

拉杆组合转子的刚度修正及动力学建模

卢明剑¹, 孙岩桦¹, 周 健¹, 赵世全², 耿海鹏¹, 王为民²

(1. 西安交通大学 机械工程学院 机械结构强度与振动国家重点实验室, 西安 710049;

2. 中国东方电气集团有限公司 东方汽轮机有限公司, 四川 德阳 618000)

摘 要: 为研究拉杆组合转子的动力学特性并比较其与整体式转子的差异, 基于集总参数法, 提出了一种拉杆组合转子动力学建模的方法. 该方法通过对整体式转子梁模型抗弯刚度的修正, 可以考虑接触、预紧力和拉杆等因素的影响. 首先分别分析了这3个因素对等效梁静态抗弯刚度的影响, 给出了相应的修正系数. 研究表明: 接触界面和拉杆对轴段抗弯刚度的影响很大, 而轴向预紧力的影响较小. 然后, 针对一模拟实验拉杆组合转子, 计算了各轴段的修正系数并建立了动力学模型. 其临界转速计算值和实验结果吻合, 误差仅0.8%, 表明了方法的正确性. 研究可为其他组合式结构的动力学分析和设计提供参考和借鉴.

关 键 词: 拉杆组合转子; 动力学模型; 预紧; 抗弯刚度; 临界转速

中图分类号: V231.91; TH113.1

文献标志码: A

Stiffness modification and dynamic modeling of a rod fastening rotor

LU Ming-jian¹, SUN Yan-hua¹, ZHOU Jian¹, ZHAO Shi-quan²,
GENG Hai-peng¹, WANG Wei-ming²

(1. State Key Laboratory of Strength and Vibration for Mechanical Structure,
School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. Dongfang Turbine Company Limited,
Dongfang Electric Corporation, Deyang Sichuan 618000, China)

Abstract: In order to analyze the rotor dynamics of a rod fastening rotor and compare its differences with the integral rotor, a model based on lumped parameter method was proposed. By modification of the stiffness of the beam element, the effects of contacts between the disks, pre-stresses in the disks produced by the axial preload and the rods can be considered. Firstly, the effects of the three factors on the stiffness of the beam in static were analyzed, and the modified coefficients were obtained. The results show that, contacts and rods compared with the pre-stresses in the discs had relatively large effects on the dynamics of the rod fastening rotor. Then the modification coefficients for each beam element of an experimental rod fastening rotor were calculated and the dynamic model of the rotor was established. The critical speeds were calculated and agreed well with the experimental results. The error was just 0.8%, validating the method proposed. The results are very useful in dynamics analysis and design of other combined structures.

Key words: rod fastening rotor; dynamic model; preload; bending stiffness;
critical speed

拉杆组合转子主要应用于现代重型燃气轮机、航空发动机等动力装备,是影响整个机组工作稳定性和寿命的核心部件.它是由中心拉杆或周向均布拉杆将若干级轮盘预紧而成的组合单轴式转子.和整体式转子相比,拉杆组合转子有易冷却、质量轻、易于制造装配等优点^[1-3].但是组合式的结构也给这种复杂转子的动力学分析和设计带来挑战.对于拉杆组合转子,轮盘间的接触、拉杆及通过拉杆施加于转子上的预紧力等因素是该转子区别于整体转子的根本所在.因此必须研究这些因素对拉杆组合转子动力学特性的影响,从而最终给出此类转子的动力学特性分析方法.

