

基于切换多胞 LPV 的涡扇发动机 全包线中间状态控制

吴 斌¹, 黄金泉^{1,2}

(1. 南京航空航天大学 能源与动力学院 江苏省航空动力系统重点实验室, 南京 210016;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 针对航空发动机全包线内参数变化范围较大, 单一控制器很难保证全包线内的控制效果的问题, 提出了基于切换多胞线性变参数(LPV)的发动机全包线中间状态控制方法. 根据发动机的进口条件将飞行包线分为相互重叠的子区域, 将多胞理论及状态重置切换方法引入控制器求解, 给出了能够保证切换多胞 LPV 系统鲁棒稳定的线性矩阵不等式(LMI)条件; 利用求解出的 Lyapunov 矩阵设计各子区域的 LPV 控制器, 并结合几何位置调度策略实现子区域 LPV 控制; 利用局部重叠的滞后切换策略和状态重置切换律实现全包线内各控制器的切换, 并证明了该闭环切换系统的稳定性. 最终以某型涡扇发动机为研究对象进行仿真验证, 结果表明: 采用该控制方法稳态误差能够控制在 0.1% 以内, 超调量不大于 0.5%.

关 键 词: 航空发动机; 线性变参数; 切换控制; 鲁棒稳定; 多胞模型; 全包线

中图分类号: V233.7

文献标志码: A

Intermediate state control of turbofan engine in full envelope based on switched polytopic LPV approach

WU Bin¹, HUANG Jin-quan^{1,2}

(1. Jiangsu Province Key Laboratory of Aerospace Power System,
College of Energy and Power Engineering,
Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: The parameter range of aeroengine in full flight envelope is so wide that a single controller is difficult to ensure the performance. To avoid this problem, a switched polytopic linear parameter varying (LPV) approach was proposed for the turbofan engine intermediate state control. The full envelope was firstly divided into several locally overlapped sub-regions according to the inlet conditions. The state reset method and the polytopic gain scheduling technique were used to derive the robust stability conditions of this switched LPV system, which was depicted as linear matrix inequality (LMI). Then, the resulting Lyapunov matrices were used to design a family of single LPV controllers which can be applied in the sub-region control combined with the scheduling strategy based on geometric position; Hysteresis switching strategy based on the overlapped sub-regions was used for switching, meanwhile the stability of this closed-loop switching system was also proved. Simulation results with a turbofan engine model show that the steady state error is less than 0.1 percent, and the maximum overshoot is less than 0.5 percent.

收稿日期: 2014-12-02

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(NP2012504); 江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXZZ12_0166)

作者简介: 吴斌(1985—), 男, 江苏大丰人, 博士生, 主要从事航空发动机建模、控制研究.

通讯作者: 黄金泉(1963—), 男, 江苏泰兴人, 教授、博士生导师, 博士, 主要从事航空发动机建模、控制和故障诊断研究.

Key words: aeroengine; linear parameter varying; switching control; robust stability; polytope model; full envelop

航空发动机是一个高度复杂的非线性系统,运行范围宽广,其特性随着工作状态和飞行条件的变化而不断改变^[1]. 全包线内发动机控制参数的设计是难点问题. 传统的鲁棒控制方法将参数的变化考虑为相对于基准模型的参数摄动,并通过结构参数摄动系统鲁棒控制器综合来解决控制问题. 然而,当参数变化范围过大时,针对单个工作点设计的控制器很难保证全包线内的控制效果^[2]. 因此,将包线进行分区,并在不同的区域内设计鲁棒控制器,结合控制器插值或切换是目前实现航空发动机全包线控制的主要方法^[3]. 这种方法通过鲁棒控制方法保证了小区域内的性能和稳定性,然而控制器间的插值或者切换成为了该方法实现工程应用的难点^[4].

LPV 控制是近年来提出的一种新颖的鲁棒变增益控制技术. 该方法通过在线可测或者可估计的参数来确定系统的状态空间矩阵,从而体现了系统的时变特性. 同时,结合线性控制理论的方法来设计变增益控制器,实现了控制器增益随在线可测的调度参数变化而变化. 这种方法能够从理论上保证系统在整个参数轨迹上的鲁棒性及全局稳定性,从而克服了传统控制器中由插值或切换引起的稳定性问题^[5]. 该方法一经提出,便广泛应用于航空航天控制系统的设计研究中^[6-8]. 然而,全包线范围内的发动机参数变化过大,单一的 LPV 控制器会使系统的控制性能变差,并且由于所需的多胞顶点过多,导致计算复杂度增加和保守性增强,增加了控制器的设计难度. 因此,出现了将调度参数区域进行分区,在各子区域设计 LPV 控制器,并结合切换理论保证控制器间切换的稳定性. 实际应用证明,这一方法具有较高的可行性^[9]. 用于保证切换稳定性的理论多以 Lyapunov 函数为基础,其中驻留时间法主要通过子系统内能量的衰减来保证切换稳定性,该方法给出的时间依赖切换律虽然可以保证子系统的独立性,但对切换时间上的要求限制了其实际应用. 而由 Lu 等^[10]提出的切换 LPV 控制方法则以参数依赖 Lyapunov 函数为基础,从而推导出切换时 Lyapunov 函数非增的充分条件,并将其应用于 F16 战机上. 张增辉等^[11]则将多胞理论与滞后切换相结合,通过对有限组 LMI 进行求解实现高超声速飞行器大包线范围内的切换 LPV 控制. 然而,这些方法实现的是有向切换,当切换方向

不同时需要重新设计控制器.

