

基于 Kane 方法的直升机-柔性绳索-吊挂
系统动力学建模

万绍峰^{1,3}, 曹义华¹, 黄磊²

(1. 北京航空航天大学 航空科学与工程学院, 北京 100191;
2. 中国航空工业集团公司 中国直升机设计研究所 总体室, 江西 景德镇 333001;
3. 中国船舶重工集团公司 第 710 研究所 研发部, 湖北 宜昌 443003)

摘 要: 完成了基于 Kane 方法的直升机-柔性绳索-吊挂系统的动力学建模. 通过运动学描述, 将系统分为直升机本体、吊挂绳索和吊挂载荷三部分. 直升机本体为六自由度刚体; 吊挂绳索模拟为集中质点模型, 质点间用弹簧连接; 吊挂载荷模拟为三自由度质点. 考虑重力、气动力和弹性力的影响, 建立直升机-吊挂系统的 Kane 动力学方程. 针对直升机本体和考虑吊挂绳索柔性的直升机-柔性绳索-吊挂系统这两种模型, 计算了它们在不同前飞速度下的配平状态, 分析了其运动模态并进行对比. 仿真结果表明: 外吊挂引入后, 直升机需要额外的总距操纵; 考虑吊挂绳索柔性后, 直升机长周期运动的收敛/发散速度变慢; Kane 方法适用于直升机-柔性绳索-吊挂系统的动力学建模, 方程整齐简洁, 编程求解方便.

关 键 词: 直升机; 吊挂; 柔性绳索; Kane 方法; 动力学模型

中图分类号: V212.4 文献标志码: A

Dynamic modeling of helicopter-flexible rope-slung load system
based on Kane's method

WAN Shao-feng^{1,3}, CAO Yi-hua¹, HUANG Lei²

(1. School of Aeronautic Science and Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. The General Office, China Helicopter Research and Development Institute,
Aviation Industry Corporation of China, Jingdezhen Jiangxi 333001, China;
3. Research and Development Department, 710 Institute,
China Shipbuilding Industry Corporation, Yichang Hubei 443003, China)

Abstract: A dynamic model of a helicopter-flexible rope-slung load system based on Kane's method was completed. Through kinematical description of the system, the system was divided into three parts, i. e., helicopter ontology, slung rope and slung load. The helicopter ontology is a six-degree-of-freedom rigid body. The slung rope was simulated by a spring-connected lumped mass model; the slung load was simulated by a three-degree-of-freedom mass. Kane's dynamical equations of the helicopter-flexible rope-slung load system were established in the consideration of gravitational forces, aerodynamic forces and elastic forces. For the helicopter ontology and the helicopter-flexible rope-slung load system in consideration of flexible rope, the trim states at different forward velocities were computed first, then the motion modes were analyzed and compared. Simulation results show: the helicopter needs extra collective pitch with introduction of slung load; convergent/divergence

rate of helicopter phugoid motion slows down in consideration of flexible rope; Kane’s method is suited for building up the dynamic model of helicopter-flexible rope-slung load system, the equations are simple, shipshape and suited for programmable calculation.

Key words: helicopter; slung load; flexible rope; Kane’s method; dynamic model

直升机吊挂运输是直升机的主要工作特点之一。吊挂运输无需考虑直升机的装载容积与货物外形之间的匹配,也不必进行专门的舱门设计,可以在一般运输工具难以达到的地方迅速、高效地完成起降,大大拓宽了运输范围。

开展直升机吊挂飞行研究,首先需要建立直升机吊挂系统的动力学模型。国外学者自 20 世纪 70 年代起,就开展了相关方面的研究。Fusato 等^[1]将吊挂绳索视为无质量的刚性杆,推导出完整的直升机吊挂系统方程。Luigi 等^[2]做了系统的工作,给出了单点吊挂、多点吊挂、多机协同吊挂等不同吊挂形式的方程。他们考虑吊挂绳索柔性时,绳索整体被视为一无质量的弹簧。Morten 等^[3]基于 Udwadia-Kalaba 方程推导直升机吊挂系统方程,并完成了实验验证。国内陆续有不少学者开展了直升机吊挂方面的研究^[4-7],但鲜少有就建模问题展开深入研究。

20 世纪 60 年代,美国斯坦福大学的 Kane 等根据“偏速度”、“偏角速度”等概念和恰当选取广义速率的原则,发展了一种建立多刚体系统动力学方程的新方法——Kane 方法^[8]。Kane 方法能简明地推导出多自由度系统的动力学方程,且方程易于在计算机上实现编程计算,被广泛应用于刚柔耦合系统、复杂航天器^[9-10]、机器人^[11-12]等研究领域。

