

上下游干涉对转子叶片颤振特性的影响

杨 慧^{1,2}, 沈 真^{1,2}, 郑 赟^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 使用自行开发的非定常流动数值模拟程序, 分别考虑上、下游叶排干涉作用对转子叶片的颤振特性进行了研究, 分析尾迹和势干扰对气动阻尼的影响规律. 对转子叶片表面非定常压力进行傅里叶变换, 使用能量法计算气动阻尼, 研究不同叶片排轴向间距下气动阻尼的变化. 通过考虑转静干涉效应的气动阻尼与单转子结果对比, 总结了干涉作用对叶片颤振特性的影响规律; 结果表明: 上游导叶与转子一倍弦长间距时, 获得正气动阻尼, 与单转子预测的气动弹性稳定性结果相反, 说明在进行颤振特性预测时必须考虑转静干涉作用; 尾迹和势干扰的强度均随着轴向间距值的减小而加强, 且都会加剧叶片气动弹性失稳.

关 键 词: 颤振特性; 上下游叶排; 能量法; 气动阻尼; 轴向间距; 叶片间相位角

中图分类号: V232.4

文献标志码: A

Influence of up-and downstream blades on the rotor blade flutter characteristics

YANG Hui^{1,2}, SHEN Zhen^{1,2}, ZHENG Yun^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: Flutter characteristics of rotor blades including up-and downstream interaction were simulated by self-developed unsteady flow simulation programs. Influence of wakes and potential waves on blade aerodynamic damping were studied. Energy exchange method was used to calculate the damping values. Variation of aerodynamic damping with different axial gaps was identified by FFT transformation of unsteady pressures on rotor blade surfaces. Interaction effects on the flutter characteristics of rotor/stator and IGV/rotor configurations were assessed by comparing the damping data with that of the single rotor. The results show that the positive damping was obtained at 100% chord axial gap for IGV/rotor configuration, in contrast with the aeroelastic stability prediction of the isolated rotor. This indicates the interaction must be considered in flutter analysis. The results also illustrate that wake and potential wave effects are intensified with reducing axial gaps, and both destabilize the rotor blades.

Key words: flutter characteristics; up-and downstream blade rows;
energy method; aerodynamic damping;
axial gap; inter-blade phase angle

自航空发动机诞生之初叶片颤振问题就一直存在,颤振一旦发作,叶片会由于大幅剧烈振荡而在短时间内断裂,破坏性极大,国内外研究者对这种与振动相关的非定常流动现象做过大量试验分析和数值模拟.由于颤振涉及到复杂的气动特性和结构特性,其发作的物理机制尚不完全清楚,迫切需要对其做更深入的研究. Sadeghi 和 Liu^[1] 利用数值方法研究了频率失谐对于叶排颤振的影响,结果表明存在一个使叶排保持稳定的最小失谐量. Srivastava 等^[2] 使用相位滞后边界条件处理非零叶片间相位角,用能量法求解颤振特性,发现激波强度和位置以及叶片形状变化都会影响叶排颤振. 张小伟和王延荣^[3] 基于能量法分析了叶片间相位角(inter-blade phase angle, IBPA)对叶片颤振的影响,结果表明 IBPA 对颤振有显著影响. 金琰和袁新^[4] 发展了流固耦合的计算方法对三维透平叶片的扭转颤振进行了研究,发现传播失速响应频率向固有频率靠近是振动发散的一个重要判据. 上述叶片颤振特性的研究均以单排叶片为研究对象,而对于实际发动机中存在的多排叶片间转静干涉现象没有予以考虑.

另一方面,由于结构紧凑性要求,压气机和涡轮各级之间的轴向间隙也在不断减小,叶排之间由于相对运动和内部流动而产生的干涉作用也越来越明显. 通常转静干涉研究主要集中在气动性能、非定常效应以及时序效应等方面. Kikuchi 等^[5] 利用实验和数值模拟方法研究了3种轴向间距对涡轮级性能和流场的影响,结果发现在轴向间距最小的情况下会有最高的整级效率. Ng 等^[6] 用实验的方法分析了下游支柱对转子叶片的干涉作用,结果表明随着转子和支柱间距的增加,干涉作用会迅速衰减,支柱的出现会对其自身前缘区域的流场质量产生巨大影响. Saren 等^[7] 用试验和数值模拟的方法研究了带有进口导流叶片(inlet guiding vanes, IGV)的高转速轴流压气机静子的时序效应,结果表明,转静叶排之间轴向距离的减小会导致 IGV 和静子之间时序效应的增强;随着间隙的减小,转静干涉的作用增强,这会增强转子通道内流动的非定常性.

