

壁面的表面粗糙度引起的 Stokes 层亚临界不稳定性

孔 玮^{1,2}, 罗纪生¹

(1. 天津大学 机械工程学院 力学系, 天津 300072;
2. 淮阴工学院 建筑工程学院, 江苏 淮安 223001)

摘 要: 用数值模拟的方法研究了二维壁面的表面粗糙度下 Stokes 层的非线性亚临界不稳定性问题. 发现当粗糙度高度极小时, 响应系数曲线与线性情况就会产生较大偏离. 随着粗糙度高度的增加, 扰动 1 阶谱会出现亚谐波的成分, 粗糙度高度的进一步增加使扰动 1 阶谱进入混乱阶段, 显示出亚临界失稳的过程. 根据粗糙度高度与扰动 1 阶谱演化的特征关系, 定义了临界粗糙度高度, 并给出临界粗糙度高度与雷诺数的关系曲线. 结果表明: 临界粗糙度高度随着雷诺数增大而减小, 雷诺数为 300 左右时, 微米量级的粗糙度高度就可能引起 Stokes 层的亚临界失稳, 发生转捩, 由此也可以给出实验中观测到的转捩通常都发生在雷诺数为 300 附近的原因.

关 键 词: Stokes 层; 表面粗糙度; 非线性响应曲线; 亚临界不稳定性; 转捩

中图分类号: V211.1; O351.2

文献标志码: A

Subcritical instability of Stokes layer induced by wall surface roughness

KONG Wei^{1,2}, LUO Ji-sheng¹

(1. Department of Mechanics, School of Mechanical Engineering,
Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Faculty of Architecture and Civil Engineering, Huaiyin Institute of Technology,
Huai'an Jiangsu 223001, China)

Abstract: The subcritical instability problem of a finite Stokes layer over two-dimensional wall surface roughness was investigated by numerical simulations. Results indicated that infinitesimal height of roughness led to a quite large deviation of the response curves from the linear cases. With the increasing height of wall roughness, the evolution of the disturbance at one order spectrum displayed the sub-harmonic component, and then the evolution entered into the irregular state, indicating the subcritical instability. According to the correlation between the height of roughness and the disturbance at one order spectrum evolution, the critical height of roughness was defined, and the relation curve was given as a result. Results shows that the critical height of roughness becomes smaller as the Reynolds number increases. At the Reynolds number around 300, the height of roughness of just the level of micrometer would be able to trigger the subcritical instability and transition in Stokes layer. That is why transition often occurs in experimental observations at Reynolds number around 300.

Key words: Stokes layer; surface roughness; nonlinear response curve; subcritical instability; transition

收稿日期: 2015-10-29

基金项目: 国家自然科学基金(11202147, 11332007); 高等学校博士学科点专项科研基金(20120032120007)

作者简介: 孔玮(1986—), 男, 安徽潜山人, 博士生, 主要从事流动稳定性及转捩方面的研究.

Stokes 层是一种典型的非定常流动,在自然界中常见的例子就是由波浪或潮汐作用下海底的周期流动,该流动与泥沙启动、海底沙纹床的形成及盐分输运等现象有着密切的联系. Stokes 层在很多领域有着重要应用,如海岸及环境工程,生物学,医学等. 因此,对于这种流动特性的研究引起了广泛的重视,特别是借助于数值模拟对 Stokes 层亚临界失稳的原因及条件的研究得到了重视和发展.

从理论分析上讲,Stokes 层通常可分为两类:一类称为半无限 Stokes 层 (semi-infinite Stokes layer),是由一块无限长平板产生的;另一类称为有限 Stokes 层 (finite Stokes layer),是在两平行平板间或圆管内产生的,是由周期性压力或平板在其自身平面内的周期运动驱动流体产生的振荡. 如果将坐标取在壁面上,则 Stokes 层外边界的速度是时间的周期函数,其最大速度记为 U_0 ,圆频率记为 Ω . 多数研究中雷诺数定义为 $Re_\delta = U_0 \delta / \nu$, 其中, ν 是运动黏度, $\delta = \sqrt{2\nu/\Omega}$ 为 Stokes 层厚度.

Stokes 层的基本流是非定常的,其中分为加速阶段和减速阶段,实验观测发现^[1-4],随着雷诺数 Re_δ 的增大,Stokes 层会从层流转捩为湍流,而基本流的减速阶段更容易转捩. Cowley^[5] 的理论研究也发现失稳主要发生在减速阶段. 由于基本流的非定常,Stokes 层的转捩会经历 4 种不同流动状态:①层流 ($Re_\delta < 100$),基本流的各阶段都不受扰动影响;②扰动层流 ($100 \leq Re_\delta \leq 550$),速度基本上仍为层流,只不过在基本流的减速阶段会叠加一个小扰动;③间歇湍流 ($550 \leq Re_\delta \leq 3000$),流动从层流向湍流转捩的状态,湍流仅仅在基本流的减速阶段发生,而在加速阶段又恢复到层流状态;④充分发展湍流 ($Re_\delta > 3000$),此时湍流贯穿基本流的整个周期.