目前已发表的针对拉杆组合转子动力学特性的研究主要是考虑接触效应下的动力学建模及数值计算方法.文献[4]将接触面等效为扭簧-铰链结构,并在 Greenwood-Williamson 接触模型(GW 模型)基础上得到了扭簧当量抗弯刚度的计算方法.文献[5-9]均采用这一方法分析研究了表面粗糙度、波纹度、预紧力大小等对拉杆组合转子动力学特性的影响,其中文献[8]的接触模型考虑了微凸体的塑性变形.上述研究结果表明增大预紧力、减小表面粗糙度会增大转子固有频率.文献[10]采用三维有限元微元体计算了接触的法向和切向刚度,然后用均布弹簧代替接触,但出现了预紧力增大而接触刚度减小的结果.一般而言,预紧力不仅通过接触影响转子轴段的刚度,还会对轴段和拉杆造成附加刚度,但很少有文献研究.文献[11]研究了保证组合转子结构完整性下预紧力的确定方法.文献[2,4]采用了计入轴向载荷的铁木辛柯梁模型,但并未给出轴向载荷对拉杆组合转子动力学特性影响的相关结论.此外,拉杆也会对转子轴段造成附加刚度,文献[4,12-14]虽然分析了周向拉杆对转子系统的附加刚度,但未给出相关的定量结论,也没有说明造成附加刚度的机理.此外,上述的研究都主要采用有限元分析方法和

动力学数值仿真,没有进行相应的实验验证.文献[15]则针对复杂的拉杆组合转子进行了实验测试,结果表明预紧力足够大时可按相应整体式转子进行分析和设计.综上所述,目前还没有全面考虑接触、预紧力和拉杆的拉杆组合转子动力学模型.

集总参数法是一种应用广泛且计算效率高的转子动力学分析方法,但通常用于连续性结构的转子,不能直接用于拉杆组合转子.本文将在集总参数法基础上分析上述3个因素对梁抗弯刚度的作用,然后给出考虑接触、预紧和拉杆等因素的拉杆组合转子动力学模型并给出相应的定量结论.最后,以某型号重型燃气轮机的拉杆组合转子模化实验台为例进行了数值分析,计算了其临界转速并进行了实验验证.本文的研究结果可为组合式转子或其他组合式结构的动力学分析和设计提供参考和借鉴.

1 动力学建模

如图1所示为某型号重型燃气轮机的拉杆组合转子.其压气机部分有17级叶轮,透平部分有4级叶轮,均由12根周向均布的拉杆预紧组装.压气机和透平再通过中间鼓筒连接成一根单轴式转子.相对于整体式转子,非连续性是其最主要的结构特点,带来的问题包括:轮盘间的接触、拉杆和通过拉杆施加的巨大预紧力.因此必须要建立计入这3类因素的动力学模型,才能准确计算和分析其动力学特性.

定性来说,轮盘间的接触、拉杆和通过它施加的轴向预紧力会影响整个转子的抗弯刚度,而对惯性量(如质量、极转动惯量和直径转动惯量等)的影响很小.就转子整体而言,当其横向弯曲时,拉紧的轮盘会提供主要的抗弯刚度,而拉杆会提供附加的抗弯刚度,其作用相当于和轮盘并联^[16].由于轮盘接触界面的非连续性,转子的刚

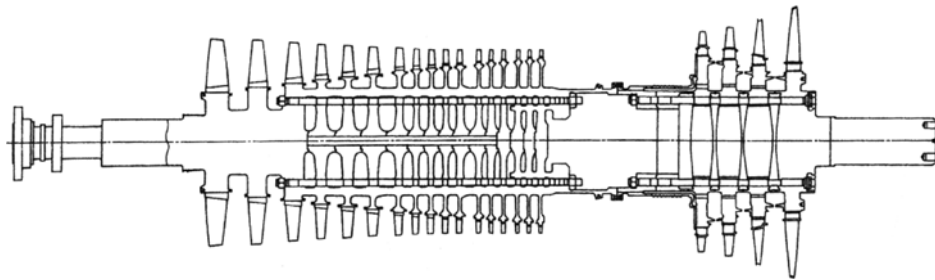


图1 拉杆组合转子

Fig. 1 Rod fastening rotor

性会弱于整体转子;此外,作用在轮盘上的轴向预紧压力也会使转子刚性减弱;而起预紧作用的拉杆本身,则因为受到相反的拉力而处于张紧状态,其刚度会增强.而上述对刚度的影响都与轮盘和拉杆内的轴向应力状态有关,影响的大小则需进一步研究.此外,刚度增强后的拉杆提供的附加抗弯刚度能否抵消接触界面和轮盘刚度的减弱,也需要进一步分析.