本文采用 Kane 方法^[13],吊挂绳索模拟为多质点-弹簧模型,吊挂物模拟为质点,考虑吊挂物气动力,建立直升机-柔性绳索-吊挂系统的 Kane 动力学方程,并进行数值仿真验证模型的准确性,为后续的直升机飞行品质研究提供了参考依据。

1 Kane 方法

系统 S 包含 n 个质点 $P_1, \dots, P_n$, 由 n 个广义坐标 $q_1, \dots, q_n$ 确定,受完整约束。

Kane 方法从广义坐标出发,依次定义、发展出广义速率、偏角速度、偏速度、广义主动力和广义惯性力等概念。牛顿参考系中依据达朗贝尔原理、广义主动力和广义惯性力平衡,最终建立得到 Kane 动力学方程。

2 直升机-柔性绳索-吊挂动力学模型

2.1 模型描述

直升机-柔性绳索-吊挂系统如图 1 所示。直升机为刚体 B ,其质心为 C ,挂钩位于点 P_0 ;吊挂绳索模拟为 $(n-1)$ 个由弹簧连接的质点 $P_1, \dots, P_{n-1}$ ($n \geq 2$),考虑其重力,不考虑气动力。吊挂绳索等分为 n 段, P_0P_1 段为刚性杆,剩下 $(n-1)$ 段均为弹簧;吊挂物为质点 P_n ,考虑其重力和气动力。点 E 为地面上一固定参考点。

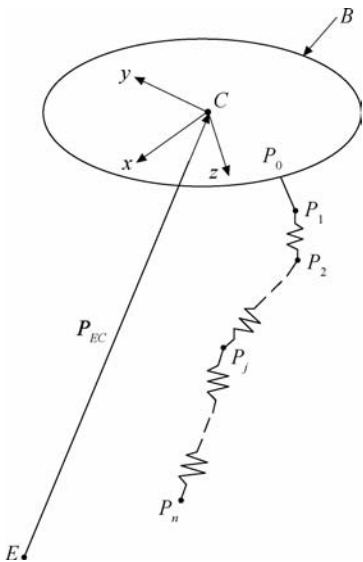


图 1 直升机-柔性绳索-吊挂系统示意图
Fig. 1 Sketch map of helicopter-flexible rope-slung load system

b_1, b_2, b_3 为直升机机体轴系 3 个方向的单位正交向量,分别指向 x 轴正方向、 y 轴正方向和 z 轴正方向, $b_3 = b_1 \times b_2$ 。直升机沿 xz 平面对称,其惯性矩阵为

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{1}$$

挂钩 P_0 的空间位置,由空间向量 P_{CP_0} 确定
 $p_i = P_{CP_0} b_i \quad (i = 1, 2, 3)$ (2)

直升机本体受到的气动力和气动力矩,可等效为直升机质心处受到一合力 R 和一合力矩 T

$$R_i = \mathbf{R} \mathbf{b}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3)$$

$$T_i = \mathbf{T} \mathbf{b}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (4)$$

直升机在挂钩 P_0 处受到的绳索产生的弹性力为 $\mathbf{F}_{P_0}$

$$\mathbf{F}_i = \mathbf{F}_{P_0} \mathbf{b}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (5)$$

2.2 运动学方程

2.2.1 广义坐标和广义速率的选取

直升机本体为 6 自由度,吊挂绳索有 $3(n-1)$ 个自由度,吊挂物为 3 自由度,系统总共需要 $3n+6$ 个广义坐标和 $3n+6$ 个广义速率。

选取广义速率时,应以偏速度和偏角速度的形式简单为原则。若选取以下 $3n+6$ 个变量为广义速率,偏速度和偏角速度只可能为 $\mathbf{b}_1$ 或 $\mathbf{b}_2$ 或 $\mathbf{b}_3$ 或 0,形式最简

$$u_i = \boldsymbol{\omega}_B \mathbf{b}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (6)$$

$$u_{3+i} = \mathbf{v}_C \mathbf{b}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (7)$$

$$u_{3+j+i} = \mathbf{v}_{P_j} \mathbf{b}_i \quad (i = 1, 2, 3; j = 1, \dots, n) \quad (8)$$

式中 $\boldsymbol{\omega}_B$ 为直升机 B 的角速度, $\mathbf{v}_C$ 为直升机质心 C 的速度, $\mathbf{v}_{P_j}$ 为点 P_j 的速度。

