

基于 BP 人工神经网络的离心压气机 叶轮多目标优化设计方法

罗 明^{1,2}, 左志涛¹, 李弘扬^{1,2}, 李 文¹, 陈海生¹

(1. 中国科学院 工程热物理研究所, 北京 100190;

2. 中国科学院大学, 北京 100190)

摘 要: 利用 Concept NREC 软件建立离心压气机叶轮设计样本库, 借助 BP(back propagation)人工神经网络建立样本库中各设计参数与压气机性能之间的关系, 接下来以多目标遗传算法寻找 Pareto 解, 从而获得离心压气机叶轮最佳设计参数. 将该方法应用于 Krain 叶轮设计工况, 所得叶轮的效率、压比较 Krain 叶轮原型分别提高 1.4% 和 10.9%. 通过对人工神经网络模型可靠性的讨论、多目标优化模型的主成分分析和所设计叶轮性能的 CFD 验证, 证明了所构建的目标函数与所获得的 Pareto 解集的合理性, 说明本方法可以有效应用于在离心压气机设计、选型.

关 键 词: 离心压气机叶轮设计; 多目标优化; 遗传算法; 人工神经网络; 主成分分析

中图分类号: V435⁺.11; TK14

文献标志码: A

Multi-objective optimization design of centrifugal compressor impeller based on BP artificial neural network

LUO Ming^{1,2}, ZUO Zhi-tao¹, LI Hong-yang^{1,2},

LI Wen¹, CHEN Hai-sheng¹

(1. Institute of Engineering Thermophysics,

Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

2. University of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: The database of the centrifugal compressor impeller performance was given by Concept NREC software. The relationship of the impeller's main design parameters and performance was established by BP (back propagation) artificial neural network. Then the optimal array of main design parameters was acquired by the multi-objective genetic algorithm. This design method was used to satisfy Krain impeller's performance objective; the optimized impeller's efficiency and pressure ratio increased by 1.4% and 10.9%, respectively. Through discussion of artificial neural network model's reliability, multi-objective optimization model's principal component analysis and the impellers' CFD numerical simulation verification, the validity of objective functions and Pareto optimal solutions was proved, the effectiveness of the present centrifugal compressor design method was well confirmed.

Key words: centrifugal compressor impeller design; multi-objective optimization; genetic algorithm; artificial neural network; principal component analysis

在离心压气机的初始设计阶段, 设计者首先要解决的是主要结构参数和气动参数耦合的多变

收稿日期: 2015-01-15

基金项目: 国家高技术研究发展计划(2013AA050801); 科技部国际合作项目(2014DFA60600)

作者简介: 罗明(1989—), 男, 湖北襄阳人, 硕士生, 主要从事离心压气机设计研究.

量非线性优化问题。目前,设计人员主要依靠热力学模型和经验公式粗选基本设计参数,但是这一方法严重依赖于设计者的经验,且不易获得各设计参数的最优组合。为了解决这一问题,研究者尝试将各种优化方法应用到离心压气机叶轮初始设计阶段。肖翔等^[1]利用了北美研究公司早期的一维损失模型和遗传算法,提出了离心压气机优化设计算法。杨策等^[2]提出了一种效率寻优的离心压气机设计方法,类似寻优方法还应用于离心压气机无叶扩压器的气动优化设计^[3]和翼型的优化设计^[4]。但是该类优化方法要求目标函数线性可微,优化变量较少,难获得全局最优解。文献^[5-6]给出了三维流动下基于参数化叶片的转子优化方法。西安交通大学丰镇平等^[7-10]给出了不同优化算法的三维参数化转子优化方法。近些年,数值优化方法结合三维 CFD 结果反复修改流道与叶片型线的方法,特别是在变工况性能设计领域,已经取得了一定的成果^[11-13]。但是该类方法计算量大,优化结果受到设计参数初选过程的制约,而且会在优化过程中损失一些优秀的叶型。

神经网络良好的自适应性、自组织性和容错性使其具有较强的学习、联想和识别功能。进化算法所具有的良好全局搜索能力和无需误差函数的梯度就可以搜索到问题近似最优解的能力,引起了人们对两者的结合的广泛关注,并形成了一种新的研究方向——进化型神经网络^[14]。本文利用经过众多实验数据修正的 Concepts NREC 软件一维计算模块建立离心压气机叶轮设计样本库代替实验数据,借助人工神经网络建立样本库各设计参数与叶轮气动性能之间的关系,以多目标遗传算法寻找 Pareto 解,从而获得离心压气机最佳叶轮设计参数组合。最后,通过对人工神经网络模型的可靠性分析,对多目标优化模型的可靠性分析,对本文设计方法应用于 Krain 叶轮额定工况所设计的叶轮与原型叶轮的性能对比,证明了本方法应用于离心压气机选型时的有效性。

