用1阶谐波平衡法虽然在计算时域中摩擦力时存在明显误差,但由于在计算摩擦力时对应单一激励频率的成分得以保留,因此在频域上可以获得较为精确的计算结果,这也解释了1阶谐波平衡法在早期的干摩擦

相关研究中得到广泛应用的原因.然而,当激励力含有多阶频率成分时,仅保留1阶激励频率成分的摩擦力就会对系统的最终响应产生较大影响,4.4节将给出更深入的分析.

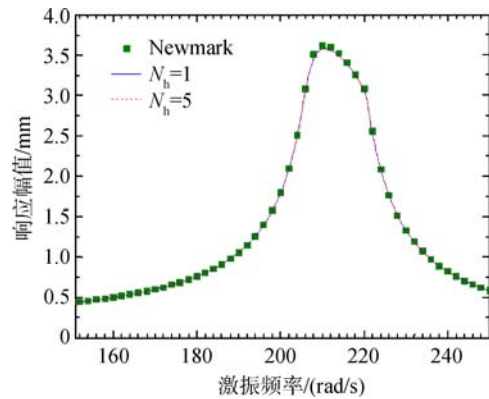


图10 高阶谐波平衡法与Newmark法对比

Fig. 10 Comparison between multi-harmonic balance method and Newmark method

4.4 多谐波激励下响应分析

如前所述,航空发动机叶盘结构所受的激励并非简单的单频简谐激励,而是由尾迹、势流等转静干涉造成的多阶次激励,进气畸变、叶栅气动非谐等气动、结构因素也使得叶片所受的激励频率成分变得极为复杂.

设系统所受的激励力形式如式(29)所示

$$f_{\text{ext}}(t) = F_{\text{ext}} \cos(\omega t) + 2F_{\text{ext}} \cos(2\omega t) - 3F_{\text{ext}} \cos(3\omega t) \quad (29)$$

图11给出正压力为100 N,激励频率为180 rad/s时(时域曲线如图12所示),保留不同谐波阶次的高阶谐波平衡法与Newmark法获得的时域响应曲线的对比.该结果表明,对于多阶次激励,保留的谐波成分也需相应增加(对于所计算的3阶次激励,保留的谐波成分至少需在3阶以上),才能与精确结果有较好的吻合,否则无法获得准确的计算结果.

图13所示为系统的频域响应曲线.图中的5条曲线分别为系统完全滑移状态、完全阻滞状态以及正压力为150 N,保留谐波阶次分别为 $N_h = 1, 2, 3$ 时的频域响应曲线.从图中可以看出,系统的频域响应存在3个共振峰,当仅保留1阶或2阶谐波时,会漏掉系统对激励力中的某些频率成分的响应峰值,只有当保留的谐波阶次大于或等于3时,才能获得正确的响应曲线.此时,前面介

