

低速轴流压气机旋转失速边界的模型描述

李志平, 张 鹏, 李秋实

- (1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院
航空发动机气动热力国家级重点实验室, 北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191)

摘 要: 从低速轴流压气机完整旋转失速过程所具有的突变性和迟滞性等典型动力学特征出发, 通过对其拓扑性质的对比分析, 证明压气机旋转失速与突变理论尖点突变模型在拓扑结构上具有相似性; 以拓扑不变性定理为基础, 通过发展有效的拓扑映射方法, 建立了尖点突变模型的突变点集与压气机旋转失速突变点集之间的拓扑映射关系。在两台低速轴流压气机上的模型实际应用效果表明: 尖点突变模型能够定性地描述具有突变型失速特点的低速压气机不同转速工况下完整旋转失速过程的突变性、迟滞性以及分岔特性, 通过该发展的拓扑映射方法, 可以将实验获取的失速点和恢复点完全映射到模型线上, 这表明尖点突变模型能较为准确地描述旋转失速的失速边界。

关 键 词: 压气机; 旋转失速; 失速边界; 突变理论; 拓扑映射

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Model description of rotating stall boundary in low-speed axial compressor

LI Zhi-ping, ZHANG Peng, LI Qiu-shi

- (1. National Key Laboratory of Science and Technology on Aero-Engine
Aero-thermodynamics, School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China)

Abstract: Starting from the typical dynamic characteristics of the complete rotating stall process of low-speed axial compressor, such as catastrophe and hysteresis, by comparing and analyzing the topological properties, the rotating stall and cusp catastrophic model of catastrophe theory were proved similar in spatial topology; then, based on the topological invariance theorem through developing the effective topological mapping method, the topological mapping relationship of the catastrophe point set between the rotating stall and the cusp catastrophic model was established. The applied effect of the model in two low-speed axial compressors showed that cusp catastrophic model can qualitatively describe the catastrophe, hysteresis and bifurcation of the complete rotating stall process of low-speed compressor with the characteristic of “abrupt stall” under different speed conditions; through the mapping method developed, the stall points and recovery points obtained by experiment can be entirely mapped to the model line, which means the cusp catastrophic model can accurately de-

收稿日期: 2015-06-11

作者简介: 李志平(1975—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为叶轮机械气动热力学、非定常流动机理及控制方法研究、微流体力学。

引用格式: 李志平, 张鹏, 李秋实. 低速轴流压气机旋转失速边界的模型描述[J]. 航空动力学报, 2017, 32(3): 519-527. LI Zhiping, ZHANG Peng, LI Qiu-shi. Model description of rotating stall boundary in low-speed axial compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(3): 519-527.

scribe the instability boundary of rotating stall.

Key words: compressor; rotating stall; stall boundary; catastrophe theory; topological mapping

根据 Greitzer 的 B 参数模型理论^[1],对于设计 B 参数较小的轴流压气机,当质量流量不断减小时,其往往会从稳定的、轴对称的工作状态进入一种不稳定的工作状态,这种现象被称为旋转失速.旋转失速会造成压气机的增压比以及效率的急剧下降,有甚者还会造成机械结构的严重破坏^[2].因此保证压气机处于稳定的工作状态避免进入旋转失速状态,对于压气机的运行安全来说是至关重要的.而旋转失速的失速边界则是这项工作^[3]的一个关键点,其会影响失速裕度的判定以及失速保护控制措施的实施.然而由于旋转失速本身的复杂性,很难直接从 Navier-Stokes 方程中直接推导出失速边界的函数描述,且大量的 CFD 计算以及实验研究意味着昂贵的物质成本和时间成本.目前大部分的理论研究依然集中在旋转失速的失速先兆以及触发机理上^[3-8],而针对失速边界本身的定量描述涉及甚少.

从压气机的特性上来看,具有“突变型”失速特点的压气机旋转失速过程具有强烈的非线性特征,即突变性与迟滞性.由于突变导致了物理量变化不连续,系统的状态不可微,采用传统微积分方法对压气机失速特性进行建模便显得尤为困难.即使是在发动机控制领域应用较为广泛的 Moore 和 Greitzer^[1,9]的 3 次方模型,也只能用于描述压气机的轴对称特性.针对具有突变和迟滞特征的非线性动力学过程,法国数学家 Thom^[10]率先提出了突变理论并建立了一系列针对不同突变类型的数学模型,能够清晰的描述变化过程的突变性和迟滞性,并能较为准确的描述突变边界,且一经提出便在航空外流、材料力学等多个领域获得了成功的工程应用.

由此,论文从结构稳定性的角度出发,重点围绕压气机失速边界处的突变性以及恢复过程的迟滞性展开研究.首先对比了压气机旋转失速与尖点突变模型之间的拓扑性质,证明两者在拓扑上具有相似性;其次,在拓扑不变性原理的基础上,通过发展拓扑映射方法建立了尖点突变模型的突变点集与压气机旋转失速突变点集之间的映射关系;最后通过不同压气机实验数据阐释了该模型的适用范围,为旋转失速边界的研究提供新的思路.