1 离心压气机叶轮多目标优化设计方法

离心压气机叶轮多目标设计优化方法分为 4 个部分,如图 1 所示。首先,通过 Concepts NREC 软件的 Compal 模块对离心压气机叶轮多种设计参数组合方案下的效率、压比和流量建立样本库。然后,利用样本库训练生成可用于表征叶轮参数关系的人工神经网络模型。再将离心压气机叶轮

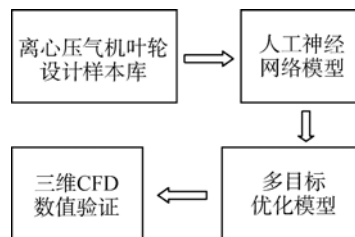


图 1 离心压气机叶轮多目标设计优化方法

Fig. 1 Multi-objective design method of centrifugal compressor impeller

设计人工神经网络模型同多目标优化算法整合,建立叶轮多目标优化设计模型,寻找最优叶轮设计参数。最后,利用 CFD 数值模拟验证叶轮设计参数有效性。下面分别对前 3 个子模块进行详细描述。

1.1 离心压气机叶轮设计样本库

本文利用 Concept NREC 软件,将其他非优化变量保持不变,得到不同叶轮转速 n 、入口轮缘半径 r_{1h} 、入口轮毂半径 r_{1s} 、转子出口半径 r_2 和叶片入口气流角 β 情况下离心压气机的效率 η 、压比 π 和流量 $\dot{m}$ 。将所得的数据整理,建立离心压气机叶轮设计样本库。

1.2 人工神经网络模型

本文利用 MATLAB 软件建立自变量(转速、入口轮缘半径、入口轮毂半径、叶片入口气流角和转子出口半径)与因变量(效率、压比和流量)的人工神经网络模型,即 $(\eta, \pi, \dot{m}) \sim f(n, r_{1h}, r_{1s}, \beta, r_2)$ 。方法如下:

- 1) 对样本预处理,随机从样本库中抽取一部分样本用于训练人工神经网络,一部分作为校验样本。
- 2) 将 $n, r_{1h}, r_{1s}, \beta, r_2$ 作为输入层变量,将 $\eta, \pi, \dot{m}$ 作为输出层变量。
- 3) 选择合适的隐藏层数、隐藏层节点数和传递函数。
- 4) 利用原始数据对生成的网络进行校验。
- 5) 改变隐藏层数,观察是否存在过拟合现象。

1.3 多目标优化模型

本文应用多目标遗传算法,寻找 1.2 节所得的人工神经网络的最优解。该离心压气机反问题设计的目标为:在设计流量下,寻找较高的效率与满足设计要求的压比的主几何尺寸的组合。该优化设计问题可以表述为(边界条件可针对不同设计需求做相应改变):

$$\begin{cases} \text{objective function 1: max}(f_1) \\ \text{objective function 2: max}(f_2) \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} f_1 = \eta(\mathbf{x}) \\ f_2 = \exp\{-[(\pi_0 - \pi(\mathbf{x}))/C\pi_0]^2\} \end{cases},$$

$$\mathbf{x} = (n, r_{1h}, r_{1s}, r_2, \beta)^T$$

$$\text{s. t. } \begin{cases} 17\,000 \leq n \leq 25\,000 \\ 10 \leq r_{1h} \leq 80 \\ 80 \leq r_{1s} \leq 150 \\ 150 \leq r_2 \leq 270 \\ \beta = 60 \end{cases}$$

式中 C 为经验系数。

2 数值方法验证

本文采用 CFX 软件对 Krain 叶轮进行数值模拟, 利用 Axcnt 以及 TurboGrid 软件, 对 Krain 叶轮及优化设计的叶轮进行几何以及网格建模, 叶顶间隙均采用从入口 0.5 mm 至出口 0.3 mm 的线性变化, 经网格无关性验证, 采用网格数为 287 144, 得到的几何以及网格模型如图 2 所示。入口边界条件给定总温、总压, 出口给定流量, 设定收敛残差为 1×10^{-6} 。

