

机动飞行条件下双转子系统动力学建模与 响应分析

李 杰^{1,2}, 曹树谦^{1,2,3}, 郭虎伦^{1,2}, 李利青^{1,2}, 王 俊^{1,2}, 白雪川^{1,2}

(1. 天津大学 力学系, 天津 300072;

2. 天津大学 天津市非线性动力学与混沌控制重点实验室, 天津 300072;

3. 天津大学 内燃机燃烧学国家重点实验室, 天津 300072)

摘 要: 考虑航空发动机双转子中介轴承的耦合作用及陀螺力矩的影响, 利用 Lagrange 方程建立了机动飞行条件下双转子-滚动轴承支承耦合系统动力学模型, 对耦合双转子系统的动力学特性进行了理论与实验研究. 结果表明: 随着内外转子转速比增大, 高压转子振动幅值减小, 分岔点处转速增大, 最大增幅近 67.49%. 机动飞行使转子的振动响应幅值增大, 出现较多分频. 在跃升和横滚飞行姿态下, 高压转子响应主要表现为: 随着跃升速度增加, 高压转子振动幅值明显增加, 最大增幅近 409.24%, 分岔点对应的速度增大; 在横滚速度增大时, 转子振动特性主要表现为从复杂的运动形态变换到单周期运动形态, 转子的振动幅值明显增加. 利用基础运动双转子模型实验台对跃升和横滚两种飞行姿态下耦合双转子系统的部分动力学特性进行了实验研究, 实验结果与数值模拟结果有较好的一致性, 证明了计算结果的正确性.

关 键 词: 航空发动机双转子; 机动飞行; 建模; 振动响应; 分岔

中图分类号: V231

文献标志码: A

Modeling and response analysis of dual-rotor system under maneuvering flight

LI Jie^{1,2}, CAO Shu-qian^{1,2,3}, GUO Hu-lun^{1,2}, LI Li-qing^{1,2},

WANG Jun^{1,2}, BAI Xue-chuan^{1,2}

(1. Department of Mechanics, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Tianjin Key Laboratory of Nonlinear Dynamics and Chaos Control,

Tianjin University, Tianjin 300072, China;

3. State Key Laboratory of Engines, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Considering the coupling effect of intershaft bearing and the influence of gyroscopic moments, a dynamic model of a dual-rotor-ball bearing coupling system under maneuvering flight was established by using Lagrange's equation, whilst theoretical and experimental study were both carried out. It is shown that with the increase of speed ratio of inner and outer rotors, the vibration amplitude decreases and the speed of bifurcation point grows with a maximum rate about 67.49%. The rotor's vibration amplitude increases and more frequencies appear under maneuvering flight. With the increase of leaping flight speed, the outer

收稿日期: 2015-06-18

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2015CB057400); 国家自然科学基金(11302145);

天津市自然科学基金(11JCZDJC25400)

作者简介: 李杰(1990—), 男, 硕士, 主要从事航空发动机转子动力学的研究.

通讯作者: 曹树谦(1964—), 男, 教授, 博士, 主要从事非线性动力学的研究. E-mail: sqcao@tju.edu.cn

引用格式: 李杰, 曹树谦, 郭虎伦, 等. 机动飞行条件下双转子系统动力学建模与响应分析[J]. 航空动力学报, 2017, 32(4): 835-849.

LI Jie, CAO Shuqian, GUO Hulun, et al. Modeling and response analysis of dual-rotor system under maneuvering flight [J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(4): 835-849.

rotor’s vibration amplitude increases obviously with a maximum rate about 409.24%, the speed of bifurcation point grows at the same time. During rolling flight, the rotor’s period doubling bifurcation point disappears in contrast to the system without maneuvering flight, but the vibration amplitude increases obviously. By using a model experiment rig of a dual-rotor system under maneuvering flight, parts of dynamic characteristics of outer rotor have been studied, and the experimental and numerical simulation results are in good agreement.

Key words: aero-engine dual-rotor; maneuvering flight; modeling; vibration response; bifurcation

机动性是衡量战斗机性能的一项重要指标, 飞机的机动飞行, 可以看作是飞行速度、飞行方向、飞行高度的变化. 当机动飞行时, 会在发动机转子系统上产生附加载荷, 影响转子的振动特性, 甚至会导致坠机事故^[1]. 目前, 有一部分关于单转子系统在机动飞行条件下的动力学特性的研究, 但是关于双转子系统动力学研究大多是在基础固定的情况下进行的^[2-5], 因此有必要研究基础运动情况下航空发动机双转子的动力学特性.

波音公司在 1997 年的商务飞行实验中发现, 机动飞行会对转子轴承产生陀螺载荷, 影响其正常工作^[6]. 美国的 UH-60A 飞行计划研究了机动飞行对发动机转子产生的影响, 共进行了 68 种机动飞行状况研究, 其中有 10 种会加重转子的载荷, 其中两种的影响非常严重^[7]. Ananthan 等^[8]运用数值模拟对直升机转子在战术机动飞行中的动力学响应进行了分析, 研究表明: 俯冲、跃起、下降中拉起、横滚和反向横滚等 5 种机动飞行会对转子的振幅造成影响并导致不稳定的飞行附加载荷. 徐敏等^[9]以双盘悬臂转子为研究对象, 建立了水平盘旋和俯冲拉起两种机动飞行条件下转子振动微分方程, 并用 4 阶龙格库塔法进行了求解. 林富生、孟光^[10-11]采用简单的 Jeffcott 转子模型, 研究了飞行器在垂直或水平平面内以恒定角速度和恒定角加速度飞行时对转子的振动影响. 祝长生、陈拥军^[12-13]利用 Lagrange 方程, 建立了飞机在作任意空间机动飞行时多盘、多质量和多轴承线性及非线性不平衡柔性转子系统动力学统一模型, 然后以一个双盘悬臂柔性转子系统为例, 用数值方法研究典型机动飞行对转子系统动力特性的影响, 其推导过程较为严谨, 但所研究模型仍为单轴双盘模型, 未考虑中介轴承的影响. 杨蛟等^[14]用实验方法研究了航空发动机双转子系统机动飞行时的动力学特性, 但没有从数值模拟的角度进行分析.