针对上述问题,本文提出了一种基于状态重置的切换多胞 LPV 控制方法. 首先将全参数范围分为相互重叠的子区域,结合多胞系统增益调度控制设计技术和状态重置切换方法给出了闭环切换多胞 LPV 系统鲁棒稳定的 LMI 条件,从而可以求解出各子系统的 Lyapunov 函数及状态重置切换律,同时利用有界实定理反解出各子控制器. 该方法利用多胞理论保证各闭环子系统的稳定性,在切换时利用状态重置来保证切换前后 Lyapunov 函数的非增性,从而保证了闭环切换系统的稳定性. 所获得的控制器可以实现任意方向的切换,且没有时间上的约束. 最终,将该方法应用于涡扇发动机全包线中间状态控制仿真. 根据发动机进口条件划分飞行包线,在包线内选择多点进行切换多胞 LPV 控制器设计,结合几何位置调度策略实现局部包线内 LPV 控制,并通过滞后切换策略和状态重置切换律实现全包线内各控制器的切换.

1 切换多胞 LPV 系统

1.1 系统描述

考虑调度参数为 θ 的开环 LPV 系统,其中 θ 为时变参数,可在线测量或者估计,并且属于闭集 Ω ,即 $\theta \in \Omega \subset \mathbb{R}^s$. 假设 Ω 可由一组切换面 $S_{pq}(p, q \in \mathbb{Z}_N)$ 分为有限个数的子区域 $\{\Omega_i\}_{i \in \mathbb{Z}_N}$, $\mathbb{Z}_N = \{1, 2, \dots, N\}$,各子区域之间可以存在重叠,且各子区域开环系统可以描述为如下形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i(\theta) & B_{1,i}(\theta) & B_{2,i}(\theta) \\ C_{1,i}(\theta) & D_{11,i}(\theta) & D_{12,i}(\theta) \\ C_{2,i}(\theta) & D_{21,i}(\theta) & D_{22,i}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ u \end{bmatrix} \quad \forall \theta \in \Omega_i \quad (1)$$

式中 $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ 为对象状态, $z \in \mathbb{R}^{n_z}$ 为控制输出, $w \in \mathbb{R}^{n_w}$ 为系统扰动量, $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ 为测量输出, $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ 为控制输入. 状态空间系数均为调度参数的函数,如果式(1)的系统矩阵可以作多胞凸分解,即

$$\begin{bmatrix} A_i(\theta) & B_{1,i}(\theta) & B_{2,i}(\theta) \\ C_{1,i}(\theta) & D_{11,i}(\theta) & D_{12,i}(\theta) \\ C_{2,i}(\theta) & D_{21,i}(\theta) & D_{22,i}(\theta) \end{bmatrix}_i := \sum_{j=1}^r \alpha_j(t) \begin{bmatrix} A_{j,i} & B_{1j,i} & B_{2j,i} \\ C_{1j,i} & D_{11j,i} & D_{12j,i} \\ C_{2j,i} & D_{21j,i} & D_{22j,i} \end{bmatrix}$$

$$\alpha_j(t) \geq 0 \quad \sum_{j=1}^{r_i} \alpha_j(t) = 1 \quad (2)$$

式中 $A_{j,i}, B_{1j,i}, B_{2j,i}, C_{1j,i}, C_{2j,i}, D_{11j,i}, D_{12j,i}, D_{21j,i}, D_{22j,i}$ 为子区域 Ω_i 中的多胞顶点模型, r_i 为顶点个数, $j \in Z_i, Z_i = \{1, 2, \dots, r_i\}$, 则认为系统(1)为多胞 LPV 系统. 如果该系统满足假设 1, 则可利用多胞系统的顶点性质和有界实定理^[12]设计控制器.

假设 1^[13]

$D_{22,i}(\theta) = 0$, 即对 $j \in Z_i$, 有 $D_{22j,i} = 0$.

$B_{2,i}(\theta), C_{2,i}(\theta), D_{12,i}(\theta), D_{21,i}(\theta)$ 不依赖于

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} N_{Ri} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{j,i} R_i + R_i A_{j,i}^T & R_i C_{1j,i}^T & B_{1j,i} \\ C_{1j,i} R_i & -\gamma_i I & D_{11j,i} \\ B_{1j,i}^T & D_{11j,i}^T & -\gamma_i I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{Ri} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} N_{Si} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{j,i} S_i + S_i A_{j,i}^T & S_i B_{1j,i} & C_{1j,i}^T \\ B_{1j,i}^T S_i & -\gamma_i I & D_{11j,i}^T \\ C_{1j,i} & D_{11j,i} & -\gamma_i I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{Si} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0 \\ & \begin{bmatrix} R_i & I \\ I & S_i \end{bmatrix} \geq 0 \quad j \in Z_i \end{aligned} \quad (3)$$

优化求解上述 $2r_i + 1$ 个 LMI 使 γ 最小, 求得公共 Lyapunov 函数正定阵

$$P_i = \begin{bmatrix} S_i & N_i \\ N_i^T & -N_i R_i M_i^{-1} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中 M_i, N_i 满足 $M_i N_i^T = I - R_i S_i$. 结合有界实定理可得子区域顶点控制器的状态空间 $A_{Kj,i}, B_{Kj,i}, C_{Kj,i}, D_{Kj,i}$, 则子区域控制器的状态表达式为

$$\begin{bmatrix} A_{K,i}(\theta) & B_{K,i}(\theta) \\ C_{K,i}(\theta) & D_{K,i}(\theta) \end{bmatrix} := \sum_{j=1}^r \alpha_j(t) \begin{bmatrix} A_{Kj,i} & B_{Kj,i} \\ C_{Kj,i} & D_{Kj,i} \end{bmatrix} \quad (5)$$

结合系统(1)及控制器(4)可得闭环子系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{d,i}(\theta) & B_{d,i}(\theta) \\ C_{d,i}(\theta) & D_{d,i}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ w \end{bmatrix} \quad \theta \in \Omega_i \quad (6)$$

式中 $x_d^T = [x^T \quad x_k^T] \in R^{n+n_K}$, $x_k \in R^{n_K}$ 为控制状态.