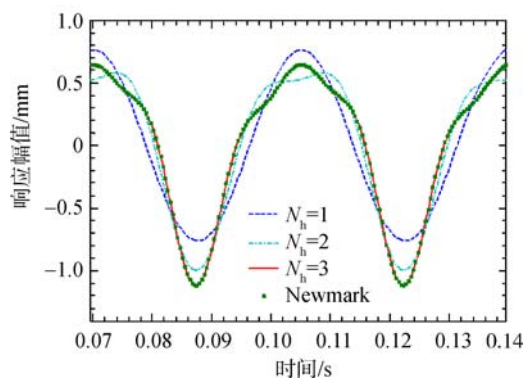


图 11 复杂激励成分下的时域响应

Fig. 11 Influence of the number of harmonics on the response in time domain

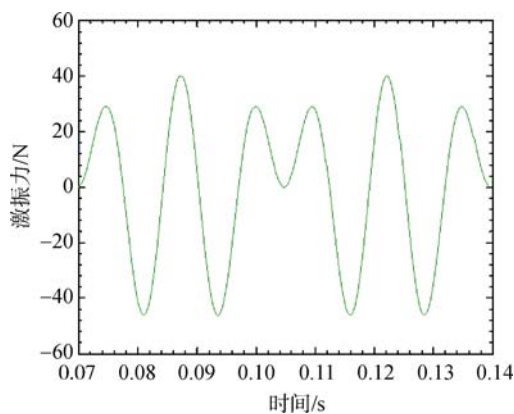


图 12 激振力时域曲线

Fig. 12 Time domain curve of the excitation

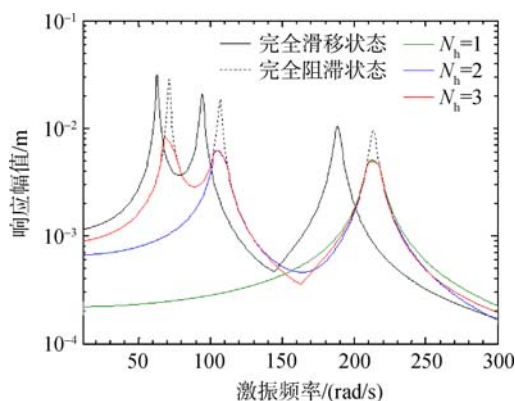


图 13 系统的频域响应曲线

Fig. 13 Curves of the frequency response of system

绍的时频转换法与高阶谐波平衡法联合求解的方法,克服了1阶谐波平衡法只能处理单谐波激励问题的情况的限制,能够较为准确地对宽频多阶次激励下的非线性系统的响应进行求解,同时计算效率远远高于Newmark法。图13表明,干摩

擦阻尼器对系统的各阶共振均有减振效果,但程度不一。为了使干摩擦阻尼器对各阶共振均具有最好的减振效果,需要在整个频带上研究干摩擦阻尼器设计参数对振动抑制效果的影响关系。

以图13对应的系统为例进行分析。频段1(1阶共振频域)对应的激振频率范围为 $[40, 90]$ rad/s,频段2(2阶共振频域)对应的激振频率范围为 $[80, 130]$ rad/s,频段3(3阶共振频域)对应的激振频率范围为 $[150, 250]$ rad/s。对应不同的正压力,各频段范围内的干摩擦阻尼系统频域响应曲线如图14~图16所示。计算结果显示,对于位于频段1的共振峰,使干摩擦阻尼器具有最优振动抑制效果的正压力值约为120 N,可使对应的振动峰值下降75.57%;对于位于频段2内的共振峰,使干摩擦阻尼器具有最优振动抑制效果的正压力值为80 N,可使对应的振动峰值下降76.05%;对于位于频段3内的共振峰,使干摩擦阻尼器具有最优振动抑制效果的正压力值为40 N,可使对应的振动峰值下降74.94%。

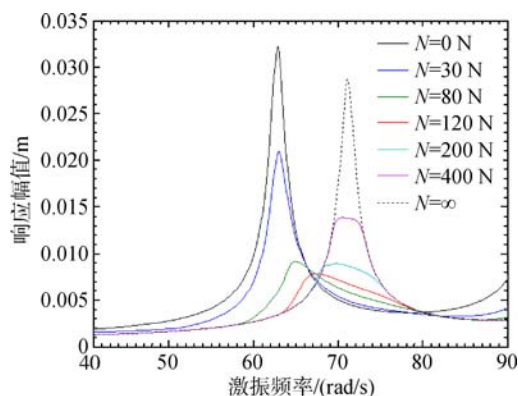


图 14 正压力对减振效果的影响(频段1)

Fig. 14 Damping effect for various values of the normal contact loads (frequency range 1)

由此可见,在宽频多阶次激励下,对应不同的振动峰值,使其有最大消减的最优正压力不同,即设计的阻尼器最优参数只能保证在一个响应峰值处有最佳振动抑制效果。在实际应用中仅针对某一峰值进行最优参数的设计而忽略其他响应峰值的变化往往不能保证系统达到减振需求,需综合考虑系统各阶共振的消减效果。仍以图13对应的系统为例,如果以所考虑的激振频率范围内所有响应峰值不能超过某一限度为设计目标,取正压力为120 N时,3个峰值的下降分别为75.57%,73.68%以及59.16%;此时虽然对位于频段2和

频段3中的振动峰值的抑制效果不是最优,但是由于位于频段1内的振动峰值最大,以1阶共振峰值为优化目标进行参数优化即可达到设计要求.对应的振动抑制效果对比如图17所示.

