

基于降维可视化与 Kriging 的齿轮振动可靠性分析

杨 丽¹, 佟 操²

(1. 沈阳理工大学 装备工程学院, 沈阳 110159;
2. 中国科学院 沈阳自动化研究所, 沈阳 110016)

摘 要: 针对齿轮振动可靠性分析时计算量大、计算精度低等问题,提出一种基于降维可视化技术和 Kriging 模型的可靠性分析方法.通过 Monte Carlo 法生成抽样点,采用降维可视化技术将多维空间降至二维极特征空间,通过 Kriging 模型预测失效域与安全域的分界线,在预测分界线时,借助 Kriging 非线性预测和误差分析的特性,通过一种主动学习选点的方式建立 Kriging 预测模型,来提高样本点的利用率.通过齿轮振动可靠性的算例表明:相比于传统的降维可视化技术,调用极限状态函数由 975 次减少为 149 次,计算时间由 12 400 s 减小为 1 810 s,可靠度与 100 000 次 Monte Carlo 模拟计算结果基本吻合一致,验证了该算法的正确性和有效性.

关 键 词: 可靠性分析;降维可视化;Kriging 模型;齿轮;非线性振动

中图分类号: V215.7; TB114.3 **文献标志码:** A

Reliability analysis of gear vibration based on dimensionality reduction visualization and Kriging

YANG Li¹, TONG Cao²

(1. School of Equipment Engineering,
Shenyang Ligong University, Shenyang 110159, China;
2. Shengyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China)

Abstract: To solve the problems of large computation and low precision during gear vibration reliability analysis, a reliability analysis method based on dimensionality reduction visualization and Kriging was proposed. Sample points were generated by Monte Carlo method. These points were transformed into two-dimensional pole feature space, and then Kriging model was used to predict the dividing line of safe and failure regions. When predicting the dividing line, an active learning approach of selecting points was introduced to establish Kriging model so that the utilization rate of sample points was improved dramatically, thanks to the properties of nonlinear prediction and error estimation of Kriging. Through gear vibration reliability analysis, and by comparing with traditional dimensionality reduction visualization technique, it is shown that the number of calls to the performance function changes from 975 numbers to 149 numbers, and calculation time changes from 12 400 s to 1 810 s. What's more, the result of this method is consistent with that of 100 000 Monte Carlo simulation, so the efficiency and correctness is validated.

Key words: reliability analysis; dimensionality reduction visualization; Kriging model; gear; nonlinear vibration

齿轮传动是机械设备的重要组成部分,其动态特性将直接影响机械设备的可靠性. 齿轮啮合过程中,由于齿轮误差及受载变形,使得内部激励及齿轮转速变化,从而产生传递误差. 在设计参数不同的情况下,传递误差的波动值会有所不同,由于传递误差的波动会引起强烈的冲击、振动和噪声^[1-3],故可将其视为齿轮扭转振动的一种失效形式.

对于这种典型的机械结构可靠性问题,其系统振动响应往往很难显式表达,且高度非线性. 如果采用经典的可靠性分析方法如一次 2 阶矩法(FORM)、二次 2 阶矩法(SORM)等^[4-5],会出现计算精度低等问题. 众所周知, Monte Carlo 法是被广泛认可的方法,但是由于它需要大量的样本数量,如果采用此方法来对齿轮振动隐式响应函数进行可靠性分析,由于单次计算效率低,则大样本的计算也是不可能在短时间内完成. 因此,许多结构可靠性研究者提出各类方差缩减技术,例如重要抽样^[6]、子集模拟^[7]、拉丁超立方抽样^[8],然而这些方差缩减技术仍然没有很好地解决计算效率问题. 近年来,由 Hurtado^[9]首次提出的用于解决多维情况可靠性问题的降维可视化技术,将多维空间下样本转化为二维极空间下,通过一种分界线将失效域与安全域分离,一旦确定了分界线的大致范围,那么安全域内的所有点就不需要再进行隐式函数响应的计算,该方法不仅提供了可靠性分析的计算效率,而且能够将多维转化为二维可视化空间. 研究发现,这种方法在建立分界线时,仅仅采用直线或者二次曲线作为分界线,且采用大致估计的方式,对于非线性程度较高的隐式功能函数,其计算效率与计算精度较低.