在某飞机发动机修理厂调研的过程中, 了解到发动机经常出现磨损和裂纹故障, 导致故障出现的

具体原因仍没有完全调查清楚. 飞机在飞行中偶尔会出现振动超标以及异响的情况, 采取监测、拆解等方法也并未彻底找出故障原因, 导致故障出现的动力学机理值得研究. 由此可见, 机动飞行条件下航空发动机双转子系统的动力学特性有待进一步研究.

本文利用 Lagrange 方程建立机动飞行条件下耦合双转子系统的运动微分方程, 然后根据发动机运行中转子工况的变化情况, 对转子系统在不同内外转速比时的动力学特性进行分析. 之后在特定转速比下, 对转子系统在俯冲和横滚飞行状态下的动力学特性进行研究, 较为全面地对机动飞行状态下航空发动机双转子系统的动力学响应进行数值模拟, 并用实验对所得结果加以验证. 本文工作对双转子航空发动机的故障诊断和优化设计具有一定的参考价值.

1 机动飞行条件下耦合双转子系统模型

1.1 双转子模型及对应的坐标系统

本文采用双转子-滚动轴承支撑耦合系统模型, 如图 1 所示. 模型中在 A, C, D 处为滚珠轴承支撑, A 和 D 处轴承相同, C 处轴承与 A 和 D 处轴承不同, 其内径与外转子轴外径相同. B 处为中介轴承. $oxyz$ 是固连在飞机机体上的坐标系, $OXYZ$ 是固连在地面上的固定坐标系, 用于描述飞机的重心位置、飞行速度和飞行加速度, 坐标系 $oxyz$ 和坐标系 $OXYZ$ 的关系如图 1 所示.

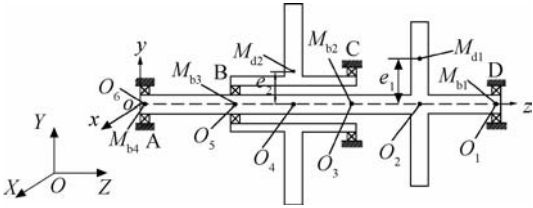


图 1 航空发动机双转子系统及坐标系
Fig. 1 Model of the dual rotor system and coordinates of the aero-engine

本文考虑单发飞机,因此假定发动机安装在飞机的重心位置,发动机转子的一端与飞机的重心重合^[13]。由于发动机转子系统的转轴与飞机机身的纵轴位于同一水平线上,所以与转子固连的坐标系 $oxyz$ 看作为飞机机身的相对坐标系,可对飞机的飞行特性加以描述。飞机的跃升飞行可以看作是飞机在竖直方向上的加速度和绕 X 轴的角速度的变化,飞机的横滚飞行可以看作是飞机绕机体 Z 轴滚转角速度的变化。

1.2 转子系统的能量和广义力

基于文献[12]中的工作,在本文中对所选模型作如下假设:采用刚性转子盘;只考虑转子的弯曲振动,不考虑转子的扭转和轴向振动;轴承轴颈作为集中质量处理;系统由转子盘、集中质量、轴承和无质量的弹性轴组成。

当轴上只有一个转子盘且处于稳态旋转状态时,设转子盘的中心相对于转子坐标系的位移是 (x, y) ,转子盘的动能 T 由平动动能 T_t 和转动动能 T_r 组成^[12]

$$T = T_t + T_r = \frac{1}{2} m \mathbf{v}_a^T \cdot \mathbf{v}_a + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \omega_j^2 I_j \quad (1)$$

式中 m 为转子盘的质量; $\mathbf{v}_a$ 为绝对速度向量; I_j , ω_j 分别为转子盘在 $oxyz$ 坐标系中关于各坐标的转动惯量和角速度。

转子盘的平台动能 T_t 可以表示为

$$T_t = \frac{1}{2} m (\mathbf{v}_b^T \cdot \mathbf{v}_b + \dot{\mathbf{r}}^T \cdot \dot{\mathbf{r}} - \mathbf{r}^T \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^2 \cdot \mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{r}}^T \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^2 \cdot \mathbf{r} + 2\mathbf{v}_b^T \cdot \dot{\mathbf{r}} + 2\mathbf{v}_b^T \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}} \cdot \mathbf{r}) \quad (2)$$

式中

$$\mathbf{v}_b = [\dot{X}_b \quad \dot{Y}_b \quad \dot{Z}_b]^T \quad (3)$$

$$\mathbf{r} = [x + e \cos(\Omega t + \varphi_0) \quad y + e \sin(\Omega t + \varphi_0) \quad z]^T \quad (4)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}_{b,z} & \dot{\theta}_{b,y} \\ \dot{\theta}_{b,z} & 0 & -\dot{\theta}_{b,x} \\ -\dot{\theta}_{b,y} & \dot{\theta}_{b,x} & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 $\dot{\theta}_{b,x}, \dot{\theta}_{b,y}, \dot{\theta}_{b,z}$ 分别为飞机在 $oxyz$ 坐标系中关于 x, y, z 轴的角速度分量; $\dot{X}_b, \dot{Y}_b, \dot{Z}_b$ 为飞机关于 X, Y, Z 轴的飞行速度; z 为圆盘在 $oxyz$ 坐标系上的相对位置; e 为圆盘的偏心距; Ω 为转子转速; φ_0 为不平衡量的初始位置角。

转子盘的转动动能 T_r 可以表示为

$$T_r = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \omega_j^2 I_j = \frac{1}{2} I_d (\varphi^2 \cos^2 \beta + \dot{\beta}^2) + \frac{1}{2} I_p (\varphi^2 \sin^2 \beta + \dot{\gamma}^2 + 2\dot{\varphi}\dot{\gamma} \sin \beta) \quad (6)$$