Stokes 层稳定性的理论研究早期主要采用的是能量法,但得到的临界雷诺数很小,只有几十的量级,与实验结果严重不符. 目前的研究有两种:第 1 种是采用准定常假设,针对“瞬时冻结”的基本流,求解 O-S (Orr-Sommerfeld) 方程特征值问题进行稳定性分析,称为瞬时稳定性理论,由于这种方法是针对基本流周期中的各个不同阶段进行分析的,因此得到的失稳临界雷诺数依然较低;第 2 种是 Floquet 理论,可以得到扰动在经历一个周期后的净增长率,称为全局稳定性理论. 由于计算机性能的限制,早期 Floquet 理论的分析结

果^[6-8]显示,当计算雷诺数增加到 1000,仍没有发现不稳定的扰动. 随着计算机水平的发展,Blennerhassett 和 Bassom^[9] 得到了全局稳定性的中性曲线,结果显示,不稳定性发生在 $Re_\delta > 1416$. 随后他们^[10]对不同管径的圆管进行分析,使临界雷诺数下降到 1100 左右,但仍然与实验观测的转捩雷诺数(约为 550)有相当大的差别.

Floquet 理论是对 Stokes 层一个周期内扰动的整体稳定性研究,但理论分析和实验都表明,在 Stokes 层一个周期的不同阶段,扰动的增长与否是不同的,如 Stokes 层减速阶段,扰动的增长率大,可以增长到的幅值很大,而加速阶段扰动一般是衰减的,因此,多数研究认为,Stokes 层的失稳及转捩主要发生在 Stokes 层的减速阶段,是由瞬时不稳定性模态引起的. Wu^[11] 研究了一个二维波与一对三维波的相互作用,发现当雷诺数充分大时,在有限时间内扰动的幅值能快速增长,分析结果指出 Stokes 层的失稳主要依赖于一个周期内的某些阶段中扰动幅值的增长,而不是依靠 Floquet 整体不稳定模态. Akhavan 等对有限幅值的二维扰动进行了二次不稳定性分析,发现有限幅值的二维扰动会激励三维扰动的迅速增长,导致转捩. Blondeaux 和 Vittori^[12] 针对二维粗糙壁与 Stokes 层的作用进行了理论分析,发现较小的表面粗糙度高度(文中简称粗糙度高度)就能产生较大幅值的二维波,并且二维波的相互作用也能产生有限幅值的扰动,他们指出,实验观测到的非周期湍流是壁面缺陷激发的 Stokes 层中瞬时不稳定模态的增长而导致的,这也证明了壁面缺陷对 Stokes 层转捩起着重要的作用. 随后,Verzicco 和 Vittori^[13-14] 通过数值模拟研究了三维粗糙壁下 Stokes 层的转捩问题,验证了 Blondeaux 和 Vittori 的结论.

Luo 和 Wu^[15] 讨论了线性情况下 Stokes 层对二维壁面的表面粗糙度响应问题,发现当 $Re_\delta > 600$ 时,极小的壁面表面粗糙度 ($0.1 \mu\text{m}$) 就可以在流场中引起很大幅值的扰动,因此一般壁面的表面粗糙度引起的扰动演化的研究需要考虑扰动的非线性作用,即壁面的表面粗糙度引起的 Stokes 层的亚临界非线性失稳问题. 关于壁面的表面粗糙度对流动转捩影响已有很多相关的研究工作, Luo 和 Wu^[16-17] 在研究壁面的表面粗糙度对平面槽道流稳定性的影响时,将粗糙度高度与临界雷诺数联系起来,给出了雷诺数与临界粗糙度高度的关系曲线用来描述外部强迫引起的亚临

界失稳问题. 本文在文献[15]工作的基础上, 通过数值模拟研究亚临界雷诺数下二维壁面的表面粗糙度引起的扰动非线性失稳问题, 并给出临界粗糙度高度与雷诺数的关系曲线, 用以定量描述外部强迫引起的 Stokes 层的亚临界失稳问题.