基于此,为解决隐式功能函数计算量大、计算精度低等问题,本文在降维可视化技术的基础之上,将 Kriging 模型引入其中,用于预测失效域与安全域的分界线,借助 Kriging 非线性预测和误差分析的特性,通过一种主动学习选点的方式,尽可能少的调用功能函数,来提高计算效率. 本文以间隙非线性弯扭振动模型为研究对象,将齿轮啮合振动响应最大波动视为齿轮扭转振动的一种失效形式,进行齿轮振动可靠性分析,为齿轮振动可靠性设计提供指导建议.

1 可靠性分析算法

1.1 降维可视化技术

为了避免可靠性分析中多维引起计算繁琐、计算精度低、计算量大等问题,在可靠性领域,常称为“维度灾难”. 近年来由 Hurtado^[9]提出的将多维转化为二维空间 v 下的样本点. 该方法主要是将样本极特征作为标准空间中的样本信息,在标准正态空间变量 u 下结构可靠度计算的问题通过 Monte Carlo 大量抽样的方法而得到.

该方法的优点是:①解决了多维随机变量问题,即“维度灾难”;②将多维转化为二维空间,安全域与失效域能够清楚明晰地显示,为设计人员提供参考. 下面详细介绍降维可视化的方法.

假设 $u=[u_1, u_2, \cdots, u_d]$ 为标准正态分布下的样本点,那么将其转化为二维空间下的样本点 $v=[v_1, v_2]$ 的关系可表示为

$$\begin{cases} v_1 = r = \sqrt{\sum_{i=1}^d u_i^2} \\ v_2 = \cos\alpha = \cos\angle(u, w) \end{cases} \quad (1)$$

式中 w 为坐标原点到失效域质心点到的向量,可表示为

$$w = \left[\int_F \phi_d(u) du \right]^{-1} \int_F u \phi_d(u) du = P_f^{-1} \int_F u \phi_d(u) du \quad (2)$$

式中 P_f 为失效概率,因 P_f 未知且需要大量的计算,故很难精确求得 w ,因此通常 w 由一次 2 阶矩法(FORM)计算得到的设计验算点来替代^[4]. 由于常规的 FORM 是基于梯度计算,仅适用于显式功能函数,然而对于许多工程实际问题,例如对于求解齿轮振动响应,往往是隐式函数,因此,对于齿轮隐式函数问题,本文的 FORM 采用具有 $o(\Delta t^4)$ 精度级的中心差分算法^[10],即

$$y'_i = \frac{-y_{i+2} + 8y_{i+1} - 8y_{i-1} + y_{i-2}}{12\Delta t} \quad (3)$$

对于式(1)中 $v_1=r$ 服从卡方分布,边缘概率密度函数为

$$p_{v_1}(v_1; d) = \frac{1}{\Gamma(d/2)} 2^{1-d/2} v_1^{d-1} \exp\left(-\frac{v_1^2}{2}\right) \quad (4)$$

式中 $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数.

对于式(1)中 $v_2 = \cos \alpha$ 的概率密度函数为^[11]

$$p_{v_2}(v_2;d) = \frac{1}{I_d \sqrt{1-v_2}} \cdot$$
$$[\sin^{d-2}(\arccos v_2) + \sin^{d-2}(\pi - \arccos v_2)]$$

(5)

1.2 Kriging 预测模型

Kriging 作为一种新型的替代模型技术在工程优化领域得到广泛应用^[12-13]. 近几年 Kriging 引入到可靠性领域^[14-18], 采用此模型拟合极限状态函数起到了较好的作用, 本文之所以选择该方法, 主要是因为该方法能够较好地对样本点进行预测和误差控制^[15], 从而将其用于预测二维空间中的分界线, 则能起到较好的效果.