式中 I_d, I_p 分别为圆盘的直径和极转动惯量; ω_j 为圆盘关于各自坐标轴的角速度,可用欧拉角 (φ, β, γ) 表示。假定欧拉角是小量的情况下,圆盘的欧拉角可以用飞机的角位移 $(\theta_{b,x}, \theta_{b,y})$ 和柔性轴相对于 $oxyz$ 坐标系的转动角 (θ_x, θ_y) 来表示,则有 $\varphi = \theta_x + \theta_{b,x}, \beta = \theta_y + \theta_{b,y}, \gamma = \Omega t$ 。

因此转子盘的总动能为

$$T = \frac{1}{2} m (\mathbf{v}_b^T \cdot \mathbf{v}_b + \dot{\mathbf{r}}^T \cdot \dot{\mathbf{r}} - \mathbf{r}^T \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^2 \cdot \mathbf{r} + 2\dot{\mathbf{r}}^T \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}}^2 \cdot \mathbf{r} + 2\mathbf{v}_b^T \cdot \dot{\mathbf{r}} + 2\mathbf{v}_b^T \cdot \tilde{\boldsymbol{\omega}} \cdot \mathbf{r}) + \frac{1}{2} I_d [(\dot{\theta}_{b,x} + \dot{\theta}_x)^2 + (\dot{\theta}_{b,y} + \dot{\theta}_y)^2] + \frac{1}{2} I_p [\Omega^2 + 2\Omega(\theta_y + \theta_{b,y})(\dot{\theta}_x + \dot{\theta}_{b,x})] \quad (7)$$

转子盘处柔性轴的弹性势能为

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{k} \mathbf{q} \quad (8)$$

式中 $\mathbf{q} = [x \quad y \quad \theta_x \quad \theta_y]^T$ 为广义坐标, $\mathbf{k}$ 为转子盘处轴的刚度矩阵。

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix}$$

系统的耗散能量可由瑞利耗能函数表示

$$D = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} \quad (9)$$

式中 $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{\theta}_x \quad \dot{\theta}_y]^T$ 为广义速度列阵; $\mathbf{C}$ 为转子盘处的阻尼矩阵; c_t, c_r 分别为转子平动、转动阻尼。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_r \end{bmatrix}$$

1.3 系统运动方程

对于非保守系统, Lagrange 方程为

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_l} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_l} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_l} = Q_l \quad (10)$$

式中 $L = T - V$ 为系统的 Lagrange 函数; T, V, D 分别为系统的动能、势能和耗散能, q_l 为第 l 个广义坐标 ($l=1, 2, 3, 4$); Q_l 为对应第 q_l 个自由度上的广义力。

对于本文含有内外两个转子的系统,将内转子盘或外转子盘的动能、势能和耗散能代入式(10)后就得到了转子盘在机动飞行条件下的运动微分方程

$$\mathbf{M}_i \ddot{\mathbf{q}}_i + (\mathbf{C}_i + \mathbf{G}_i + \mathbf{C}_{b,i}) \dot{\mathbf{q}}_i + (\mathbf{K}_i + \mathbf{K}_{b,i}) \mathbf{q}_i = \mathbf{F}_{u,i}(t) + \mathbf{F}_{h,i}(t) + \mathbf{F}_{b,i}(t) \tag{11}$$

式中

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} m_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{d,i} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{d,i} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{G}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{p,i} \Omega_i \\ 0 & 0 & -I_{p,i} \Omega_i & 0 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{C}_{b,i} = \begin{bmatrix} 0 & -2m_i \dot{\theta}_{b,z} & 0 & 0 \\ 2m_i \dot{\theta}_{b,z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{u,i}(t) = [m_i e_i \Omega_i^2 \cos(\Omega_i t + \varphi_{i,0}) \quad m_i e_i \Omega_i^2 \sin(\Omega_i t + \varphi_{i,0}) \quad 0 \quad 0]^T$$
$$\mathbf{K}_{b,i} = \begin{bmatrix} -m_i(\ddot{\theta}_{b,y}^2 + \ddot{\theta}_{b,z}^2) & m_i(\dot{\theta}_{b,x} \dot{\theta}_{b,y} - \ddot{\theta}_{b,z}) & 0 & 0 \\ m_i(\dot{\theta}_{b,x} \dot{\theta}_{b,y} - \ddot{\theta}_{b,z}) & -m_i(\dot{\theta}_{b,x}^2 + \dot{\theta}_{b,z}^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{F}_{b,i}(t) = \begin{bmatrix} -m_i(\ddot{X}_b - \dot{\theta}_{b,z} \dot{Y}_b + \dot{\theta}_{b,y} \dot{Z}_b) - m_i z_i(\dot{\theta}_{b,x} \dot{\theta}_{b,z} + \ddot{\theta}_{b,y}) \\ -m_i(\ddot{Y}_b + \dot{\theta}_{b,z} \dot{X}_b - \dot{\theta}_{b,x} \dot{Z}_b) - m_i z_i(\dot{\theta}_{b,y} \dot{\theta}_{b,z} - \ddot{\theta}_{b,x}) \\ -I_i \ddot{\theta}_{b,x} - \Omega_i I_{p,i} \dot{\theta}_{b,y} \\ \Omega_i I_{p,i} \dot{\theta}_{b,x} - I_i \ddot{\theta}_{b,y} \end{bmatrix}$$

式中 $\mathbf{M}_i, \mathbf{K}_i, \mathbf{C}_i, \mathbf{G}_i$ 分别为转子盘的质量矩阵、刚度矩阵、阻尼矩阵和陀螺矩阵 ($i = 1, 2$); $\mathbf{F}_{u,i}(t), \mathbf{F}_{h,i}(t)$ 分别为转子盘的不平衡力和广义力矢量; $\mathbf{K}_{b,i}, \mathbf{C}_{b,i}, \mathbf{F}_{b,i}(t)$ 分别为由于机动飞行在转子盘上产生的附加刚度、附加阻尼矩阵和附加激励力矢量; $\ddot{X}_b, \ddot{Y}_b, \ddot{Z}_b$ 分别为飞机在 X, Y, Z 方向上的飞行加速度。