当忽略这3类因素,将拉杆组合转子视为整体式转子时,采用集总参数法可将其离散等效为集中质量的刚性圆盘和无质量的弹性轴段^[17].而接触、预紧和拉杆对转子动力学特性的影响既可以采用单独的无质量弹性单元来计入,也可以通过直接修正离散后轮盘轴段的刚度矩阵来计入.本文采用第2种方法,它比较简单,不需要对传递矩阵法做任何修改.

采用 Riccati 传递矩阵法求解时,与轴段刚度有关的矩阵 $\mathbf{G}$ 为^[17]

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \frac{L^2}{2EI} & 0 & \frac{L^3}{6EI} & 0 \\ 0 & \frac{L^2}{2EI} & 0 & \frac{L^3}{6EI} \\ \frac{L}{EI} & 0 & \frac{L^2}{2EI} & 0 \\ 0 & \frac{L}{EI} & 0 & \frac{L^2}{2EI} \end{bmatrix} \quad (1)$$

故通过等效的方法,分别研究上述3个因素对轴段抗弯刚度的定量影响,然后对式(1)中的抗弯刚度 EI 进行修正,即可利用现有的求解方法进行拉杆组合转子的动力学分析.考虑到拉杆提供的附加刚度与转子轴段并联,修正后的轴段等效抗弯刚度为

$$(EI)_{\text{eq}} = (\eta_k \eta_p + \eta_a) EI = \eta_t EI \quad (2)$$

其中 η_k 为接触修正系数, η_p 为预紧修正系数, η_a 为拉杆修正系数, η_t 为总体修正系数, EI 为修正前的无质量弹性轴段的抗弯刚度.

2 接触对抗弯刚度的影响

设第 i 个弹性轴段存在接触,如图 2(a)所示,图中 l_1, l_2 为轴段长度, $(EI)_i$ 为抗弯刚度, T_0 为轴向预紧力.由接触力学及动力学相关理论,可将接触面上的微凸体等效为均布在刚性平面上的均值弹簧,如图 2(b)所示.

对图 2(b)的模型,在纯弯曲的情况下易得到

$$kI = \frac{M}{\theta} \quad (3)$$

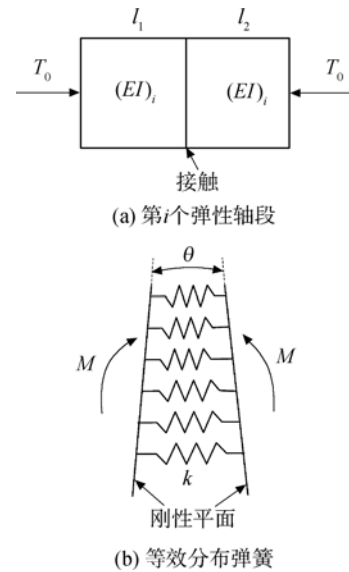


图2 接触的等效模型

Fig. 2 Equivalent model of the contact

其中 k 为单位面积接触刚度, I 为截面矩, θ 为转角.可见 kI 为接触面的等效弯曲刚度,图 2(a)中的弹性轴段与其串联,易知整个结构的等效抗弯刚度为

$$(EI)_{\text{eq}} = \eta_t EI \quad (4)$$

其中

$$\eta_k = \frac{1}{1 + E/kL} \quad (5)$$

式中 L 为第 i 个轴段总长, $L = l_1 + l_2$. 式(5)定义了接触对轴段抗弯刚度的修正系数,可见含接触的轴段抗弯刚度总小于相应的整体式轴段.接触修正系数 η_k 主要与单位面积接触刚度 k 和该轴段的总长 L 相关,单位面积接触刚度越大,轴段越长,则接触界面的影响相对越小,即等效抗弯刚度越趋于相应整体式轴段的抗弯刚度.

接触修正系数的计算主要是计算单位面积接触刚度 k ,若考虑接触界面的微观特性,所需参数为表面粗糙度 R_a ,微凸体半径 R_0 ,名义面积微凸体分布密度 h 及预紧力 T_0 ,具体计算方法可参考文献[6].