Kriging 预测模型中采用 Gaussian 随机过程, 为了保证预测值无偏和预测均方误差最小, 在某一未知点 $\boldsymbol{x}$ 处的 Kriging 预测值均值和方差可以表示为如下公式, 关于推导过程不再叙述, 详见文献[14, 19].

$$\mu_g(\boldsymbol{x}) = \hat{G}(\boldsymbol{x}) =$$
$$f(\boldsymbol{x})^T \boldsymbol{\beta}^* + r(\boldsymbol{x})^T \boldsymbol{R}^{-1}(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{F}\boldsymbol{\beta}^*)$$

(6)

$$\sigma_g^2(\boldsymbol{x}) = \sigma_z[1 + u(\boldsymbol{x})^T \cdot$$
$$(\boldsymbol{F}^T \boldsymbol{R}^{-1} \boldsymbol{F})^{-1} u(\boldsymbol{x}) - r(\boldsymbol{x})^T \boldsymbol{R}^{-1} r(\boldsymbol{x})]$$

(7)

式中

$$\sigma_z = \frac{1}{m}(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{F}\boldsymbol{\beta}^*)^T(\boldsymbol{Y} - \boldsymbol{F}\boldsymbol{\beta}^*)$$
$$u(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{F}^T \boldsymbol{R}^{-1} r - f$$

在可靠性算法中, Kriging 随机特性的最大优点能够提供选点策略^[15-17], 不需要人为的选择试验点, 只需在初始时选择较少的试验点就能建立初始 Kriging 模型, 该策略是通过将所谓的学习函数值最小对应的样本点作为最佳样本点, 将其加入到试验设计中来更新 Kriging 模型, 该学习函数为^[15]

$$U(\boldsymbol{x}) = \left| \frac{\mu_g(\boldsymbol{x})}{\sigma_g(\boldsymbol{x})} \right|$$

(8)

式中 $\mu_g(\boldsymbol{x})$, $\sigma_g(\boldsymbol{x})$ 分别为 Kriging 预测值均值、标准差, 见式(6)和式(7). $U(\boldsymbol{x})$ 表示某一点 $\boldsymbol{x}$ 处预测值符号正确的指标值, 类似于可靠度指标. 则该点 $\boldsymbol{x}$ 处预测值符号正确的概率可以表示为

$$P_{\text{right}} = \Phi[U(\boldsymbol{x})] = \Phi\left[\left| \frac{\mu_g(\boldsymbol{x})}{\sigma_g(\boldsymbol{x})} \right| \right]$$

(9)

式中 $\Phi(\cdot)$ 表示标准正态累积分布函数.

采用文献中使用的改进学习迭代停止条件式

(10), 作为算法停止的条件^[16]

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{若 } N_c^k \geq \frac{P_{\text{threshold}} N_{\text{total}}}{P_{\text{control}}^k}, \quad k = 1, 2, \dots, n_c \\ \text{则 } P_S \geq P_{\text{threshold}} \end{array} \right.$$

(10)

式中 $N_c^k = \{\text{满足 } P^i > P_{\text{control}}^k \text{ 的 } P^i \text{ 数量} | P^i \in \boldsymbol{P}\}$; $P_{\text{control}}^k (k=1, 2, \dots, n_c)$ 按在区间 $[P_{\text{threshold}}, 1)$ 均匀地取 n_c 个值, n_c 越大, 则迭代停止条件式(10)判断样本总体符号预测的概率越精确(本文中选取 $n_c = 1000$).

2 齿轮振动可靠性分析

在齿轮运动过程中, 会产生啮合传递误差, 在设计参数不同的情况下, 传递误差的波动值会有所不同, 传递误差的波动值过大会使系统产生剧烈的冲击、振动和噪声. 在本文中, 以一对外啮合齿轮为例, 齿轮参数及工况如表 1 所示, 将传递误差的波动超过极限时的状态定义为失效状态, 采用本文算法来计算齿轮啮合运动时传递误差的波动值不超过极限值的可靠度, 即齿轮系统传递误差的振动可靠度.

表 1 齿轮副参数

Table 1 Parameters of gear pair

名称	主动齿轮	从动齿轮
模数 m/mm	4	4
齿数 z	20	30
齿顶高系数 h_a^*	1	1
顶隙系数 c^*	0.25	0.25
压力角 $\alpha_0/(\circ)$	20	20
齿宽 B/mm	16	16
弹性模量 E/MPa	207 000	207 000
泊松比 ν	0.259	0.259
转矩 $T/(\text{N} \cdot \text{m})$	500	750
转速 $/(\text{r}/\text{min})$	3 000	2 000

2.1 齿轮传动系统非线性动力学模型

考虑齿侧间隙和轴承间隙的多自由度耦合动力学分析模型, 在不考虑齿面摩擦的情况下, 建立齿轮弯扭振动模型, 如图 1 所示.