随着计算流体力学技术的发展,叶排干涉与颤振之间关联性研究也逐渐兴起. Culver 和 Liu^[8] 采用混合平板法计算多级涡轮中的非定常流动,并用此方法对单级跨声速压气机进行了颤振分析. 结果表明加入 IGV 之后压气机气动弹性稳定性下降. Huang 等^[9] 研究结果表明上游静子

叶排对转子气弹稳定性有显著影响,在进行颤振预测时仅考虑单排叶片是不够的. Li 和 He^[10] 研究了转静叶排轴向间隙对气动阻尼的影响,结果表明在特定间隙下,静子所带来的干涉效应会使转子气动阻尼增长 100%,并且转子气动阻尼的这种依赖性还与静子叶片数目有关. 郭恩民等^[11] 采用多叶片排三维和二维半激盘模型对叶片排干涉进行了研究. 结果说明叶片排干涉使叶片更易失稳,但适当调整叶片排间的轴向位置有可能提高叶片气动弹性稳定性. 真实的航空叶轮机都是由多个转子和静子构成,转子必然同时受到来自上、下游两个方向的干扰. 国内对于不同方向的干涉作用对转子颤振特性的影响还没有开展研究.

本文使用能量法,考虑转静干涉作用,分别针对单转子叶排、IGV(进口导叶)-转子叶排和转子-静子叶排进行结构的气动弹性稳定性分析. 主要研究叶排干涉作用下,上、下游叶排对转子叶片颤振特性的影响. 将考虑转静干涉效应的气动阻尼计算结果与单转子的结果对比,分析干涉作用对叶片颤振特性的影响;对转子叶片表面非定常压力进行傅里叶变换,研究不同轴向间距下气动阻尼的变化规律.

1 数值方法

1.1 控制方程

流场的数值模拟使用了自行开发程序 HGF-S,求解动边界和动态变形网格下的守恒型积分形式的三维非定常可压缩雷诺平均 Navier-Stokes 方程,其形式为

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega(t)} \mathbf{q} d\Omega + \oint_{\partial\Omega(t)} (\mathbf{F} - \mathbf{w} \cdot \mathbf{q}) \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = \int_{\Omega(t)} \mathbf{S} d\Omega \quad (1)$$

其中 Ω , $\hat{\mathbf{n}}$ 和 $\partial\Omega$ 是控制体某一物理时刻的体积、表面外法向和表面面积. $\mathbf{q}$ 代表守恒型流体状态向量, $\mathbf{F}$ 是对流和耗散通量项, $\mathbf{w}$ 为运动控制体表面的网格速度, $\mathbf{S}$ 代表了坐标系运动、外力等对守恒律贡献的原项矢量. 空间离散使用了非结构化的有限体积法,对流通量计算采用 2 阶精度 ROE 迎风格式,计算时湍流模型使用 Spalart-Allmaras 一方程模型. 该程序在气动弹性领域的数值验证参见文献[12-13].

1.2 气动弹性稳定性分析

1.2.1 稳定性判断依据

本文使用能量法^[14-15] 研究结构的颤振特性.

给定叶片振动形式,计算一个振动周期内非定常气动力对叶片所做的功.负的气动功即为正的气动阻尼.

1.2.2 气功阻尼的计算

对于给定的叶片振动方式,有

$$\mathbf{S} = \mathbf{h} \sin \omega t \quad (2)$$

其中 $\mathbf{S}$ 表示叶片瞬时位移向量, $\mathbf{h}$ 为初始振幅向量, ω 表示振动频率.

叶片表面的非定常压力扰动为

$$p = B \sin(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

其中 B 为非定常压力幅值, φ 为非定常压力扰动和叶片振动位移之间的相位差. 在一个振动周期内气动力做功为

$$\begin{aligned} W &= \int_0^T p \cdot \mathbf{A} \cdot d\mathbf{S} = \int_0^T p \cdot \mathbf{A} \cdot d(\mathbf{h} \sin \omega t) = \\ &= B \omega \mathbf{h} \cdot \mathbf{A} \left[\frac{1}{2\omega} \cos \varphi \int_0^T \sin 2\omega t d\omega t \right] + \\ &+ B \omega \mathbf{h} \cdot \mathbf{A} \sin \varphi \int_0^T \cos^2 \omega t d\omega t \quad (4) \end{aligned}$$

其中 $\mathbf{A}$ 表示叶片表面外法向量.