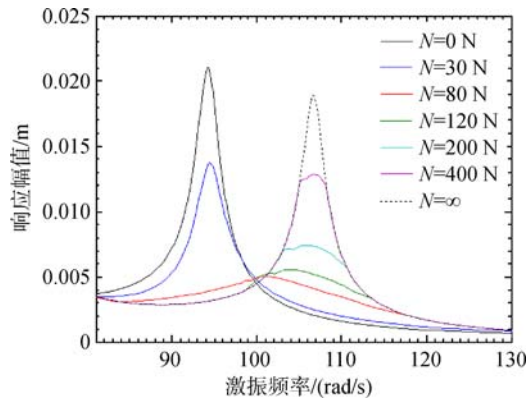


图15 正压力对减振效果的影响(频段2)

Fig. 15 Damping effect for various values of the normal contact loads (frequency range 2)

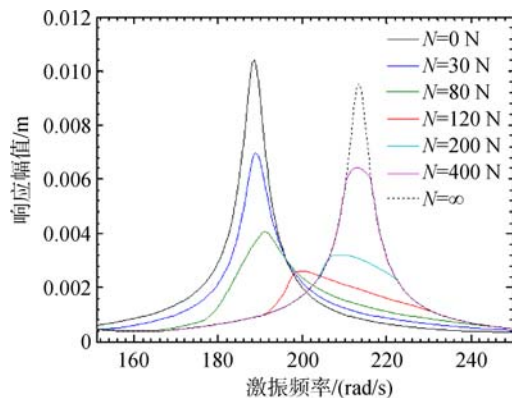


图16 正压力对减振效果的影响(频段3)

Fig. 16 Damping effect for various values of the normal contact loads (frequency range 3)

又如当激励力的形式如式(30)时

$$f(t) = F \cos(\omega t) + 4F \cos(2\omega t) - 2F \cos(3\omega t) \quad (30)$$

按2阶共振峰值为优化目标所得结果如图18所示(最优正压力为160N,图中用“Opt”表示),图中还给出了与其他工况的对比.

综上所述,在宽频多阶次激励下,需结合设计需求,确定阻尼器在整个工作频率范围内的优化目标,对阻尼器参数进行优化设计.

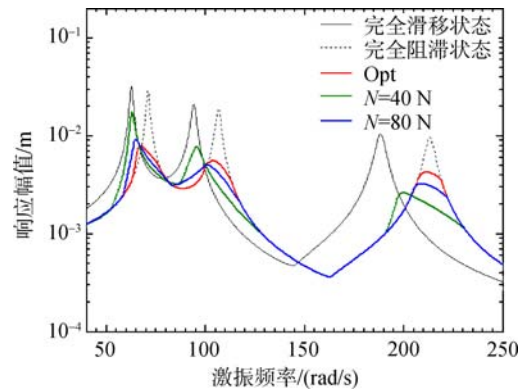


图17 整个频带上的振动抑制效果
(针对1阶共振峰)

Fig. 17 Comparison of the damping effects with different normal contact loads (to the 1st resonance peak)

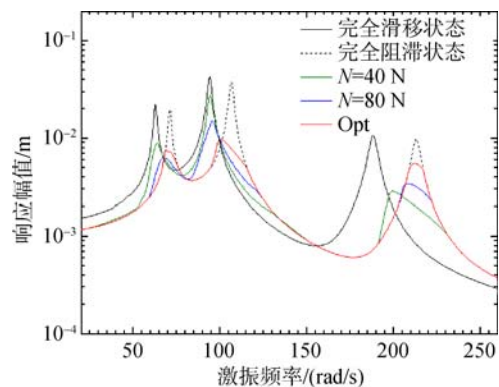


图18 整个频带上的振动抑制效果
(针对2阶共振峰)

Fig. 18 Comparison of the damping effects with different normal contact loads (to the 2nd resonance peak)

5 结 论

本文采用将时频转换法与高阶谐波平衡法相结合的方法,对典型航空发动机叶片缘板阻尼器对宽频多阶次激励的减振效果进行了计算与分析.对比了保留不同谐波阶数时的时域以及频域计算结果与作为精确结果的直接积分法(Newmark法)获得的计算结果,表明本文所采用的方法具有较高的计算精度,且计算效率远远高于直接积分法,并得出如下结论:虽然对于激励频率成分较为单一的情况,采用1阶谐波平衡法可以获得较为精确的频域响应结果,但对于激励成分更加丰富的宽频多阶次激励,则需要保留高阶谐波成分才能保证频域响应的计算精度.在宽频多阶

次激励下,对应于不同频率成分所激起的振动峰值,干摩擦阻尼器的最优减振设计参数不同.在实际设计过程中,应首先对外激励的频率成分进行分析,确定干摩擦阻尼器的工作频率范围,然后针对激振频率带宽、其中的共振响应及具体的减振需求设计优化目标,对阻尼器参数进行优化设计,以保证干摩擦阻尼器在整个工作频域上具有较为理想的振动抑制效果.