1 压气机旋转失速的突变性与迟滞性特征

对于压气机内部流动而言,流动失速过程的非线性变化特征早已得到学术界的普遍认同.对于具有“突变型”失速特征的压气机,其整个失速过程具有明显的突变性与迟滞性.具体来讲,在某一特定工况下,压气机的失速变化可简化为如图 1 所示的过程.随着流量的减小,压气机逐渐逼近临界点 A;进一步减小流量,压气机则无法稳定工作,增压比会突然阶跃到工作点 B,压气机进入深度失速状态.此时,若反过来增加压气机流量,状态点并不会“沿着原路”返回到边界点 A,而是缓慢上升到另一个临界点 C 点;再继续增加流量,压气机的增压比又会阶跃到工作点 D,压气机退出失速状态,由此便构成了旋转失速的整个“迟滞环”.

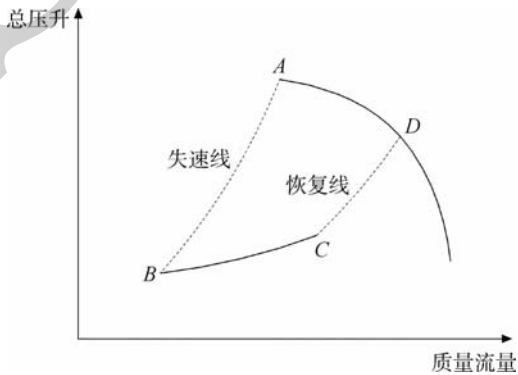


图 1 压气机旋转失速过程的非线性特征
Fig. 1 Nonlinear characteristics of rotating stall in compressor

突变与迟滞是自然界一种常见的物理现象,而相似的物理现象背后一般蕴藏着相似的物理规律,从这个方向出发,文章将引入一种基于突变现象的拓扑方法,针对压气机旋转失速的非线性特征展开研究.

2 用于描述旋转失速边界的拓扑方法

2.1 拓扑不变原理

压气机旋转失速的失速边界以及恢复边界是

由压气机旋转失速的突变点集组成的. 在动力学系统稳定性理论中, 突变点又被称作为奇异点, 是系统的临界稳定平衡点. 在数学上, Whitney 提出奇异点在扰动平面上是具有一般的分布规律的, 平滑的拓扑变换并不会改变奇异点的拓扑特征, 即所谓的拓扑不变原理. Whitney 基于拓扑不变原理提出了一些奇异点分布的标准形式, 而这些标准形式可以用来研究自然界各种不同形式的奇异点分布规律.

Whitney 所提出的拓扑不变原理是 Tom 分类定理的理论基础与核心, 20 世纪 80 年代, 法国数学家 Thom^[10] 用拓扑学、奇点和稳定性的数学理论来研究自然界和社会现象中的各种形态、结构的非连续性突变, 建立了突变理论. 通过严格的推导, Thom 证明了一个重要的数学定理: 当导致突变的连续变化因素少于 4 个时, 自然界形形色色的突变过程都可以用 7 种最基本的数学模型来描述, 即折迭型、尖点型、燕尾型、蝴蝶型、双曲脐型、椭圆脐型以及抛物脐型. 其中应用最为广泛的是尖点突变模型.

2.2 尖点突变模型

当控制变量有两个时, 最简单的突变模型便是尖点突变模型. 尖点突变模型的势函数如式(1)所示

$$V(x) = x^4 + ux^2 + vx \tag{1}$$

式中 x 为状态量; u, v 为两个控制变量. 状态量是可以代表系统状态的物理量, 控制量则是会影响或控制系统状态的物理量. 例如崔涛利用突变理论研究进气道启动问题时^[11-12], 选取可以表现系统工作状态的质量流量系数作为状态量, 选取可以代表工况的马赫数以及对工作状态影响较大的攻角作为控制量.

通过对式(1)求 1 阶导, 即可得到由所有平衡点组成的平衡曲面方程, 如式(2)所示. 平衡曲面的空间拓扑构型可绘制成如图 2 所示示意图.

$$V'(x) = 4x^3 + 2ux + v = 0 \tag{2}$$

图 2 中的上叶和下叶分别代表系统两种不同的工作状态, 并且随着控制量 u 和 v 的改变, 系统状态会在上叶与下叶之间转换. 由上叶向下叶转换时, 系统状态变化表现出“突变性”特征, 边界为图 2 中的 $\overline{AB}$; 由下叶向上叶转换时, 系统状态变化同样具有“突变性”特征, 边界为图 2 中的 $\overline{AC}$, 两次“阶跃”发生在不同的边界, 即表现出“迟滞性”. 为了便于边界的描述, 可将平衡曲面向 u 和