当 $T=2\pi$ 时,上式写为

$$W = \pi B \omega \mathbf{h} \cdot \mathbf{A} \sin \varphi \quad (5)$$

气动阻尼

$$\delta_{\text{aero}} = \frac{-nW}{4 \overline{\text{KE}}} \quad (6)$$

其中 $\overline{\text{KE}}$ 表示转子系统平均振动动能, n 表示叶片数^[16].

1.2.3 气动阻尼的影响因素

1) 叶片间相位角 IBPA

叶轮机中叶片颤振发作时,叶片在振动过程中与相邻叶片之间有固定的振动相位差,即叶片间相位角,表征叶片间的气动耦合,是叶片颤振特性分析的重要参数.

在数值模拟中,采用多叶栅通道加周期性边界条件来考虑叶片间相位角 IBPA(以下记为 θ) 的影响.需要模拟的通道数 N 与 θ 应满足以下条件: $N=2\pi m\theta$, 其中 m 为正整数.本文选取的叶片间相位角数以及所需的通道数见表 1.

2) 尾迹和势干扰

考虑上、下游干涉对转子叶片的影响时,上游叶排对下游的影响包括尾迹和势干扰作用;下游叶排对上游转子的影响只有势干扰作用,如图 1 所示.本文在研究叶片排干涉效应对颤振特性的影响时,将上、下游叶排的影响分开考虑,分别改变转子与上、下游叶排的轴向间距(以下简称间

距)值,分析尾迹或者势干扰强弱变化对转子叶片颤振特性的影响.

表 1 叶片间相位角与需要模拟的通道数

Table 1 IBPA and passage numbers

$\theta/(^{\circ})$	需要模拟的通道数
0	1
60	6
90	4
120	3
180	2
240	3
270	4
300	6

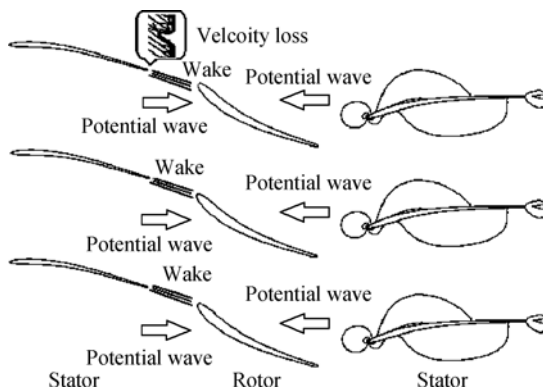


图 1 转子叶片所受干涉示意图

Fig. 1 Interaction on rotor blades

2 计算说明

计算采用的叶片结构数据参见文献[17],给定转子叶片的弯曲振动方式,振幅为 3×10^{-5} m,参考以往压气机叶片颤振发作工况^[18]选取折合频率 k 为 0.2172,频率 f 为 19.72 Hz.

图 2 为转子叶片单通道网格.网格数为 13528,出口距尾缘点大于 2 倍弦长,以便在加入静子后其尾迹能够充分发展.

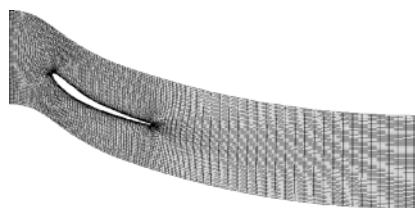


图 2 转子叶片单通道网格

Fig. 2 Grids of rotor blade; single passage

图3为考虑下游势干扰时采用的网格,转-静间距为 g_1 ;图4是考虑上游叶排影响时采用的网格,IGV-转子间距为 g_2 .间距的改变是通过将静子叶片网格整体平移实现的.在转静交界面处,定常流动计算采用掺混面模型,非定常流动计算采用滑移面模型.

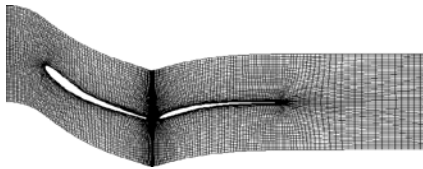


图3 转子-静子网格

Fig. 3 Grids of rotor-stator

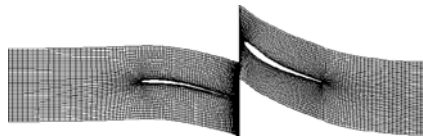


图4 导叶-转子网格

Fig. 4 Grids of IGV-rotor

来流马赫数 Ma 为0.0776,总压为101325 Pa,总温为288.15 K,绝对气流角为 16.71° ,单转子叶排计算时背压为100 kPa.在转子前或后方加入静子叶排后,为保证每个间距下,转子叶片表面的气动载荷一致,对背压进行了微调.颤振特性计算以收敛的定常流动结果作为初场,选取周期稳定后的结果进行分析.

