

渐开线直齿轮的动力学与弹流润滑耦合

邹玉静, 常德功

(青岛科技大学 机电工程学院, 山东 青岛 266061)

摘 要: 综合考虑时变啮合刚度和油膜刚度、表面粗糙度以及摩擦转矩等对动力学行为的影响, 基于载荷分担理论和动力学理论建立了六自由度渐开线直齿轮摩擦动力学模型. 采用解耦方法求解该摩擦动力学模型, 即将摩擦动力学模型求解获得的动态轮齿作用力和表面速度用于润滑分析中, 反过来润滑分析获得的摩擦因数和油膜刚度将用于动力学分析计算中. 通过实例研究了摩擦学特性和动力学行为以及两者之间的耦合关系. 研究表明: 考虑耦合效应后齿轮综合刚度略有下降, 滑动摩擦力对垂直于啮合线方向的动态响应的影响比较显著, 摩擦力会加剧该方向的振动. 动态载荷对油膜厚度、油膜承载比例、油膜温升和摩擦因数影响均较大, 且动力学行为对油膜温升分布的影响取决于相对滑动速度的大小.

关 键 词: 渐开线直齿轮; 摩擦动力学模型; 载荷分担理论; 动力学行为; 润滑特性

中图分类号: V233; TH132; TH117

文献标志码: A

Coupling of dynamics and elastohydrodynamic lubrication for spur gear

ZOU Yu-jing, CHANG De-gong

(College of Electromechanical Engineering,

Qingdao University of Science and Technology, Qingdao Shandong 266061, China)

Abstract: A six-degree-of-freedom tribo-dynamics model for spur gear pair was proposed based on the load sharing theory and dynamics theory. Time-varying mesh stiffness and film stiffness, surface roughness as well as the friction torque were considered for establishing the model. A decoupling method was used to solve the tribo-dynamics model. In the iterative loop, the tribo-dynamic model predicted the dynamic tooth forces and surface velocities and applied into the lubrication model. In return, the gear lubrication model provided the tribo-dynamic model with friction coefficient and film stiffness. An example of gear pair was analyzed using the proposed model and method to demonstrate the coupling relationship between tribological and dynamic behaviors. The results show that total gear stiffness decreases slightly with consideration of coupling effect. Sliding friction force has significant effect on dynamic response that's perpendicular to action line. Dynamic load will affect oil film thickness, portion of load carried by film, film temperature rise and the friction coefficient greatly. Moreover, the effect of dynamic behavior on film temperature rise depends on the relative sliding velocity.

Key words: spur gear; tribo-dynamics model; load sharing theory;
dynamic behavior; lubrication property

收稿日期: 2014-11-11

基金项目: 国家高技术研究发展计划(2012AA110701)

作者简介: 邹玉静(1977—), 女, 山东莒南人, 讲师, 博士生, 主要从事齿轮传动及润滑研究.

齿轮传动系统的效率和寿命,很大程度上取决于其润滑性能和动力学特性. 因此,随着对高速、重载、低噪声齿轮传动的需求日益迫切,以及动力学理论和弹流润滑理论的发展,国内外学者对齿轮的润滑特性和动力学行为开展了大量的研究. 其中齿轮润滑方面,瞬态、非牛顿性、温度、表面粗糙度、动态载荷等因素对润滑特性的影响都已考虑在内,但这些润滑研究普遍仅仅考虑齿轮动力学的个别非线性因素^[1],且在大多数齿轮弹流润滑计算中都使用简化载荷,而未考虑轮齿表面速度波动对润滑特性的影响,也没有考虑润滑特性对齿轮动力学的影响,即没有将齿轮动力学与弹流润滑当成一个统一的系统来看待. 齿轮动力学方面,已考虑齿轮外部激励、刚度激励、误差激励、摩擦等因素的影响,但未考虑润滑油膜对动力学特性的影响. 实际上,齿轮的动力学特性将影响油膜压力、油膜厚度、摩擦因数等摩擦学特性,同时受摩擦转矩影响,齿面将出现瞬时高温,引起润滑油黏度减小,油膜厚度降低;另一方面,由于油膜的存在,齿轮系统的整体刚度将发生改变,以及摩擦因数的变化都将影响齿轮的动力学特性. 因此,为更加准确地反映齿轮传动系统的性能,应该进行齿轮的弹流润滑特性和动力学行为耦合研究,既考虑齿轮摩擦学特性对其动力学行为的影响,同时考虑动态载荷、速度波动和摩擦转矩对齿面润滑油膜的作用.

根据以上分析,本文将齿轮的多自由度动力学模型和混合弹流润滑模型相结合,建立多自由度齿轮摩擦动力学模型,研究齿面的摩擦学特性和动力学行为以及两者之间的耦合关系,并分析不同速度工况下动态啮合力等动态响应在啮合过程中的变化规律,以及在动态载荷和速度波动作用下油膜厚度、摩擦因数和油膜温升的变化趋势.

1 考虑弹流润滑效应的齿轮动力学模型

1.1 六自由度动力学模型

图 1 为齿轮的一对轮齿在 K 处啮合的情况. N_p , N_g 为啮合线与主、从动齿轮工作侧基圆的切点, P 为节点,两齿轮的基圆半径分别为 r_{bp} , r_{bg} , 两齿轮的角速度分别为 ω_p 和 ω_g (下标 p 代表主动轮, g 代表从动轮,下同). 将轮齿对 1 定义为沿 AC 线滚动(A 点为啮入点; C 点为单齿啮合区的最高点,图中未标出),而轮齿对 2 定义为沿 CD 线滚动(D 点为啮出点). 当轮齿对 1 到达 B 点

(单齿啮合区的最低点,图中未标出)时,轮齿对 2 将在 D 点退出啮合. t 为从啮入点 A 到达某一啮合点 K 的时间,对应着沿啮合线的不同位置. t_c 为一个啮合周期的时间, t_b 为从啮入点 A 到达啮合点 B 的时间.

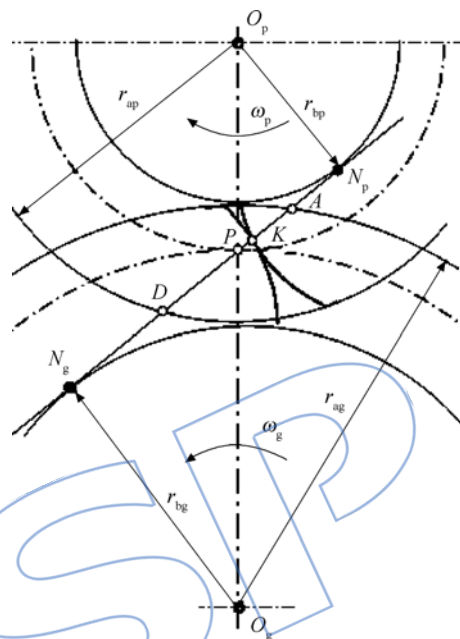


图 1 渐开线直齿轮啮合状态图

Fig. 1 Contact pattern of spur gear

综合考虑齿侧间隙、齿轮副传动误差等时变因素,利用集中参数法建立考虑油膜作用和摩擦激励的耦合系统六自由度动力学模型,如图 2 所示. 其中 x 轴沿啮合线方向,与 x 轴垂直的方向即为 y 轴. 图中主、从动齿轮的转动惯量、扭转角位移、转矩分别为 I_p , I_g ; θ_p , θ_g ; T_p , T_g ; 轴承刚度和阻尼分别为 k_b 和 c_b (下标 x , y 分别代表 x , y 方向,下同); $k(t)$ 和 $c(t)$ 分别为时变综合刚度和时变综合阻尼系数; $\delta(t)$ 和 $e(t)$ 分别为动态传递误差和静态传递误差.