每个控制器只在各自的子区域有效, 当调度参数 θ 穿越切换面 S_{p_i} 时, 控制器发生切换, 可得闭环切换 LPV 系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{d,\sigma}(\theta) & B_{d,\sigma}(\theta) \\ C_{d,\sigma}(\theta) & D_{d,\sigma}(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ w \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} N_{Ri} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{j,i} R + R A_{j,i}^T & R C_{1j,i}^T & B_{1j,i} \\ C_{1j,i} R & -\gamma_i I & D_{11j,i} \\ B_{1j,i}^T & D_{11j,i}^T & -\gamma_i I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{Ri} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0$$

参数 θ , 即对于所有 $j \in Z_i$, 有 $B_{2j,i} = B_{2,i}, C_{2j,i} = C_{2,i}, D_{12j,i} = D_{12,i}, D_{21j,i} = D_{21,i}$.

$(A_i(\theta), B_{2,i})$ 和 $(A_i(\theta), C_{2,i})$ 分别是二次可稳定和二次可观测的.

引理 1^[13] 考虑满足假设 1 的子区域 Ω_i 中的多胞 LPV 系统(1), 令 N_{Ri} 和 N_{Si} 分别为 $(B_{2,i}^T, D_{12,i}^T)$ 和 $(C_{2,i}, D_{21,i})$ 的任意零空间, 则在所有参数轨迹上存在一个满足二次 H_∞ 性能 γ_i 的 LPV 控制器的充要条件为: 存在 $n \times n$ 维对称矩阵 R_i 和 S_i , 满足下列 $2r_i + 1$ 个线性矩阵不等式(LMI)

式中 σ 为切换信号.

1.2 切换多胞 LPV 控制方法

通过引理 1 可知, 切换多胞 LPV 控制系统的设计的核心问题是对子系统设计独立的控制器, 同时需要设计切换律以保证子控制器间的切换稳定性. 本节结合引理 1 及状态重置切换方法提出一种新的多胞 LPV 切换控制方法.

引理 2^[14] (Schur 补引理) 对于任意分块 Hermite 矩阵

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{12}^H & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$Q > 0$ 的充分必要条件为

$$\begin{cases} Q_{22} > 0 \\ Q_{11} - Q_{12} Q_{22}^{-1} Q_{12}^H > 0 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} Q_{11} > 0 \\ Q_{22} - Q_{12}^H Q_{11}^{-1} Q_{12} > 0 \end{cases}$$

定理 1 考虑满足假设 1 的开环 LPV 系统(1), 令 N_{Ri} 和 N_{Si} 分别为 $(B_{2,i}^T, D_{12,i}^T)$ 和 $(C_{2,i}, D_{21,i})$ 的任意零空间, 若存在 $n \times n$ 维对称矩阵 R 及 $S_1, S_2, \dots, S_N$, 满足下列 $2(r_1 + r_2 + \dots + r_N) + N$ 个 LMI:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N}_{S_i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{j,i} \mathbf{S}_i + \mathbf{S}_i \mathbf{A}_{j,i}^T & \mathbf{S}_i \mathbf{B}_{1j,i} & \mathbf{C}_{1j,i}^T \\ \mathbf{B}_{1j,i}^T \mathbf{S}_i & -\gamma_i \mathbf{I} & \mathbf{D}_{11j,i}^T \\ \mathbf{C}_{1j,i} & \mathbf{D}_{11j,i} & -\gamma_i \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{N}_{S_i} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{I} \\ \mathbf{I} & \mathbf{S}_i \end{bmatrix} \geq 0, \quad j \in Z_i \quad (9)$$

并且当调度参数 θ 穿越切换面 S_{pq} 时, 控制器状态重置为

$$\mathbf{x}_{kq} = \mathbf{M}_q^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} \quad (10)$$

式中 $\mathbf{x}_{kq}$ 为切换后的控制器状态量, $\mathbf{x}$ 为切换时开环系统的状态, $\mathbf{M}_q$ 满足

$$\mathbf{M}_q \mathbf{N}_q^T = \mathbf{I} - \mathbf{R}_q \mathbf{S}_q \quad (11)$$

则在全参数范围 Ω 内, 存在状态重置切换控制器使得闭环系统(7)稳定, 并且满足二次 H_∞ 性能指标

$$\gamma = \max\{\gamma_i\} \quad (12)$$

证明 对于任意参数范围 Ω_i 内的子系统, 直接由引理 1 可知, 子区域中存在公共的 Lyapunov 函数阵(4)来保证闭环子系统的稳定性, 同时设计

$$V_p = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T & \mathbf{x}_k^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}_p & \mathbf{N}_p \\ \mathbf{N}_p^T & -\mathbf{N}_p \mathbf{R} \mathbf{M}_p^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T & \mathbf{x}_k^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{M}_p \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{N}_p^T \mathbf{R} \mathbf{M}_p^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}_p^T \mathbf{R}^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T & (-\mathbf{M}_p^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} + \mathbf{x}_k)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{N}_p^T \mathbf{R} \mathbf{M}_p^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ -\mathbf{M}_p^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} + \mathbf{x}_k \end{bmatrix} \quad (13)$$

即

$$V_p = \mathbf{x}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} + (-\mathbf{M}_p^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} + \mathbf{x}_k)^T (-\mathbf{N}_p^T \mathbf{R} \mathbf{M}_p^{-1}) (-\mathbf{M}_p^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} + \mathbf{x}_k) \quad (14)$$

同理可得切换后系统的 Lyapunov 函数为

$$V_q = \mathbf{x}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} + (-\mathbf{M}_q^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} + \mathbf{x}_k)^T \cdot (-\mathbf{N}_q^T \mathbf{R} \mathbf{M}_q^{-1}) (-\mathbf{M}_q^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} + \mathbf{x}_k) \quad (15)$$

切换后控制器状态重置为 $\mathbf{M}_q^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}$, 故

$$V_q = \mathbf{x}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} \quad (16)$$