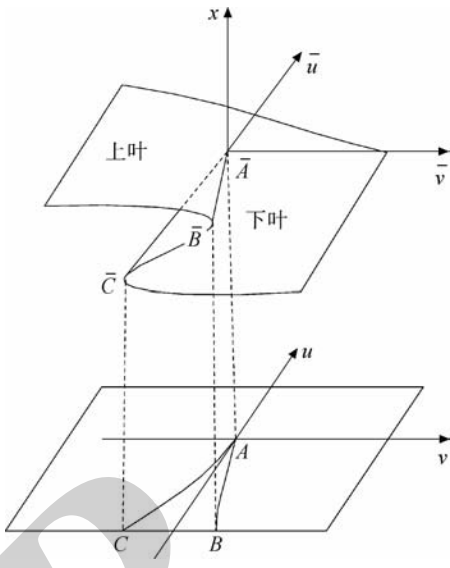


图 2 平衡曲面的空间拓扑构型
Fig. 2 Topological structure of equilibrium surface

v 组成的控制面做投影, 上边界和下边界的投影分别为 AB 和 AC . 此时, 消去状态量 x , 则可得到突变点集方程, 见式(3)

$$8u^3 + 27v^2 = 0 \tag{3}$$

尖点突变模型能够很好的描述系统两个不同状态之间相互转化的突变性与迟滞性, 描述突变边界, 在多个领域的非线性问题研究中都得到了工程应用^[10-16].

3 压气机旋转失速边界的模型描述

3.1 压气机旋转失速的拓扑性质

通过对图 1 的分析可以发现, 流量的改变会导致压升的突变, 同时相关的学者发现转速对旋转失速的迟滞性同样会产生影响^[17-18]. 因此借鉴尖点突变模型的构造原理, 选取流量与转速作为控制量, 压升作为状态量, 则可以得到压气机旋转失速的三维拓扑构型. 图 3 是实验获取的设计转速为 3000 r/min 的低速单级轴流压气机 A 的不同转速下的特性线, 为方便后续的研究这里做了无量纲化处理($\dot{m}$ 为流量/设计流量, Δp 为总压升/设计总压升, n 为相对转速). 压气机 A 的主要设计参数如表 1 所示.

通过对图 3 的观察不难发现, 当压气机 A 转速较高时, 整个旋转失速过程具有明显的突变性与迟滞性, 而且随着转速的降低, 旋转失速的迟滞环会逐渐缩小; 将不同转速工况下的失速点和恢复点向流量与转速构成的控制平面上做投影, 可

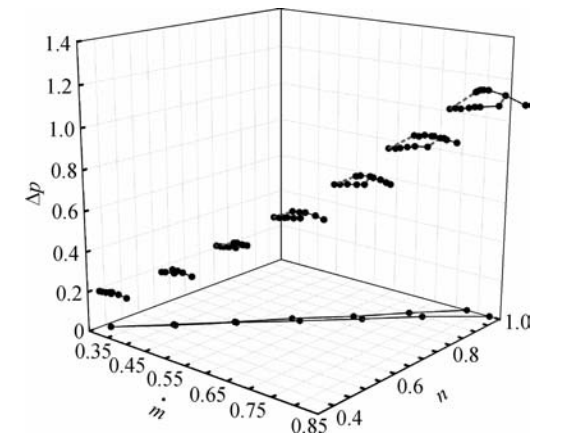


图 3 压气机 A 旋转失速拓扑结构

Fig. 3 Topological structure of compressor A rotating stall

表 1 压气机 A 主要设计参数

Table 1 Main design parameters of compressor A	
设计参数	数值
流量/(kg/s)	2.4
静压升/Pa	1 260
外径/mm	450
转子弦/mm	52
静子弦长/mm	73
轮毂比	0.75
转子叶片数目/个	19
静子叶片数目/个	13
转子叶片弯角/(°)	15.02
静子叶片弯角/(°)	42.35
转子叶尖间隙相对值	0.89

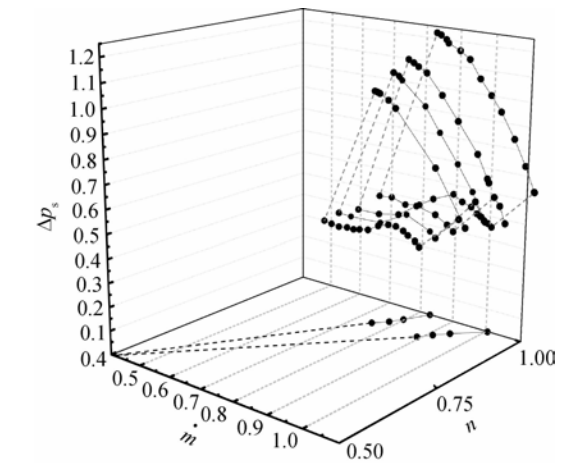


图 4 压气机 B 旋转失速拓扑结构

Fig. 4 Topological structure of compressor B rotating stall

表 2 压气机 B 主要设计参数

Table 2 Main design parameters of compressor B	
设计参数	数值
流量/(kg/s)	3.2
静压升/Pa	930
外径/mm	500
转子弦长/mm	35.5
静子弦长/mm	36
轮毂比	0.75
转子叶片数目/个	60
静子叶片数目/个	60
转子叶片弯角/(°)	20
静子叶片弯角/(°)	40.6
转子叶尖间隙相对值	0.89

以发现压气机 A 在全转速工况下的突变边界为两条“分叉线”。

不失一般性，在另一台设计转速为 2 400 r/min 的低速单级轴流压气机 B 中也观察到了类似的拓扑性质，其不同转速下的特性线如图 4 所示，同样做了无量纲化处理(Δp_s 为静压升/设计静压升)。压气机 B 的设计参数如表 2 所示。