选取广义坐标时,只需其能完全定义系统的状态,同时方便给出其与广义速率的关系。这里选取以下 $3n+6$ 个变量为广义坐标

$$q_{3j-3+i} = \mathbf{P}_{P_0 P_j} \mathbf{b}_i \quad (i = 1, 2, 3; j = 1, \dots, n) \quad (9)$$

$$q_{3n+i} = \mathbf{P}_{EC} \mathbf{b}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (10)$$

$$q_{3n+3+i} = \boldsymbol{\theta} \mathbf{b}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (11)$$

式中 $\mathbf{P}_{P_0 P_j}$ 为从 P_0 指向 P_j 的空间向量, $\mathbf{P}_{EC}$ 为从 E 指向 C 的空间向量, $\boldsymbol{\theta}$ 为体轴系下直升机的欧拉角向量 (ϕ, θ, ψ) 。

2.2.2 广义坐标和广义速率的关系

由式(6)~式(8)直接得到直升机的角速度 $\boldsymbol{\omega}_B$ 、质心 C 的速度 $\mathbf{v}_C$ 和点 P_j 的速度 $\mathbf{v}_{P_j}$ 和广义速率 u 的关系

$$\boldsymbol{\omega}_B = \sum_{i=1}^3 u_i \mathbf{b}_i \quad (12)$$

$$\mathbf{v}_C = \sum_{i=1}^3 u_{3+i} \mathbf{b}_i \quad (13)$$

$$\mathbf{v}_{P_j} = \sum_{i=1}^3 u_{3+j+i} \mathbf{b}_i \quad (j = 1, \dots, n) \quad (14)$$

式(14)展开,得到

$$\mathbf{v}_{P_j} = \mathbf{v}_C + \boldsymbol{\omega}_B \times (\mathbf{P}_{CP_0} + \sum_{i=1}^3 q_{3j-3+i} \mathbf{b}_i) + \sum_{i=1}^3 \dot{q}_{3j-3+i} \mathbf{b}_i \quad (j = 1, \dots, n) \quad (15)$$

写成标量形式,即为

$$L_{i,j} = p_i + q_{3j-3+i} \quad (i = 1, 2, 3; j = 1, \dots, n) \quad (16)$$

$$\begin{cases} \dot{q}_{3j-2} = u_{4+3j} - (u_4 + u_2 L_{3,j} - u_3 L_{2,j}) \\ \dot{q}_{3j-1} = u_{5+3j} - (u_5 + u_3 L_{1,j} - u_1 L_{3,j}) \\ \dot{q}_{3j} = u_{6+3j} - (u_6 + u_1 L_{2,j} - u_2 L_{1,j}) \end{cases} \quad (j = 1, \dots, n) \quad (17)$$

空间向量 $\mathbf{P}_{EC}$ 的时间导数,即为质心 C 的速度

$$\begin{cases} \dot{q}_{3n+1} = u_4 - (u_2 q_{3n+3} - u_3 q_{3n+2}) \\ \dot{q}_{3n+2} = u_5 - (u_3 q_{3n+1} - u_1 q_{3n+3}) \\ \dot{q}_{3n+3} = u_6 - (u_1 q_{3n+2} - u_2 q_{3n+1}) \end{cases} \quad (18)$$

由直升机欧拉角与其角速度的关系可得

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_{3n+4} \\ \dot{q}_{3n+5} \\ \dot{q}_{3n+6} \end{pmatrix} = \mathbf{H}^{-1} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \quad (19)$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\sin q_{3n+5} \\ 0 & \cos q_{3n+4} & \sin q_{3n+4} \cos q_{3n+5} \\ 0 & -\sin q_{3n+4} & \cos q_{3n+4} \cos q_{3n+5} \end{pmatrix} \quad (20)$$

式中 $\mathbf{H}^{-1}$ 表示矩阵 $\mathbf{H}$ 的逆。

2.3 动力学方程

式(12)~式(14)可计算出直升机的角加速度、质心 C 和点 P_j 的加速度,进而得到直升机 B 的偏角速度、质心 C 和点 P_j 的偏速度,以及对应的广义主动力和广义惯性力。