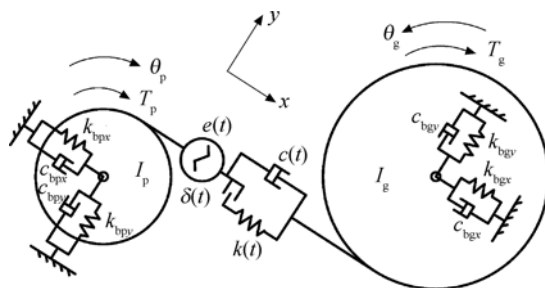


图 2 直齿轮副六自由度动力学模型

Fig. 2 Dynamics model with six-degree-of-freedom of spur gear pair

1.2 动态啮合力及动态摩擦力

令 $x(t) = r_{bp}\theta_p(t) - r_{bg}\theta_g(t)$, 将 $e(t)$ 以齿轮啮合频率进行傅里叶级数展开

$$e(t) = e_m + \sum_{j=1}^{\infty} e_j \cos(j\omega_e t + \phi_j)$$

其中 e_m 为齿轮误差平均幅值; ω_e 为啮合频率, $\omega_e = \frac{2\pi Z_p n_p}{60}$; e_j 为第 j 阶谐波的幅值; ϕ_j 为相位角; n_p, Z_p 为主动齿轮的转速和齿数。

动态传递误差为

$$\delta(t) = r_{bp}\theta_p(t) - r_{bg}\theta_g(t) + x_p(t) - x_g(t) \quad (1)$$

令动态传递误差和静态传递误差的差值为 $s(t)$, 即

$$s(t) = x(t) + x_p(t) - x_g(t) - e(t) \quad (2)$$

考虑齿侧间隙 b_n 的位移函数 $\Delta(t)$ 为

$$\Delta(t) = \begin{cases} s(t) - b_n & s(t) > b_n \\ 0 & |s(t)| \leq b_n \\ s(t) + b_n & s(t) < -b_n \end{cases} \quad (3)$$

主、从动齿轮上的动态啮合力为

$$F_{dpi}(t) = F_{dgi}(t) = k_i(t)\Delta(t) + c_i(t)s(t) \quad (4)$$

其中 $k_i(t)$ 和 $c_i(t)$ 分别为第 i 对轮齿的时变综合刚度和时变综合阻尼系数。下标 i 代表第 i 对轮齿, 下同。

动态摩擦力为

$$F_{fpi}(t) = F_{fgi}(t) = \lambda_i(t)f_i(t)F_{dpi}(t) \quad (5)$$

其中 $f_i(t)$ 为第 i 对轮齿的摩擦因数, $\lambda_i(t)$ 为方向判断系数, 且

$$\lambda_1(t) = \operatorname{sgn}(t_p - t) \quad 0 \leq t \leq t_c$$

$$\lambda_2(t) = \begin{cases} \operatorname{sgn}[\operatorname{mod}(t, t_b) - t_b] & 0 \leq t \leq t_b \\ 0 & t_b < t \leq t_c \end{cases}$$

主、从动轮上各对轮齿的摩擦力臂为

$$R_{fp1}(t) = \xi_0 + l_b(t/t_c) \quad (6a)$$

$$R_{fg1}(t) = \overline{N_p N_g} - R_{fp1}(t) \quad (6b)$$

$$R_{fp2}(t) = \xi_0 + l_b(t/t_c + 1) \quad (6c)$$

$$R_{fg2}(t) = \overline{N_p N_g} - R_{fp2}(t) \quad (6d)$$

其中 ξ_0 为 N_p 点到啮入点 A 的距离, l_b 为齿轮的基圆齿距。

1.3 考虑油膜刚度的轮齿对综合时变刚度

在耦合系统中, 两齿轮轮齿间的润滑油膜可视为具有一定刚度的弹簧, 并与轮齿对啮合刚度弹簧相串联。因此润滑油膜的存在将影响齿轮系统的综合刚度。其中第 i 对轮齿油膜刚度为

$$k_{hi}(t) = \frac{\partial F_{di}(t)}{\partial h_{ci}(t)} \quad (7)$$

其中 F_d 为轮齿动态啮合力, h_c 为中心油膜厚度。

油膜刚度同齿轮轮齿啮合刚度一样, 具有时变性。因此考虑到润滑油膜作用时的轮齿对 i 的综合时变刚度 $k_i(t)$ 为

$$k_i(t) = \frac{k_{mi}(t)k_{hi}(t)}{k_{mi}(t) + k_{hi}(t)} \quad (8)$$

式中 $k_{mi}(t)$ 为齿轮啮合刚度。

1.4 动力学方程

由动力学模型图, 并根据其受力和牛顿第二定律建立齿轮传动系统动力学微分方程为^[2]

$$I_p \ddot{\theta}_p(t) = T_p - \sum_{i=1}^2 n_{bp} F_{dpi}(t) + \sum_{i=1}^2 R_{fpi} F_{fpi}(t) \quad (9a)$$

$$I_g \ddot{\theta}_g(t) = -T_g + \sum_{i=1}^2 n_{bg} F_{dgi}(t) - \sum_{i=1}^2 R_{fgi} F_{fgi}(t) \quad (9b)$$

$$m_p \ddot{x}_p(t) + c_{bp,x} \dot{x}_p(t) + k_{bp,x} x_p(t) + \sum_{i=1}^2 F_{dpi}(t) = 0 \quad (9c)$$

$$m_g \ddot{x}_g(t) + c_{bg,x} \dot{x}_g(t) + k_{bg,x} x_g(t) - \sum_{i=1}^2 F_{dgi}(t) = 0 \quad (9d)$$

$$m_p \ddot{y}_p(t) + c_{bp,y} \dot{y}_p(t) + k_{bp,y} y_p(t) + \sum_{i=1}^2 F_{fpi}(t) = 0 \quad (9e)$$

$$m_g \ddot{y}_g(t) + c_{bg,y} \dot{y}_g(t) + k_{bg,y} y_g(t) - \sum_{i=1}^2 F_{fgi}(t) = 0 \quad (9f)$$

其中 m_p 和 m_g 分别为主、从动齿轮的质量。

将式(4)~式(6)代入式(9)中, 并将式(9a)和式(9b)两式合并得到如下等式:

$$m_e \ddot{s}(t) - m_e \dot{x}_p(t) + m_e \dot{x}_g(t) + \sum_{i=1}^2 [c_i(t)\dot{s}(t) + k_i(t)\Delta(t)] - \sum_{i=1}^2 \left\{ \lambda_i(t) f_i(t) [c_i(t)\dot{s}(t) + k_i(t)\Delta(t)] \left[\frac{R_{fpi} I_g r_{bp} + R_{fgi} I_p r_{bg}}{I_g r_{bp}^2 + I_p r_{bg}^2} \right] \right\} = \omega_b - m_e \ddot{e}(t) \quad (10)$$

其中 m_e 为等效质量, $m_e = \frac{I_g I_p}{I_g r_{bp}^2 + I_p r_{bg}^2}$.