1 物理问题及控制方程

考虑半间距为 h^* 的两块平板间由于周期压力梯度形成的 Stokes 层, 主流区的势流速度为 $U_0 \cos \Omega t^*$, 其中 U_0 为势流振荡的最大速度, t^* 为时间. 为了与文献[15]相关结果进行比较, 本文计算中雷诺数定义为

$$Re = \frac{U_0}{\sqrt{2\nu\Omega}} = \frac{U_0 \delta}{2\nu} = \frac{Re_\delta}{2} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial t} + Re \left[U_b \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial U_b}{\partial y} \right] = -Re \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] u + Re v \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial v}{\partial t} + Re U_b \frac{\partial v}{\partial x} = -Re \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right] v - Re u \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (3)$$

扰动方程式(3)可以写成算子的形式

$$\frac{\partial L_0(\mathbf{u})}{\partial t} + L(\mathbf{u}) = N(\mathbf{u}) \quad (4)$$

其中 $L(\mathbf{u})$ 和 $N(\mathbf{u})$ 分别为 $\mathbf{u}$ 的线性项和非线性项. 设用 Stokes 层厚度 δ 无量纲的壁面的表面粗糙度的形式为

$$h\epsilon e^{i\alpha x} + \text{c. c.}$$

其中 α 为流向波数, ϵ 为以平板间距无量纲化的粗糙度高度. 当 $\epsilon \ll 1$ 时, 边界条件可以线性化处理为

$$u(\pm h) = \mp \frac{\partial U_b}{\partial y} \bigg|_{y=\pm h} h\epsilon(e^{i\alpha x} + \text{c. c.}) \quad (5)$$

本文中取 $h=16$. 法向采用 Malik^[18] 建议的两点 4 阶精度差分格式, 即

$$\begin{aligned} \varphi_{j+1} - \varphi_j &= \frac{\Delta y}{2} \left[\left(\frac{d\varphi}{dy} \right)_{j+1} + \left(\frac{d\varphi}{dy} \right)_j \right] - \\ &\quad \frac{(\Delta y)^2}{12} \left[\left(\frac{d^2\varphi}{dy^2} \right)_{j+1} - \left(\frac{d^2\varphi}{dy^2} \right)_j \right] \end{aligned} \quad (6)$$

流向采用谱方法计算, 设扰动为

$$\varphi(x, y, t) = \varphi_0(y, t) + \sum_{n=1}^N [\varphi_n(y, t) e^{in\alpha x} + \text{c. c.}]$$

非线性项采用伪谱方法. 在谱空间中边界条件(式(5))可写为

$$\begin{cases} u_1(\pm h, 0) = \mp h\epsilon \frac{\partial U_b}{\partial y} \bigg|_{y=\pm h} \\ u_n(\pm h, 0) = 0 \quad n = 0, 2, 3, \dots \end{cases} \quad (7)$$

本文采用无量纲化进行计算, 用势流振荡的最大速度 U_0 对速度进行无量纲化, 用 Stokes 层厚度 δ 及 $\frac{1}{\Omega}$ 分别对坐标 x^* , y^* , z^* 及时间 t^* 进行无量纲化. 这样可以得到 Stokes 层基本流速度为

$$U_b(y, t) = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\cos(1+i)y}{\cos(1+i)h} \right] e^{it} + \text{c. c.} \quad (2)$$

其中 $h=h^*/\delta$ 为无量纲半板间距, c. c. 代表共轭部分. 本文研究扰动的演化, 将速度分解为基本流与扰动, 即 $(U_b, 0) + (u, v)$, 代入到无量纲不可压缩 Navier-Stokes(N-S)方程中, 并减去基本流满足的方程, 得到扰动方程

时间方向采用 2 阶显隐格式, 即方程式(4)离散为

$$\begin{aligned} \frac{L_0(u^{k+1}) - L_0(u^k)}{\Delta t} + \frac{1}{2} [L(u^{k+1}) + L(u^k)] = \\ \frac{1}{2} [3N(u^k) - N(u^{k-1})] \end{aligned} \quad (8)$$

2 计算结果及讨论

表面粗糙度的作用下, Stokes 层中产生的扰动是随时间周期性演化的, 图 1 给出了线性情况下, $Re=200$, $\alpha=0.2$, $\epsilon=3.2 \times 10^{-3}$, 流向扰动速度的模沿法向最大值 $\max |u|$ 随 t (无量纲化后的时间) 的演化, 可以看到, 经过初始的调整阶段, 扰

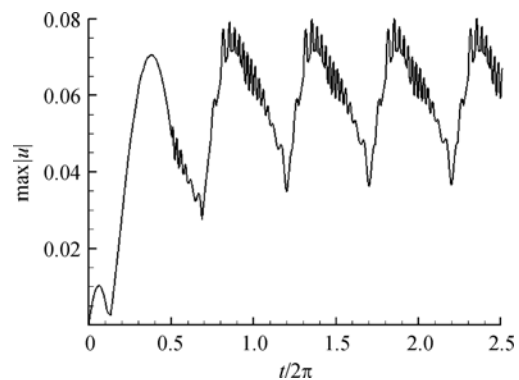


图1 流向扰动速度沿法向最大值的模随时间的演化
Fig. 1 Evolution of maximum amplitude of streamwise disturbance velocity along normal direction