首先给出广义惯性力

$$\begin{cases} F_1^* = -(\dot{u}_1 I_{xx} + \dot{u}_3 I_{xz} + u_2 u_3 I_{zz} - u_2 u_3 I_{yy} + u_1 u_2 I_{xz}) \\ F_2^* = -(\dot{u}_2 I_{yy} + u_1 u_3 I_{xx} - u_1 u_3 I_{zz} + u_2^2 I_{xz} - u_1^2 I_{xz}) \\ F_3^* = -(\dot{u}_1 I_{xz} + \dot{u}_3 I_{zz} + u_1 u_2 I_{yy} - u_1 u_2 I_{xz} - u_2 u_3 I_{xz}) \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} F_4^* = -m_B(\dot{u}_4 + u_2 u_6 - u_3 u_5) \\ F_5^* = -m_B(\dot{u}_5 + u_3 u_4 - u_1 u_6) \\ F_6^* = -m_B(\dot{u}_6 + u_1 u_5 - u_2 u_4) \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} F_{4+3j}^* = -m_{P_j}(\dot{u}_{4+3j} + u_2 u_{6+3j} - u_3 u_{5+3j}) \\ F_{5+3j}^* = -m_{P_j}(\dot{u}_{5+3j} + u_3 u_{4+3j} - u_1 u_{6+3j}) \\ F_{6+3j}^* = -m_{P_j}(\dot{u}_{6+3j} + u_1 u_{5+3j} - u_2 u_{4+3j}) \end{cases} \quad (j = 1, \dots, n) \quad (23)$$

式中 m_B 为直升机的质量, m_{P_j} 为质点 P_j 的质量 ($j=1, \dots, n-1$), m_{P_n} 为吊挂 P_n 的质量。

从系统受力情况分析,广义主动力由多种内

力、外力贡献产生,分开叙述如下.

由于重力贡献引起的广义主动力为

$$\begin{cases} G_1 = -\sin q_{3n+5} \\ G_2 = \sin q_{3n+4} \cos q_{3n+5} \\ G_3 = \cos q_{3n+4} \cos q_{3n+5} \end{cases} \quad (24)$$

$$F_i^g = 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (25)$$

$$F_{3+i}^g = G_i m_{Bg} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (26)$$

$$F_{3+3j+i}^g = G_i m_{P_j} g \quad (i = 1, 2, 3; j = 1, \dots, n) \quad (27)$$

式中 g 为当地重力加速度值.

由于弹簧弹性力贡献引起的广义主动力为

$$\begin{aligned} L_{3+i,j} &= q_{3j-3+i} - q_{3j-6+i} \\ (i &= 1, 2, 3; j = 2, \dots, n) \end{aligned} \quad (28)$$

$$L_{7,j} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 L_{3+i,j}^2} \quad (j = 2, \dots, n) \quad (29)$$

$$L_{8,j} = L_{7,j} - l/n \quad (j = 2, \dots, n) \quad (30)$$

$$L_{8,j} = \begin{cases} L_{8,j} & L_{8,j} \geq 0 \\ 0 & L_{8,j} < 0 \end{cases} \quad (j = 2, \dots, n) \quad (31)$$

$$L_{9,j} = K_j \frac{L_{8,j}}{L_{7,j}} \quad (j = 2, \dots, n) \quad (32)$$

$$F_i^s = 0 \quad (i = 1, \dots, 6) \quad (33)$$

$$F_{6+i}^s = L_{9,2} L_{3+i,2} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} F_{3+3j+i}^s &= -L_{9,j} L_{3+i,j} + L_{9,j+1} L_{3+i,j+1} \\ (i &= 1, 2, 3; j = 2, \dots, n-1) \end{aligned} \quad (35)$$

$$F_{3n+3+i}^s = -L_{9,n} L_{3+i,n} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (36)$$

式中 l 为绳索长度, K_j 为对应绳索微段的弹性系数.

由于吊挂 P_n 气动力贡献引起的广义主动力为

$$\mathbf{D} = -\frac{1}{2} \rho |\mathbf{v}_{P_n}| S_L \mathbf{v}_{P_n} \quad (37)$$

$$D_i = \mathbf{D} \mathbf{b}_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (38)$$

$$F_i^a = T_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (39)$$

$$F_{3+i}^a = R_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (40)$$

$$F_{3+3j+i}^a = 0 \quad (i = 1, 2, 3; j = 1, \dots, n-1) \quad (41)$$

$$F_{3n+3+i}^a = D_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (42)$$

式中 $\mathbf{D}$ 为吊挂 P_n 受到的气动力^[1], ρ 为当地空气密度, $|\mathbf{v}_{P_n}|$ 为吊挂 P_n 速度的模值, S_L 为吊挂等效迎风面积.