将式(10)以及式(9c)~式(9f)进一步化简可得

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_p(t) + c_{bp,x} \dot{x}_p(t) + c(t) \dot{s}(t) + k_{bp,x} x_p(t) + k(t) \Delta(t) = 0 \\ m_g \ddot{x}_g(t) + c_{bg,x} \dot{x}_g(t) - c(t) \dot{s}(t) + k_{bg,x} x_g(t) - k(t) \Delta(t) = 0 \\ m_p \ddot{y}_p(t) + c_{bp,y} \dot{y}_p(t) + f_c(t) \dot{s}(t) + k_{bp,y} y_p(t) + f_k(t) \Delta(t) = 0 \\ m_g \ddot{y}_g(t) + c_{bg,y} \dot{y}_g(t) - f_c(t) \dot{s}(t) + k_{bg,y} y_g(t) - f_k(t) \Delta(t) = 0 \\ m_e \ddot{s}(t) - m_e \ddot{x}_p(t) + m_e \ddot{x}_g(t) + c_e(t) \dot{s}(t) + k_e(t) \Delta(t) = \omega_0 - m_e \ddot{e}(t) \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$\begin{aligned} c(t) &= \sum_{i=1}^2 c_i(t) & k(t) &= \sum_{i=1}^2 k_i(t) \\ f_c(t) &= \sum_{i=1}^2 \lambda_i(t) f_i(t) c_i(t) & f_k(t) &= \sum_{i=1}^2 \lambda_i(t) f_i(t) k_i(t) \\ c_e(t) &= \sum_{i=1}^2 \left\{ c_i(t) \left[1 - \lambda_i(t) f_i(t) \left(\frac{R_{fp,i} I_g r_{bp} + R_{fg,i} I_p r_{bg}}{I_g r_{bp}^2 + I_p r_{bg}^2} \right) \right] \right\} \\ k_e(t) &= \sum_{i=1}^2 \left\{ k_i(t) \left[1 - \lambda_i(t) f_i(t) \left(\frac{R_{fp,i} I_g r_{bp} + R_{fg,i} I_p r_{bg}}{I_g r_{bp}^2 + I_p r_{bg}^2} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

2 渐开线直齿轮混合弹流润滑模型

渐开线直齿轮接触区宽度远小于齿面接触点处的曲率半径,因此将轮齿在啮合面内的啮合情况转换为两个当量圆柱的接触情况^[3].

2.1 渐开线直齿轮接触参数

根据渐开线的性质,啮合点 K 处的瞬时曲率半径为

$$\begin{cases} R_p(t) = \overline{N_p K} \\ R_g(t) = \overline{N_g K} \end{cases} \quad (12)$$

则综合曲率半径为

$$R(t) = \frac{R_p(t) R_g(t)}{R_p(t) + R_g(t)} \quad (13)$$

考虑到扭转和横向振动引起的速度波动,两表面相对于接触点 K 的速度为

$$\begin{cases} u_p(t) = \omega_p R_p(t) + \dot{\theta}_p(t) R_p(t) - \dot{y}_p(t) \\ u_g(t) = \omega_g R_g(t) + \dot{\theta}_g(t) R_g(t) - \dot{y}_g(t) \end{cases} \quad (14)$$

因此两当量圆柱的卷吸速度为

$$u_r(t) = [u_p(t) + u_g(t)]/2 \quad (15)$$

相对滑动速度则为

$$u_s(t) = u_p(t) - u_g(t) \quad (16)$$

2.2 混合弹流润滑计算模型

2.2.1 载荷分担理论

根据 Johnson 等人^[4]的研究,绝大多数齿轮

传动在混合弹流状态下工作,因此 F_d 由润滑油膜和粗糙峰共同承担,而齿面摩擦力 F_f 则由润滑油膜摩擦力 F_{fh} 和粗糙峰摩擦力 F_{fa} 共同组成,即

$$\begin{cases} F_d = F_h + F_a \\ F_f = F_{fh} + F_{fa} \end{cases} \quad (17)$$

其中 F_h, F_a 分别为润滑油膜承担载荷和粗糙峰承担载荷

$$F_h = \frac{F_d}{\gamma_1} \quad F_a = \frac{F_d}{\gamma_2} \quad (18)$$

式中 $1/\gamma_1$ 为润滑油膜承载比例; $1/\gamma_2$ 为粗糙峰承载比例.

其中粗糙峰摩擦力可表示为

$$F_{fa} = f_a F_a \quad (19)$$

式中 f_a 为粗糙峰摩擦因数.

润滑油膜摩擦力 F_{fh} 的大小为润滑油膜作用在齿面上的剪应力和,即

$$F_{fh} = B \int_{x_{in}}^{x_{out}} \tau dx \quad (20)$$

其中 B 为齿宽, x_{in} 为计算区域起始点坐标, x_{out} 为计算区域终点坐标, τ 为剪应力.

人们先后提出了多种非牛顿流体模型描述润滑剂的非牛顿流体性质. 近些年的研究表明,基于幂函数非牛顿流变模型的润滑理论分析较基于对数流变模型的理论分析更能真实地预测润滑油膜在弹流工况下的润滑特性^[5-6].

常用的幂函数非牛顿流变模型为 Carreau-Yasuda 模型,其本构方程为^[7-8]

$$\mu_e = \tau/\dot{\gamma} = \mu \left[1 + \left(\frac{\mu \dot{\gamma}}{G_{cr}} \right)^2 \right]^{(n-1)/2} \quad (21)$$

式中 μ 为低压剪切黏度, $\dot{\gamma}$ 为切应变率, G_{cr} 为切变模量.