动变为以 π 为周期的周期演化形式。

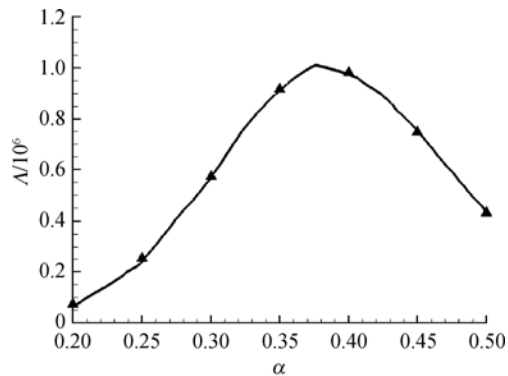
为了和文献[15]的线性结果进行比较,用基本扰动速度 $u_1(y, t)$ 定义响应系数

$$\Delta(\alpha, Re) = \max_{y, t} |u_1(y, t)| / \varepsilon$$

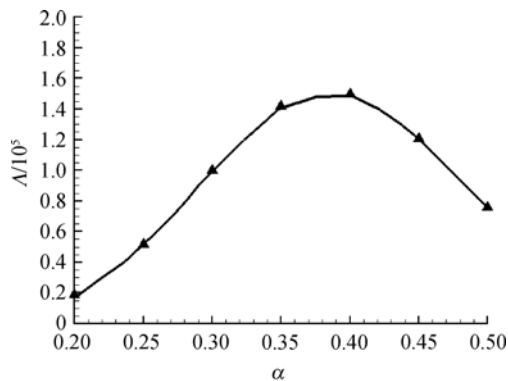
图 2 为本文与文献[15]结果的对比,可以看到两者符合的很好,证明本文的数值方法是可靠的. 可以看到,响应系数曲线在 $\alpha=0.38$ 时为最大值,此处恰好对应 Floquet 分析得到的中性曲线临界雷诺数的位置。

2.1 非线性响应曲线

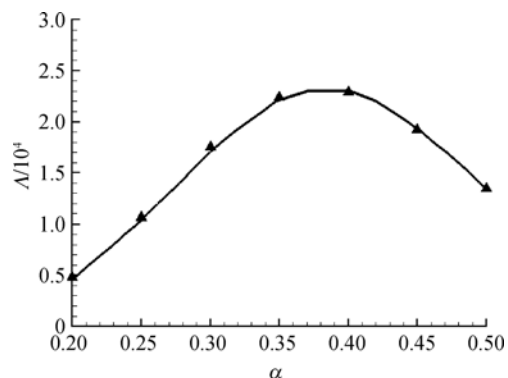
对于线性情况,响应系数 Δ 与粗糙度高度无关,从计算结果看,响应系数 Δ 很大,可以达到 10^6 的量级,这表明很小的粗糙度高度就可以激



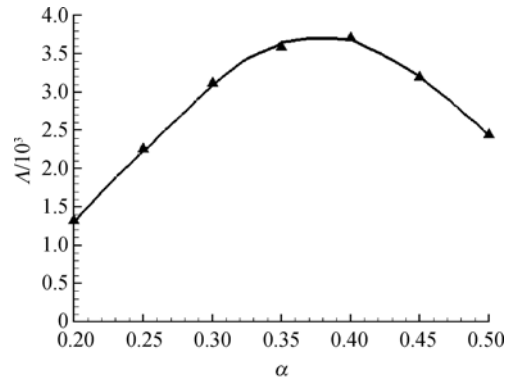
(a) $Re=600$



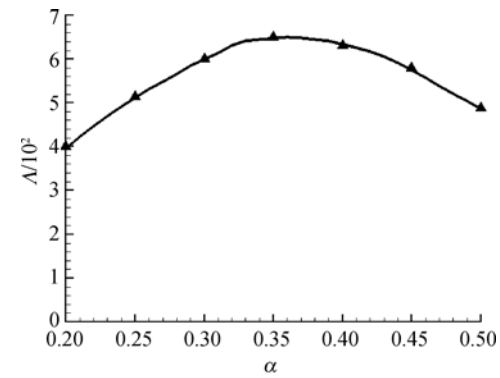
(b) $Re=500$



(c) $Re=400$



(d) $Re=300$



(e) $Re=200$

图 2 不同雷诺数下 Stokes 层的响应系数

Fig. 2 Response coefficient of the Stokes layer at different Reynolds numbers

发 Stokes 层中很大的扰动,因此,在实际问题中,必须考虑非线性的作用. 而高阶谐波的激发、增长会限制基本扰动的增长,这样非线性作用下的响应系数就与粗糙度高度有关。