参考文献:

- [1] Griffin J H. A review of friction damping of turbine blade vibration[J]. International Journal of Turbo and Jet Engines, 1990, 7(3/4): 297-308.
- [2] 单颖春,郝燕平,朱梓根,等.干摩擦阻尼块在叶片减振方面的应用与发展[J].航空动力学报,2001,16(3):218-223.
- SHAN Yingchun, HAO Yanping, ZHU Zigen, et al. Application and development of platform friction damper for depressing resonant vibration of blades[J]. Journal of Aerospace Power, 2001, 16(3): 218-223. (in Chinese)
- [3] Wang J H, Shieh W L. The influence of a variable friction coefficient on the dynamic behavior of a blade with a friction damper[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 149(1): 137-145.
- [4] Wang J H, Chen W H. Investigation of the vibration of a blade with friction damper by HBM[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1993, 115(2): 294-299.
- [5] Pierre C, Ferri A A, Dowell E H. Multi-harmonic analysis of dry friction damped systems using an incremental harmonic balance method[J]. Journal of Applied Mechanics, 1985, 52(4): 958-964.
- [6] Cameron T M, Griffin J H. An alternating frequency/time domain method for calculating the steady-state response of nonlinear dynamic systems[J]. Journal of Applied Mechanics, 1989, 56(1): 149-154.
- [7] Guillen J. Studies of the dynamics of dry-friction-damped blade assemblies[D]. Michigan: University of Michigan, 1999.
- [8] Poudou O. Modeling and analysis of the dynamics of dry-friction-damped structural systems[D]. Michigan: University of Michigan, 2007.
- [9] Poudou O, Pierre C. Hybrid frequency-time domain methods for the analysis of complex structural systems with dry friction damping[R]. AIAA-2003-1411, 2003.
- [10] Nacivet S, Pierre C, Thouverez F, et al. A dynamic Lagrangian frequency-time method for the vibration of dry-friction-damped systems[J]. Journal of Sound and Vibration, 2001, 265(1): 201-219.
- [11] Laxalde D, Thouverez F, Sinou J J, et al. Qualitative analysis of forced response of blisks with friction ring dampers[J]. European Journal of Mechanics A: Solids, 2007, 26(4): 969-978.
- [12] Herzog A, Krack M. Comparison of two widely-used frequency-time contact models for the vibration simulation of shrouded turbine blades[C]//Proceedings of ASME Turbo Expo 2014. Dusseldorf, Germany: ASME, 2014: 7-18.
- [13] Krack M, Herzog A, Panning S, et al. Multiharmonic analysis and design of shroud friction joints of bladed disks subject to microslip[C]//Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference. Chicago, USA: ASME, 2012: 1-10.
- [14] 刘雅琳,上官博,徐自立.抗叠混时频域融合算法及在叶片响应分析中的应用[J].航空动力学报,2012,27(6):1238-1242.
- LIU Yalin, SHANGGUAN Bo, XU Zili. Anti-analysis alternating frequency/time domain method its application in response analysis of blade systems[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(6): 1238-1242. (in Chinese)
- [15] 李琳.考虑库伦阻尼时叶盘系统振动响应的求解方法[J].航空动力学报,1998,13(4):366-370.
- LI Lin. A solution for dynamic response of shrouded bladed disc with coulomb damping[J]. Journal of Aerospace Power, 1998, 13(4): 366-370. (in Chinese)
- [16] 李琳,范雨.二自由度扭转干摩擦系统的频域响应计算方法[J].航空动力学报,2013,28(4):850-857.
- LI Lin, FAN Yu. Frequency domain solution of 2-DOF torsional dry friction system[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(4): 850-857. (in Chinese)
- [17] 王培屹.叶盘结构流致振动抑制问题研究[D].北京:北京航空航天大学,2014.
- WANG Peiyi. Research on vibration suppression theory of bladed disk of aeroengine under fluid excitation[D]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2014. (in Chinese)
- [18] 吴向宇,韩绪军,张海洋,等.高压涡轮工作叶片缘板阻尼器结构设计分析[J].航空动力学报,2014,29(6):1376-1381.
- WU Xiangyu, HAN Xujun, ZHANG Haiyang, et al. Analysis and design of platform damper construction for high pressure turbine blade[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(6): 1376-1381. (in Chinese)

(编辑:陈越)