如图 1 所示, 模型具有 4 个自由度, 即主、从动齿轮绕旋转中心的旋转自由度和沿 y 方向的平移自由度, 可得系统的振动分析模型(详细推导过程及量的符号说明见文献[1])为

$$\begin{cases} m_p \ddot{y}_p + c_p \dot{y}_p + c_m (R_p \dot{\theta}_p - R_g \dot{\theta}_g + \dot{y}_p - \dot{y}_g - \dot{e}) + k_p f_p(\bar{y}_p) + k_m(\bar{t}) f_m(R_p \bar{\theta}_p - R_g \bar{\theta}_g + \bar{y}_p - \bar{y}_g - \bar{e}) = 0 \\ m_g \ddot{y}_g + c_g \dot{y}_g - c_m (R_p \dot{\theta}_p - R_g \dot{\theta}_g + \dot{y}_p - \dot{y}_g - \dot{e}) + k_g f_g(\bar{y}_g) - k_m(\bar{t}) f_m(R_p \bar{\theta}_p - R_g \bar{\theta}_g + \bar{y}_p - \bar{y}_g - \bar{e}) = 0 \\ I_p \ddot{\theta}_p + R_p c_m (R_p \dot{\theta}_p - R_g \dot{\theta}_g + \dot{y}_p - \dot{y}_g - \dot{e}) + R_p k_m(\bar{t}) f_m(R_p \bar{\theta}_p - R_g \bar{\theta}_g + \bar{y}_p - \bar{y}_g - \bar{e}) = T_p \\ I_g \ddot{\theta}_g - R_g c_m (R_p \dot{\theta}_p - R_g \dot{\theta}_g + \dot{y}_p - \dot{y}_g - \dot{e}) - R_g k_m(\bar{t}) f_m(R_p \bar{\theta}_p - R_g \bar{\theta}_g + \bar{y}_p - \bar{y}_g - \bar{e}) = -T_g \end{cases} \quad (11)$$

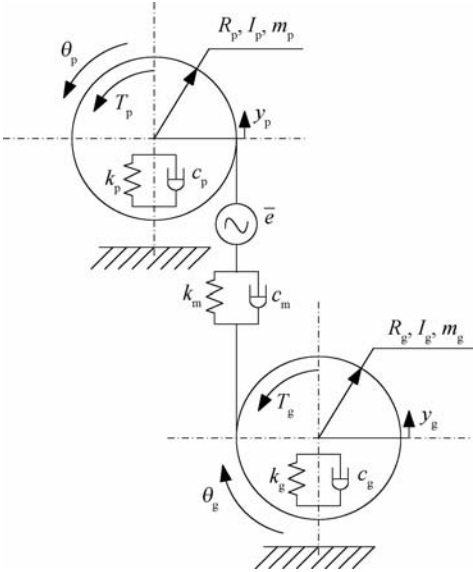


图 1 齿轮系统动力学模型

Fig. 1 Dynamic model of a spur gear pair

齿轮在传动过程中产生的相对变形称为动态传递误差. 主、从动齿轮的振动位移分别为 $\bar{y}_p$ 和 $R_p \bar{\theta}_p$ 和 $\bar{y}_g + R_g \bar{\theta}_g$, 则系统的动态传递误差为

$$\bar{y}_d(\bar{t}) = \bar{y}_p + R_p \bar{\theta}_p - \bar{y}_g - R_g \bar{\theta}_g \quad (12)$$

将齿轮副动态传递误差与静态传递误差之差定义为实际传递误差 $\bar{y}(\bar{t})$, 则

$$\bar{y}(\bar{t}) = \bar{y}_d(\bar{t}) - \bar{e}(\bar{t}) = \bar{y}_p + R_p \bar{\theta}_p - \bar{y}_g - R_g \bar{\theta}_g - \bar{e}(\bar{t}) \quad (13)$$