通过对图 4 的观察同样可以发现，在转速较高时，压气机 B 的整个旋转失速过程同样具有明显的突变性与迟滞性，而随着转速的降低失速的迟滞环会逐渐减小；将压气机 B 不同转速工况下的失速点和恢复点向流量与转速构成的控制平面上做投影，发现其旋转失速的突变边界同样为两条“分叉线”。

通过对尖点突变模型的拓扑性质(图 2)的分析我们同样可以注意到，当控制量 $u < 0$ 时，尖点突变模型随着控制量 v 的变化会表现出明显的突变性与迟滞性，而随着控制量 u 绝对值的减小，尖点突变模型的迟滞环也在逐渐的减小；将尖点突变模型的突变边界向控制量 u 和 v 组成的控制平面做投影，同样可以得到两条“分叉线”。

尖点突变模型与具有突变型失速特点的低速压气机旋转失速两者拓扑性质的对比显示，尖点突变模型与低速压气机旋转失速在空间拓扑上具有相似性。

3.2 基于尖点突变模型的失速边界描述

通过上述的分析发现，尖点突变模型与具有

“突变型”失速特点的低速压气机旋转失速在空间拓扑上具有相似性,根据拓扑不变性原理可以通过尖点突变模型来描述低速压气机的失速边界。

对于一台未知的具有“突变型”失速特点的低速压气机,首先通过实验获取该压气机部分转速工况下的失速点与恢复点;随后,在拓扑不变性原理的基础上,通过非线性的神经网络方法和线性的拓扑变换方法,建立尖点突变模型的突变点集与该压气机部分失速/恢复点集之间的拓扑映射关系;尖点突变模型的突变点集作为已知量便可以借助拓扑映射关系来描述未知的旋转失速的失速边界,有望达到利用部分的失速边界预测全转速工况失速边界的效果。下面以低速压气机 A 为例,在已有的部分失速和恢复点数据的基础上,叙述通过尖点突变模型来描述压气机 A 失速边界的方法。

3.2.1 径向基函数神经网络

根据拓扑不变原理,平滑的拓扑变换并不会改变奇异点的性质,因此在拓扑相似的基础上,尝试通过平滑的拓扑变换建立尖点突变模型的突变点集与压气机旋转失速突变点集之间的映射关系。

要在实验获得的压气机旋转失速的突变点集与标准的尖点突变模型的突变点集之间建立拓扑映射关系是十分困难的,文章将首先通过径向基函数(radial basis function, RBF)神经网络的方法将压气机旋转失速的突变点集变换成为两条对称的直线。

径向基函数神经网络的基本思想是用径向基函数($G_1, G_2, \dots, G_{j-1}, G_j$)作为隐单元的“基”构成隐含层空间,对输入矢量($X_1, X_2, \dots, X_{n-1}, X_n$)进行一次变换,将低维的模式输入数据变换到高维空间内,通过对隐单元输出的加权求和得到输出,其原理如图 5 所示(图中 W 为权重系数)。

针对压气机旋转失速这一具体问题,文章选取实验获取的压气机 A 旋转失速突变点的数据作为输入层,即训练样本,目标对称直线的数据作为输出层,即训练样本的期望输出,通过调节隐单元变换函数以及输出权值,来建立合适的拓扑映射关系,其训练表达式如式(4)所示

$$F_{\text{net}} = N([n; \dot{m}], \omega_2) \quad (4)$$

式中 N 为训练函数, F_{net} 为训练结果的模拟值, ω_2 为目标对称直线的数据,通过样本训练可以确定输入层与输出层之间的拓扑变换关系,从而实现

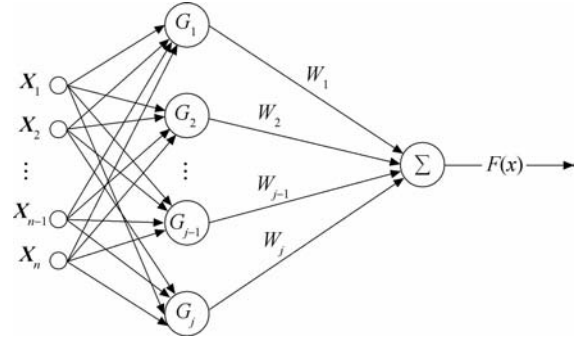


图 5 RBF 神经网络

Fig. 5 Radial basis function (RBF) neural network

图 6 所示的拓扑变换,具体表达式如式(5)所示

$$\begin{cases} \omega_1 = n \\ \omega_2 = S(F_{\text{net}}, [n; \dot{m}]) \end{cases} \quad (5)$$