3 预紧力对抗弯刚度的影响

在通常情况下,转子不受轴向载荷或轴向载荷恒通过轴承的中心连线^[17].而拉杆组合转子中含预紧力而且预紧力沿着拉杆的挠曲线方向.此外,预紧力同时作用在拉杆和转子轴段上,但方向相反.

通过比较有相同约束和横向载荷的有无预紧

两种情况下梁的刚度,可以得到预紧对梁的抗弯刚度的影响.如图3(a)所示的无质量梁,长度为 L ,中点受横向力 $2P$,预紧力为 T_0 .

定义图3(a)中梁的刚度为

$$k = \frac{2P}{y_{\max}} \quad (6)$$

其中 $y_{\max}$ 为梁的最大位移挠度.易知无预紧下梁的刚度为

$$k_0 = \frac{48EI}{L^3} \quad (7)$$

变形后梁的某长度 dz 的微元体如图3(b)所示,预紧力 T_0 沿挠曲线方向.图中 M 和 S 分别为弯矩和剪力, dM 和 dS 分别为弯矩和剪力的增量,取图中力的方向为正方向.假设预紧力大小不变,由力和力矩平衡关系得

$$\frac{dS}{dz} = -T_0 \frac{d\psi}{dz} \quad (8)$$

$$\frac{dM}{dz} = -S \quad (9)$$

$$\frac{d^2}{dz^2} \left[EI \frac{d^2 y}{dz^2} \right] - T_0 \frac{d^2 y}{dz^2} = 0 \quad (10)$$

式中 ψ 为挠度角, $\psi = dy/dz$.

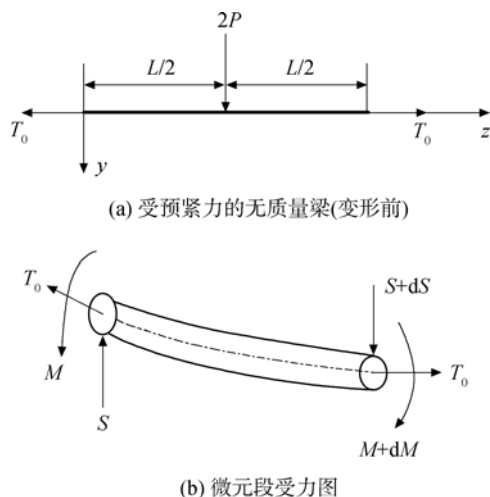


图3 预紧对梁抗弯刚度的影响

Fig. 3 Influence of preload on the bending stiffness of beam

与考虑了轴向载荷的欧拉-伯努利梁方程相比,式(9)、式(10)两式与其相同,但剪力方程(式(8))不同,这是由于欧拉-伯努利梁模型中的轴向载荷总是平行于 z 轴.式(8)的右侧不仅与 z 有关,还与预紧力 T_0 和挠度角 ψ 有关.

为方便分析,按 $\bar{y} = y/(L/2)$, $\bar{z} = z/(L/2)$, $\bar{S} = S/P$, $\bar{M} = M/(PL/2)$ 对上述的微分方程式

(8)~式(10)进行归一化处理,则

$$\frac{d\bar{S}}{d\bar{z}} = -\frac{T_0}{P} \cdot \frac{d\psi}{d\bar{z}} \quad (11)$$

$$\frac{d\bar{M}}{d\bar{z}} = -\bar{S} \quad (12)$$

$$\frac{d^2 \bar{M}}{d\bar{z}^2} - \frac{T_0 L^2}{4EI} \bar{M} = 0 \quad (13)$$

两端简支情况下梁的边界条件为

$$\bar{M}|_{\bar{z}=0} = 0 \quad (14)$$

$$\bar{S}|_{\bar{z}=1} = 1 \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial \bar{y}}{\partial \bar{z}} \right|_{\bar{z}=1} = 0 \quad (16)$$

1) 当 $T_0 > 0$ 时,即对应拉杆处于受拉状态时,令

$$\lambda^2 = \frac{T_0 L^2}{4EI} \quad (17)$$

则式(13)的通解可以写成

$$\bar{M} = \bar{M}_{01} e^{\lambda \bar{z}} + \bar{M}_{02} e^{-\lambda \bar{z}} \quad (18)$$