将 $\bar{y}(\bar{t})$ 代入式(11), 可将模型转换为具有 3 个自由度的分析模型, 为了解决分析模型中各参数之间的数量级相差很大会影响求解精度的问题, 对分析模型要进行归一化无量纲处理, 则可得到无量纲化的系统分析模型

$$\begin{cases} \frac{d^2 y_p}{dt^2} + 2\zeta_p \frac{dy_p}{dt} + 2\zeta_{mp} \frac{dy}{dt} + k_{11} f_p(y_p) + k_{13} f_m(y) = 0 \\ \frac{d^2 y_g}{dt^2} + 2\zeta_g \frac{dy_g}{dt} - 2\zeta_{mg} \frac{dy}{dt} + k_{22} f_g(y_g) - k_{23} f_m(y) = 0 \\ \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{d^2 y_p}{dt^2} + \frac{d^2 y_g}{dt^2} + 2\zeta_m \frac{dy}{dt} + k_{33} f_m(y) = F - \frac{d^2 e}{dt^2} \end{cases} \quad (14)$$

即

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d^2 y_p}{dt^2} \\ \frac{d^2 y_g}{dt^2} \\ \frac{d^2 y}{dt^2} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \xi_p & 0 & \xi_{mp} \\ 0 & \xi_g & -\xi_{mg} \\ 0 & 0 & \xi_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dy_p}{dt} \\ \frac{dy_g}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & 0 & k_{13} \\ 0 & k_{22} & -k_{23} \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_p(y_p) \\ f_g(y_g) \\ f_m(y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F - \frac{d^2 e}{dt^2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中无量纲化的间隙非线性函数为

$$f_m(x) = \begin{cases} y(t) - b_m/b & y(t) > b_m/b \\ 0 & -b_m/b \leq y(t) \leq b_m/b \\ y(t) + b_m/b & y(t) < -b_m/b \end{cases} \quad (16)$$

为了求解振动微分方程, 需将 2 阶微分方程组式(15)降阶转化为 1 阶微分方程组, 令

$$\begin{aligned} y_1 &= y_p, & y_2 &= \dot{y}_p, & y_3 &= y_g \\ y_4 &= \dot{y}_g, & y_5 &= y, & y_6 &= \dot{y} \end{aligned}$$

则方程组式(15)化为

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = -2\xi_p \frac{dy_p}{dt} - 2\xi_{mp} \frac{dy}{dt} - k_{11} f_p(y_p) - k_{13} f_m(y) \\ \dot{y}_3 = y_4 \\ \dot{y}_4 = -2\xi_g \frac{dy_g}{dt} + 2\xi_{mg} \frac{dy}{dt} - k_{22} f_g(y_g) + k_{23} f_m(y) \\ \dot{y}_5 = y_6 \\ \dot{y}_6 = F - \frac{d^2 e}{dt^2} + \dot{y}_2 - \dot{y}_4 - 2\xi_m \frac{dy}{dt} - k_{33} f_m(y) \end{cases} \quad (17)$$

式中, 其时变啮合刚度以啮合频率为基频进行傅里叶级数展开, 取前 1 阶分量, 即

$$k_{33}(t) = \frac{k_m(\bar{t})}{m_e \omega_n^2} = \frac{k_m(\bar{t})}{k_0} = 1 + \epsilon \sin(\omega_m t + \varphi_k)$$

传递误差用傅里叶级数变换为正弦函数表示为

$$e(t) = \frac{\bar{e}(t)}{b} = \frac{\bar{e}_0}{b} + \frac{\bar{e}_r}{b} \sin(\omega_m t + \varphi)$$

此后便可通过 Matlab 软件编制 4 阶 Runge-Kutta 数值积分法进行求解计算,从而得到齿轮传动过程中的动态响应。

2.2 极限状态函数的建立

假设齿轮时变啮合刚度 ϵ 、啮合阻尼 ξ_m 、齿侧间隙 b_m 和转速 ω_m 为随机因素,将与它们的相关参数都视为正态随机变量,参考文献[20]的经验方法,取变异系数为 0.05~0.2,各随机变量服从正态分布,均值与标准差见表 2 所示。

表 2 各变量的平均值和标准差

Table 2 Mean and standard deviation of all variation

变量	分布类型	均值	标准差
ϵ	Gauss	0.2	0.02
ξ_m	Gauss	0.1	0.02
b_m	Gauss	0.07	0.01
ω_m	Gauss	0.3	0.05