图 3 给出了 $Re=200$, $\alpha=0.35$ 时不同粗糙度高度下流向扰动速度 1 阶谱的相对幅值 $\max |u_1| / \varepsilon$ 的演化,可以看到,随着粗糙度高度的增加, $\max |u_1| / \varepsilon$ 不断下降。

图 4 给出了不同粗糙度高度下,扰动 2 阶谱的幅值 $\max |u_2|$ 随时间的演化,明显可以看出,随着粗糙度高度的增加, $\max |u_2|$ 不断增大,说明非线性作用导致了高阶谱扰动的产生及增长。

非线性响应系数曲线能够很直观反映出扰动非线性的强弱. 图 5 给出的是不同雷诺数下的非线性响应系数曲线 $\Delta-\alpha$ 随粗糙度高度的变化. 从图中可以看到,对于所有雷诺数,响应系数随着粗糙度高度的增大而减小,最终变得比较平坦. 在响应系数的峰值,即 $\alpha=0.38$ 左右处,响应系数曲线的变化最明显,非线性作用也最明显。

图 5(a) 对应于 $Re=600$, $\varepsilon=1.6 \times 10^{-8}$, 可以看到非线性作用较弱,非线性响应系数曲线与线

性结果基本重合; $\epsilon = 8 \times 10^{-8}$ 时, 在 $\alpha = 0.35 \sim 0.40$ 之间, 非线性结果相对线性结果有明显的偏离, 响应系数最大值相对下降了 20% 左右; $\epsilon = 6.4 \times 10^{-7}$ 时, 响应系数曲线整体已经变得比较平坦. 在这种情况下, 扰动速度的最大幅值已达到 0.015, 由于实验中观测到的 Stokes 层厚度 δ 通常为 2 mm, 则粗糙度高度 $\epsilon = 6.4 \times 10^{-7}$ 在实际中仅为纳米的量级, 可见 Stokes 层对壁面的表面粗糙度是十分敏感的. 随着雷诺数的下降, 响应系数曲线偏离的程度逐渐增大. 当雷诺数为 300 时, 从图 5(d) 可见, $\epsilon = 1.6 \times 10^{-4}$ 时对应的响应系数曲线相对线性情况已经下降了接近 1 倍, 在这里, 粗糙度高度 $\epsilon = 1.6 \times 10^{-4}$ 仅为微米量级, 但非线性作用已经很强.

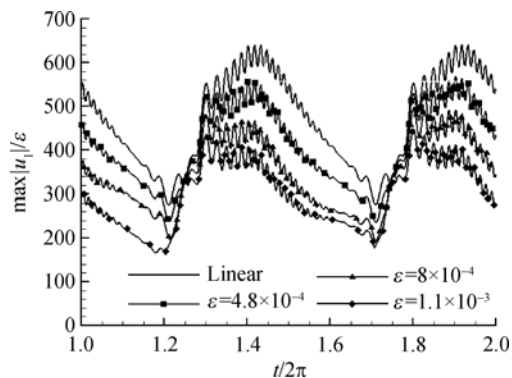


图3 不同粗糙度高度下 $\max |u_1|/\epsilon$ 的时间演化及与线性情况的比较

Fig. 3 Comparison of the evolution of $\max |u_1|/\epsilon$ at different heights of roughness and the linear case

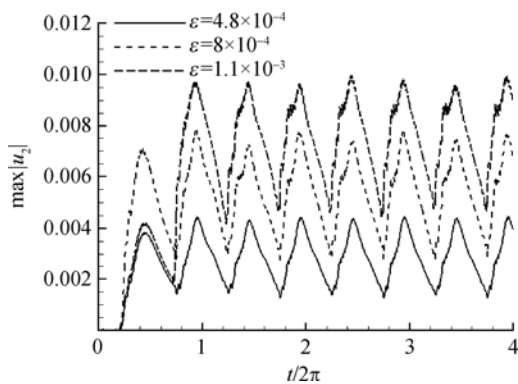
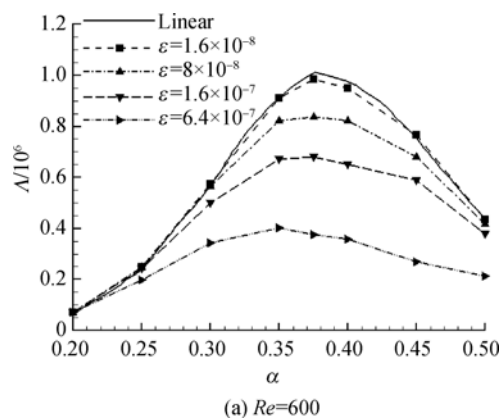
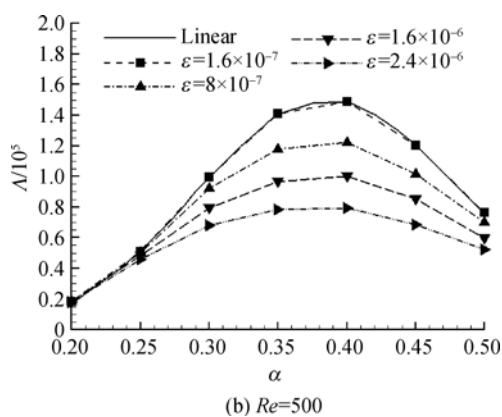