选用 Doolittle-Tait 自由体积黏度模型来描述弹流工况下润滑油膜的黏压关系. 其黏温压方程分别为^[8-9]

$$\mu = \mu_r \cdot \exp \left\{ B_0 R_0 \left\{ \frac{1 + \epsilon(T - T_r)}{\frac{V}{V_r} - R_0[1 + \epsilon(T - T_r)]} - \frac{1}{1 - R_0} \right\} \right\} \quad (22)$$

$$\frac{1}{\gamma_2} \sqrt{\frac{F_d E'}{2\pi B R}} \left\{ 1 + \left[1.558 (n_s \gamma_2 R \sqrt{\beta_s R})^{0.0337} \left(\frac{\sigma_s}{R} \right)^{-0.442} W^{0.4757} \right]^{-1.7} \right\}^{-0.5882} =$$

$$\frac{8\sqrt{2}}{15} \pi n_s^2 \beta_s^{1.5} \sigma_s^{2.5} E' F_{5/2} \left(\frac{h_c^N - d_d}{\sigma_s} \right) \quad (24)$$

函数 $F_{5/2}$ 通常由下式定义:

$$F_{5/2}(H) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_H^\infty (s - H)^{5/2} e^{-s^2/2} ds$$

其中 E' 为综合弹性模量; n_s 为粗糙峰密度; β_s 为粗糙峰半径; σ_s 为粗糙峰方均根值; d_d 为粗糙峰中心线距表面中心线之间的距离, 通常为 $1.15\sigma_s$.

要想求解粗糙峰承载比例, 还应该求解中心油膜厚度 h_c^N .

根据 Moes 方程^[13], 可得考虑表面粗糙度的无量纲中心油膜厚度公式为

$$H_c = \left\{ \gamma_1^{5/2} [H_{ri}^{7/3} + (\gamma_1)^{-14/15} H_{ei}^{7/3}]^{38/7} + \gamma_1^{5/2} (H_{rp}^{-7/2} + H_{ep}^{-7/2})^{-28/7} \right\}^{1/5} (\gamma_1)^{1/2} \quad (25)$$

其中

$$S = \frac{1}{5} [7 + 8e^{(-2H_{ei}/H_{ri})}]$$

式(25)中的无量纲参数分别定义为

$$H_{ri} = 3M^{-1}$$

$$H_{ei} = 2.621M^{-1/5}$$

$$H_{rp} = 1.287L^{2/3}$$

$$H_{ep} = 1.311M^{-1/8}L^{3/4}$$

$$H_c = h'_c U^{1/2} \quad h'_c = \frac{h_c}{R}$$

$$M = WU^{-1/2} \quad L = GU^{1/4}$$

$$W = \frac{F_d}{BE'R} \quad U = \frac{\mu_0 u_r}{E'R} \quad G = \alpha E'$$

Moes 方程的油膜厚度对应于牛顿流体. Jang 等给出了 Carreau 流变模型的中心油膜厚度修正

$$\frac{V}{V_r} =$$

$$\left\{ 1 - \frac{1}{1 + K'_0} \ln \left[1 + \frac{p}{K'_0} (1 + K'_0) \right] \right\} \cdot$$

$$[1 + \alpha_v(T - T_r)] \quad (23)$$

2.2.2 润滑油膜承载比例求解

Greenwood-Tripp 接触理论^[10]与 Gelinek-Schipper 接触理论^[11]从不同角度研究了线接触时接触区中心粗糙峰的接触压力 p_a , 同一润滑状态下两接触理论计算的粗糙峰压力值应该相等, 即^[12]

公式^[14]

$$\phi_c = \frac{h_c}{h_c^N} = [1 + 0.75(1 + Sr) \Gamma^{1/(1+0.22Sr)}]^{3.1(1-n)^{1.6}} \quad (26)$$

根据 Hsu 和 Lee 的研究^[15], 引入热修正系数 C_t 考虑啮入端润滑油温度对油膜厚度的影响

$$C_t = \frac{h_{ct}}{h_c} = \frac{1}{1 + 0.0766G^{0.687}W^{0.447}L_c^{0.527}e^{0.875Sr}} \quad (27)$$

其中 L_c 为热载荷参数; h_{ct} 为非牛顿流体热油膜厚度.

根据式(24)~式(27)可得不同啮合时刻的

$\gamma_1, \gamma_2, h_{ct}$.

2.2.3 温度分析

齿轮传动润滑计算尤其是摩擦力计算必须考虑热效应. 考虑粗糙峰接触的能量方程为^[3,16]

$$\kappa_f \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} = -\mu_e \left(\frac{\partial u_f}{\partial z} \right)^2 + c_f \rho_f u_f \frac{\partial T_f}{\partial x} - \frac{f_a p_a u_s}{h_{ct}} \quad (28)$$

式中 $\rho_f, c_f, u_f, \kappa_f, T_f$ 分别为润滑油的密度、比热容、速度、导热系数和温度.

将式(21)对油膜厚度求导, 可得速度方程

$$\mu_e \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \mu'_e \frac{\partial u}{\partial z} = \tau' \quad (29)$$

其中

$$\mu'_e = \frac{\partial \mu_e}{\partial z} \quad \tau' = \frac{\partial \tau}{\partial z}$$

轮齿表面温度可由著名的 Jaeger 方程^[17]来描述

$$\begin{cases} T(x, 0) = T_0 + \frac{\kappa_f}{\sqrt{\pi \rho_p c_p u_p \kappa_p}} \int_{-b}^x \frac{\partial T}{\partial x} \bigg|_{z=0} \frac{ds}{\sqrt{x-s}} \\ T(x, h) = T_0 + \frac{\kappa_f}{\sqrt{\pi \rho_g c_g u_g \kappa_g}} \int_{-b}^x \frac{\partial T}{\partial x} \bigg|_{z=h} \frac{ds}{\sqrt{x-s}} \end{cases} \quad (30)$$

其中 $\rho_p, \rho_g, c_p, c_g, u_p, u_g, \kappa_p, \kappa_g$ 分别为主、从动齿轮的密度、比热容、表面速度、导热系数; b 为 Hertz 接触半宽。

能量方程(28)和速度方程(29)相互耦合,可利用有限差分法求解. 利用复化积分法求解界面温度方程^[18],通过反复迭代即可得到最终的温度场和剪应力分布。

2.2.4 摩擦因数求解

由式(18)~式(23)可得总摩擦因数为

$$f = \frac{F_f}{F_d} = \frac{F_{fb} + F_{fa}}{F_d} = \frac{B \int_{x_{in}}^{x_{out}} \tau dx}{F_d} + \frac{f_a}{\gamma_2} \quad (31)$$

因此根据 2.2.1 节~2.2.2 节求解得到粗糙峰承载比例 $1/\gamma_2$, 并根据 2.2.3 节温度分析,求解得到剪应力 τ , 将其代入式(31), 即可得到不同

啮合点处的总摩擦因数 f 。

3 摩擦动力学耦合模型的求解流程

对于耦合模型,式(4)和式(5)中的齿对时变综合刚度 $k_i(t)$ 由齿对啮合时变刚度 $k_{mi}(t)$ 与动态油膜刚度 $k_{hi}(t)$ 共同决定. 由于润滑油膜厚度与啮合位置、速度、载荷等运动状态有关,动态油膜刚度 $k_{hi}(t)$ 值事先无法预知,需在摩擦动力学耦合计算中得到。