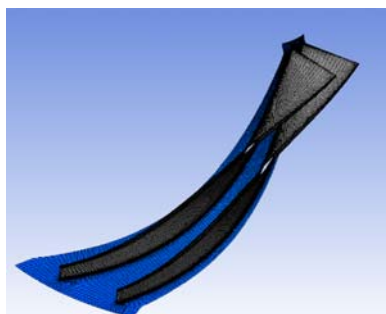


图 2 叶轮流道网格示意图

Fig. 2 Computational grid along flow path of impeller

计算所得 Krain 叶轮设计工况下效率及压比分别为 91.72%, 4.33, 接近效率及压比的实验测量值 92%, 4.3。图 3^[15] 给出了叶轮出口子午流速的计算值与实验测量值的分布, 从图中可以看出两者在流道上方的滞止区、叶片压力面(PS)附近和轮毂—吸力面(SS)角区速度等值线分布相同, 计算结果能够很好地反映出子午速度的分布特点并显示了与实验测量一致的尾迹区形态。其中具体数值上的差别是由于 LDV (laser Doppler velocimetry) 测量技术本身测量误差较大。CFD 计算结果与实验结果中叶轮性能及流场细节的对比验证了本文所用 CFD 方法的准确性和可靠性。同样, 对优化设计的叶轮进行 CFD 模拟, 计算方法和设置与 Krain 叶轮模拟保持一致, 在此不再

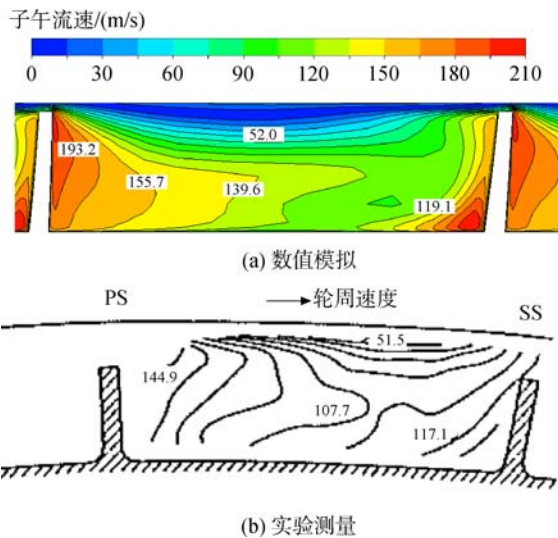


图 3 Krain 叶轮出口子午流速分布图^[15]

Fig. 3 Meridional velocity distribution at Krain impeller's outlet^[15]

赘述。

3 优化设计实例

本文采用 Krian 博士实验研究的半开式后弯三维叶轮作为验证对象, 该转子设计转速为 22 363 r/min, 设计流量为 4.0 kg/s, 设计压比为 4.7^[16]。本文针对 Krain 叶轮的设计工况, 给出多目标优化设计下的最优叶轮, 并进行建模与数值验证。在建立样本库的过程中, 叶片入口厚度设为 4 mm, 出口厚度为 2 mm, 叶片后弯角度统一设置为 30°, 为方便与原 Krain 叶轮进行对比, 所有叶轮均采用与原型相同的出口叶高 14.7 mm, 并配半径为 290 mm 的等宽无叶扩压器。样本库样本容量为 28 000。

利用本文 1.2 节所得的人工神经网络获得 Pareto 解集, 其压气机压比与效率的对应关系如图 4 所示。

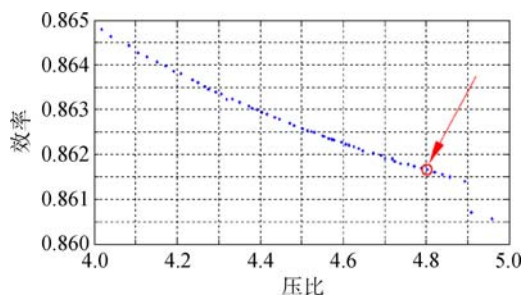


图 4 Pareto 解集压比与效率对应关系

Fig. 4 Pareto-optimal solutions' pressure ratio and efficiency

从图 4 可以看出压比为 4.7 附近 Pareto 解集的效率变化较小,考虑到扩压器及蜗壳中的总压损失,在 Pareto 解集中选取压比为 4.8 的方案并提取出各变量值,优化方案各尺寸与原型对比如表 1.