对于集中质量,只考虑 x 和 y 方向的位移和速度,按以上方法可以得到集中质量处的运动方程。对模型中的每个部分进行推导并整合,可以得到双转子耦合系统的动力学方程

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}} + (\mathbf{C} + \mathbf{G} + \mathbf{C}_b) \dot{\mathbf{U}} + (\mathbf{K} + \mathbf{K}_b) \mathbf{U} = \mathbf{F}_u(t) + \mathbf{F}_h(t) + \mathbf{F}_b(t) \tag{12}$$

式中

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{M}_n \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{G}_n \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{C}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{b,1} & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{C}_{b,n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{b,1} & 0 & 0 \\ 0 & \vdots & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_{b,n} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{F}_u(t) = [\mathbf{F}_{u,1}(t) \quad \cdots \quad \mathbf{F}_{u,n}(t)]^T$$
$$\mathbf{F}_h(t) = [\mathbf{F}_{h,1}(t) \quad \cdots \quad \mathbf{F}_{h,n}(t)]^T$$
$$\mathbf{F}_b(t) = [\mathbf{F}_{b,1}(t) \quad \cdots \quad \mathbf{F}_{b,n}(t)]^T$$

式中 $\mathbf{U}$ 为柔性转子系统的广义坐标向量; $\mathbf{M}, \mathbf{G}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$ 分别为柔性转子系统的广义质量、陀螺、阻尼和

刚度矩阵; $\mathbf{F}_u(t), \mathbf{F}_h(t)$ 分别为转子系统的不平衡力、广义力矢量; $\mathbf{F}_{u,n}(t), \mathbf{F}_{h,n}(t)$ 分别为第 n 个转子盘或集中质量的不平衡力、广义力矢量; $\mathbf{M}_n, \mathbf{G}_n, \mathbf{C}_n, \mathbf{K}_n$ 分别为对应第 n 个转子盘或集中质量的质量、陀螺、阻尼和刚度矩阵; $\mathbf{C}_b, \mathbf{K}_b, \mathbf{F}_b(t)$ 分别为由于机动飞行引起的转系系统的附加阻尼、附加刚度矩阵和附加激励力矢量; $\mathbf{C}_{b,n}, \mathbf{K}_{b,n}, \mathbf{F}_{b,n}(t)$ 分别为第 n 个转子盘或集中质量对应的附加阻尼、附加刚度矩阵和附加外激励力矢量 ($n=1, \cdots, 7$)。

1.4 轴承力

本文中轴承采用滚动轴承,图 2 为滚动轴承受力图。滚珠在滚道间等距排列,滚珠保持纯滚动。在转子旋转过程中,滚动轴承刚度发生周期性变化,产生 VC(varying compliance) 振动^[15],该振

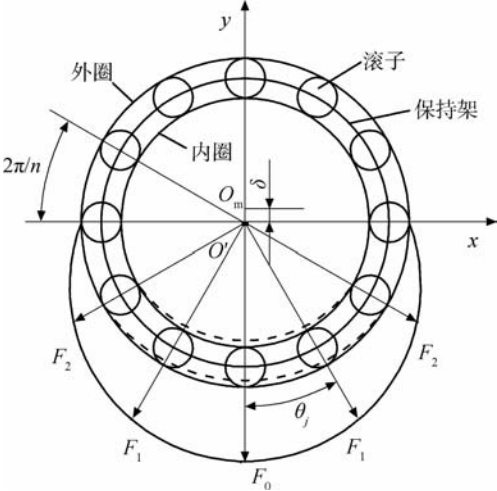


图 2 滚动轴承受力图

Fig. 2 Force diagram of the ball bearing

动为参数激励。

文献[16-17]中轴承力的表示方法,中介轴承

$$Q_x = \sum_{j=1}^{N_b} [K_c(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0)^{3/2} H(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0)] \cos \theta_j \quad (13)$$

$$Q_y = \sum_{j=1}^{N_b} [K_c(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0)^{3/2} H(x \cos \theta_j + y \sin \theta_j - r_0)] \sin \theta_j \quad (14)$$

式中 θ_j 为滚动轴承在第 j 个滚珠处的角度。

$$\theta_j = \omega_{\text{cage}} t + \frac{2\pi}{N_b} (j-1) \\ j = 1, 2, \dots, N_b \quad (15)$$

式中 N_b 为滚珠的个数, ω_{cage} 为保持架的转速, K_c 为赫兹接触刚度, $H(\cdot)$ 为亥维塞函数。

设外圈半径为 R_3 , 内圈半径为 R_4 , 则有

$$\omega_{\text{cage}} = \omega \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (16)$$

$$\omega_{\text{vc}} = \omega_{\text{cage}} N_b = \omega B_n \quad (17)$$

$$B_n = N_b \frac{R_4}{R_3 + R_4} \quad (18)$$

式中 ω_{vc} 为 VC 频率, 即滚动轴承中滚珠的通过频率; B_n 为 VC 频率与基频的比值。由于内外转子反向旋转, 所以 $\omega = \omega_1 + \omega_2$ 。

2 双转子系统的动力学特性

2.1 系统参数选择

选取转子系统的基本参数为: 内转子盘半径为 0.1 m, 内转子盘的偏心距是 10 μm ; 外转子盘的半径为 0.15 m, 外转子盘的偏心距为 5 μm ; 材料的弹性模量为 200 000 MN/m^2 , 内转子盘重力为 147 N, 外转子盘重力为 117.6 N。内转子盘处轴的刚度取 23 MN/m , 外转子盘处轴的刚度为 25 MN/m , 内转子盘处阻尼为 1.5 ($\text{kN} \cdot \text{s}$)/m, 外转子盘处阻尼取 2.1 ($\text{kN} \cdot \text{s}$)/m。A, B, D 处滚动轴承外滚道直径为 47 mm, 内滚道直径为 17 mm, 接触刚度为 500 MN/m , 滚珠直径为 8.731 mm, 轴承游隙为 3 μm , 滚珠个数为 7, 则 $B_n = 1.9$, C 处轴承外滚道直径为 52 mm, 内滚道直径为 22 mm, 接触刚度为 500 MN/m , 滚珠直径为 9.731 mm, 轴承游隙为 3 μm , 滚珠个数为 7。本文采用经典的 4 阶龙格库塔法进行求解, 由于本系统中存在内外转子两个不同频率的振源, 因此采用多频法^[18-19]绘制系统的分岔图和庞加莱图, 此方法在频闪法的基础上, 将取点周期选择为内转子激励周期和外转子激励周期的最小公倍数。