由于

$$-\mathbf{N}_q^T \mathbf{R} \mathbf{M}_q^{-1} = -\mathbf{M}_q^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{R} \mathbf{S}_q) \mathbf{R} \mathbf{M}_q^{-1} = \mathbf{M}_q^{-1} \mathbf{R} (\mathbf{S}_q - \mathbf{R}^{-1}) (\mathbf{M}_q^{-1} \mathbf{R})^T \quad (17)$$

而由矩阵不等式组中的第 3 项及引理 2 可知

$$\mathbf{S}_q - \mathbf{R}^{-1} \geq 0 \quad (18)$$

可得

$$-\mathbf{N}_q^T \mathbf{R} \mathbf{M}_q^{-1} \geq 0 \quad (19)$$

所以有

$$V_p \geq \mathbf{x}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x} = V_q \quad (20)$$

即每次切换后“系统能量”呈递减趋势, 故该切换系统稳定. 切换前后 Lyapunov 函数值变化如图 1 所示, 图中 p 代表虚线左侧区域, q 代表虚线右侧区域.

综上所述, 闭环系统(6)稳定, 并且满足如式(12)所示的 H_∞ 性能指标 γ , 定理 1 得证.

切换多胞 LPV 控制器的求解过程如下:

1) 根据开环切换 LPV 模型(1)及定理 1 构

的控制器可以满足 H_∞ 性能指标 γ_i , 综合各子系统可得闭环切换 LPV 系统的性能指标 $\gamma = \max\{\gamma_i\}$.

对于子系统稳定的切换系统, 在子系统内运行时其由 Lyapunov 函数表征的“系统能量”是递减的, 而子系统的切换可能导致“系统能量”增长, 且当“系统能量”增长趋势超过了各稳定子系统对“系统能量”的衰减作用时, 系统不稳定. 因此对于切换 LPV 系统(6), 只需要保证系统在切换前后“系统能量”呈递减趋势. 不失一般性, 假设从子区域 Ω_p 向子区域 Ω_q 切换. 切换前系统的 Lyapunov 函数为

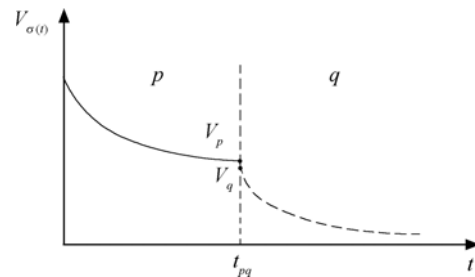


图 1 多胞子系统间切换时的 Lyapunov 函数值

Fig. 1 Variation of Lyapunov function when switching between subsystems

造 $2(r_1 + r_2 + \cdots + r_N) + N$ 个 LMI, 优化求解使得 $\gamma_1 + \gamma_2 + \cdots + \gamma_N$ 最小, 从而获得 $\mathbf{R}$ 及 $\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \cdots, \mathbf{S}_N$.

2) 利用奇异值分解获得满列秩矩阵 $\mathbf{M}_i, \mathbf{N}_i$. 根据式(15)可以获得各子系统的 Lyapunov 函数阵 $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \cdots, \mathbf{P}_N$.

3) 将 $\mathbf{P}_i, \gamma_i$ 及各顶点处的状态矩阵用于有界实定理, 通过求解获得各顶点控制器 $\mathbf{K}_{j,i}$, 则各子系统控制器可表示为

$$\mathbf{K}_i = \sum_{j=1}^{r_i} \alpha_j(t) \mathbf{K}_{j,i} \quad (21)$$

式中 $\alpha_j(t)$ 与式(2)中的相同,由调度参数测量值进行凸分解插值;

4) 计算各子系统内的状态重置系数 $\mathbf{M}_i^T \mathbf{R}^{-1}$, 在发生切换时将控制器的状态重置为 $\mathbf{M}_i^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}$.

考虑到如果两个子系统共用一个切换面会导致系统的频繁切换,本文采用一种滞后切换的策略^[15],即在两个相邻的子系统间设置重叠区域,只有调度参数通过之后切换事件发生,其原理如图2所示.图中虚线为工作在子系统 Ω_p 中,实线为工作在子系统 Ω_q 中, S_{pq} 为 Ω_p 向 Ω_q 的切换面,而 S_{qp} 为 Ω_q 向 Ω_p 的切换面.由图2可见,由于切换面的不同,系统不会出现在切换面抖动导致的频繁切换.

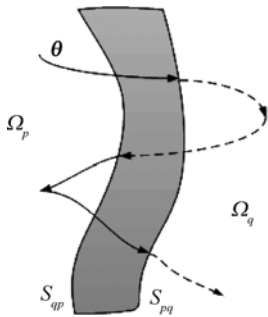


图2 滞后切换策略

Fig. 2 Hysteresis switching region

2 全包线切换 LPV 控制方法

以某型涡扇发动机部件级模型为研究对象,针对中间状态控制设计全包线控制器.该发动机中间状态采用闭环控制,主要控制量为主燃油量和喷口面积,目标为控制高压转子转速和发动机增压比为给定值^[16].

2.1 包线划分及多胞顶点选择

以高度和马赫数 (H, Ma) 作为 LPV 系统的调度参数 θ . 当给定发动机调节参数,其动态特性将仅与进口条件有关^[17],因此采用下式来量化不同模型间的距离

$$J = \sqrt{\left[\frac{p_1^* - p_{10}^*}{p_{10}^*} \right]^2 + \left[\frac{T_1^* - T_{10}^*}{T_{10}^*} \right]^2} \quad (22)$$

式中 T_{10}^* , p_{10}^* 为标称点的总温、总压; T_1^* , p_1^* 为计算点的总温、总压. 本文中以总温、总压在包线中均最小的 (10, 2.0) 为基准点,以式(22)描述其他点与该点的距离,所得结果如图(3)所示. 由于基准点的总温、总压最小,故 $p_1^* - p_{10}^*$, $T_1^* - T_{10}^*$ 均为正值,从而可以近似认为距离相近的点模型差异越小,并以此将包线划分为如图所示3个子区

域. 子区域中多胞顶点的选择要求能够覆盖全区域,同时数目不宜过多以减小控制器计算复杂度. 各子区域间的切换面及区域 Ω_2 中的多胞顶点见图3. 图中 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 分别代表由虚线划分的子系统, S_{pq} ($p, q \in \{1, 2, 3\}$) 为子系统 Ω_p 向 Ω_q 的切换面.