图4 不同粗糙度高度下 $\max |u_2|$ 的时间演化

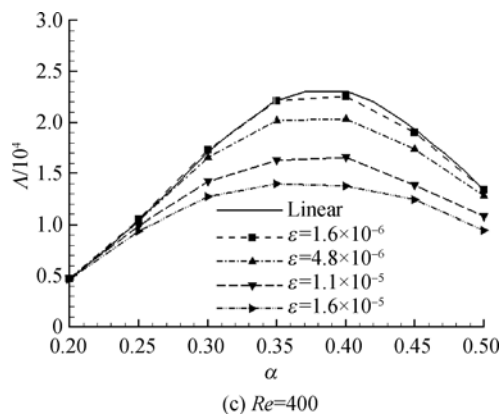
Fig. 4 Evolution of $\max |u_2|$ at different heights of roughness



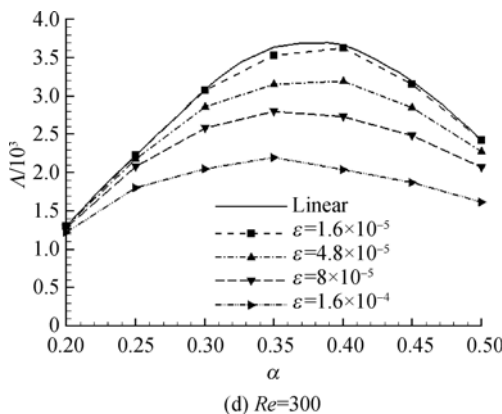
(a) $Re=600$



(b) $Re=500$



(c) $Re=400$



(d) $Re=300$

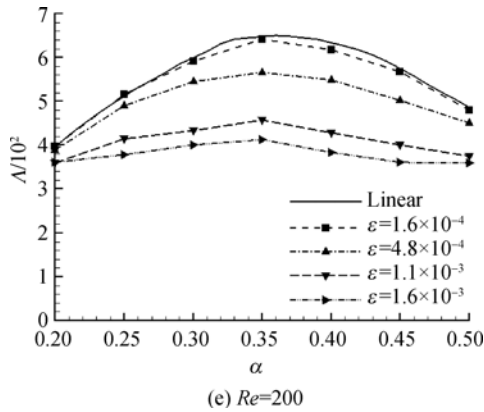


图 5 不同雷诺数下的非线性响应系数 $\Lambda(\alpha, Re)$
Fig. 5 Nonlinear response coefficient $\Lambda(\alpha, Re)$ at different Reynolds numbers

2.2 亚临界失稳下雷诺数与临界粗糙度高度的关系

图 6 给出了不同粗糙度高度下流向 1 阶谱扰动速度沿法向最大值 $\max |u_1|$ 的时间演化, 其中 $Re=300$, $\alpha=0.35$. 从图中可以看到, $\epsilon=4.8 \times 10^{-5}$ 时, 扰动按 Floquet 模式演化, 周期为 π , 一个基本流周期内前后两个峰的幅值基本一致; 当 $\epsilon=1.1 \times 10^{-4}$ 时, 扰动的幅值增大, 扰动的演化中主峰开始分裂出为两个子峰, 但周期性仍然较好; 当 $\epsilon=1.6 \times 10^{-4}$ 时这一现象体现的更明显, 不仅子峰更明显, 而且主峰值间的差别也开始变大, 扰动中有了以 2π 为周期的扰动成分. 当 $\epsilon=3.2 \times 10^{-4}$ 时, 子峰的形状变得各不相同, 扰动开始变的混乱了; 当 $\epsilon=4.8 \times 10^{-4}$ 时, 扰动演化的混乱度进一步增大, 扰动基本不是以周期形式演化了.