2.2 不同转速比下系统动力学响应

航空发动机在实际运行中, 为了实现最佳的动

态性能, 内外转子的转速和转速比会随着运行工况的不同发生变化^[20]。因此要研究机动飞行对航空发动机转子的影响, 首先要研究无机动飞行时内外转子转速和转速比变化对转子动力学特性的影响。

对转速比分别为 1 : 1.2, 1 : 1.5, 1 : 1.8 和 1 : 2.0 时转子在升速过程中的运动进行数值模拟, 得到 4 种转速比下外转子 x 方向的分岔图、振动频谱图、幅频响应图及庞加莱图等。可以发现, 转速比的变化会对双转子系统的运动特性产生较大影响, 这些影响主要表现在转子运动形式、振动幅值和振动频率的变化。

对转速比分别为 1 : 1.2, 1 : 1.5, 1 : 1.8 和 1 : 2.0 时转子在升速过程中的运动进行数值模拟, 得到 4 种转速比下外转子 x 方向的分岔图、振动频谱图、幅频响应图及庞加莱图等。可以发现, 转速比的变化会对双转子系统的运动特性产生较大影响, 这些影响主要表现在转子运动形式、振动幅值和振动频率的变化。

首先分析转子运动形式的变化, 在转速较低时, 系统都显现出由于轴承的滚珠数量导致的多频响应运动状态, 分岔图如图 3 所示。这是因为当转子转速较低时, 滚动轴承的滚珠数量对系统的振动特性影响占优, 而转子的离心力和非线性因素的影响尚不突出。此时主要表现在转子振动位移的小幅扰动, 从而导致较低转速时转子多频响应运动的情况。

随着转速升高, 转子离心力开始起作用, 4 种转速比下的转子分岔图都经历了单周期的运动状态。当转速进一步提高, 轴承游隙的非线性影响逐步显现, 运动形态发生变化, 且与转速比有关。图 4 为不同转速比下外转子 x 方向瀑布图。当转速比为 1 : 1.2 和 1 : 1.8 时, 分岔图中出现 5 倍周期运动状态, 在相应转速区间内, 瀑布图中出现了 1/5 分频且占比较高, 如图 4(a) 和图 4(c) 所示。相比之下, 转速比 1 : 1.5 和 1 : 2.0 时却呈现出 2 倍周期运动特性, 在相应转速区间内, 瀑布图中出现占比较强的 1/2 分频, 如图 4(b) 和图 4(d) 所示。由此可以看出, 当系统中内外转子的转速比变化时, 即使在相同的转速下, 系统也会处于不同的运动状态。当转速进一步升高, 4 种转速比下的分岔图中都出现拟周期的运动状态, 对应拟周期区域的庞加莱图如图 5 所示, 近似为一个封闭的曲线, 瀑布图中相应转速区间内出现较多分频。当转速进一步升高, 4 种转速比下的系统又都回到单周期的运动状态, 此时转子的偏心对系统运动的影响起主要作用。