由式(15)可知 $\bar{M}_{01} = -\bar{M}_{02}$,由式(12)和式(16)得

$$\bar{M}_{01} = \frac{-1}{\lambda(e^{\lambda} + e^{-\lambda})} \quad (19)$$

故

$$\bar{M} = \frac{-(e^{\lambda \bar{z}} - e^{-\lambda \bar{z}})}{\lambda(e^{\lambda} + e^{-\lambda})} \quad (20)$$

由式(11)和式(16)得

$$\bar{S} = 1 - \frac{T_0}{P} \psi \quad (21)$$

将式(20)、式(21)代入式(12)中得

$$\frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \bar{z}^2} = -\lambda \left(\frac{P}{T_0} \right) \frac{e^{\lambda \bar{z}} - e^{-\lambda \bar{z}}}{e^{\lambda} + e^{-\lambda}} \quad (22)$$

式(22)积分并由式(16)得

$$\bar{y} = \left(\frac{P}{T_0} \right) \left[\bar{z} - \frac{e^{\lambda \bar{z}} - e^{-\lambda \bar{z}}}{\lambda(e^{\lambda} + e^{-\lambda})} \right] \quad (23)$$

最大挠度发生在梁中点即 $\bar{z}=1$ 处

$$y_{\max} = \frac{PL}{2T_0} \left[1 - \frac{e^{\lambda} - e^{-\lambda}}{\lambda(e^{\lambda} + e^{-\lambda})} \right] \quad (24)$$

则预紧情况下梁的刚度为

$$k_{T_0} = k_0 \eta_f(\lambda) \quad (25)$$

其中 η_f 为预紧对拉杆抗弯刚度的修正系数.

$$\eta_f = \frac{\lambda^3}{3} \cdot \frac{e^{\lambda} + e^{-\lambda}}{\lambda(e^{\lambda} + e^{-\lambda}) - (e^{\lambda} - e^{-\lambda})} \approx 1 + 0.4\lambda^2 \quad (26)$$

2) 当 $T_0 < 0$ 时,即对应转子轴段处于受压状态时,令

$$\lambda^2 = -\frac{T_0 L^2}{4EI} \quad (27)$$

同理可以得到相应的抗弯刚度修正系数为

$$\eta_p = \frac{\lambda^3}{3} \cdot \frac{\cos \lambda}{\sin \lambda_s - \lambda_s \cos \lambda_s} \approx 1 - 0.4\lambda^2 \quad (28)$$

在应用式(26)、式(28)时必须注意到式中的 T_0 和 I 是不同的. 由式(26)和式(28)可见, 预紧力会增大拉杆的等效抗弯刚度而减小转子轴段的等效抗弯刚度, 增大或减小的幅度与 λ^2 的大小有关. 长度相同时, 虽然轴段上的预紧力为所有拉杆预紧力之和, 但轴段截面矩与拉杆截面矩之比通常为 10^4 甚至更大, 故对拉杆的等效抗弯刚度影响更大.

以上分析得到了预紧下的单根拉杆等效抗弯刚度, 但对于图1所示的周向拉杆转子还需分析周向均布拉杆相对转子轴段提供的附加刚度.

4 拉杆对轴段抗弯刚度的影响

拉杆比照转子轴段进行分段, 拉杆提供的附加刚度与相应转子轴段并联^[16]. 如图4所示, n 根拉杆沿节径 R 周向均布, 受到弯矩 M 产生纯弯曲.

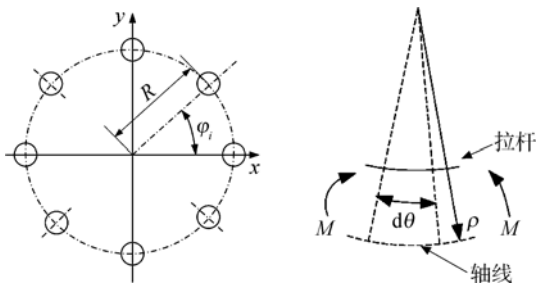


图4 周向均布拉杆

Fig. 4 Annular-distributed rods

如下假设是合理的: ①拉杆所在节圆的水平面为拉杆组弯曲的中性层; ②第 i 根拉杆的横截面上应力相等.