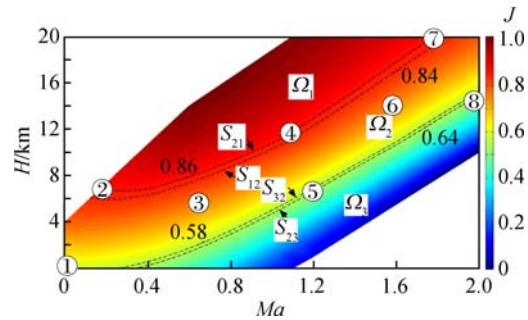


图3 飞行包线的划分

Fig. 3 Partition of the flight envelope

2.2 参数几何距离调度策略

在子区域内,采用基于调度参数几何位置的调度策略^[18],原则为距离较近的顶点所占比例较大,具体操作如下:将包线坐标归一化,计算工作点与各多胞顶点的几何距离,定义分解距离为各几何距离之和与单点距离的商,则运行点凸分解系数通过分解距离除以分解距离之和获得. 如子区域 Ω_2 中任意一点到多胞顶点的距离为 $l_1, l_2, \dots, l_8$,则凸分解系数为

$$\alpha_j = \frac{d_j}{d_1 + d_2 + \dots + d_8} \quad j \in Z_i \quad (23)$$

式中 $d_j = \frac{l_1 + l_2 + \dots + l_8}{l_j}$.

2.3 切换多胞 LPV 控制器设计

采用雅克比线性化的方法获得多胞顶点处的发动机线化模型^[19]. 其中以低压转子转速增量 Δn_l 以及高压转子转速增量 Δn_h 作为状态量,以主燃油量增量和喷口面积增量作为输入量,以高压转子转速增量 Δn_h 和增压比增量 $\Delta \pi$ 作为输出量,在子区域 Ω_i 内选择合适数目的点作为多胞模型的顶点,则子区域多胞 LPV 模型可表示为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}_i(\theta) \mathbf{x} + \mathbf{B}_i(\theta) \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}_i(\theta) \mathbf{x} + \mathbf{D}_i(\theta) \mathbf{y} \end{aligned} \quad (24)$$

式中 $\mathbf{x} = [\Delta n_l \quad \Delta n_h]^T$, $\mathbf{u} = [\Delta W_f \quad \Delta A_8]^T$, $\mathbf{y} = [\Delta n_h \quad \Delta \pi]^T$, 系数矩阵为 $\mathbf{A}_i(\theta) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{B}_i(\theta) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_i(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{D}_i(\theta) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix}, a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}, c_{21},$$

c_{22}, d_{21}, d_{22} 为与调度参数 θ 相关的矩阵元素,为简化描述,矩阵元素中不再标识出 θ . 多胞模型顶点处的矩阵元素通过线性化模型获得.

发动机中间状态控制要求为:控制高压转子转速为给定 n_{hr} ,发动机增压比为给定 π_r . 为了保证跟踪性能同时防止输入量过大导致不稳定,将评价输出定为跟踪误差 $\Delta n_{he}, \Delta \pi_e$ 及 u ,对象描述为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_i(\theta)x + B_{1,i}w + B_{2,i}(\theta)u \\ z &= C_{1,i}(\theta)x + D_{11,i}w + D_{12,i}(\theta)u \\ \bar{y} &= C_{2,i}(\theta)x + D_{21,i}w + D_{22,i}(\theta)u \end{aligned} \quad (25)$$

式中

$$w = [\Delta n_{hr} \quad \Delta \pi_r]^T, z = [\Delta n_{he} \quad \Delta \pi_e \quad \Delta W_f \quad \Delta A_8]^T, \bar{y} = [\Delta n_{he} \quad \Delta \pi_e]^T. \text{系数矩阵为 } B_{1,i} = 0, B_{2,i}(\theta) =$$

$$\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}, C_{1,i}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -c_{21} & -c_{22} \end{bmatrix}, D_{11,i} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$D_{12,i}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -d_{21} & -d_{22} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, C_{2,i}(\theta) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -c_{21} & -c_{22} \end{bmatrix}, D_{21,i} = I, D_{22,i}(\theta) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -d_{21} & -d_{22} \end{bmatrix}. \text{其中零矩阵 } 0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, I \text{ 为 } 2$$

阶单位矩阵.

考虑燃油计量装置和尾喷口作动筒为惯性环节,传递函数^[16]为

$$\frac{\Delta W_f}{\Delta W_{fr}} = \frac{T_{W_f}}{T_{W_f}s + 1}, \frac{\Delta A_8}{\Delta A_{8r}} = \frac{T_{A_8}}{T_{A_8}s + 1} \quad (26)$$

同时考虑高压转子传感器动态特性及压力传感器动态特性^[20]

$$\frac{\Delta \bar{n}_h}{\Delta n_h} = \frac{1}{0.05s + 1}, \frac{\Delta \bar{\pi}}{\Delta \pi} = \frac{1}{0.05s + 1} \quad (27)$$