由于 $\mathbf{F}_{P_0}$ 贡献引起的广义主动力为

$$\begin{cases} F_{P_0,1} = p_2 F_3 - p_3 F_2 \\ F_{P_0,2} = p_3 F_1 - p_1 F_3 \\ F_{P_0,3} = p_1 F_2 - p_2 F_1 \end{cases} \quad (43)$$

$$F_{P_0,3+i} = F_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (44)$$

$$F_{P_0,6+i} = -F_i \quad (i = 1, 2, 3) \quad (45)$$

$$F_{P_0,3+3j+i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3; j = 2, \dots, n) \quad (46)$$

最终,直升机-柔性绳索-吊挂系统的 Kane 动力学方程为

$$\begin{aligned} F_i^* + F_i^g + F_i^s + F_i^a + F_{P_0,i} &= 0 \\ (i &= 1, \dots, 3n+6) \end{aligned} \quad (47)$$

式中方程个数 $3n+6$ 对应于系统的自由度.

3 配平、稳定性与模态分析

3.1 配平计算

选取 UH-60 直升机^[14-15]进行建模.图 2~图 7 给出了无吊挂的直升机本体和直升机-柔性绳索-吊挂系统这两种模型的配平计算结果,前飞速度 u_E 范围为 $0 \sim 80$ m/s,其中 δ_c 为纵向周期操纵量, δ_a 为横向周期操纵量, δ_c 为总距操纵量, δ_p 为脚蹬操纵量, ϕ 为直升机滚转角, θ 为直升机俯仰角.图中提及的国外配平数据来自文献^[14].计算过程中使用的部分参数值^[16]见表 1.