以上现象为表面粗糙度引起的 Stokes 层亚临界非线性不稳定性的发展过程, 可以发现, 随着粗糙度高度的增加, 扰动演化大致经历了 3 种类型: ①粗糙度高度较小时, 引起的 $\max |u_1| < 0.02$, 虽然扰动峰值随着粗糙度高度增大而增大, 但其特征基本以 π 的周期 Floquet 模式演化为主; ②粗糙度高度增大, 扰动幅值增大, 引起的 $0.02 < \max |u_1| < 0.025$, 这时扰动中出现亚谐波及其他谐波的成分, 演化规律开始变化; ③当粗糙度高度达到一定程度, 引起的扰动幅值 $\max |u_1| > 0.025$, 转换过程明显开始.

根据这样的分类, 可以将使扰动演化处于②与③之间的粗糙度高度定义为临界粗糙度高度 $\epsilon_c(Re, \alpha)$, 即对于给定的雷诺数和波数, 当粗糙度高度小于临界值 ϵ_c 时, 扰动的演化较规则, 具有较好的周期性, 处于类型②; 当粗糙度高度大于临

界值 ϵ_c 时, 扰动的演化变得不规则, 周期性较差, 进入类型③. 以 $Re=300$, $\alpha=0.35$ 为例, 当 $\epsilon=1.6 \times 10^{-4}$ 时, 扰动演化基本有规律, 处于类型②, 当 $\epsilon=3.2 \times 10^{-4}$ 时, 扰动峰值变得混乱, 达到 0.03 左右, 已经变为类型③, 因此临界粗糙度高度 $\epsilon_c(300, 0.35) = 1.6 \times 10^{-4}$.

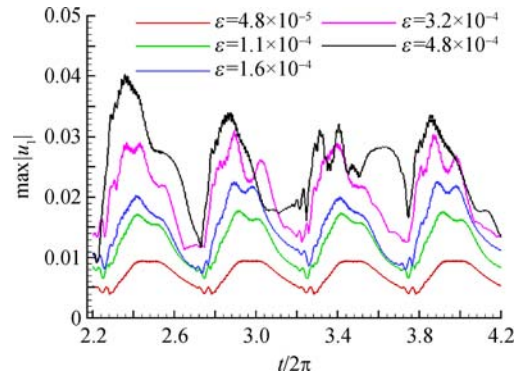


图 6 $\max |u_1|$ 的时间演化随粗糙度高度的变化
($Re=300$)

Fig. 6 Variation of the evolution of $\max |u_1|$ with the height of roughness ($Re=300$)

为了表述在给定雷诺数的条件下, 导致转换的“最危险”粗糙度高度, 可以定义只与雷诺数相关的临界粗糙度高度

$$\epsilon_c(Re) = \min_{\alpha} \epsilon_c(Re, \alpha)$$

从图 5 中可以看到, 响应系数总是在 $\alpha=0.35$ 取得最大值, 因此有 $\epsilon_c(Re) = \epsilon_c(Re, 0.35)$. 由图 6 还可以看到, 当扰动演化处于由类型②过渡为类型③时, 扰动的峰值为 0.02, 因此可将 $\max |u_1| = 0.02$ 定为发生亚临界失稳的扰动幅值“阈值”, 即对于给定雷诺数, 当粗糙度高度引起的扰动峰值达到 0.02 就认为该粗糙度高度为 ϵ_c . 取 $\alpha=0.35$, 对不同雷诺数进行计算, 可以得到雷诺数与临界粗糙度高度 ϵ_c 的关系. 但当雷诺数 $Re=200$ 时, 计算直至 $\epsilon=1 \times 10^{-2}$ 左右, 扰动仍然有很好的周期性, 而取更大的粗糙度高度则可能会不符合边界条件的线性化处理, 因此在 $Re=200$ 下没有找到临界粗糙度高度. 图 7 给出了雷诺数与临界粗糙度高度的关系曲线, 用圆圈符号表示 $Re=200$ 时计算的最大粗糙度高度, 可以看到, 临界粗糙度高度 ϵ_c 随着雷诺数 Re 的增大而下降, 当 $Re=250$ 时, 临界粗糙度高度大约为 $\epsilon_c = 4.5 \times 10^{-4}$. 这一结果与 Luo 和 Wu^[16-17] 在研究壁面的表面粗糙度对平面槽道流稳定性的影响时的演化趋势一致.