最终形成满足假设 1 的发动机广义被控对象

$$\begin{aligned} \dot{x}_{e,x} &= \hat{A}(\theta)x_{e,x} + \hat{B}_1 w_{e,x} + \hat{B}_2 u_{e,x} \\ z_{e,x} &= \hat{C}_1(\theta)x_{e,x} + \hat{D}_{11} w_{e,x} + \hat{D}_{12} u_{e,x} \\ y_{e,x} &= \hat{C}_2 x_{e,x} + \hat{D}_{21} w_{e,x} + \hat{D}_{22} u_{e,x} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \text{式中 } x_{e,x} &= [\Delta n_h \quad \Delta n_h \quad \Delta W_f \quad \Delta A_8 \quad \Delta \bar{n}_h \quad \Delta \bar{\pi}]^T, \\ z_{e,x} &= [\Delta \bar{n}_{he} \quad \Delta \bar{\pi}_e \quad \Delta W_f \quad \Delta A_8]^T, w_{e,x} = \\ &= [\Delta n_{hr} \quad \Delta \pi_r]^T, u_{e,x} = [\Delta W_{fr} \quad \Delta A_{8r}]^T, y_{e,x} = \\ &= [\Delta \bar{n}_{he} \quad \Delta \bar{\pi}_e]^T, \hat{A}_i(\theta) = \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & b_{11} & b_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & b_{21} & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{W_f}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_{A_8}} & 0 & 0 \\ 0 & 20 & 0 & 0 & -20 & 0 \\ 20c_{21} & 20c_{22} & 20d_{21} & 20d_{22} & 0 & -20 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}_{1,i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{B}_{2,i} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{C}_{1,i}(\theta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -I \\ 0 & I & 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{D}_{11,i} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{D}_{12,i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \hat{C}_{2,i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -I \end{bmatrix}$$

$$\hat{D}_{21,i} = I, \hat{D}_{22,i} = 0.$$

为保证稳态误差满足要求及防止输入过大,评价输出权重选为

$$W_e = \text{diag}(W_1 \quad W_2) \quad (29)$$

$$W_u = \text{diag}(0.0001 \quad 0.0001)$$

$$\text{式中 } W_1 = \frac{0.001s+1}{s+1}, W_2 = \frac{0.001s+1}{s+1}.$$

在包线各子区域内选好多胞顶点后利用上述增广模型及定理 1 设计控制器,控制结构如图 4

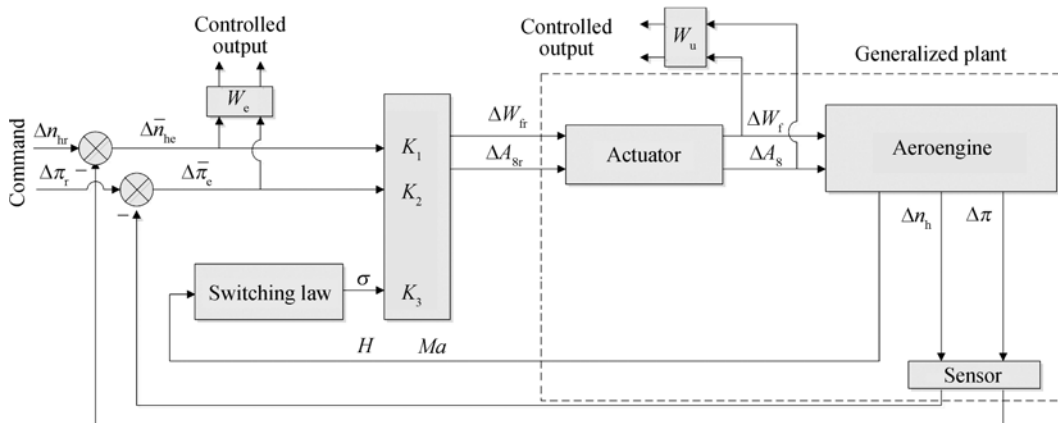


图 4 全包线 LPV 切换控制系统结构

Fig. 4 Structure of switching LPV control system

所示。

3 仿真验证与分析

针对某型涡扇发动机部件级模型,利用文中第 2.3 节中的控制器进行闭环控制仿真。要求控制系统工作稳定,且稳态误差小于 0.5%。

3.1 仿真分析 1

在全包线范围内选定发动机运行轨迹,如图 5 所示。发动机工作于中间状态,转速和压比跟踪仿真结果如图 6~图 7 所示。

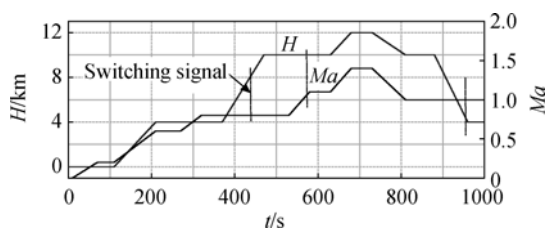


图 5 高度、马赫数变化

Fig. 5 Variation of the altitude and the Mach number

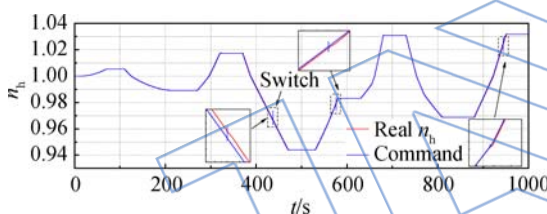


图 6 包线范围内转速跟踪响应曲线

Fig. 6 Response curves of compressor speed

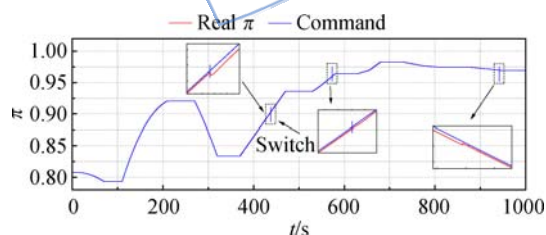


图 7 压比跟踪响应曲线

Fig. 7 Response curves of engine pressure ratio

由仿真结果可以看出,随着运行条件的变化(飞机爬升、下降及加减速),发动机高压转子转速及增压比能够跟踪控制计划给出的控制目标,且动态响应较好。当控制器发生切换时,控制器能够稳定工作。本文仿真工作在配置为 Intel Core i3 2.53 GHz,内存 2 G 的计算机上进行,控制器单次计算时间小于 5 ms,远小于单个采样周期 20 ms,满足实时性要求。