将齿轮实际传递误差的波动范围超过极限值作为齿轮振动时失效准则,那么齿轮传递误差状态函数可表示为

$$g(\mathbf{x}) = |y| - \Delta y \tag{18}$$

式中 Δy 为齿轮实际传递误差的波动,即

$$\Delta y = y_{\max} - y_{\min}$$

其中 $y_{\max}, y_{\min}$ 分别表示实际传递误差 y 在齿轮动态啮合过程中的最大值、最小值; $|y|$ 表示齿轮实际传递误差波动范围的极限阈值,当 $|y| > \Delta y$ 时, $g(\mathbf{x}) > 0$, 齿轮处于安全状态,当 $|y| \leq \Delta y$ 时, $g(\mathbf{x}) \leq 0$, 则齿轮处于失效状态,根据经验,在本文中选取 $|y|$ 取 0.05。

上述建立的齿轮传递误差状态函数式(15)为隐式的,其响应值 g 需通过 Runge-Kutta 求解齿轮非线性方程组(14),得到齿轮啮合实际传递误差各时刻内的输出值 y ,然后带入式(18)得到响应值 g 。

2.3 振动可靠度计算与分析

为了解决齿轮振动可靠性分析由于隐式响应函数引起的计算量大、计算精度低等问题,本文在降维可视化技术的基础之上进行改进,将 Kriging 主动学习算法引入二维极特征空间中,作为失效域与安全域的分界线,更好地利用样本信息(调用功能函数响应计算的次数少),来提高计算效率。

本文提出的可靠度算法计算流程如图 2 所示。
按照如图 2 的计算流程,编制 Matlab 程序。一次 2 阶矩法得到的设计验算点 x^* 为 $[0.8029, -0.1480, 0.0017, 3.2286]$,可靠度指标 β 为 3.3302,基于设计验算点,通过降维可视化技术得到极空间二维样本点,然后由主动学习算法得到 Kriging 预测的分界线。图 3 所示为二维极空间下的抽样点与 Kriging 预测的分界线,图 4 为初始设计点与主动学习点,可以看出,通过本文算法得到的 Kriging 分界线后,比较精确地区分所有二维极空间下的抽样点,最终计算得到齿轮振动失效概率为 0.01387。

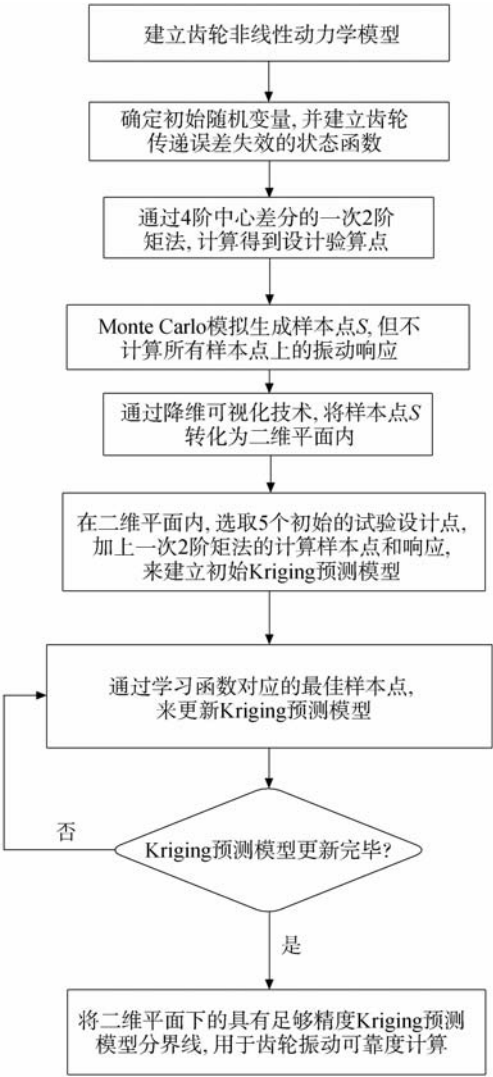


图 2 本文方法计算流程图
Fig. 2 Flow chart of the proposed method

为了验证本文算法的计算精度正确性、计算效率的高效性,分别采用 100 000 次 Monte Carlo 法、本文算法、一次 2 阶矩法、降维可视化技术等

方法的齿轮振动可靠度计算结果列于表 3,其中,将100 000次 Monte Carlo 的模拟计算结果作为“精确解”,其他算法与其进行对比, ϵ 表示其他方法的计算失效率相比于 Monte Carlo 法的相对误差,其计算式为