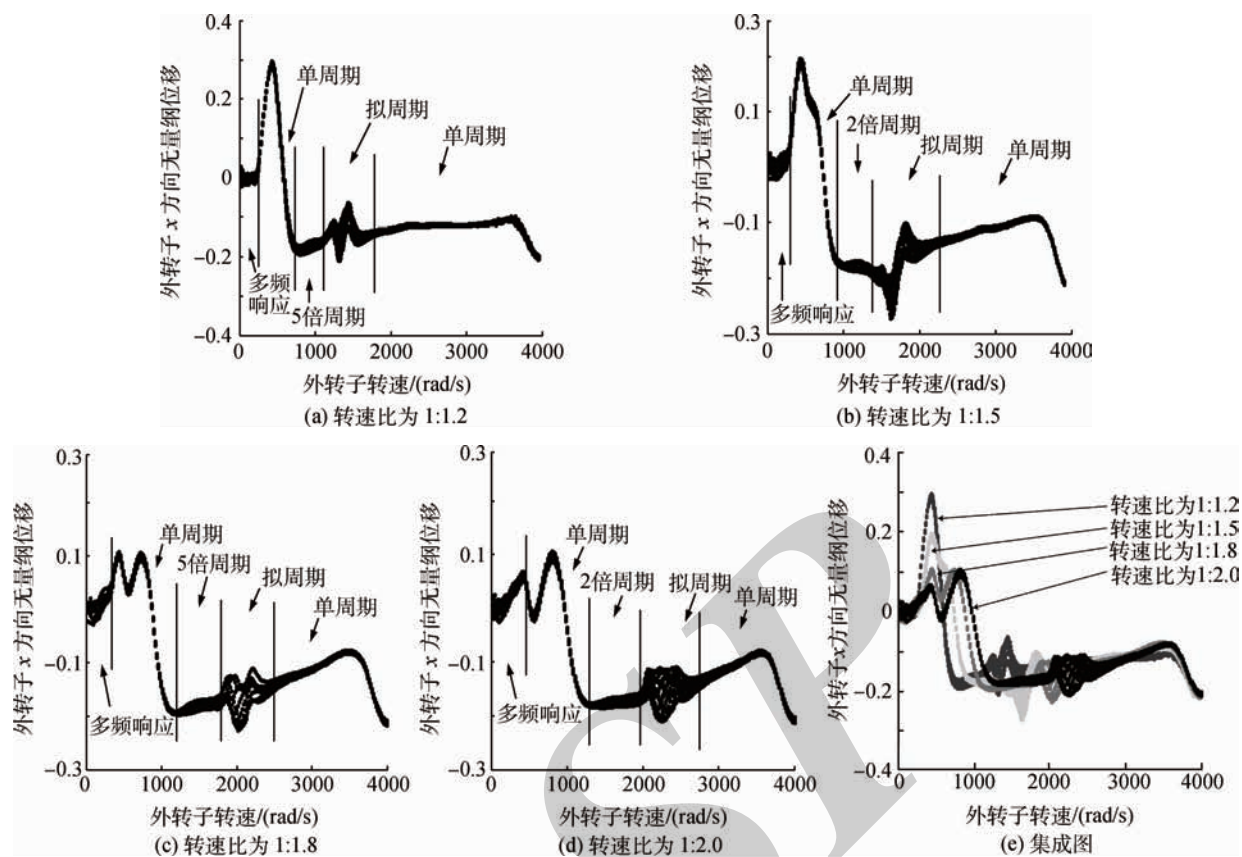


图 3 不同转速比下外转子 x 方向分岔图

Fig. 3 Bifurcation diagrams of outer rotor in the direction of x axis under different speed ratios

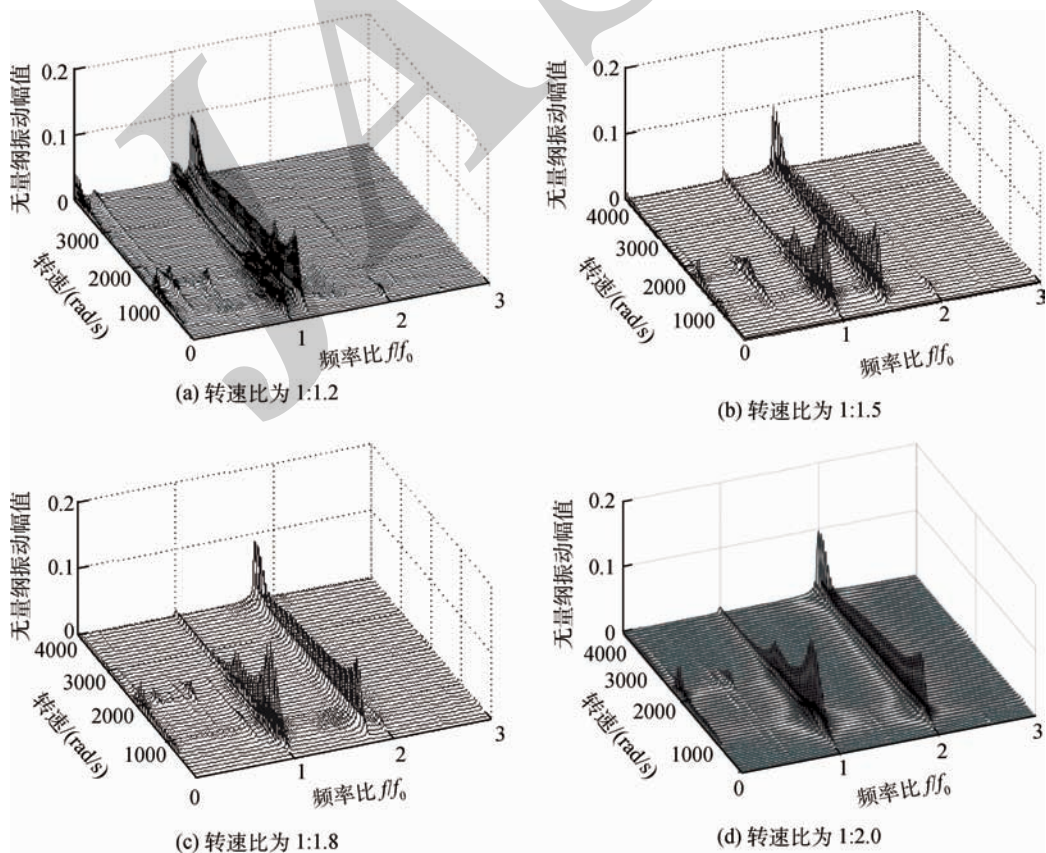


图 4 不同转速比下外转子 x 方向瀑布图

Fig. 4 Waterfall of outer rotor in the direction of x axis under different speed ratios

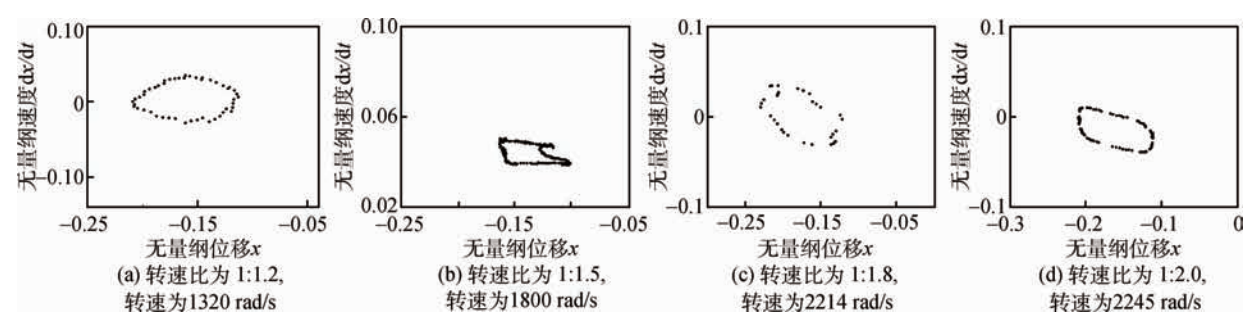


图 5 不同转速比及不同转速下庞加莱图

Fig. 5 Poincaré map of rotor system at different speeds under different speed ratios

系统基频振动幅值的变化有一定规律. 随着转速比的增大,幅频图中最大振幅一直在减小,如图 6 和表 1 所示,转速比从 1 : 1.2 增加到 1 : 2.0 的过程中,最大振幅从 0.1261 减小到 0.0966,减小的幅度为 23.39%. 这是因为在转速比较小时,系统内外转子的工作频率比较接近,从而发生了拍振现象^[21],导致最大振幅增加. 如图 7 所示,随着转速比的增大,内外转子的工作频率之差也变大,从而使拍振现象减弱,最大振幅降低. 如图 8 所示,在转速比为 1 : 1.2 和 1 : 1.8 时,系统在整个升速过程中出现了 1/5 和 1/2 分频且表现较为

明显,在转速比为 1 : 1.5 和 1 : 2.0 时,整个升速过程中出现了 1/2 分频且表现较明显. 4 种转速比之下,系统都发生了亚谐共振的现象.