摩擦动力学耦合模型求解方法为:首先求解齿轮传动动力学方程,获得不同啮合时刻的齿面动态啮合力、综合曲率半径、卷吸速度、相对滑动速度等动力学参数;然后进行齿轮混合弹流润滑分析,得到动态油膜刚度和新的摩擦因数. 将油膜刚度与轮齿啮合刚度串联后和新的摩擦因数一起重新代入动力学方程,进行动力学分析后,再次进行润滑分析,将迭代后新得到的油膜刚度与上次润滑分析计算后求解得到的油膜刚度进行对比,反复迭代计算直至油膜刚度收敛,终止计算. 耦合求解计算流程简图如图 3 所示。

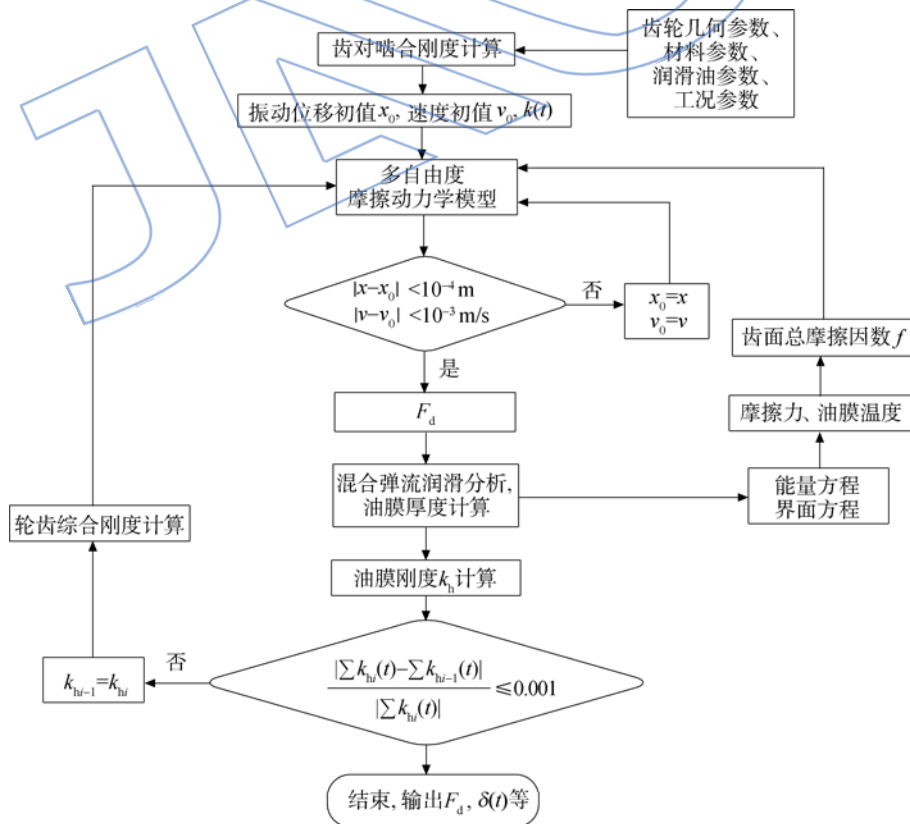


图3 耦合求解流程图

Fig. 3 Coupling solution flowchart

4 结果及讨论

根据建立的动力学与弹流润滑模型,研究齿轮传动不同转速下耦合系统的动力学特性和润滑特性,并与不耦合情况进行对比。

分析转速影响时,转矩保持不变,其中不考虑弹流效应的动力学计算中,采用 Buckingham 提出的摩擦因数模型^[19],见图 4。而不考虑耦合效应的润滑分析中选取准稳态载荷。

某航空用齿轮传动和润滑参数见表 1^[20]和表 2^[21]。

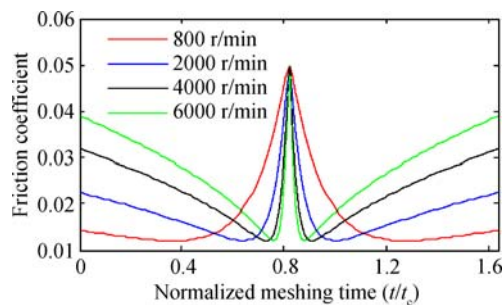


图 4 Buckingham 模型时变摩擦因数

Fig. 4 Friction coefficient for Buckingham model

表 1 算例齿轮系统参数和性能^[20]

Table 1 Parameters and properties of example gearing system^[20]

主从轮/从动轮参数	数值
齿数	28
模数/mm	3.175
压力角/(°)	20
中心距/mm	88.9
齿宽/mm	6.35
弹性模量/GPa	207
密度/(kg/m ³)	7850
泊松比	0.3
质量/kg	0.4058
转动惯量/10 ⁻⁴ (kg·m ²)	6.7
转速/(r/min)	2000, 4000
转矩/(N·m)	71.8
阻尼比系数	0.1
齿侧间隙/μm	6
轴承刚度/10 ¹¹ (N/m)	1
粗糙度方均根值/μm	0.4
粗糙峰半径/μm	6
导热系数/(W/(m·K))	47
比热容/(J/kg·K)	460

表 2 Carreau 流体润滑油特性参数^[21]

Table 2 Parameters of Carreau lubricant properties^[21]

参数	数值
$\kappa_t/(W/(m \cdot K))$	0.14
$\rho/(kg/m^3)$	864
$\alpha/(J/(kg \cdot K))$	2000
$\mu_r/(Pa \cdot s)$	1.42
T_r/K	348.15
B_0	4.423
R_0	0.6694
ϵ/K^{-1}	-0.0008
K'_0	12.82
K_{00}/GPa	11.5
β_k/K^{-1}	0.0006
α_r/K^{-1}	0.0007
n	0.74
G_{cr}/kPa	31
α/GPa^{-1}	19

注:表中未标注符号详见参考文献[21]。

4.1 齿轮的耦合动力学特性分析

4.1.1 综合刚度的变化

图 5 为给定工况下考虑弹流耦合效应与不考虑弹流耦合效应下的齿轮综合刚度随时间的变化曲线。

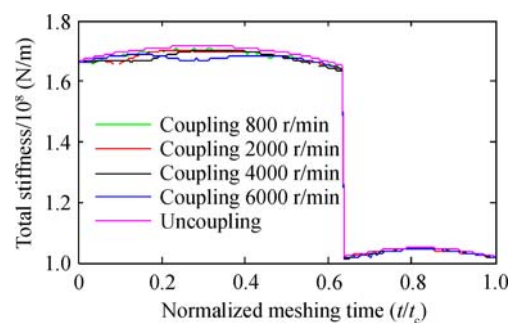


图 5 齿轮综合刚度随时间的变化曲线

Fig. 5 Curves of total gear stiffness varying with normalized meshing time

由于轮齿啮合刚度与油膜刚度串联,因此叠加后齿轮综合刚度减小,而且齿轮综合刚度下降的幅度与两者的数量级差别有很大关系。经计算,本例中的油膜刚度比齿轮啮合刚度高两个数量级,因此考虑耦合效应后齿轮综合刚度仅有稍许变化。