3 计算结果

3.1 单转子叶排的颤振特性分析

图5给出的是单转子叶排气动阻尼值随 θ 的变化曲线,约呈正弦分布,气动弹性稳定性最差和最好所对应的 θ 分别为 60° 和 270° .

在工程实践中,通常关注的是叶片气动弹性最不稳定工况,因此本文选取 $\theta=60^\circ$ 时的转子叶片表面非定常压力值进行傅里叶变换,其给定振动频率(19.72 Hz)的幅值和相位角(θ)如图6、图7所示,其中横坐标中 c 为弦长.图中给出气动阻尼最大时($\theta=270^\circ$)的结果作为对比.

图7相位图中,当 $\theta=60^\circ$ 时,压力面整体处于失稳区,而吸力面则整体处于稳定区. $\theta=270^\circ$ 时,压力面整体处于稳定区而吸力面中部则处于失稳区.所以压力面是否稳定决定了叶片整体的稳定性.

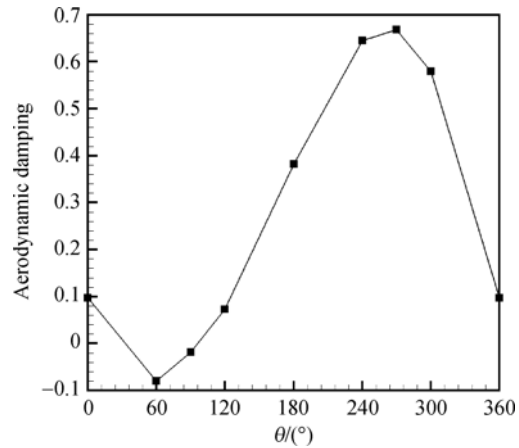


图5 单转子叶排气动阻尼

Fig. 5 Aerodynamic damping of isolated rotor

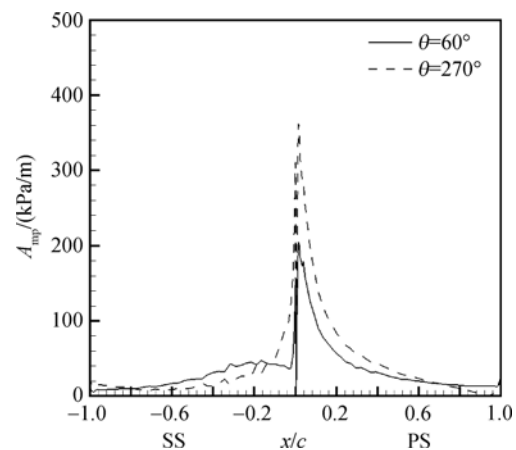


图6 非定常压力幅值

Fig. 6 Unsteady pressure amplitude

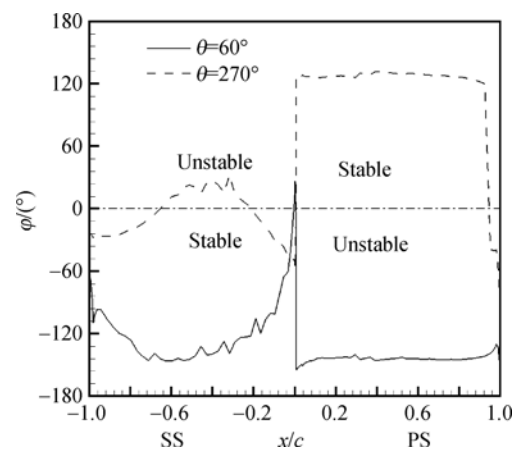


图7 非定常压力相位

Fig. 7 Unsteady pressure phase

3.2 下游静子叶排对转子叶片颤振特性的影响

选取6种转-静间距 g_1 值,分别对表1中所有 θ 下的气动阻尼进行计算,如图8所示.结果表

明,在选取的间距 g_1 范围内,结构的气动阻尼都在 $\theta=60^\circ$ 时取得最小值.这与单转子的情况一致,表明下游静子对转子叶片气动弹性稳定性最差状态时的振动形式没有影响.