2.3 机动飞行时耦合双转子系统的振动特性

机动飞行对耦合双转子系统的影响主要体现在以下几方面:各部位振动形式的变化、振动幅值的变化和振动频率的变化等. 本节通过对跃升和横滚飞行姿态下耦合双转子系统的振动特性进行对比研究,探索机动飞行的影响规律,并对发现的现象进行分析.

2.3.1 跃升飞行时耦合双转子系统的振动特性

根据本文所使用的模型,跃升飞行时会在转

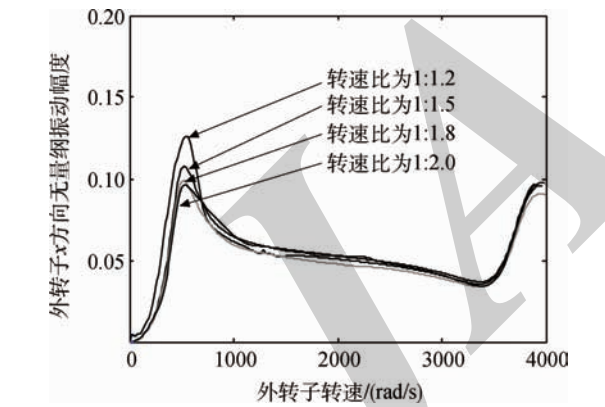


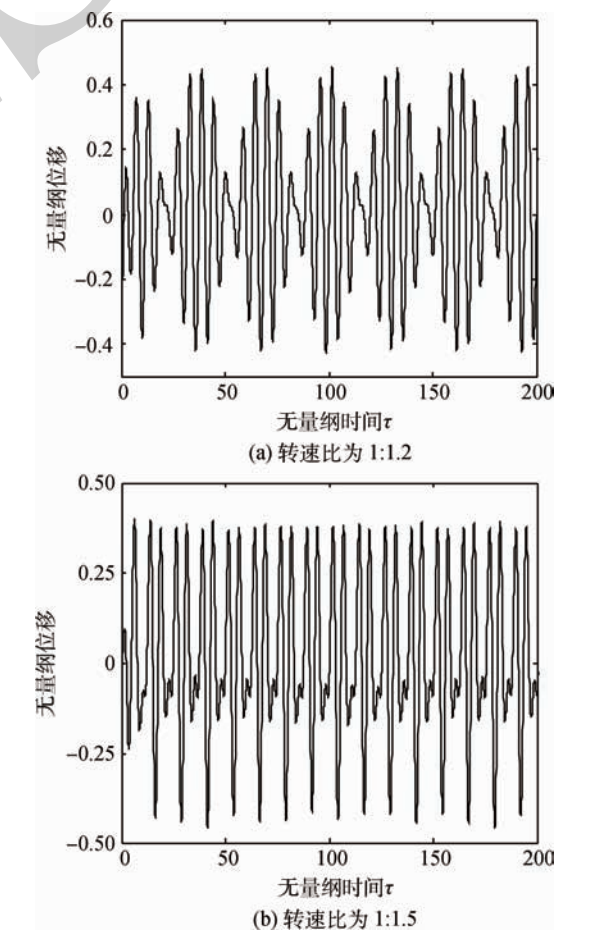
图 6 不同转速比下外转子 x 方向振动幅频特性曲线

Fig. 6 Frequency-response curves of outer rotor in the direction of x axis under different speed ratios

表 1 不同转速比下转子振动详细信息

Table 1 Details of the rotor's vibration under different speed ratios

参数	数值			
转速比	1 : 1.2	1 : 1.5	1 : 1.8	1 : 2.0
多频响应运动区域转速/(rad/s)	12~240	15~300	18~360	20~460
分岔点处转速/(rad/s)	1206	1410	1782	2020
无量纲最大振幅	0.1261	0.1077	0.0989	0.0966
最大振幅处转速/(rad/s)	540	525	522	540



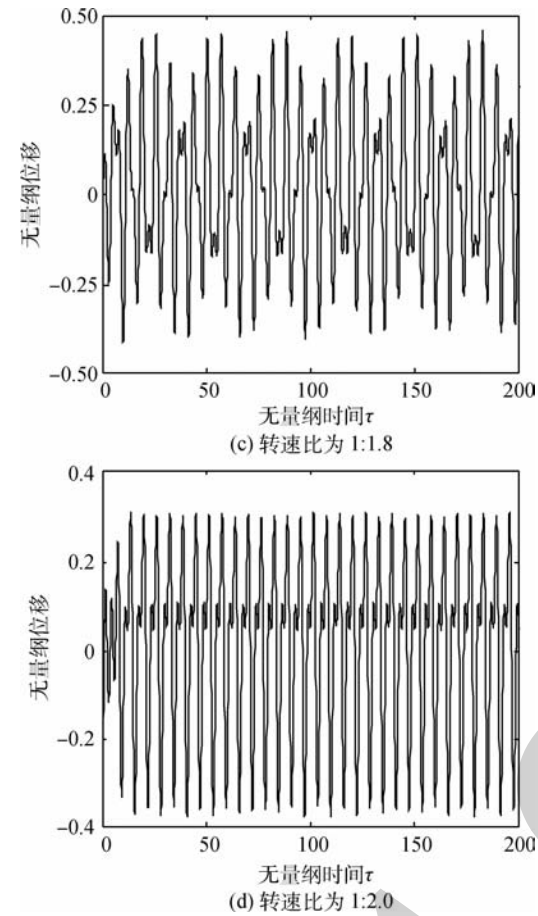


图 7 不同转速比下转速为 120 rad/s 时外转子的时间历程曲线

Fig. 7 Time history diagram of outer rotor at speed of 120 rad/s under different speed ratios