4.1.2 动态特性对比

图 6~图 8 分别为弹流耦合和不耦合下动态传递误差、主动轮 x 向位移以及齿面动态啮合力随时间的变化规律。

图 9~图 10 分别为考虑弹流耦合和不耦合两种情况下主动轮 y 向位移(垂直啮合线方向)及齿面动态摩擦力随时间的变化规律。

由于本例的动态油膜刚度比齿轮啮合刚度大两个数量级,所以齿轮综合刚度整体变化幅度较小,齿面动态载荷变化也很小。若动态油膜刚度与齿轮啮合刚度数量级差别不大,则考虑耦合效应的齿面动态载荷等动力学特性将会有较大变化。

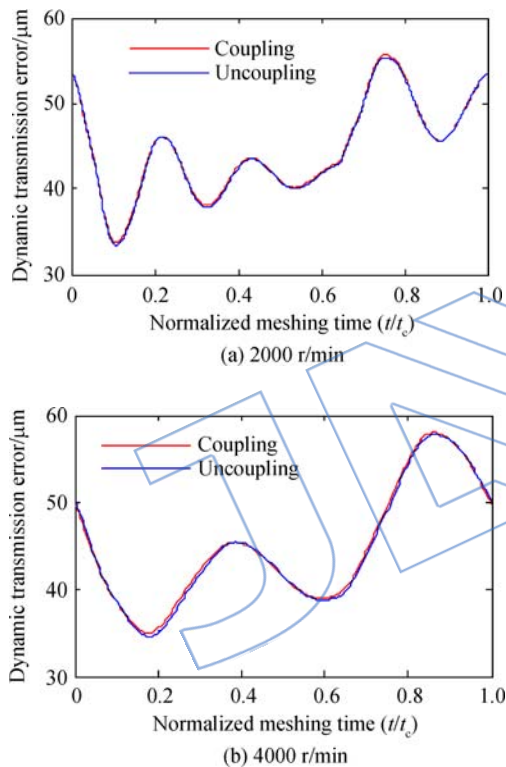


图 6 动态传递误差对比

Fig. 6 Comparison of dynamic transmission errors

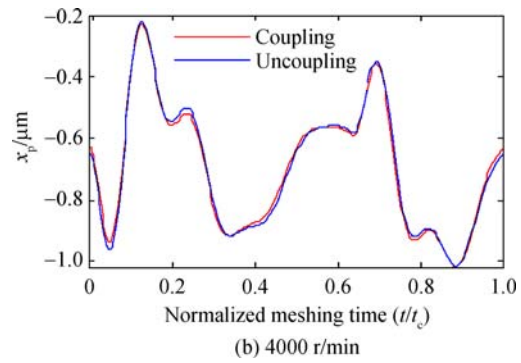
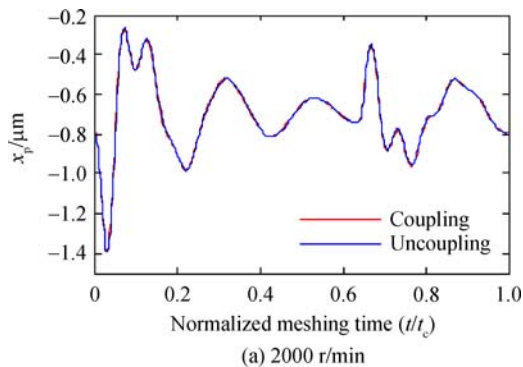


图 7 主动轮 x 向位移随时间的变化曲线

Fig. 7 Curves of displacement in x direction of pinion varying with normalized meshing time

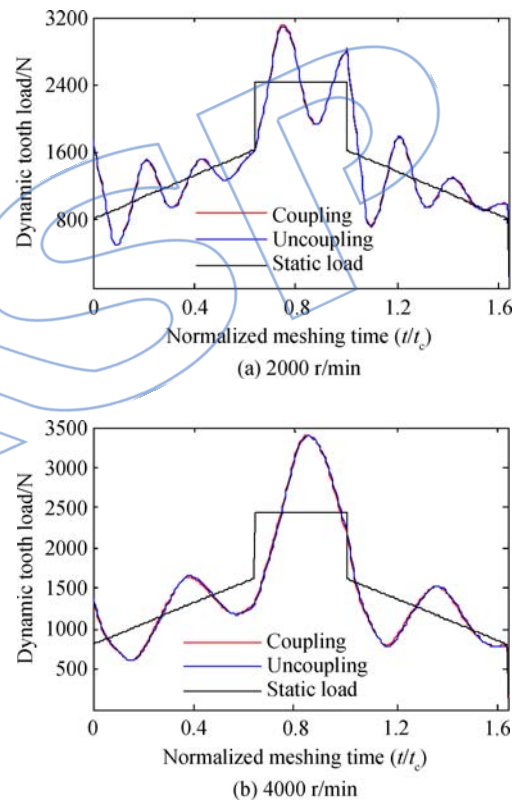
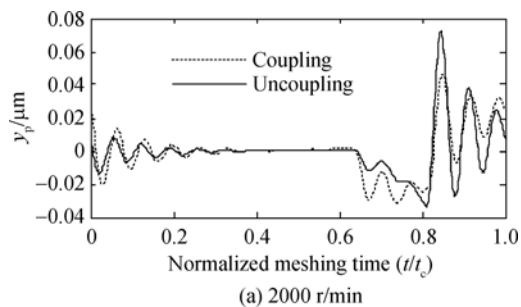
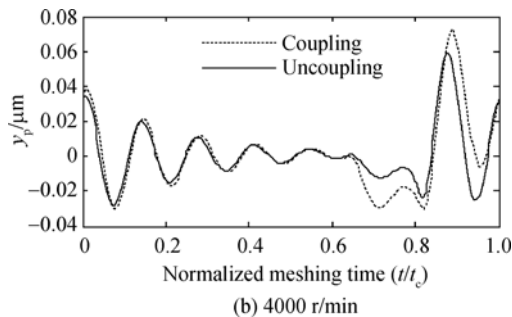
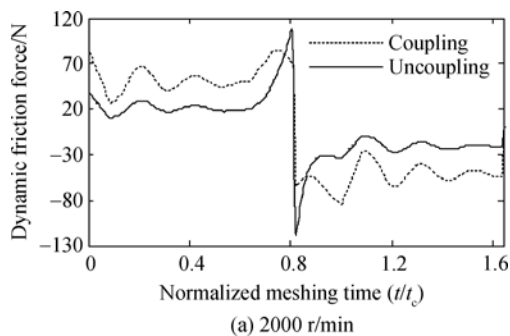


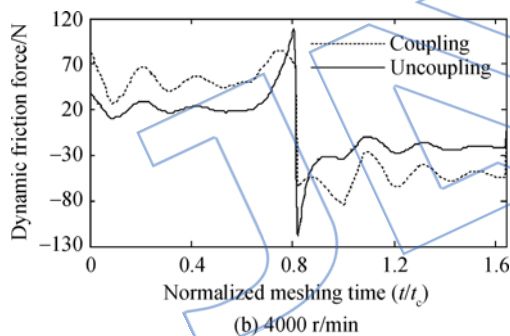
图 8 轮齿动态啮合力对比

Fig. 8 Comparison of dynamic tooth loads



图 9 主动轮 y 向位移随时间的变化曲线Fig. 9 Curves of displacement in y direction of pinion varying with normalized meshing time