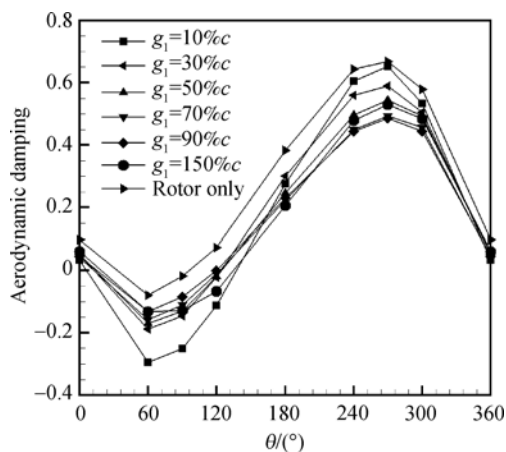


图8 不同间距 g_1 下的气动阻尼

Fig. 8 Aerodynamic damping at different g_1

图9则给出了 $\theta=60^\circ$ 时,气动阻尼随间距 g_1 的变化曲线.随着间距值的增大,阻尼值也不断增大并在大于1倍弦长后趋于定值,说明在下游势干扰的影响下,转-静间距越小,转子叶片的气动弹性稳定性越差.但势干扰的影响范围有限,大约在1倍弦长之内.由图可以看出,单转子的阻尼值始终大于转静干涉下的阻尼值.说明仅使用单转子得到的颤振特性结果将会过于安全,转静干涉作用不能忽略.

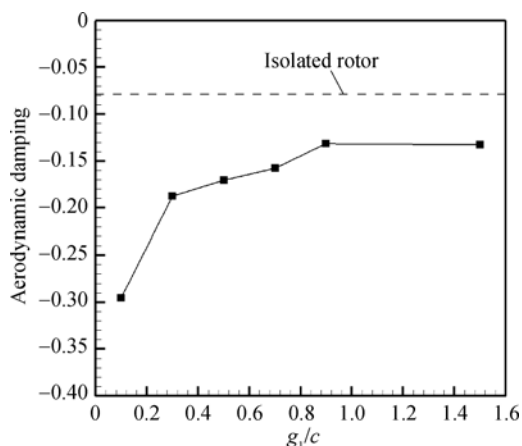


图9 $\theta=60^\circ$ 时气动阻尼随间距 g_1 变化

Fig. 9 Aerodynamic damping versus axial gap g_1 at $\theta=60^\circ$

图10给出了 $\theta=60^\circ$ 时气动功在峰值处单转子与1.5倍间距时的对比.当考虑下游静子干扰

时,气动功会产生小幅振荡.尽管图中考虑的间距值比较大,势干扰效果已经较弱,但气动功的结果与单转子的仍有显著差距,说明当考虑下游势干扰影响时,即使在大间距下气动力做功也会受影响,造成图8中气动阻尼值的差异.

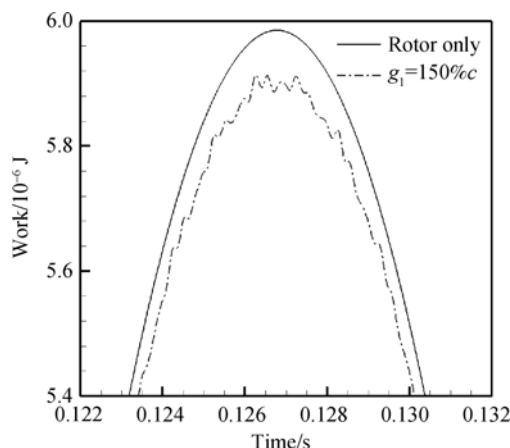


图10 气动功对比

Fig. 10 Comparison of aerodynamic work

对 $\theta=60^\circ$ 时的非定常压力进行傅里叶变换得到给定振动频率下叶片表面各个点的非定常压力幅值图(图11)和相位图(图12).幅值图中,考虑转静干涉作用时的曲线在吸力面出现了剧烈振荡,并且间距越小波动越剧烈,说明势干扰在吸力面造成较为明显的非定常效应.相位图中,不管是否考虑转静干涉,压力面总是处于失稳区,而吸力面在单转子算例和大间距算例中处于稳定区,随着间距的减小则逐渐出现失稳区并且间距越小失稳区越大.这说明随着间距的减小,下游势干扰会使转子叶片失稳并且该作用不断增强.

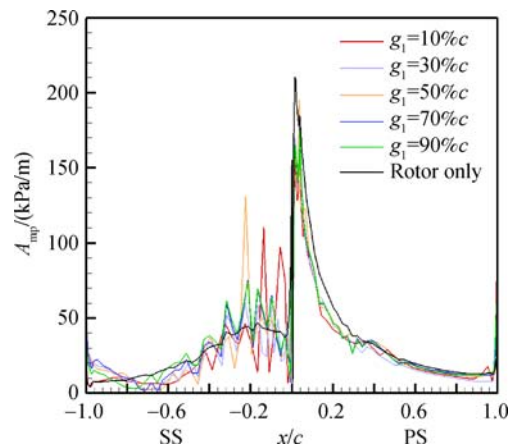
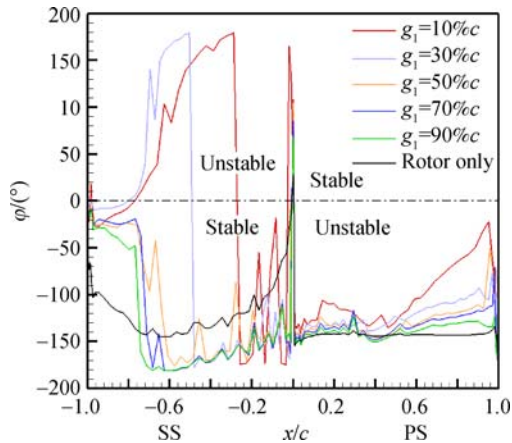