式中 S 为基于训练结果 F_{net} 的拓扑变换函数; ω_1, ω_2 分别为经过 RBF 神经网络映射所得到的模拟值。

3.2.2 线性拓扑变换

将压气机 A 旋转失速突变点集变换成为两条对称的分叉直线之后,为了得到最终尖点突变模型的突变点集,还需要借助两步线性的拓扑变换(图 7 和图 8)。

第 1 步拓扑变换主要为旋转变换,将压气机旋转失速的突变点集与标准尖点突变模型的突变点集变换到同一坐标系下,其拓扑映射关系为函数式(6)所示。

$$\begin{cases} z_1 = l_1 \omega_1 + l_2 \omega_2 - \omega \\ z_2 = m_1 \omega_1 + m_2 \omega_2 - \nu \end{cases} \quad (6)$$

式中 z_1, z_2 为第 1 步拓扑变换后的横纵坐标; $l_1, l_2, \omega, \nu, m_1, m_2$ 为待定系数。通过 A, B, C 共 3 点——对应的映射关系最终可以确定 6 个待定系数的值,从而实现图 7 所示的一一对应的映射关系。

第 2 步拓扑变换要实现直线变曲线,从而得到最终的尖点突变模型的突变点集,其拓扑映射函数如(7)式所示,拓扑映射关系如图 8 所示。

$$\begin{cases} v = \sqrt{k^2/27} z_1 \\ u = -\sqrt[3]{z_2^2/8} \end{cases} \quad (7)$$

式中的 v, u 分别为拓扑变换后的横纵坐标; k 为图 8(a)中直线斜率的绝对值,可根据具体问题选择合适的值。

结合 RBF 神经网络和两步线性的拓扑变换便建立了尖点突变模型的突变点集与低速压气机 A 旋转失速突变点集之间——对应的拓扑映射关系。从图 8(b)可以看出,压气机 A 旋转失速的失