$$\epsilon = \frac{|P_f - P_f^{MC}|}{P_f^{MC}}$$

其中 P_f^{MC} 表示 Monte Carlo 法计算得到的失效概率; t_{cpu} 是由 Matlab 语句获得的计算机 CPU 计

算时间,用于衡量算法计算效率; N_{call} 表示调用真实极限状态函数的次数。

从表 3 不同计算结果可以看出,一次 2 阶矩法的调用隐式功能函数(Runge-Kutta 数值计算)的次数最少,计算时间最短,但是其计算精度显然太低了,主要是由于建立的齿轮振动响应非线性因素较强,一次 2 阶矩法已经不再适用,很难满足工程需求.相比于本文算法,文献[8]中降维可视化的计算结果也比较精确,但是其调用功能函数的次数仍然较多,计算时间较长,这主要是由于降维可视化采用直线对抽样点进行分类符号,仅仅通过移动直线是不足以很快能区分失效域与安全域.本文算法在此基础上进行改进,将 Kriging 模型引入样本的极特征空间中作为分界线,起到了较好的效果,调用极限状态函数由 975 次减少为 149 次,计算时间由 12 400 s 减小为 1 810 s,从而说明了本文算法在计算效率上的高效性.由于将 100 000 次 Monte Carlo 的模拟计算结果作为“精确解”,通过对比发现,本文算法计算结果与其基本一致,验证了本文算法的正确性和可行性。

3 结 论

1) 本文提出了一种基于降维可视化和 Kriging 模型的可靠性分析方法,该方法不仅能够将多维转化为二维可视化空间,而且能够解决隐式功能函数、计算量大的问题.将多维降至二维,将失效域与安全域清晰明了地显示在二维空间中。

2) 通过齿轮振动可靠性的算例表明,相比于传统的降维可视化技术,由于将 Kriging 预测引入到二维极空间的分界线中,调用极限状态函数从 975 次减少为 149 次,计算时间由 12400s 降为 1810s,提高了算法的样本利用率和计算效率。

3) 通过 100 000 次 Monte Carlo 模拟的结果对比得,本文算法与 Monte Carlo 较为相近,验证了本文算法计算精度的正确性。

4) 本文算法为齿轮非线性振动隐式功能函数的可靠性分析提供了一种思路和方法,为齿轮振动可靠性设计提供了重要的参考价值。

参考文献:

[1] 李润方,王建军. 齿轮系统动力学[M]. 北京:科学出版社, 1997.

[2] 吴勇军,王建军. 一种考虑齿轮副连续啮合过程的接触有限元动力学分析方法[J]. 航空动力学报, 2013, 28(5): 1192-1200.