图11 不同间距 g_1 下非定常压力幅值

Fig. 11 Unsteady pressure amplitudes at different g_1

图 12 不同间距 g_1 下非定常压力相位Fig. 12 Unsteady pressure phases at different g_1

3.3 上游导叶对转子叶片颤振特性的影响

选取 7 种导叶-转子间距值, 分别对所有 θ 下的气动阻尼进行计算, 见图 13. 图中每条曲线都在 $\theta=60^\circ$ 时取得最小值或者近似取得最小值, 说明上游导叶的干涉作用仍然没有改变转子叶片气动弹性稳定性最差状态下的振动形式.

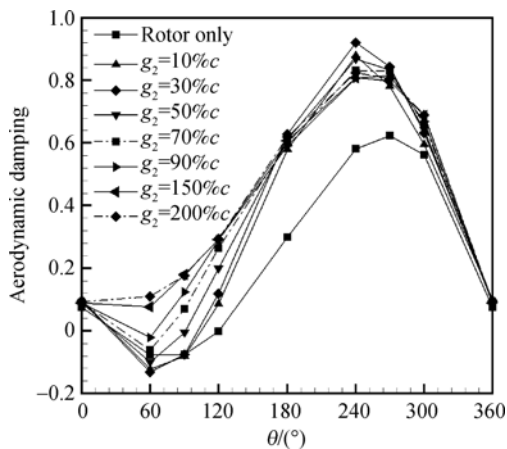
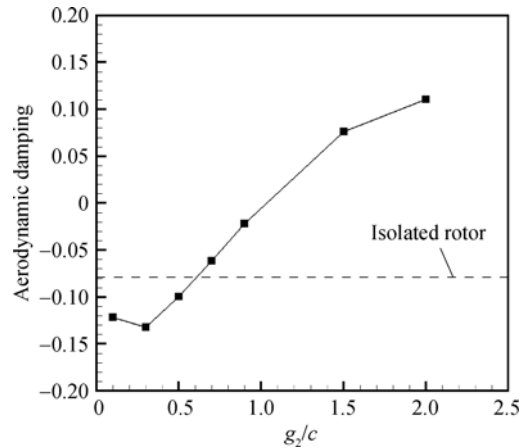
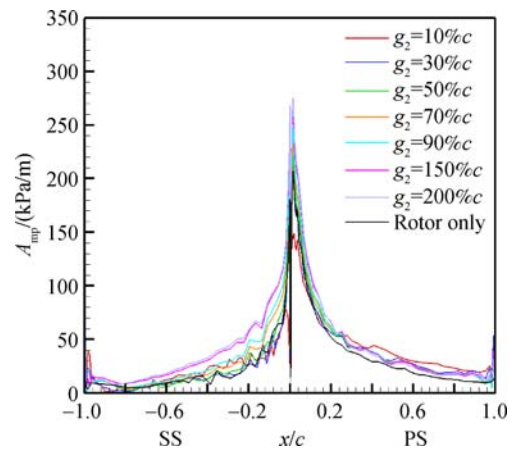
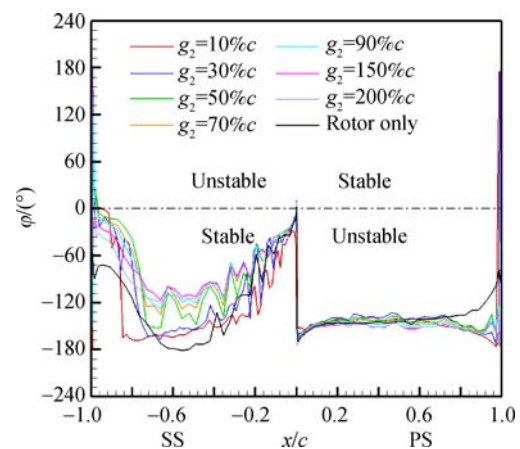
图 13 不同间距 g_2 下的气动阻尼Fig. 13 Aerodynamic damping at different g_2