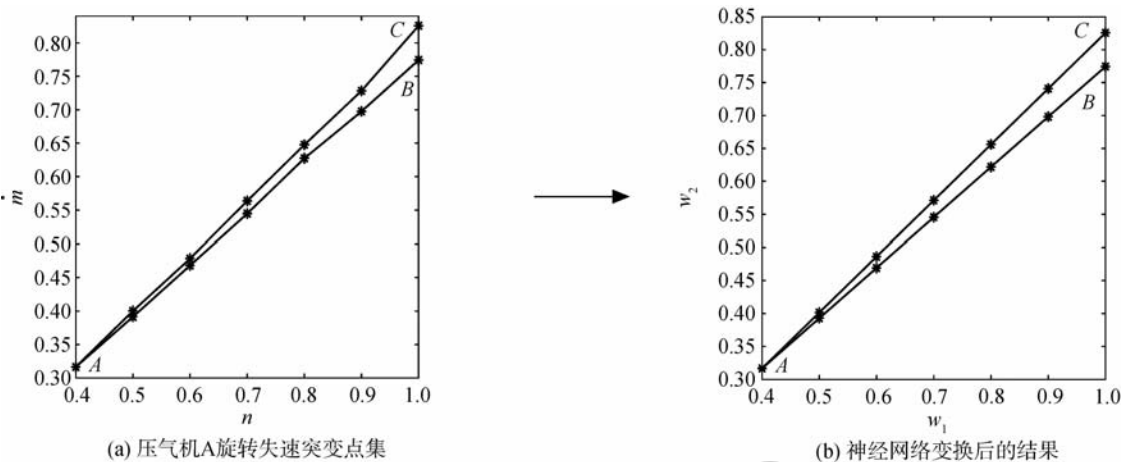


图 6 基于 RBF 神经网络的拓扑变换

Fig. 6 Topology transformation based on RBF neural network

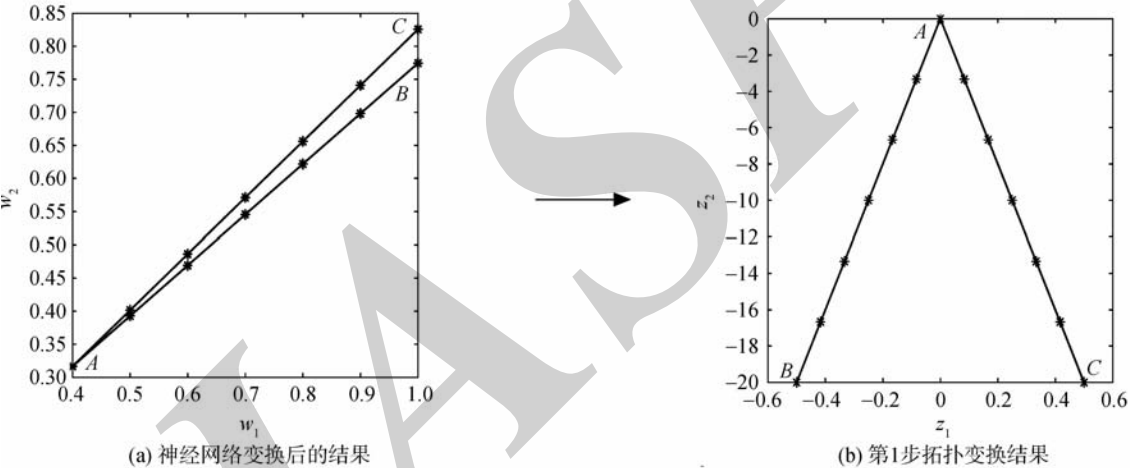


图 7 第 1 步拓扑变换

Fig. 7 Topological transformation of the first step

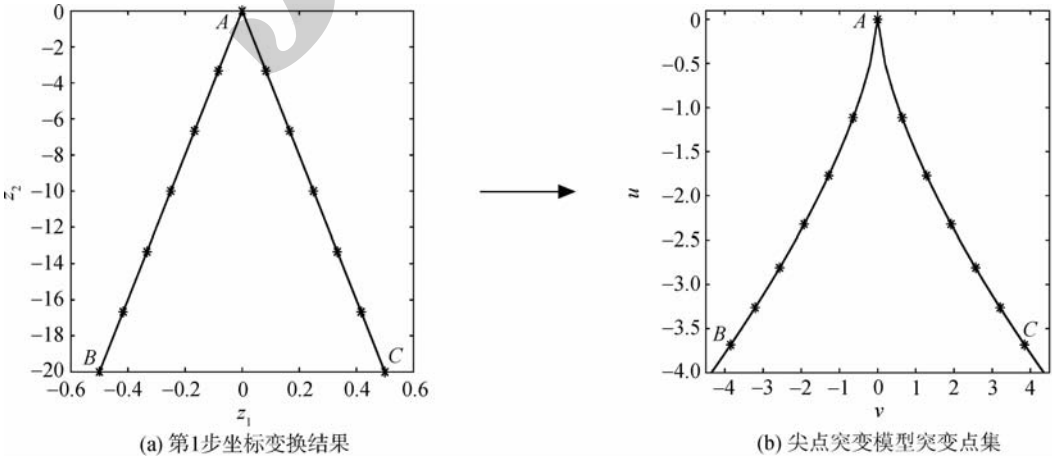


图 8 第 2 步拓扑变换

Fig. 8 Topological transformation of the second step

速边界和恢复边界都较好的落在了尖点突变模型的突变点集上,因此利用尖点突变模型的突变点集能够较为准确的描述低速压气机 A 旋转失速的失速边界。

3.2.3 模型检测

一个有效的数学模型不仅能够准确的描述突变边界,还应该能够较好的描述边界附近的区域. 因此为了证明尖点突变模型的突变点集可以描述低速压气机旋转失速的突变点集,文章有必要检验一下模型对突变点集附近区域的描述效果. 本文在低速压气机 A 旋转失速的控制面上选择了 3 组检测点(图 9(a)所示),分别是 $\bar{A}_1, \bar{A}_2, \dots, \bar{A}_4, \bar{B}_1, \bar{B}_2, \dots, \bar{B}_7$ 和 $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \dots, \bar{C}_8$,检测点经拓扑变换之后的结果如图 9(b)所示. 通过对比两张图,发现图 9(a)上的突变点(如 $\bar{A}_2, \bar{A}_3, \bar{B}_3, \bar{B}_5$ 和 $\bar{C}_3, \bar{C}_6$)与图 9(b)上的突变点(A_2, A_3, B_3, B_5 和 C_3, C_6)匹配的很好. 而且从几何学的角度分析可以

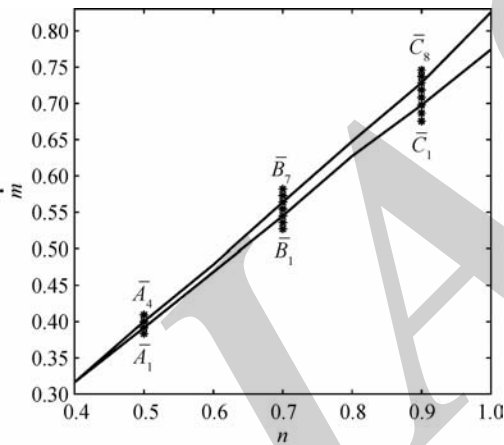
发现,图 9(a)中连续的点与图 9(b)中的点在总体方向上是对应的,图 9(b)中的点也是连续的,而且两张图上相对应的点都落在了由突变点曲线划分的同样的区域内. 从检测点拓扑变换后的效果来看,尖点突变模型不仅能够很好地描述压气机旋转失速的突变点集,同样还能合理地描述突变点集附近的区域。

3.3 边界描述方法在压气机 B 上的验证

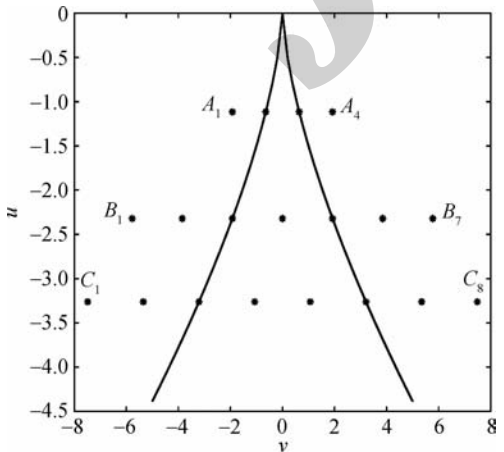
为了检测所发展的失速边界模型的适用性,这里将通过所发展的拓扑映射方法,建立低速压气机 B 旋转失速的突变点集与尖点突变模型突变点集之间的拓扑映射关系,并通过压气机 B 失速边界的描述效果来分析该模型的适用性。