表 1 优化方案与原方案对比

Table 1 Comparison of optimized geometry with Krain impeller

参数	标识	数值	
		Krain 叶轮	优化叶轮
叶轮转速/(r/min)	A	22 363	17 000
入口轮缘半径/mm	B	112.8	118
入口轮毂半径/mm	C	45	52
转子出口半径/mm	D	200	262.9
入口轮盖叶片角/(°)	E	60	60
设计流量/(kg/s)	M	4	4

为验证优化后的几何尺寸对叶轮气动性能的影响,需要对优化方案的叶轮进行三维建模与数值模拟.为保证优化设计的叶轮与 Krain 叶轮的比较性,优化设计的叶轮采用与 Krain 叶轮原型相同的叶片数、流动角、后弯角与厚度分布,如图 5 所示,横坐标 M 为某一叶高截面上流向相对位置^[15].利用 Axcient 进行建模,可以得到优化叶轮的三维模型,如图 6 所示.

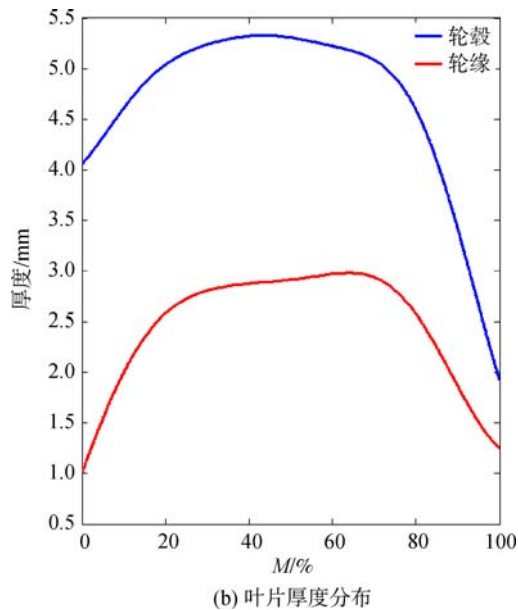
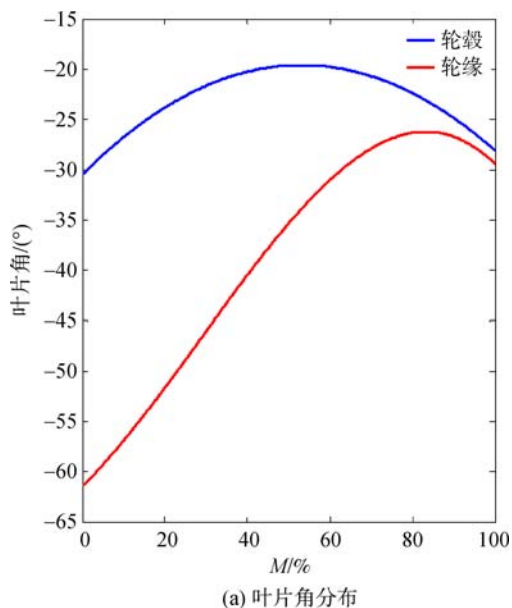


图 5 优化设计的叶轮叶片角与叶片厚度分布^[15]
Fig. 5 Distribution of the optimized impeller's blade angle and thickness^[15]

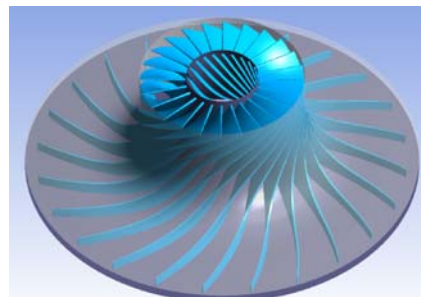


图 6 优化设计的叶轮
Fig. 6 Optimized impeller

4 分析与讨论

本文进行如图 1 所示的建模过程中,需要考虑以下两个问题:人工神经网络模型可靠性与多目标优化模型可靠性.人工神经网络模型可靠性是指人工神经网络预测结果与 Concept NREC 样本库结果的一致性.优化模型可靠性是指利用优化算法寻找的最优 Pareto 解集是否能够继承 Concept NREC 样本库的特性并拥有足够的物理意义.而以上两点均需要结合 CFD 结果加以分析,下面分 3 个部分进行讨论.