图 14 给出了 7 种间距下气动阻尼在 $\theta=60^\circ$ 时的取值. 由图可知, 气动阻尼不随间距单调变化; 在较大间距时, 阻尼值为正, 而在小间距时阻尼值为负, 叶片可能发生颤振. 说明在考虑上游导叶对转子叶片颤振特性的影响时, 间距并非越小越好, 过小的间距可能导致转子叶片发生颤振. 考虑转静干涉的计算结果在较大间距时同样和单转子的计算结果存在很大差距, 说明在导叶-转子叶排中, 进行颤振特性分析必须同时考虑转静干涉效应.

图 15 和图 16 是 $\theta=60^\circ$ 时对转子叶片表面非

图 14 $\theta=60^\circ$ 时气动阻尼随间距 g_2 变化曲线Fig. 14 Aerodynamic damping versus axial gap g_2 at $\theta=60^\circ$ 图 15 不同间距 g_2 下非定常压力幅值Fig. 15 Unsteady pressure amplitudes at different g_2 图 16 不同间距 g_2 下非定常压力相位Fig. 16 Unsteady pressure phases at different g_2

定常压力进行傅里叶变换, 得到其在给定振动频率下的幅值和相位. 幅值图中吸力面压力幅值随

着间距增大而增大,且波动相比于图 11 较弱,说明上游尾迹作用在吸力面分布均匀;在压力面前 20% 弦长部分,非定常压力幅值随间距增大而增大,但在后面的区域变化趋势正好相反,间距越大,幅值越小。相位图中,不同间距的吸力面几乎整体处于稳定区而压力面几乎整体处于失稳区。

由气动功的计算公式可知,相位角越接近 -90° ,幅值相同时,非定常气动力做负功越大,叶片稳定性越好,所以图中间距越大时,吸力面相位曲线越接近 $\varphi = -90^\circ$,稳定性越好,这与气动阻尼计算结果也吻合。

3.4 结果对比

图 17 为 $\theta = 60^\circ$,单转子、转子-静子级(曲线 R-S)和导叶-转子级(曲线 S-R)3 种结构下,转子叶片气动阻尼随间距的变化。结果对比发现,间距较小时(小于 70% c),曲线 R-S 和曲线 S-R 均低于单转子结果(虚线标识),说明单转子的计算结果偏于安全;当间距较大时,曲线 R-S 低于单转子结果而曲线 S-R 高于单转子,表明下游势干扰会加剧失稳,而上游尾迹和势干扰的共同作用则会使叶片趋于稳定。

比较两条曲线的斜率可以发现,在间距较小时曲线 R-S 斜率很大,说明势干扰作用很强,随着间距增大又会迅速衰减,在间距值大于 90% c 后斜率趋近于 0,说明势干扰的作用范围较短,大约不到 1 倍弦长。而曲线 S-R 在较大范围内斜率始终为正,说明上游势干扰和尾迹的共同作用范围较大,超过 2 倍弦长范围,远远大于只有势干扰时的作用范围。

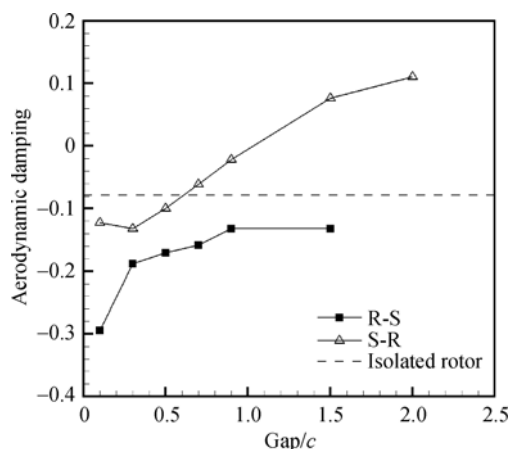


图 17 不同干涉作用下的气动阻尼

Fig. 17 Comparison of aerodynamic damping under different forms of interaction

4 结 论

本文使用能量法研究了二维转子叶片的颤振特性,计算了单转子叶排以及带上游导叶或者下游静子时转子级的气动阻尼,分析了上、下游干涉对转子叶片气动阻尼的影响,得到以下结论:

1) 在颤振计算中,单转子的计算结果与考虑尾迹或者势干扰影响的结果差距较大,转静干涉作用很明显,在实际颤振特性分析中应考虑叶片排干涉效应。

2) 在考虑下游势干扰对转子叶片颤振特性的影响时,随着间距的减小,势干扰强度不断增强,加剧叶片失稳;势干扰的作用范围较短,但在较短的作用范围内影响较大,所以在小间距叶轮机设计时应考虑势干扰对转子颤振特性的影响。