如图4所示, 变形前相距 dx 的横截面, 变形后绕中性轴相对旋转了一个角度 $d\theta$, 易得第 i 根拉杆的应变为

$$\epsilon_i = \frac{(\rho - R \sin \varphi_i) d\theta - \rho d\theta}{\rho d\theta} = -\frac{R \sin \varphi_i}{\rho} \quad (29)$$

由力矩平衡有

$$\sum_{i=1}^n E \epsilon_i A_r \cdot R \sin \varphi_i = M \quad (30)$$

式中 A_r 为拉杆的横截面积.

由式(29)、式(30), 得

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E A_r R^2 \sum_{i=1}^n \sin^2 \varphi_i} \quad (31)$$

当 $n \geq 3$ 时, 由三角求和公式有

$$\sum_{i=1}^n \sin^2 \varphi_i = \sum_{i=1}^n \sin^2 (2\pi/n) = \frac{n}{2} \quad (32)$$

得

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2M}{E A_r R^2 n} \quad (33)$$

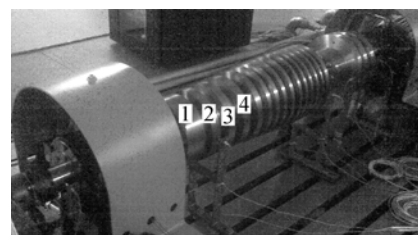
由抗弯刚度的定义可知 $E A_r R^2 n/2$ 即是周向拉杆组的抗弯刚度. 可见拉杆横截面积越大, 分布的节圆半径越大, 数目越多, 则拉杆提供的附加刚度越大.

考虑到预紧对拉杆抗弯刚度的作用, 定义拉杆引起的轴段抗弯修正系数为

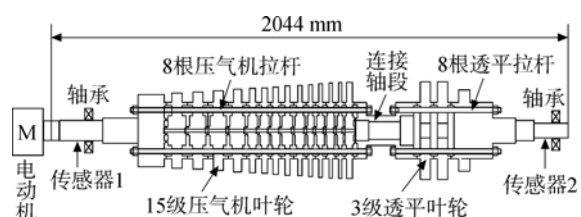
$$\eta_p = \frac{\eta_r E A_r R^2 n/2}{EI} = \frac{\eta_r A_r R^2 n/2}{2I} \quad (34)$$

5 计算实例及实验对比

为定量比较上述3个因素在实际拉杆组合转子中的作用, 并验证第1节中的建模方法, 针对图5中的模化转子进行了分析. 该模化转子的压气机段和透平段分别有15级叶轮和3级叶轮, 均由8根拉杆预紧组装. 压气机段和透平段再通过中间的连接轴段构成单轴式转子. 转子采用滑动轴承支撑, 并由电动机通过压气机段的轴颈驱动. 转子总长为2044 mm, 最大直径为300 mm, 质量为350 kg, 设计最高转速为6000 r/min. 第2,3级轮盘相接触的环形轴段的参数见表1, 表中 I 表示轴段截面矩, I_r 表示拉杆截面矩, 其他符号意义如前文.



(a) 模化转子



(b) 模化转子剖面图

图5 实验台

Fig. 5 Test rig

表1 轴段参数

Table 1 Parameters of a shaft station

参数	数值	参数	数值
$R_a/\mu\text{m}$	0.8	$I/10^{-5}\text{m}^2$	2.297
$R_0/\mu\text{m}$	90	$A_r/10^{-4}\text{m}^2$	2.16
$h/(10^7/\text{m}^2)$	5.8	$I_r/10^{-9}\text{m}^2$	7.45
L/mm	69	R/mm	70
E/GPa	200	n	8