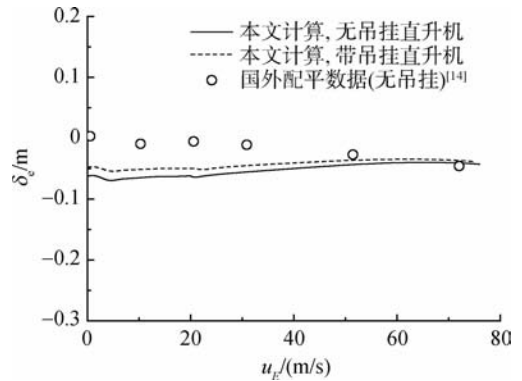


图 2 纵向周期操纵配平值

Fig. 2 Trim value of longitudinal cyclic control

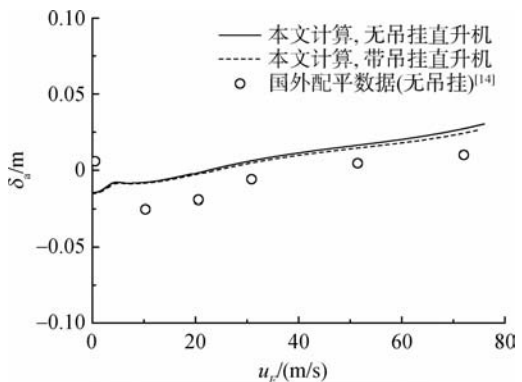


图 3 横向周期操纵配平值

Fig. 3 Trim value of lateral cyclic control

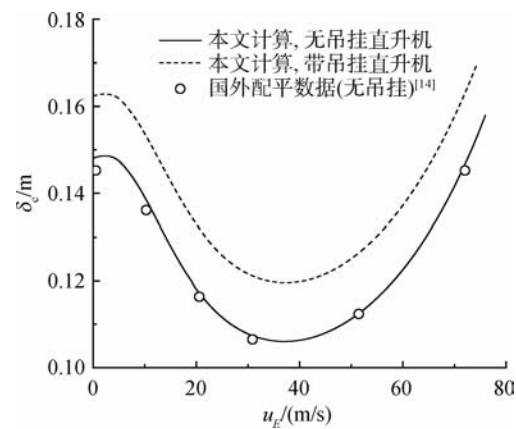


图 4 总距操纵配平值

Fig. 4 Trim value of collective control

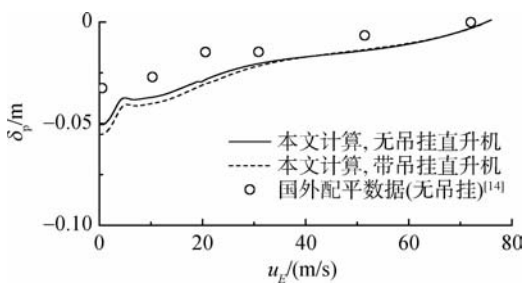


图 5 脚蹬操纵配平值

Fig. 5 Trim value of pedal control

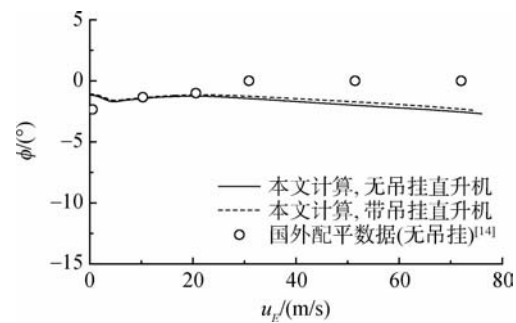


图 6 滚转角配平值

Fig. 6 Trim value of roll angle

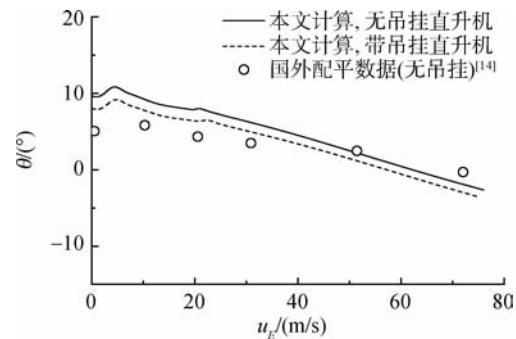


图 7 俯仰角配平值

Fig. 7 Trim value of pitch angle

表 1 参数值表

Table 1 Parameter values table

参数	数值
m_B/kg	7 439
$I_{xx}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	7 592
$I_{yy}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	54 232
$I_{zz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	50 436
$I_{xz}/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	2 264
P_0 坐标(体轴系)	(0.305, 0, 1.311)
l/m	5
m_{p_n}/kg	1 000
绳索微段数 n	20
绳索弹性常数/(N/m)	14 353
绳索单位质量/(kg/m)	1.612 1

可见带吊挂后,直升机需要提供额外的总距操纵,以平衡吊挂物重力的影响;同时,直升机横、纵向周期操纵差异很小,吊挂系统基本不偏离直升机 xz 平面.吊挂物气动阻力会引入额外的低头力矩,俯仰角配平值减小,直升机出现“低头”趋势.

由于直升机没有考虑主旋翼受力的具体细节,是一个简化了的模型,因此无吊挂横纵向配平值与国外数据有一定的差距.

3.2 直升机运动模态分析

直升机-柔性绳索-吊挂系统的非线性全量方程为

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{U}) \tag{48}$$

式中 $\mathbf{X} = (u_1, \dots, u_{3n+6}, q_1, \dots, q_{3n}, q_{3n+4}, q_{3n+5}, q_{3n+6})^T, \mathbf{U} = (\delta_e, \delta_a, \delta_c, \delta_p)^T$,即不考虑直升机质心在地轴系中的位移,方程维数为 $6n+9$,即 129.

基于小扰动理论,线性化直升机-柔性绳索-吊挂系统的非线性全量方程,可以得到直升机运动模态的特征根^[17].

表 2 给出了前进比分别为 0 和 0.3 工况下,带吊挂后,直升机长周期模态和荷兰滚模态的特征根.表 2 中提及的参考数据来自文献[1], i 代表虚部单位.

文献[1]考虑吊挂绳索时采用刚性杆假设,本文采用则是集中质点模型假设,能体现绳索的柔性.从表 2 中可以看出,本模型的计算结果定性上与参考数据是相符的.考虑绳索柔性后,长周期运动的收敛/发散速度变慢.

表 2 带吊挂直升机模态特征根

Table 2 Mode eigenvalues of helicopter with slung-load

前进比	模态	特征根	
		本文计算结果	国外计算数据 ^[1]
0	长周期	$0.0785 \pm 0.0991i$	$0.1691 \pm 0.5000i$
	荷兰滚	$-0.1461 \pm 0.1878i$	$-0.1758 \pm 0.6250i$
0.3	长周期	$-0.0544 \pm 0.0718i$	$-0.1044 \pm 0.2981i$
	荷兰滚	$-0.1875 \pm 2.045i$	$-0.1135 \pm 1.3077i$

3.3 吊挂绳索运动模态分析

3.2 节中提到,直升机-柔性绳索-吊挂系统的非线性全量方程维数为 129,小扰动线性化后应存在 129 个特征根.除去 9 个对应于直升机本体运动模态的特征根,剩下 120 个特征根 $\lambda_k=a_k \pm b_k i(k=1, \cdots, 60)$ 均对应于吊挂绳索的运动模态^[18].这 120 个特征根满足: $-1 \times 10^{-4} < a_k < 0$, $20 < b_k < 3000$.