3) 在考虑上游导叶对转子叶片颤振特性的影响时,当间距较大,导叶促进转子的气弹稳定性且间距越大效果越好;当间距较小时,导叶的存在会造成叶片更易失稳,所以无法同时满足稳定性与紧凑性要求;在对紧凑性没有特别要求时,可适当加大上游导叶/静子与转子之间的间距以增强转子叶片气动弹性稳定性。

参考文献:

- [1] Sadeghi M, Liu F. Investigation of mistuning effects on cascade flutter using a coupled method[J]. Journal of Propulsion and Power, 2007, 23(2): 266-272.
- [2] Srivastava R, Bakhle M A, Keith T G. Numerical simulation of aerodynamic damping for flutter analysis of turbomachinery blade rows[J]. Journal of Propulsion and Power, 2003, 19(2): 260-267.
- [3] 张小伟,王延荣. 叶间相位角对叶片颤振的影响[J]. 航空动力学报, 2010, 25(2): 412-416.
ZHANG Xiaowei, WANG Yanrong. Influence of interblade phase angle on the flutter of rotor blades[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(2): 412-416. (in Chinese)
- [4] 金琰,袁新. 三维透平叶片扭转颤振问题的流固耦合数值研究[J]. 工程热物理学报, 2004, 25(1): 41-44.
JIN Yan, YUAN Xin. Numerical analysis of 3D turbine blade's torsional flutter by fluid-structure coupling method [J]. Journal of Engineering Thermophysics, 2004, 25(1): 41-44. (in Chinese)
- [5] Kikuchi M, Funazaki K, Yamada K, et al. Detailed studies on aerodynamic performance and unsteady flow behaviors of a single turbine stage with variable rotor-stator axial gap[J]. International Journal of Gas Turbine, Propulsion and Power Systems, 2008, 2(1): 30-37.
- [6] Ng W F, Obrien W F, Olsen T L. Experimental investigation of unsteady fan flow interaction with downstream

- struts[J]. Journal of Propulsion and Power, 1987, 3(2): 157-163.
- [7] Saren V E, Savin N M, Dorney D J, et al. Experimental and numerical investigation of airfoil clocking and inner-blade-row gap effects on axial compressor performance[J]. International Journal of Turbo and Jet Engines, 1998, 15(4): 235-252.
- [8] Culver R, Liu F. Mixing-plane method for flutter computation in multi-stage turbomachines[J]. AIAA 2009-862, 2009.
- [9] Huang X Q, He L, Bell D L. Influence of upstream stator on rotor flutter stability in a low pressure steam turbine stage[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers: Part A Journal of Power and Energy, 2006, 220(1): 25-35.
- [10] Li H D, He L. Blade aerodynamic damping variation with rotor-stator gap: a computational study using single-passage approach[J]. Journal of Turbomachinery, 2005, 127(3): 573-579.
- [11] 郭恩民, 周盛, 陆亚钧. 叶片排干涉叶片颤振和强迫响应影响的研究[J]. 航空学报, 1999, 20(4): 343-347.
GUO Enming, ZHOU Sheng, LU Yajun. Investigation on blade row interaction effect on flutter and forced response [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1999, 20(4): 343-347. (in Chinese)
- [12] 郑赞. 基于非结构网格的气动弹性数值方法研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(9): 2069-2077.
ZHENG Yun. Computational aeroelasticity with an unstructured grid method[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(9): 2069-2077. (in Chinese)
- [13] ZHENG Yun, YANG Hui. Coupled fluid-structure flutter analysis of a transonic fan[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2011, 24(3): 258-264.
- [14] Kamakoti R, Shyy W. Fluid-structure interaction for aeroelastic applications [J]. Progress in Aerospace Science, 2004, 40(8): 535-558.
- [15] Carta F O. Coupled blade-disc-shroud flutter instabilities in turbojet engine rotors [J]. Journal of Engineering for Power, 1967, 89(3): 419-426.
- [16] 周盛. 叶轮机气动弹性力学引论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1989.
- [17] Hsu S T, Wo A M. Reduction of unsteady blade loading by beneficial use of vortical and potential disturbances in an axial compressor with rotor clocking[J]. Journal of Turbomachinery, 1998, 120(4): 705-713.
- [18] Meldahl A. Selbsterregte flügel-schwingungen mit einem freiheitsgrad [J]. Brown Boveri Mitteilungen, 1946, 12: 386-393.

(编辑: 秦理曼)