按前文计算相应的修正系数随预紧力变化的关系,如图6所示。图中将预紧力等效转化为轮盘接触面上的平均接触应力。

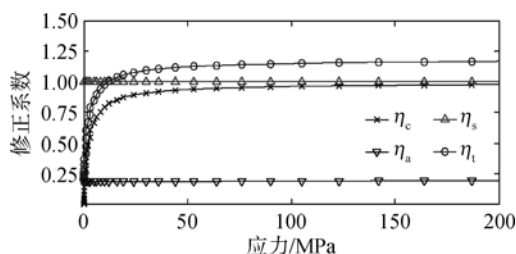


图6 修正系数随预紧力变化的关系

Fig. 6 Relation between correction coefficient and preload

可见随着预紧力的增加,接触修正系数 η_c 和拉杆修正系数 η_a 都增大,而预紧修正系数 η_s 基本不变,保持为1;其中当预紧应力达到142 MPa时,接触修正系数 η_c 近似等于1,即轴段可视为连续体;总体修正系数 η_t 也随预紧力增大的而增大,且由于拉杆提供了附加刚度,使其值大于1;当预紧应力足够大时,总体修正系数 η_t 基本不变;接触和拉杆对轴段的抗弯刚度影响相对较大。

由上分析并综合考虑转子和拉杆的强度,实验台中的转子预紧到100 MPa的水平,对转子进行了跨越1阶临界转速的实验,图5(b)中两传感器测得的转子不平衡响应如图7所示。

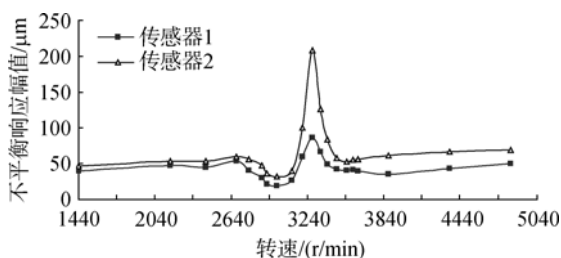


图7 轴颈处的不平衡响应

Fig. 7 Unbalance response at the two journals

忽略接触、拉杆和预紧力,将模化转子视为整体式转子,建立其集总参数法的未修正模型。其中考虑了轴段直径突变处的有效抗弯刚度和实验测得的轴承动力学系数,以确保未修正模型能反映实际转子的参数。在此基础上,按本文的方法建立该拉杆组合转子的动力学修正模型,采用传递矩阵法计算了1阶临界转速,与实验测试结果和未修正模型的计算结果列入表2。

表2 计算及实验结果

Table 2 Results of analysis and experiment

参数和误差	修正模型	未修正模型	实验结果
1阶临界转速/(r/min)	3306	3012	3280
误差/%	0.8	-8.2	

由表2可见修正模型的结果更接近实验结果,验证了本文所提方法的正确性。

6 结论

1) 针对拉杆组合转子,在Riccati传递矩阵法基础上,提出了一种考虑接触、预紧力和拉杆等因素的动力学模型,利用该模型可以更准确地分析此类转子的动力学特性。此外,针对实验台的拉杆组合转子所进行的计算表明:接触效应和拉杆对拉杆组合转子的轴段抗弯刚度影响较大,而预紧力对轴段引起的附加刚度较小。最后,临界转速的计算结果和实验结果吻合,证明了本文提出的方法具有更高的精度。

2) 本文的模型可用作不平衡响应和瞬态响应分析,也为包含拉杆和轮盘的组合式结构动力学分析提供参考和借鉴。

参考文献:

- [1] GAO Jin, YUAN Qi, LI Pu, et al. Effects of bending moments and pre-tightening forces on the flexural stiffness of contact interfaces in rod-fastened rotors[C]// Proceedings of ASME Turbo Expo, Denmark; ASME, 2012: 511-519.
- [2] LIU Heng, CHEN Li, WANG Weimin, et al. Nonlinear dynamic analysis of a flexible rod fastening rotor bearing system[C]// Proceedings of ASME Turbo Expo, Glasgow, UK; ASME, 2010: 389-398.
- [3] Manfred J, John S. 35-year old splined-disc rotor design large gas turbine[R]. ASME Paper 96-GT-523, 1996.
- [4] 饶柱石. 拉杆组合式特种转子力学特性及其接触刚度的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1992.