4.1 人工神经网络结果分析与讨论

图 7 给出了人工神经网络校验结果,从中可以看出,在 200 个校验样本检测下,人工神经网络预测函数值与校验函数值吻合较好,说明该网络能够反映离心压气机叶轮设计过程中基本参量之

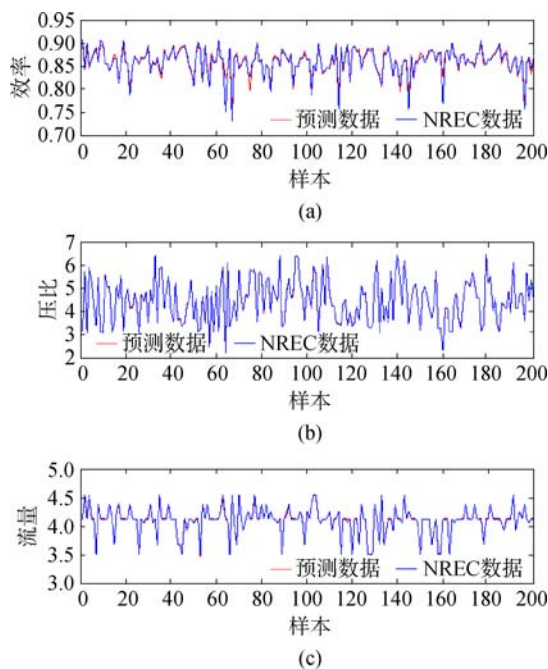


图7 人工神经网络效率、压比和流量预测值与 Concept NREC 样本库数值比较

Fig. 7 Comparison of efficiency, pressure ratio, mass flow rate between the prediction of artificial neural system and Concept NREC results

间的关系.

为了避免过拟合现象,隐藏层节点数不能过高. 本文不断改变隐藏层节点数,分析不同隐藏层数预测平均误差和方均根误差,其中平均误差定义为

$$\Delta_{k,m} = \frac{1}{N_{\text{train}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{train}}} \left[\frac{1}{N_{\text{sample}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{sample}}} (y_{k,m,i,j}^* - y_{k,m,i,j}^0) \right] \quad (2)$$

方均根误差定义为

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{1}{N_{\text{train}}} \sum_{i=1}^{N_{\text{train}}} \left[\frac{1}{N_{\text{sample}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{sample}}} (y_{k,i,j}^* - y_{k,i,j}^0) - \Delta_k \right]^2} \quad (3)$$

其中 y^* 为预测值, y^0 为样本库数据, 下标 k 指不同隐藏层节点数, 下标 m 指不同输出变量, 下标 i 指不同训练次数, 下标 j 指不同样本, N_{sample} 是样本总数, N_{train} 是训练样本数.

校验样本数为 50, 每个节点数反复训练 50 次, 各节点数下效率、压比和流量的平均误差和方均根误差分布如图 8 所示. 从图中可以看出, 效率和流量的平均误差较小, 效率平均误差波动最小, 压比平均误差波动最大. 3 个输出变量的平均误差平均值 Δ_k 在 $-1 \times 10^{-4} \sim 1 \times 10^{-4}$ 之间, 当隐藏层

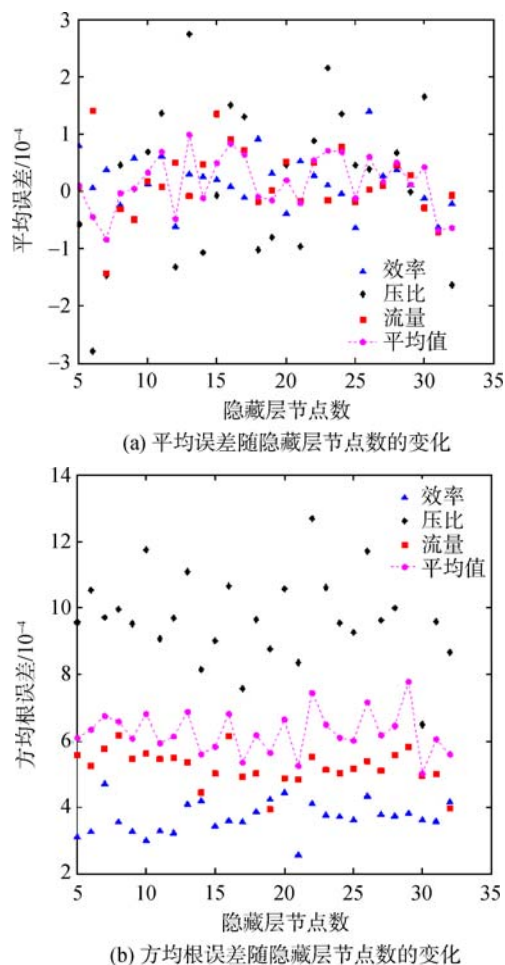


图8 平均误差与方均根误差随隐藏层节点数的变化
Fig. 8 Influence of hidden layer nodes number on mean error and root mean square error

节点数为 7, 31 和 32 时平均误差平均值较小. 但是, 随着隐藏层节点数增加, 平均误差、方均根误差波动越大. 当隐藏层节点数为 7 时, 平均误差平均值较小, 同时方均根误差也相对稳定. 因此, 本文隐藏层节点数选取 7 是合适的.