3.2 仿真分析 2

仿真分析 2 和仿真分析 3 分别和单点 H_∞ 控制器及单一 LPV 控制器作对比仿真验证。设计控制器为稳态控制器,故只根据包线固定点处小范围阶跃来检验其性能。以 (10, 1.3) 为标称点设计 H_∞ 控制器,与本文方法进行对比。图 8 及图 9 分别为在标称点处给转速及压比阶跃信号的响应结果。

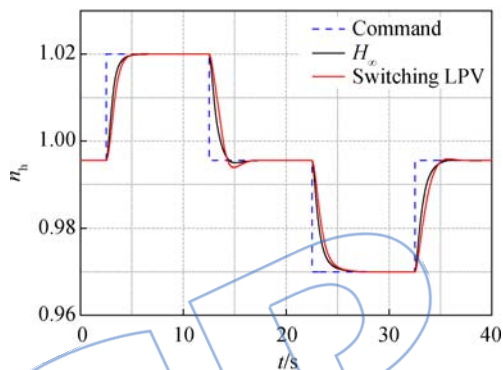


图 8 $H=10$ km, $Ma=1.3$ 处转速阶跃仿真

Fig. 8 Step simulation of compressor speed when $H=10$ km, $Ma=1.3$

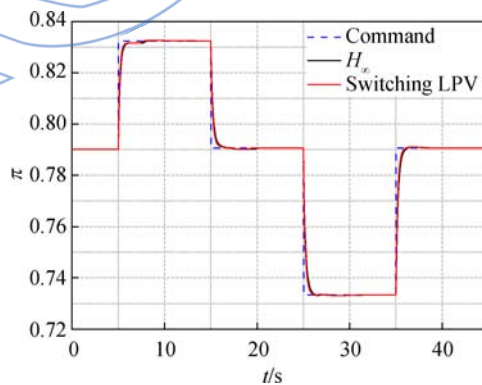


图 9 $H=10$ km, $Ma=1.3$ 处压比阶跃仿真

Fig. 9 Step simulation of engine pressure ratio when $H=10$ km, $Ma=1.3$

由图 8~图 9 可以看出,在标称点处本文所设计的控制器及 H_∞ 控制器都显示出了较好的动态响应及解耦效果。

图 10~图 11 为远离标称点时阶跃响应结果,可以看出本文所采用的控制方法相对于 H_∞ 方法显示出了较好的控制性能,表现为 H_∞ 控制器出现了振荡和较大的超调,可见当远离标称点时,由于模型参数变化较大, H_∞ 方法无法满足参数摄动带来的影响,使得系统的控制性能下降。而本文所设计的控制器则是在子区域内选择多点进

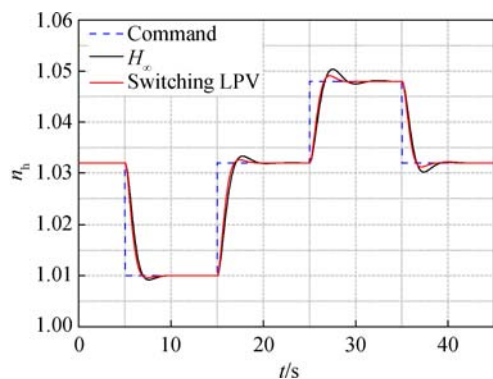


图 10 $H=13\text{ km}$, $Ma=1.5$ 处转速阶跃仿真
Fig. 10 Step simulation of compressor speed when
 $H=13\text{ km}$, $Ma=1.5$

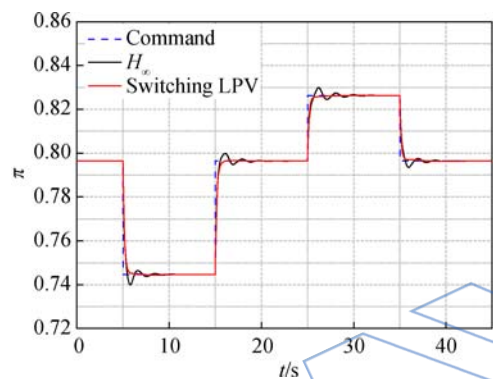


图 11 $H=13\text{ km}$, $Ma=1.5$ 处压比阶跃仿真
Fig. 11 Step simulation of engine pressure ratio when
 $H=13\text{ km}$, $Ma=1.5$

行控制器综合,在保证稳定性的同时降低了参数扰动带来的影响。

3.3 仿真分析 3

在全包线内选择 15 个点作为多胞模型的顶点,设计全包线内单一 LPV 控制器。图 12~图 13

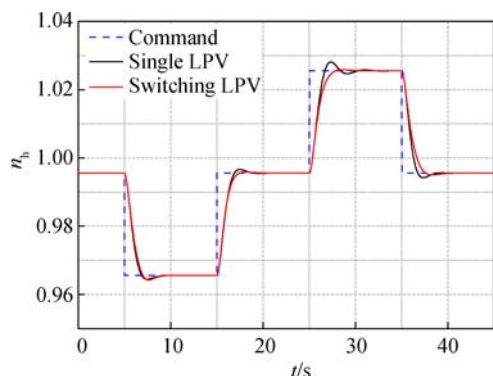


图 12 $H=10\text{ km}$, $Ma=1.2$ 处转速阶跃仿真
Fig. 12 Step simulation of compressor speed when
 $H=10\text{ km}$, $Ma=1.2$