RAO Zhushi. A study of dynamic characteristic and con-

- tact stiffness of the rod fastening composite special rotor [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 1992. (in Chinese)
- [5] LU Mingjian, GENG Haipeng, XU Guohui, et al. Analysis and experimental study of dynamic characteristics of rod fastened rotor-bearing system under preload saturation [R]. ASME Paper GT2013-95397, 2013.
- [6] YUAN Qi, GAO Rui, FENG Zhengping, et al. Analysis of dynamic characteristics of gas turbine considering contact effects and pre-tightening force [C] // Proceedings of ASME Turbo Expo. Berlin, Germany: ASME, 2008: 938-988.
- [7] ZHANG Yanchun, DU Zhaogang. Determination of contact stiffness of rod-fastened rotors based on modal test and finite element analysis [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2010, 132(9): 094501. 1-094501. 4.
- [8] HE Peng, LIU Zhansheng, WANG Guiwang, et al. Rotor dynamic analysis of tie-bolt fastened rotor based on elastic-plastic contact [C] // Proceedings of ASME Turbo Expo. British, Columbia, Canad: ASME, 2011: 365-373.
- [9] MENG Cheng, SU Ming, WANG Shaobo. An investigation on dynamic characteristics of a gas turbine rotor using an improved transfer matrix method [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2013, 135(2): 122505. 1-122505. 12.
- [10] 李辉光, 刘恒, 虞烈. 考虑接触刚度的燃气轮机拉杆转子动力特性研究 [J]. 振动与噪声, 2012, 31(7): 4-8.
- LI Huiguang, LIU Heng, YU Lie. Dynamic characteristics of rod fastening rotor for gas turbine considering contact stiffness [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(7): 4-8. (in Chinese)
- [11] 李辉光, 刘恒, 虞烈. 周向均布拉杆转子预紧力的确定 [J]. 航空动力学报, 2011, 26(12): 2791-2797.
- LI Huiguang, LIU Heng, YU Lie. Determination of preload force of circumferential distributed rod fastening rotor [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(12): 2791-2797. (in Chinese)
- [12] YUAN Shuxia, ZHANG Youyun, ZHU Yongsheng, et al. Study on the equivalent stiffness of the heavy-duty gas turbines composite rotor with curvic couplings and spline tie-bolts [C] // Proceedings of ASME 2011 Power Conference. Colorado, USA: ASME, 2011: 567-576.
- [13] Guillaume M, Thouraya N, Regis D, et al. Efficient model development for an assembled rotor of an induction motor using a condensed modal functional [J]. Journal of Computational and Nonlinear Dynamics, 2011, 6(2): 293-297.
- [14] 钱征文, 程礼, 陈威, 等. 盘式拉杆转子双稳态振动特性 [J]. 航空动力学报, 2011, 26(7): 1563-1568.
- QIAN Zhengwen, CHENG Li, CHEN Wei, et al. Analysis on bistable response of a disk rod fastening rotor [J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(7): 1563-1568. (in Chinese)
- [15] 卢明剑, 耿海鹏, 徐国徽, 等. 预紧饱和下盘式周向拉杆转子-轴承系统动力学特性分析及实验研究 [J]. 振动工程学报, 2014, 27(1): 111-117.
- LU Mingjian, GENG Haipeng, XU Guohui, et al. Analysis and experiment study on dynamic characters of rod-fastening rotor-bearing system under saturated pretension [J]. Journal of Vibration Engineering, 2014, 27(1): 111-117. (in Chinese)
- [16] 李浦, 袁奇, 高进, 等. 轮盘端面齿连接的周向拉杆转子刚度研究 [J]. 航空动力学报, 2013, 28(7): 1618-1623.
- LI Pu, YUAN Qi, GAO Jin, et al. Investigation on stiffness of circumferential distributed tie-rod rotor with curvic couplings of trochal disk [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(7): 1618-1623. (in Chinese)
- [17] John M. Rotordynamics of turbomachinery [M]. New Jersey: John Wiley & Sons Inc., 1988.

(编辑: 秦理曼)