4.2 多目标优化结果分析与讨论

离心压气机设计参数之间为非线性对应关系, 因此需要讨论通过人工神经网络建模后, 多目标优化模型给出的 Pareto 解集能否反映样本库特征. 将样本库和 Pareto 解做主成分分析, 结果如表 2 和表 3 所示. 从表 2 中可以看出, 转速、入口轮缘半径、入口轮毂半径和转子出口半径的样本库初始特征值方差较大, 对离心压气机设计影响较大, 这与离心压气机设计变量选取一致. 从表 3 中可以看出, 经过人工神经网络建模和多目标优化算法的寻优, 得到的 Pareto 解中, 相比于样本库的主成分构成, Pareto 解集特征值大于 1 的变量仅有转速, 说明得到的 Pareto 解是合理的^[17-18].

表 2 样本库主成分分析

Table 2 Principal component analysis of database

成分	样本库初始特征值			样本库提取平方和载入		
	合计	方差/%	累积/%	合计	方差/%	累积/%
A	2.7176	33.97	33.97	2.7176	33.97	33.97
B	1.6262	20.328	54.298	1.6262	20.328	54.298
C	1.4314	17.893	72.191	1.4314	17.893	72.191
D	1.0474	13.093	85.284	1.0474	13.093	85.284
E	0.8745	10.931	96.215			
η	0.2927	3.6583	99.873			
π	0.0097	0.1216	99.995			
m	0.0004	0.0054	100.000			

表 3 Pareto 解主成分分析

Table 3 Principal component analysis of Pareto solutions

成分	样本库初始特征值			样本库提取平方和载入		
	合计	方差/%	累积/%	合计	方差/%	累积/%
A	6.447	80.592	80.592	6.447	80.592	80.592
B	0.636	7.951	88.542			
C	0.421	5.258	93.801			
D	0.285	3.564	97.364			
E	0.186	2.320	99.684			
η	0.025	0.315	99.999			
π	6×10^{-5}	7×10^{-4}	100			
m	4×10^{-5}	4×10^{-4}	100			

4.3 数值模拟结果分析与讨论

本文利用第 2 节经过验证的数值方法与网格对优化设计的叶轮进行数值模拟. 表 4 给出了 Krain 叶轮以及优化设计的叶轮模拟结果的比较. 从表 4 可以看出, 优化设计的叶轮的效率相对

Krain 叶轮提高了 1.4%, 压比更加接近设计值, 说明了优化设计的叶轮相对 Krain 叶轮更加符合设计要求.

由获得的三维流动数值分析结果可以解释优化叶轮气动性能提高的原因. 优化设计的叶轮入口通流面积增大 4.88%, 叶尖在入口轮毂处的圆周速度为 210.7 m/s, 低于 Krain 叶轮的 262.2 m/s. 图 9 所示为 Krain 叶轮与优化设计的叶轮入口截面的相对马赫数分布, 可以看出: 优化设计的叶轮入口轮盖处叶片吸力面的高速区大为减小, 整个入口截面速度分布更加均匀, 在表面入口处发生展向二次流动的趋势较弱, 且吸力面至压力面由于流速不同带来的逆压力梯度较小, 可以延后尾迹区的出现的位置.

优化设计的叶轮轮周速度与 Krain 叶轮均为 468 m/s, 两者使用相同的出口叶高, 优化设计的

表 4 计算结果对比

Table 4 Comparison of numerical simulation

参数	数值	
	Krain 叶轮	优化叶轮
设计压比	4.7	4.8
计算压比	4.33	4.80
计算效率/%	91.72	93.16
计算流量/(kg/s)	4.00	4.00

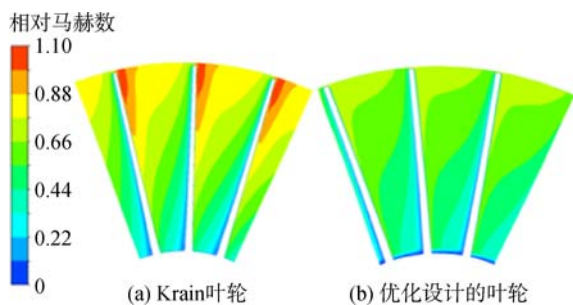


图9 叶轮入口截面的相对马赫数分布

Fig. 9 Relative mach number distribution at impeller inlet

叶轮出口面积增大 31.45%。图 10 所示为 Krain 叶轮与优化设计的叶轮子午流道的速度分布,从图中可以看出优化设计的叶轮出口处子午流速低于 Krain 叶轮出口子午流速,并且整个流道大部分区域展向的子午流速的梯度均小于 Krain 叶轮,这都有利于抑制 S_2 流面内的二次流动。