从计算结果可以看出,吊挂绳索的运动呈现出 60 个收敛的周期运动模态.特征根实部很小,接近于 0,振动接近“等幅”,衰减速度很慢;特征根实部很大,振动频率很高.

值得注意的是,特征根 λ_k 的特征向量有 129 个分量,其中 120 个分量对应绳索节点 x 方向的位移 $q_1, q_4, \cdots, q_{58}$.特征根 $-1.5632 \times 10^{-13} \pm 6.0716 \times 10^2 i, -1.0978 \times 10^{-12} \pm 6.0122 \times 10^2 i, -1.8616 \times 10^{12} \pm 5.9141 \times 10^2 i$ 和 $-2.6148 \times 10^{-12} \pm 5.7776 \times 10^2 i$ 所对应的特征向量的 20 个分量,其幅值分布见图 8~图 11,表征了绳索的 1,2,3,4 阶横向振动(此时吊挂绳索的外激励力只有其自身的重力).对应绳索节点 y 方向的运动,也有类似的结果.

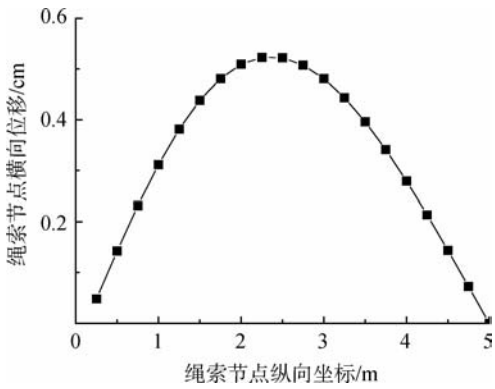


图 8 绳索 1 阶横向振动

Fig. 8 First-order lateral vibration of the rope

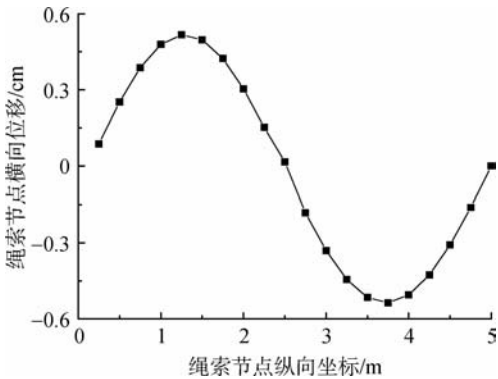


图 9 绳索 2 阶横向振动

Fig. 9 Second-order lateral vibration of the rope

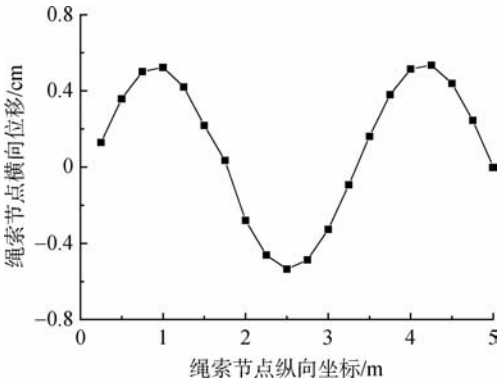


图 10 绳索 3 阶横向振动

Fig. 10 Third-order lateral vibration of the rope

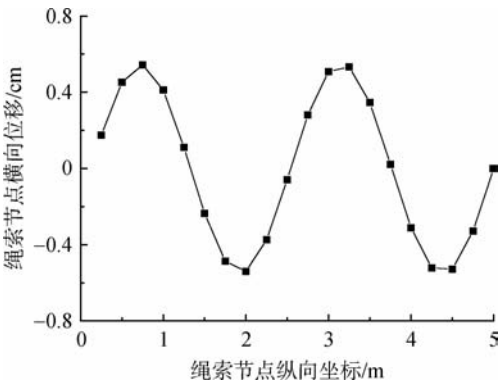


图 11 绳索 4 阶横向振动

Fig. 11 Fourth-order lateral vibration of the rope

4 结 论

对于直升机吊挂系统此类多自由度刚柔耦合系统,常规的牛顿力学难以适用. 本文采用 Kane 方法,灵活选取角速度变量和速度变量作为广义速率,既避免了繁琐的速度变量和加速度变量的转换,又方便了广义力表达式的推导. 最终推导出来的 Kane 动力学方程形式整齐简洁,各广义速率自然解耦,计算机上求解十分方便. 后续的配平、稳定性结果验证了模型的精确性.

带外吊挂后,由于吊挂物重力、气动阻力的引入,直升机需要提供额外的总距操纵以保持平衡,低头趋势加剧. 飞行过程中,吊挂绳索呈现出一系列近乎“等幅”的高频振动模态,均保持收敛,其频谱范围高于一般直升机的振动频谱.