(a) 2000 r/min



(b) 4000 r/min

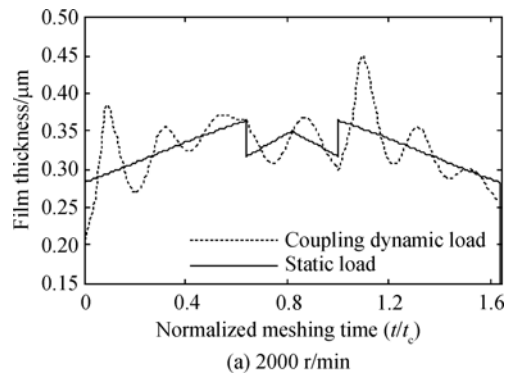
图 10 轮齿动态摩擦力随时间的变化曲线

Fig. 10 Curves of dynamic friction force varying with normalized meshing time

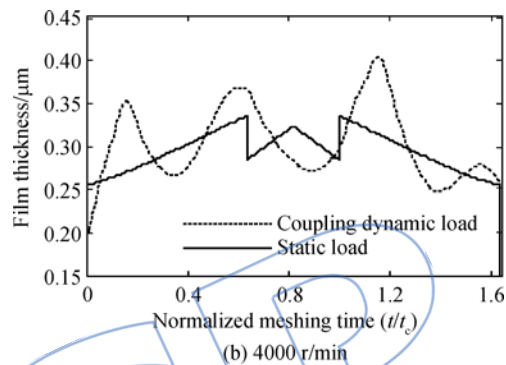
根据下文所述,不考虑耦合和考虑耦合效应的摩擦因数相差较大.但图 6~图 8 表明考虑耦合和不考虑耦合两种情况下齿轮沿啮合线方向的动态特性结果相差不大,说明摩擦因数对该方向的动态响应影响较小.而图 9、图 10 表明垂直啮合线方向的摩擦力和主动轮 y 向位移等动态特性结果有较大变化,说明摩擦因数变化对该方向的振动冲击影响较明显.

4.2 考虑动态载荷的齿轮润滑特性分析

准稳态载荷和耦合动态载荷条件下,不同啮合时刻的油膜厚度、油膜承载比例、油膜温升和摩擦因数变化对比分别见图 11~图 14.从图中可看



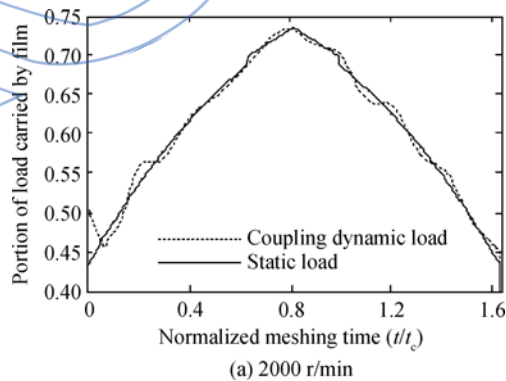
(a) 2000 r/min



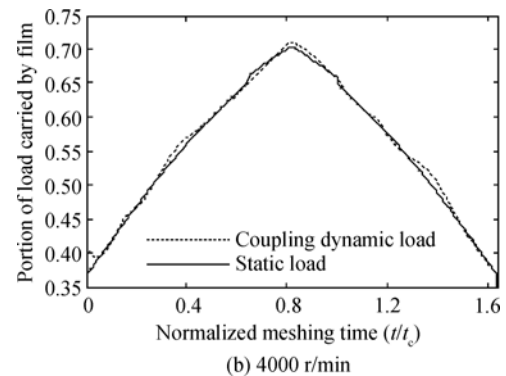
(b) 4000 r/min

图 11 两种载荷下的油膜厚度随时间的变化曲线

Fig. 11 Curves of film thickness varying with normalized meshing time under two loading conditions



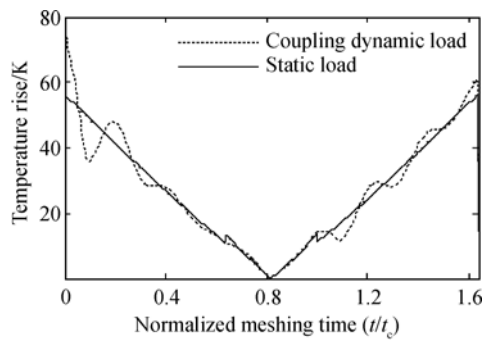
(a) 2000 r/min



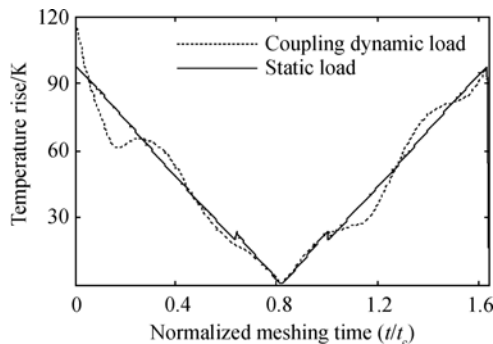
(b) 4000 r/min

图 12 两种载荷下的油膜承载比例随时间的变化曲线

Fig. 12 Curves of Portion of load carried by film varying with normalized meshing time under two loading conditions



(a) 2000 r/min



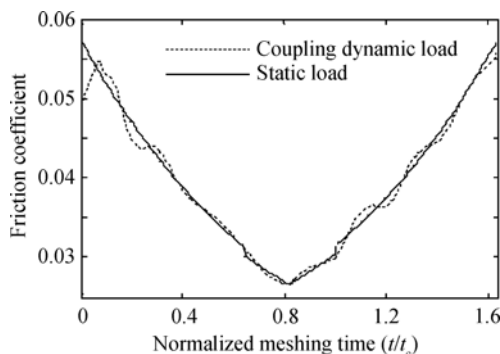
(b) 4000 r/min

图 13 两种载荷下油膜温升随时间的变化曲线

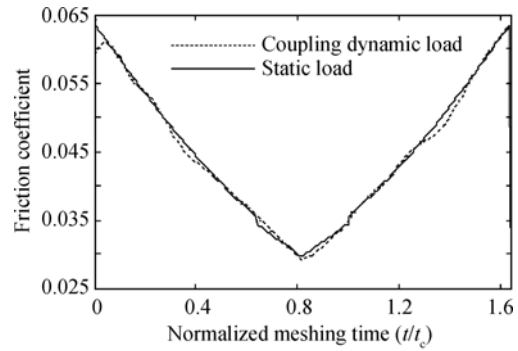
Fig. 13 Curves of film temperature rise varying with normalized meshing time under two load conditions