图 11 所示为 Krain 叶轮与优化设计的叶轮的子午流道内的静压分布。图 12 所示为 Krain 叶

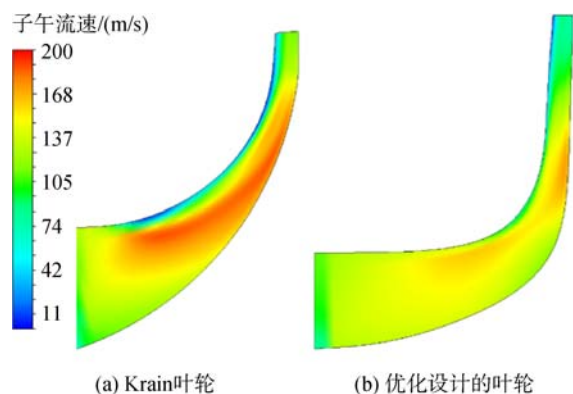


图10 叶轮子午流道内速度分布

Fig. 10 Meridional velocity distribution of impeller

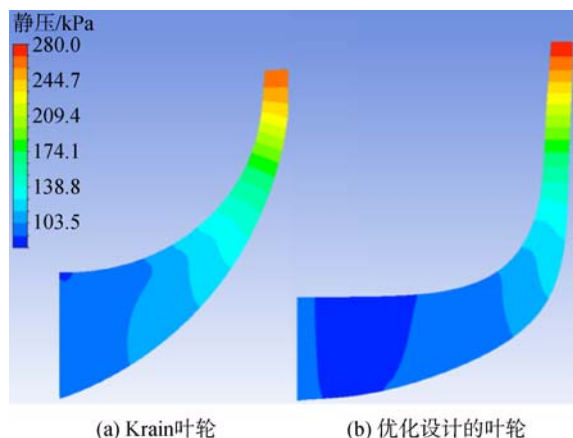


图11 叶轮子午流道内静压分布

Fig. 11 Static pressure distribution along meridional flow path of impeller

轮与优化设计的叶轮出口截面静压分布。可以看出优化设计的叶轮出口处静压高于 Krain 叶轮,且在展向和轮周周向压力分布更均匀,有利于提高下游扩压器流场的气动效率。

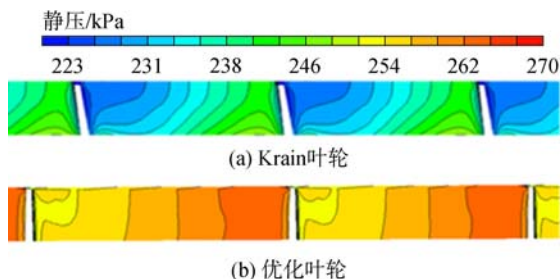


图12 叶轮出口截面静压分布

Fig. 12 Static pressure distribution at impeller's outlet

5 结 论

本文建立了一种基于人工神经网络和多目标遗传算法的离心压气机叶轮优化设计方法,用该方法设计了满足 Krain 叶轮设计压比、流量的叶轮,并以 CFD 方法对两者进行了模拟对比。本文研究得出以下结论:

1) 人工神经网络模型可以用来拟合离心压气机设计结构参数之间的关系。

2) 多目标遗传算法可以找到离心压气机设计人工神经网络模型的最优解。

3) 通过主成分分析,说明该算法得到的 Pareto 解集可以反映原有样本库基本特征。

4) 通过对 Krain 叶轮重构的三维模型 CFD 数值模拟结果与原 Krain 叶轮实验测量结果及优化设计的转子的 CFD 计算结果的对比,验证了该次数值计算的可靠性,优化后的几何尺寸使得效率和压比均有提高。

综上所述,本方法可以较为准确地为离心压气机叶轮主要几何尺寸的选型提供参考,实现了多维非线性压气机反问题的求解,印证了分析实验数据的统计规律对新设计的指导意义。

参考文献:

- [1] 肖翔,赵晓路.遗传算法在离心压缩机参数优化中的应用[J].工程热物理学报,2001,22(5):581-584.
XIAO Xiang,ZHAO Xiaolu. An application of GA in centrifugal compressor's optimization[J]. Journal of Engineering Thermophysics,2001,22(5):581-584. (in Chinese)
- [2] 杨策,马朝臣,王樵,等.离心压气机的初步设计及其优化方法[J].内燃机学报,2001,19(5):454-458.
YANG Ce,MA Chaochen,WANG Qiao,et al. Centrifugal

- compressor preliminary design and numerical optimization[J]. Transactions of CSICE, 2001, 19(5): 454-458. (in Chinese)
- [3] Lee Y T, Luo L, Bein T W. Direct method for optimization of a centrifugal compressor vaneless diffuser[J]. Journal of Turbomachinery, 2001, 123(1): 73-79.
- [4] Baysal O, Eleshaky M E. Aerodynamic design optimization using sensitivity analysis and computational fluid dynamics[J]. AIAA Journal, 1992, 30(3): 718-725.
- [5] 卢金玲, 席光, 祁大同. 三元叶轮子午流道和叶片的优化方法[J]. 西安交通大学学报, 2005, 39(9): 1021-1025.
LU Jinling, XI Guang, QI Datong. Optimization method of meridional channel and blade in 3-D impeller[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2005, 39(9): 1021-1025. (in Chinese)
- [6] 刘小民, 张文斌. 采用遗传算法的离心叶轮多目标自动优化设计[J]. 西安交通大学学报, 2010, 44(1): 31-35.
LIU Xiaomin, ZHANG Wenbin. Multi-objective automatic optimization design of centrifugal impeller based on genetic algorithm[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2010, 44(1): 31-35. (in Chinese)
- [7] 丰镇平, 李军, 任斌, 等. 气动优化设计中的进化计算[J]. 热力透平, 2003, 3(1): 6-16.
FENG Zhenping, LI Jun, REN Bin, et al. Evolutionary computation in aerodynamic optimization design[J]. Thermal Turbine, 2003, 3(1): 6-16. (in Chinese)
- [8] 童彤, 丰镇平, 孟庆集. 模拟退火算法在透平叶栅多目标优化设计中的应用[J]. 西安交通大学学报, 1999, 33(3): 64-67.
TONG Tong, FENG Zhenping, MENG Qingji. Simulated annealing algorithm applied to optimize design of turbine cascades[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 1999, 33(3): 64-67. (in Chinese)
- [9] 宋立明, 丰镇平, 李军. 基于Internet网络的主从式并行遗传算法及其在叶栅优化中的应用[J]. 机械科学与技术, 2004, 23(3): 576-579.
SONG Liming, FENG Zhenping, LI Jun. A master-server parallel genetic algorithm based on Internet and its application to optimization design of blades[J]. Mechanical Science and Technology, 2004, 23(3): 576-579. (in Chinese)
- [10] 童彤, 丰镇平. 基于遗传算法的透平级多目标优化设计[J]. 工程热物理学报, 2000, 21(5): 576-578.
TONG Tong, FENG Zhenping. Multiobjective optimal design for turbine stage with genetic algorithm[J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2000, 21(5): 576-578. (in Chinese)
- [11] Obayashi S, Tsukahara T, Nakamura T. Cascade airfoil design by multiobjective genetic algorithms[C]//Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms in Engineering Systems: Innovations and Applications. Glasgow, UK: IET, 1997: 24-29.
- [12] Köller U, Mönig R, Küsters B, et al. Development of advanced compressor airfoil for heavy-duty gas turbine: Part I design and optimization[J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 122(3): 397-405.
- [13] 周正贵, 汪光文. 基于数值优化方法的离心压气机工作轮气动设计[J]. 航空学报, 2006, 27(1): 10-15.
ZHOU Zhenggui, WANG Guangwen. Aerodynamic design of impeller using numerical optimization method[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(1): 10-15. (in Chinese)
- [14] 雷德明, 严新平. 多目标智能优化算法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [15] Krain H, Hoffmann W. Verification of an impeller design by laser measurements and 3D-viscous flow calculations[R]. ASME Paper 89-GT-159, 1989.
- [16] Krain H. Swirling impeller flow[J]. Journal of Turbomachinery, 1988, 110(1): 122-128.
- [17] 倪雪梅. 精通 SPSS 统计分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010.
- [18] Shlens J. A tutorial on principal component analysis, systems neurobiology[J]. Eprint Arxiv, 2014, 58(3): 219-226.

(编辑: 陈越)