联合所发展的拓扑映射函数式(5)~式(7)可以实现如图 10 所示的图 10(a)~图 10(b)的一一对应的拓扑映射关系。

从压气机 B 失速边界的描述效果来看,压气机 B 旋转失速的失速边界和恢复边界也都较好

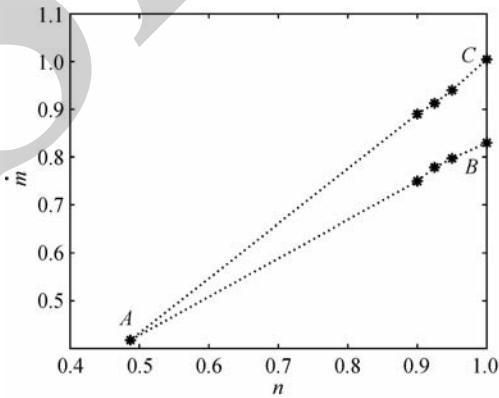


(a) 压气机A旋转失速控制面上的原始点

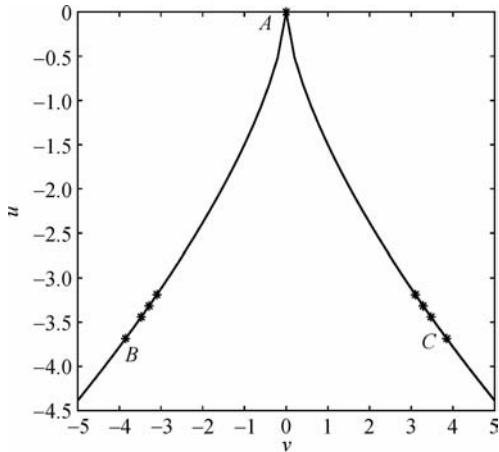


(b) 尖点突变模型控制面上的拓扑映射结果

图 9 模型检测结果
Fig. 9 Testing results of the model



(a) 压气机B旋转失速的突变点集



(b) 尖点突变模型的突变点集

图 10 压气机 B 失速边界的描述效果
Fig. 10 Description of compressor B instability boundary

的落在了尖点突变模型的突变点集上. 因此, 通过建立尖点突变模型突变点集与压气机旋转失速突变点集之间的拓扑映射关系, 可以利用尖点突变模型来描述压气机 B 旋转失速的失速边界.

3.4 边界描述方法的适用对象

根据 Greitzer 的 B 参数模型理论, 当压气机的 B 参数较大时, 压气机失速后将表现为喘振, 即一种轴向的脉动现象, 其并不符合尖点突变模型的“突变性”与“迟滞性”特征, 因此对于设计 B 参数较大的压气机该模型并不适用. 针对设计 B 参数较小的压气机, 其失速后则表现为旋转失速. 轮毂比较小的压气机一般表现为“渐进型失速”, 即失速过程不具有强烈的非线性特征; 轮毂比较大的压气机一般表现为“突变型失速”, 即失速过程具有明显的“突变型”与“迟滞性”.

压气机 A 和压气机 B 均具有较小的设计 B 参数, 且失速后均表现为旋转失速的特征. 两个压气机均具有较大的轮毂比, 即失速之后均表现为“突变型失速”. 区别在于压气机 A 的展弦比较小, 而压气机 B 的展弦比较大, 因此压气机 A 的失速点落在了压升最高点的左侧, 而压气机 B 的失速点落在了压升最高点的右侧, 这也符合 Fahmi^[19]的实验结果. Day 等^[20]通过实验研究发现, 压气机的设计流量系数与失速迟滞的大小有关, 且随着设计流量系数的增大, 压气机的迟滞环会增大. 压气机 A 的设计流量系数为 0.46, 而压气机 B 的设计流量系数为 0.57, 因此压气机 A 的突变点集分叉线(图 6(a))“较窄”, 而压气机 B 的突变点集分叉线(图 10(a))“较宽”. 通过以上分析可以发现, 基于尖点突变模型的失速边界描述方法, 适用于设计 B 参数较小, 轮毂比较大, 具有突变型失速特点的压气机, 且对于设计流量系数不同, 迟滞性不同的压气机也具有一定的普适性. 而针对设计 B 参数较大或高速的多级压气机, 因其失速后的现象较为复杂具有不确定性, 且可能伴有喘振现象出现, 因此这类压气机暂不作为模型的应用对象.

本文重点针对“突变型”失速所固有的“突变性”与“迟滞性”等拓扑性质展开研究, 并借助尖点突变模型进行失速边界的描述. 为了进一步优化模型描述, 后续还将针对压气机的气动负荷、间隙流动等因素对失速边界的影响展开研究, 探究模型应用的物理细节.