WU Yongjun, WANG Jianjun. A contact finite element

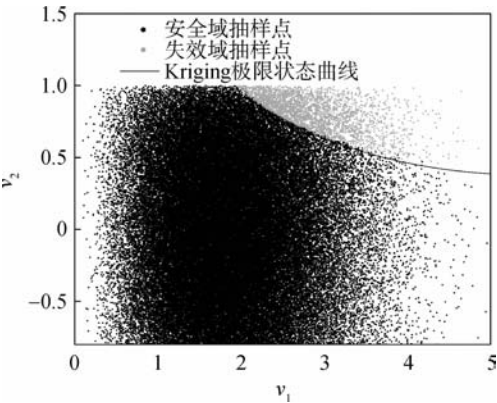


图 3 二维极空间的抽样点

Fig. 3 Sampling points in the 2-D pole space

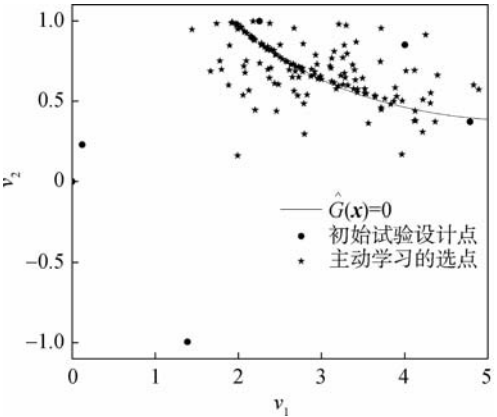


图 4 初始设计点和学习点

Fig. 4 Initial design points and learning points

表 3 不同方法计算结果的比较

Table 3 Calculation results comparison of different methods

方法	N_{call}	P_f	$\epsilon/\%$	t_{cpu}/s
Monte Carlo	10^5	0.01395		363 000
本文算法	149	0.01387	0.573 4	1 810
FORM	45	0.000 433 9	96.89	473
降维可视化	975	0.01380	1.075 3	12 400

method for dynamic analysis of continuous engaged gear pairs[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(5): 1192-1200. (in Chinese)

[3] 邵忍平,徐志锋,曹精明. 裂纹故障齿轮结构声振特性与模拟研究[J]. 航空动力学报, 2010, 25(6): 1327-1334.

SHAO Renping, XU Zhifeng, CAO Jingming. Acoustic vibration characteristic of crack gear structure and simulation[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(6): 1327-1334. (in Chinese)

[4] Harr M E. Reliability based design in civil engineering [M]. New York: McGraw-Hill, 1987.

[5] 张明. 结构可靠度分析: 方法与程序[M]. 北京: 科学出版社, 2009.

[6] Au S K, Beck J L. A new adaptive importance sampling scheme for reliability calculations[J]. Structural Safety, 1999, 21(2): 135-158.

[7] Au S K, Beck J L. Important sampling in high dimensions [J]. Structural Safety, 2003, 25(2): 139-163.

[8] McKay M D, Beckman R J, Conover W J. Comparison the three methods for selecting values of input variable in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics, 1979, 21(2): 239-245.

[9] Hurtado J E. Dimensionality reduction and visualization of structural reliability problems using polar features [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2012, 29(7): 16-31.

[10] Gupta S, Manohar C S. Reliability analysis of randomly vibrating structures with parameter uncertainties[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 297(3/4/5): 1000-1024.

[11] Papoulis A. Probability, random variables and stochastic processes[M]. New York: McGraw-Hill, 1991.

[12] Jones D R, Schonlau M, Welch W J. Efficient global optimization of expensive black-box functions[J]. Journal of Global Optimization, 1998, 13(4): 455-492.

[13] Ranjan P, Bingham D, Michailidis G. Sequential experiment design for contour estimation from complex computer codes[J]. Technometrics, 2008, 50(4): 527-541.

[14] Bichon B J, Eldred M S, Swiler L P, et al. Efficient global reliability analysis for nonlinear implicit performance functions[J]. AIAA Journal, 2008, 46(10): 2459-2468.

[15] Echard B, Gayton N, Lemaire M. AK-MCS: an active learning reliability method combining Kriging and Monte Carlo simulation[J]. Structural Safety, 2011, 33(2): 145-154.

[16] 佟操,孙志礼,杨丽,等. 一种基于 Kriging 和 Monte Carlo 的主动学习可靠度算法[J]. 航空学报, 2015, 36(9): 2942-2951.

TONG Cao, SUN Zhili, YANG Li, et al. A active learning reliability method based on Kriging and Monte Carlo[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(9): 2942-2951. (in Chinese)

[17] TONG Cao, SUN Zhili, ZHAO Qianli, et al. A hybrid algorithm for reliability analysis combining Kriging and subset simulation importance sampling[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2015, 29(8): 3183-3193.

[18] 刘纪涛,刘飞,张为华. Kriging 模型在固体火箭发动机装药可靠性分析中的应用[J]. 航空动力学报, 2010, 25(1): 193-197.

LIU Jitao, LIU Fei, ZHANG Weihua. Application of Kriging model to reliability analysis of solid rocket motor grain [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(1): 193-197. (in Chinese)

[19] Sacks J, Welch W J, Mitchell T J, et al. Design and analysis of computer experiments[J]. Statistical Science, 1989, 4(4): 409-423.

[20] 孙志礼,陈良玉. 实用机械可靠性设计理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003.

(编辑: 叶 青)