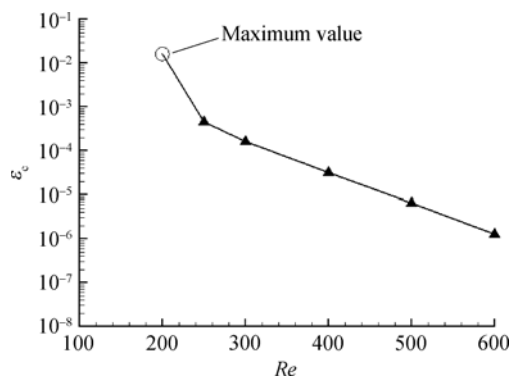


图7 临界粗糙度高度与雷诺数的关系曲线

Fig. 7 Relation curve of critical height of roughness and Reynolds number

3 结论

本文用数值模拟研究了二维壁面的表面粗糙度引起的 Stokes 层亚临界不稳定性问题,给出了不同雷诺数下的非线性响应系数曲线,发现随着粗糙度高度的增加,响应系数曲线不断下降.针对某一给定雷诺数,分析了不同粗糙度高度下扰动的演化过程,结果显示,当粗糙度高度较小时,流场中的扰动演化具有周期性,且周期是基本流周期的一半;当粗糙度高度增加,扰动中会首先出现类似亚谐波的扰动成分;当粗糙度高度继续增加时,扰动幅值将发生混乱.根据这一现象,定义了使得扰动明显发生混乱的临界粗糙度高度,并给出了临界粗糙度高度与雷诺数的关系曲线,该结果与研究壁面的表面粗糙度对平面槽道流稳定性影响的已有结果趋势一致.

从计算结果中还可以看到,当雷诺数 $Re=250\sim 300$ 时无量纲的粗糙度高度为 $\epsilon_c=O(10^{-4})$ 时就能产生幅值为外部势流最大速度 1% 以上的二维扰动,而这样大幅值的扰动就可以引起流动转捩为湍流.值得注意的是, $\epsilon_c=O(10^{-4})$ 对应的实际粗糙度高度为微米量级,这样的高度为实际加工平板平面的误差范围之内,由此可以给出实验中观测到的转捩现象通常都发生在 $Re=300$ 附近的原因.

参考文献:

- [1] Hino M, Sawamoto M, Takasu S. Experiments on transition to turbulence in an oscillatory pipe flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1976, 75: 193-207.
- [2] Hino M, Kasuwayanagi M, Nakayama A, et al. Experiments on the turbulence statistics and the structure of a reciprocating oscillatory flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1983, 131: 363-400.
- [3] Jensen B L, Sumer B M, Fredsoe J. Turbulent oscillatory boundary layers at high Reynolds numbers. [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1989, 206: 265-297.
- [4] Akhavan R, Kamm R D, Shapiro A H. An investigation of transition to turbulence in bounded oscillatory Stokes flows: Part 1 experiments[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1991, 225: 395-422.
- [5] Cowley S J. High frequency Rayleigh instability of Stokes layers[M] // Dwoyer D L, Hussaini M Y. In stability of time-dependent and spatially varying flows. New York: Springer-Verlag, 1987: 261-275.
- [6] Von K C, Davis S H. Linear stability theory of oscillatory Stokes layers[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1974, 62: 753-773.
- [7] Hall P. The linear stability of flat Stokes layers[J]. Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1978, 359 (1697): 151-166.
- [8] Akhavan R, Kamm R D, Shapiro A H. An investigation of transition to turbulence in bounded oscillatory Stokes flows: Part 2 numerical simulations[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1991, 225: 423-444.
- [9] Blennerhassett P J, Bassom A P. On the linear stability of flat Stokes layers[J]. Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2008, 366 (1876): 393-410.
- [10] Blennerhassett P J, Bassom A P. The linear stability of high-frequency oscillatory flow in a channel[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2006, 556: 1-25.
- [11] Wu X. The nonlinear evolution of high-frequency resonant-triad waves in an oscillatory Stokes layer at high Reynolds number[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1992, 245: 553-597.
- [12] Blondeaux P, Vittori G. Wall imperfections as a triggering mechanism for Stokes-layer transition. [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1994, 264: 107-135.
- [13] Verzicco R, Vittori G. Direct simulation of transition in Stokes boundary layers[J]. Physics of Fluids, 1998, 8 (6): 1341-1343.
- [14] Vittori G, Verzicco R. Direct simulation of transition in an oscillatory boundary layer[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1998, 371: 207-232.
- [15] Luo J, Wu X. On the linear instability of a finite Stokes layer: instantaneous versus Floquet modes[J]. Physics of Fluids, 2010, 22 (5): 054106. 1-054106. 13.
- [16] Luo J, Wu X. Influence of small imperfections on the stability of plane Poiseuille flow: a theoretical model and direct numerical simulation[J]. Physics of Fluids, 2004, 16 (8): 2852-2863.
- [17] Wu X, Luo J. Influence of small imperfections on the stability of plane Poiseuille flow and the limitation of Squire's theorem[J]. Physics of Fluids, 2006, 18 (4): 044104. 1-044104. 14.
- [18] Malik M R. Numerical methods for hypersonic boundary layer stability[J]. Journal of Computational Physics, 1990, 86 (2): 376-413.

(编辑:王碧珺)