4 结 论

具有“突变型”失速特点的压气机旋转失速完整过程具有典型的突变性与迟滞性特征, 这与突变理论尖点突变模型所描述的物理现象极为相似. 文章尝试利用尖点突变模型来研究压气机旋转失速的突变性与迟滞性, 在证明两者拓扑相似的基础之上, 并根据拓扑不变性原理, 发展了能建立尖点突变模型突变点集与压气机旋转失速突变点集之间拓扑变换的高精度映射方法, 为旋转失速边界的研究提供一种思路, 具体的结论如下:

1) 标准尖点突变模型与具有突变型失速特点的低速压气机旋转失速实验结果的对比表明, 两者均存在典型的突变性、迟滞性以及“分叉点集”等特征, 具有相同的拓扑性质.

2) 发展了以 RBF 神经网络为核心的非线性拓扑变换方法, 实现了压气机旋转失速突变点集到尖点突变模型突变点集的映射.

3) 从不同压气机失速边界的描述效果来看, 尖点突变模型能够较为准确的描述压气机旋转失速的失稳边界, 该方法适用于设计压气机的 B 参数较小, 轮毂比较大, 具有突变型失速特点的压气机, 且对于设计流量系数不同, 迟滞性不同的压气机也具有一定的普适性.

参考文献:

- [1] Moore F K, Greitzer E M. A theory of post-stall transients in axial compression systems; Part I development of equations[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1986, 108(1): 68-76.
 - [2] Day I J, Greitzer E M, Cumpsty N A. Prediction of compressor performance in rotating stall[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1978, 100(1): 1-12.
 - [3] LI Qishi, PAN Tianyu, LI Zhiping, et al. Experimental study of compressor instability inception in a transonic axial flow compressor[R]. ASME Paper 2014-GT-25190, 2014.
 - [4] Day I J. Stall inception in axial flow compressors[J]. Journal of Turbomachinery, 1993, 115(1): 1-9.
 - [5] Camp T R, Day I J. 1997 Best paper award-turbomachinery committee: a study of spike and modal stall phenomena in a low-speed axial compressor[J]. Journal of Turbomachinery, 1998, 120(3): 393-401.
 - [6] 屠宝锋, 胡骏, 王志强, 等. 低速轴流压气机旋转失速特性试验[J]. 航空动力学报, 2009, 24(1): 143-149.
- TU Baofeng, HU Jun, WANG Zhiqiang, et al. Experimental investigation on characteristic of rotating stall in a low-speed axial compressor[J]. Journal of Aerospace Power,

2009,24(1):143-149. (in Chinese)

[7] 罗志煌,李军,杨朴,等. 单级轴流压气机的旋转失速特性实验[J]. 航空动力学报,2013,28(2):426-431.

LUO Zhihuang, LI Jun, YANG Pu, et al. Experiment on single axial compressor of characteristic of rotating stall [J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(2): 426-431. (in Chinese)

[8] 蒋华兵,陆亚钧,袁巍,等. 进气畸变对低速轴流压气机失速特性的影响[J]. 航空动力学报,2008,23(2):355-360.

JIANG Huabing, LU Yajun, YUAN Wei, et al. Influence of inlet distortion on the stall character of a low speed axial compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2008, 23(2): 355-360. (in Chinese)

[9] Greitzer E M. Surge and rotating stall in axial flow compressors: Part I theoretical compression system model[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 1976, 98(2):190-198.

[10] Thom R. Mathematical models of morphogenesis[M]. Chichester, UK: Ellis Harwood, 1983.

[11] CUI Tao, YU Daren, CUI Juntao, et al. Topological geometry interpretation of supersonic inlet start/unstart based on catastrophe theory [J]. Journal of Aircraft, 2008, 45(4):1464-1468.

[12] CUI Tao, YU Daren, CUI Juntao, et al. Catastrophe model for supersonic inlet start/unstart[J]. Journal of Aircraft, 2009, 46(4):1160-1166.

[13] Huang X Z, Hanff E S. Hysteresis and bifurcation analysis of a fighter and a delta wing at high incidence[R]. Monterey, CA: AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, 2002.

[14] Qin S, Jiao J J, Wang S. A cusp catastrophe model of instability of slip-buckling slope[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2001, 34(2):119-134.

[15] BAO Jiusheng, YIN Yan, LU Yuhao, et al. A cusp catastrophe model for the friction catastrophe of mine brake material in continuous repeated brakings [J]. Journal of Engineering Tribology, 2013, 227(10):1150-1156.

[16] LI Jianlan, LIU Huafeng, YU Chen, et al. Catastrophe performance analysis of aerodynamic excitation for steam turbine[R]. Shanghai: Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference, 2012.

[17] Choi M, Vahdati M, Imregun M. Effects of fan speed on rotating stall inception and recovery[J]. Journal of Turbomachinery, 2010, 133(4):1396-1402.

[18] Copenhaver W W, Okiishi T H. Rotating stall performance and recoverability of a high-speed 10-stage axial flow compressor[J]. Journal of Propulsion and Power, 1993, 9(2):281-292.

[19] Fahmi G T S. The performance of axial-flow compressors of differing blade aspect ratio[R]. ARC CP-1179, 1971.

[20] Day I J, Cumpsty N A. The measurement and interpretation of flow within rotating stall cells in axial compressors [J]. Journal of Mechanical Engineering Sciences, 1978, 20(2):101-114.

(编辑:叶 青)