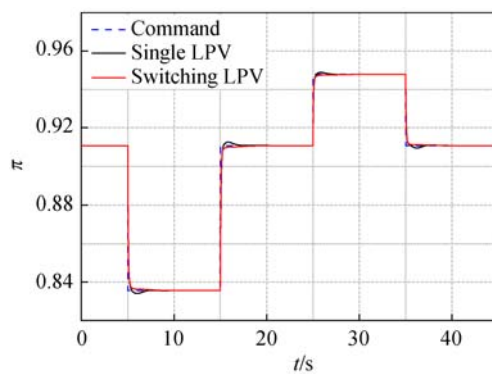


图 13 $H=10\text{ km}$, $Ma=1.2$ 处压比阶跃仿真
Fig. 13 Step simulation of engine pressure ratio when
 $H=10\text{ km}$, $Ma=1.2$

分别为在(10,1.2)处给高压转子转速和压比阶跃指令时的控制效果。可以看出,相比于单一 LPV 控制器,本文所设计的控制器跟踪响应较快,超调量较小。

4 结 论

本文针对全包线内航空发动机中间状态控制器的研究,提出了基于切换多胞 LPV 的控制方法,并针对某型涡扇发动机进行了仿真验证。

1) 结合多胞系统增益调度控制设计技术和状态重置切换方法给出了闭环切换多胞 LPV 系统鲁棒稳定的 LMI 条件,并以此求解出状态重置切换律及子控制器。

2) 基于切换多胞 LPV 的控制方法能够满足全包线内发动机中间状态控制要求,具有较好的跟踪性能和鲁棒性能,并从理论上保证了系统的稳定性。相比于单一 LPV 控制方法,该方法减小了控制器设计的复杂性,保证了控制器设计的可行性,并且具有更加良好的控制性能。

参考文献:

- [1] 黄金泉,仇小杰,鲁峰,等. 航空发动机性能恢复控制方法[J]. 航空动力学报,2012,27(7):1595-1604.
HUANG Jinquan, QIU Xiaojie, LU Feng, et al. Performance recovery control method for aircraft engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(7): 1595-1604. (in Chinese)
- [2] 孙建国. 现代航空发动机多变量控制系统[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2005
- [3] 吴君凤,郭迎清. 发动机稳态与过渡态控制集成设计仿真验证[J]. 航空动力学报,2013,28(6):1436-1440.
WU Junfeng, GUO Yingqing. Design and simulation of aero-engine steady-state and transient-state control integration[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(6):

- 1436-1440. (in Chinese)
- [4] 王曦,林永霖,吴永康. H_∞ 控制在飞行/推进综合控制系统中的应用[J]. 航空动力学报,2004,19(5):695-672.
WANG Xi, LIN Yonglin, WU Yongkang. H_∞ control applied in integrated flight and propulsion control systems [J]. Journal of Aerospace Power, 2004, 19(5): 695-672. (in Chinese)
- [5] Feron E, Apkarian P, Gahinet P. Analysis and synthesis of robust control systems via parameter-dependent Lyapunov functions [J]. Automatic Control, 1996, 41(7): 1041-1046.
- [6] Giarre L, Bauso D, Falugi P, et al. LPV model identification for gain scheduling control: An application to rotating stall and surge control [J]. Control Engineering Practice, 2006, 14(4): 351-361.
- [7] LI Shuqing, ZHANG Shengxiu. A modified LPV modeling technique for turbofan engine control system [R]. Taiyuan: Computer Application and System Modeling: Volume 5 IEEE, 2010: 99-102.
- [8] Wu F, Packard A, Gary B. Systematic gainscheduling control design: a missile autopilot example [J]. Asian Journal of Control, 2002, 4(3): 31-347.
- [9] Lu B, Wu F, Kim S W. Switching LPV control for high performance tactical aircraft [R]. AIAA-2010-7903, 2010.
- [10] Lu B, Wu F, Kim S W. Switching LPV control of an F-16 aircraft via controller state reset [J]. IEEE Transactions on Control Systems, 2006, 14(2): 267-277.
- [11] 张增辉, 杨凌宇, 申功璋. 高超声速飞行器大包线切换LPV控制方法研究 [J]. 航空学报, 2012, 33(9): 1706-1716.
ZHANG Zenghui, YANG Lingyu, SHEN Gongzhang. Switching LPV control method in wide flinght envelope for hypersonic vehicles [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(9): 1706-1716. (in Chinese)
- [12] Gahinet P, Apkarian P. A linear matrix inequality approach to H control [J]. International Journal of Robust and Non-linear Control, 1994, 4(4): 421-448.
- [13] Apkarian P, Gahinet P, Becker G. Self-scheduled H_∞ control of linear parameter-varying systems: a design example [J]. Automatica, 1995, 31(9): 1251-1262.
- [14] 刘康志, 姚郁. 线性鲁棒控制 [M]. 北京: 科学出版社, 2013.
- [15] HOU Yanze, Dong Chaoyang, WANG Qing. Stability analysis of switched linear systems with locally over-lapped switching law [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(2): 396-403.
- [16] 樊思齐, 李华聪, 樊丁. 航空发动机控制: 下册 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2008.
- [17] 胡卫红, 李述清, 孙健国. 控制问题中航空发动机飞行包线区域最优划分 [J]. 推进技术, 2011, 32(3): 391-395.
HU Weihong, LI Shuqing, SUN Jianguo. Flight-envelope optimization partition for aeroengines control [J]. Journal of Propulsion Technology, 2011, 32(3): 391-395. (in Chinese)
- [18] HOU Yanze, WANG Qing, DONG Chaoyang. Gain scheduled control: switched polytopic system approach [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(2): 623-628.
- [19] 鲁峰, 黄金泉, 吕怡秋, 等. 基于非线性自适应滤波的发动机气路部件健康诊断方法研究 [J]. 航空学报, 2013, 34(9): 1706-1716.
LU Feng, HUANG Jinquan, LÜ Yiqiu, et al. Aircraft engine gas path component health diagnosis based on nonlinear adaptive filters [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(9): 1706-1716. (in Chinese)
- [20] John R S, James F S, Kurt S, et al. F100 multivariable control synthesis program-evaluation of a multivariable control using a real-time engine simulation [R]. NASA TP-1056, 1977.

(编辑:秦理曼、叶青)