出,耦合模型下的动态载荷与稳态载荷相差较大,因此油膜厚度、油膜承载比例、油膜温升和摩擦因数也有较大不同。

啮入阶段,由于相对滑动速度较大,油膜温升较高。动态载荷与稳态载荷相比,油膜温升较高。节点附近,相对滑动速度较小,产生的摩擦剪切热少,油膜温升因此较小。可见相对滑动速度对油膜温升分布的影响较大。相对滑动速度越大,动态载荷对油膜温升的作用也愈明显,因此动态载荷越大,油膜温升峰值也越高。而当相对滑动速度较低时,动态载荷对温升的影响则较微弱。



(a) 2000 r/min



(b) 4000 r/min

图 14 两种载荷下摩擦因数随时间的变化曲线

Fig. 14 Curves of friction coefficient varying with normalized meshing time under two loading conditions

油膜厚度沿啮合线的变化主要由动态载荷、相对滑动速度和油膜瞬时温升共同决定。啮合起始段,由于相对滑动速度较大,温升较高,油膜厚度较低。在单齿啮合区,动态载荷显著增加,油膜厚度明显降低。在啮合结束段,综合曲率半径减小,相对滑移速度增大,油膜厚度逐渐减小。动态载荷与稳态载荷相比波动较大,因此油膜厚度波动也较大,可见动态载荷对油膜厚度的影响较为显著。

在啮合起始段和啮出阶段,油膜厚度较小,载荷主要由粗糙峰承担,因此摩擦因数较大;节点位置处相对滑动速度为零,摩擦因数明显降低。整个啮合过程中动态载荷与稳态载荷相比,油膜承载比例和摩擦因数也有较明显波动。

5 结 论

综合考虑齿轮时变啮合刚度、油膜刚度、表面粗糙度以及摩擦转矩等对动力学行为的影响,基于载荷分担理论和动力学理论建立了六自由度齿轮摩擦动力学模型。通过数值迭代求解,并对结果进行分析,得到以下结论:

1) 考虑齿轮动力学与摩擦学耦合效应的齿轮综合刚度减小,减小幅度与动态油膜刚度的数量级有关。若动态油膜刚度与齿轮啮合刚度接近,则齿轮综合刚度将明显减小,从而使齿轮动力学特性产生较大变化。

2) 动态特性是齿轮啮合刚度、油膜刚度、传递误差、摩擦因数等因素综合作用的结果。考虑耦合效应后齿轮综合刚度略有下降,加之摩擦因数对啮合线方向的动态响应影响较微弱,因此啮合线方向的动态特性变化不大。但滑动摩擦力对垂

直于啮合线方向的动态响应的影响比较显著,摩擦力会加剧该方向的振动。

3) 动态载荷对油膜厚度的影响较大,动态载荷越大,油膜厚度越小。而动力学行为对油膜温升分布的影响取决于相对滑动速度的大小,相对滑动速度越大,动态载荷对温升的作用更明显。当相对滑动速度较低时,动态载荷对温升的影响微乎其微。动态载荷对油膜承载比例与摩擦因数的影响也较大。

4) 润滑特性是动态载荷、综合曲率半径和相对滑动速度等共同作用的结果。啮合起始段,受动态啮合力和相对滑动速度的影响,油膜温升大,油膜厚度最小,油膜承载比例低,因此摩擦因数较大;啮合结束段,综合曲率半径和相对滑动速度的作用则更加明显。

参考文献:

- [1] 卢立新,张和豪. 齿轮传动系统动载荷非稳态弹流润滑研究[J]. 润滑与密封,2002,27(1):12-14.
LU Lixin, ZHANG Hehao. Nonsteady elastohydrodynamic lubrication of gear transmission system under dynamic load [J]. Lubrication Engineering, 2002, 27(1): 12-14. (in Chinese)
- [2] 李润方,王建军. 齿轮系统动力学: 振动、冲击、噪声[M]. 北京: 科学出版社, 1997.
- [3] 温诗铸,黄平. 摩擦学原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [4] Johnson K L, Greenwood J A, Poon S Y. A simple theory of asperity contact in elastohydrodynamic lubrication[J]. Wear, 1972, 19(1): 91-108.
- [5] Bair S, Qureshi R. The generalized Newtonian fluid model and elastohydrodynamic film thickness[J]. Journal of Tribology, 2003, 125(1): 70-75.
- [6] Bair S, Vergne P, Querry M. A unified shear-thinning treatment of both film thickness and traction in EHD[J]. Tribology Letters, 2005, 18(2): 145-152.
- [7] Bair S. High pressure rheology for quantitative elastohydrodynamics[M]. Amsterdam: Elsevier, 2007.
- [8] Yasuda K Y, Armstrong R C, Cohen R E. Shear flow properties of concentrated solutions of linear and star branched polystyrenes[J]. Rheologica Acta, 1981, 20(2): 163-178.
- [9] Doolittle A K. Studies in Newtonian flow II: the dependence of the viscosity of liquids on free-space[J]. Journal of Applied Physics, 2004, 22(12): 1471-1475.
- [10] Greenwood J A, Tripp J H. The contact of two nominally flat rough surfaces[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1970, 185(1): 625-633.
- [11] Gelinck E R M, Schipper D J. Deformation of rough line contacts[J]. Journal of Tribology, 1999, 121(3): 449-454.
- [12] Akbarzadeh S, Khonsari M M. Thermo elastohydrodynamic analysis of spur gears with consideration of surface roughness[J]. Tribology Letters, 2008, 32(2): 129-141.
- [13] Moes H. Optimum similarity analysis with applications to elastohydrodynamic lubrication[J]. Wear, 1992, 159(1): 57-66.
- [14] Jang J Y, Khonsari M M. Correction factor formula to predict the central and minimum film thickness for shear-thinning fluids in EHL[J]. Journal of Tribology, 2008, 130(2): 1-4.
- [15] Hsu C H, Lee R T. An efficient algorithm for thermal elastohydrodynamic lubrication under rolling/sliding line contacts[J]. Journal of Tribology, 1994, 116(4): 762-769.
- [16] Masjedi M, Khonsari M M. Theoretical and experimental investigation of traction coefficient in line-contact EHL of rough surfaces[J]. Tribology International, 2014, 70(2): 179-189.
- [17] Jaeger J C. Moving source of heat and the temperature at sliding contacts[J]. Proceedings of the Royal Society of New South Wales, 1942, 76: 203-224.
- [18] 李朵朵. 齿轮传动动态弹流润滑的数值计算模型研究[D]. 太原: 太原理工大学, 2004.
LI Duoduo. A calculating model study for the elastohydrodynamic lubrication of the transmission of the gear in mesh [D]. Taiyuan: Taiyuan University of Technology, 2004. (in Chinese)
- [19] Buckingham E. Analytical mechanics of gears[M]. Dover: Dover Publications, 2011.
- [20] He S, Gunda R, Singh R. Effect of sliding friction on the dynamics of spur gear pair with realistic time-varying stiffness[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 301(3): 927-949.
- [21] Anuradha P, Kumar P. Effect of lubricant selection on EHL performance of involute spur gears[J]. Tribology International, 2012, 50(4): 82-90.

(编辑: 陈越)