参考文献:

[1] Fusato D,Guglieri G,Celi R. Flight dynamics of an articulated rotor helicopter with an external slung load[J]. Journal of the American Helicopter Society,2001,46(1):3-13.

[2] Luigi S C,Gerd K. Equations of motion of slung-load systems,including multilift systems[R]. NASA TP-3280,1992.

[3] Morten B,Jan D B,Anders L C. Modeling of generic slung load system[J]. Journal of Guidance,Control,and Dynamics,2009,32(2):573-585.

[4] 马超,曹义华,徐忠达. 直升机吊挂流场数值模拟与尾鳍设计分析[J]. 北京航空航天大学学报,2012,38(5):654-658.

MA Chao,CAO Yihua,XU Zhongda. Numerical simulation of helicopter slung-load flow field and fins design[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2012,38(5):645-658. (in Chinese)

[5] 崔利,曹义华,李国知. 直升机吊挂飞行平衡、稳定性与操纵性研究[J]. 航空动力学报,2010,25(10):2307-2311.

CUI Li,CAO Yihua,LI Guozhi. Studies on trims, stability and controllability of helicopter with slung-load[J]. Journal of Aerospace Power,2010,25(10):2307-2311. (in Chinese)

[6] 郭广利,高正,孙传伟. 直升机前吊挂飞行动力学响应分析[J]. 北京航空航天大学学报,2005,31(10):1087-1091.

GUO Guangli,GAO Zheng,SUN Chuanwei. Control response character of the rotorcraft with slung load in forward flight[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2005,31(10):1087-1091. (in Chinese)

[7] 孙传伟,徐进. 带大载荷吊挂直升机悬停纵向操纵性分析[J]. 南京航空航天大学学报,2005,37(4):421-426.

SUN Chuanwei,XU Jin. Longitudinal control characteristic analysis of heavy slung-load helicopter[J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2005,37(4):421-426. (in Chinese)

[8] Thomas R K,Saleh A. Behavior of a two degree-of-freedom gyroscope in a rotating satellite[J]. Journal of Spacecraft,1972,9(4):253-259.

[9] Ehud N,Thomas R K. Estimation and control of tethered satellite systems[J]. Journal of Guidance,Control,and Dynamics,1995,18(4):851-858.

[10] Carmell M P,McKenzie D J. A review of space tether research[J]. Progress in Aerospace Sciences,2008,44(1):1-21.

[11] 沈飞,曹志强,徐德,等. 基于 Kane 方法的机器海豚动力学建模及速度优化方法[J]. 自动化学报,2012,38(8):1247-1256.

SHEN Fei,CAO Zhiqiang,XU De,et al. A dynamic model of robotic dolphin based on Kane method and its speed optimization method[J]. Acta Automatica Sinica,2012,38(8):1247-1256. (in Chinese)

[12] 李鸿儒,姜志斌,武玮. 基于旋量理论的上肢康复机器人 Kane 动力学方程[J]. 东北大学学报:自然科学版,2014,35(2):153-157.

LI Hongru,JIANG Zhibin,WU Wei. Kane dynamics equations based on screw theory for upper limb rehabilitation robot[J]. Journal of Northeastern University: Natural Science,2014,35(2):153-157. (in Chinese)

[13] Kane T R,Levinson D A. Dynamics: theory and applications[M]. New York:McGraw-Hill Company,1985.

[14] Kathryn B H. A mathematical model of the UH-60 helicopter[R]. NASA TM-85890,1984.

[15] Howlett J J. UH-60A Black Hawk simulation program: Volume I mathematical model[R]. NASA CR-166309,1981.

[16] Luigi S C,Mai G E E. Modeling and simulation of a helicopter slung load stabilization device[C]// The American Helicopter Society 58th Annual Forum. Montreal,Canada: The American Helicopter Society,2002:2346-2357.

[17] Gareth D P. Helicopter flight dynamics: the theory and application of flying qualities and simulation modelling[M]. 2nd ed. Washington DC:Blackwell Publishing,2007.

[18] 王文,钱江. 电梯悬挂系统在建筑摇晃引起位移激励下横向振动分析[J]. 振动与冲击,2013,32(7):70-73.

WANG Wen,QIAN Jiang. Transverse vibration analysis for an elevator suspended system subjected to displacement excitation due to structure sway[J]. Journal of Vibration and Shock,2013,32(7):70-73. (in Chinese)

(编辑:陈 越)