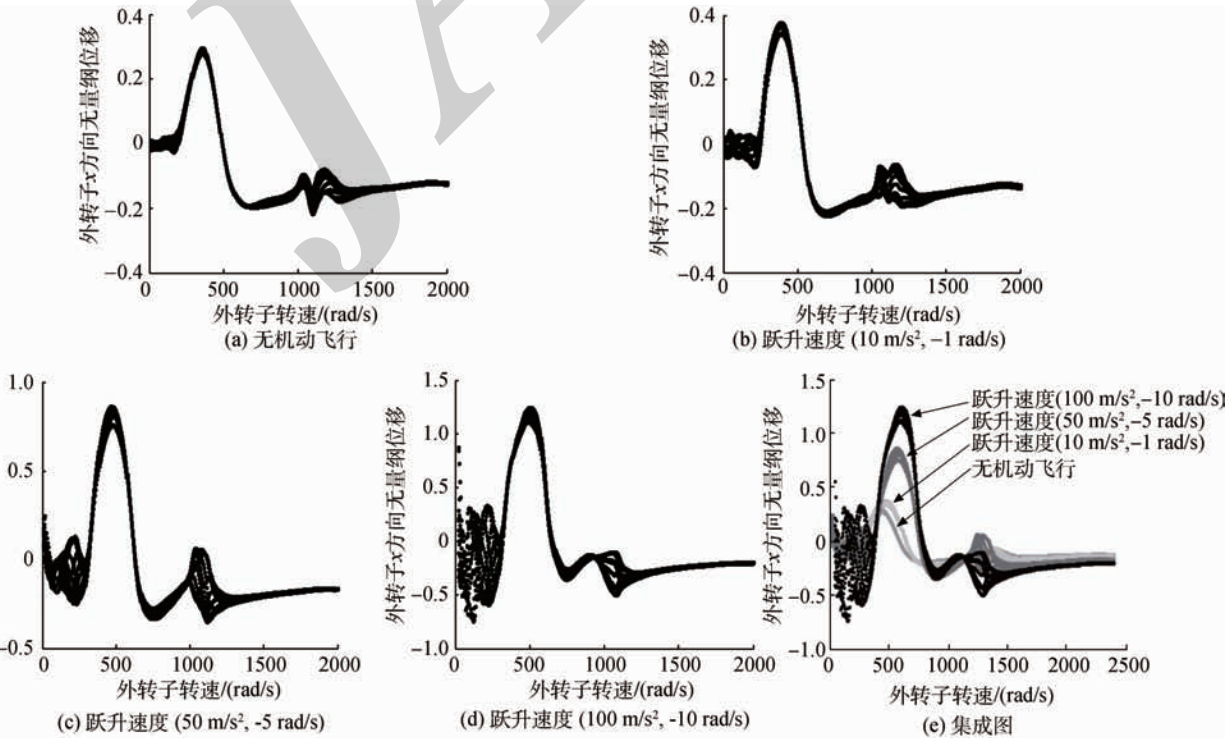


图 9 定转速比为 1 : 1.2 时跃升飞行状态下外转子 x 方向分岔图

Fig. 9 Bifurcation diagrams of outer rotor in the direction of x axis under leaping flight with speed ratio of 1 : 1.2

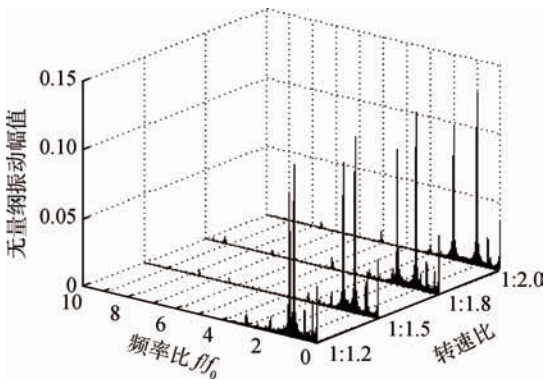


图 8 不同转速比下外转子 x 方向频谱图

Fig. 8 Spectra of outer rotor in the direction of x axis under different speed ratios

子上产生一个附加激励力和附加刚度项. 为了研究附加激励力和附加刚度对耦合双转子系统的影响,对系统在递增的跃升速度下的动力学特性进行研究. 不同跃升速度时的分岔图如图 9 所示,当跃升速度增加时,外转子 x 方向初始多频响应运动区域有增大的趋势,由表 2 中数据可以看到,从无机动飞行时的 12~228 rad/s 增大到最大跃升速度时的 12~366 rad/s,增加的幅度为 60.52%. 这说明,由于跃升时产生的附加激励力的影响,使轴承受力增大,扩大了低转速时轴承振动主导范围,同时也使轴承磨损加剧.

转子基频振动的最大振幅出现显著增长,如图 10 和表 2 所示,从无机动飞行时的 0.1309 增加到

最大跃升速度时的 0.666 6, 增加的幅度为 409.24%。对应最大振幅处的转速有滞后的趋势, 从无机动飞行时的 546 rad/s 增长到最高跃升速度时的 708 rad/s。这说明, 附加激励力的影响也使转子临界响应增大, 而附加刚度的影响提高了临界转速。

随跃升速度的增加, 转子到达拟周期分岔点的转速有减小的趋势, 由表 2 所示, 从无机动飞行时的 1 220 rad/s 减小到最大跃升飞行速度时的 1 140 rad/s, 减小的幅度为 6.56%。也就是说, 跃升飞行速度增加时, 系统会较早进入拟周期运动状态, 同时, 频谱图中频率成分会变得更加复杂。由图 11 不同跃升速度下的三维频谱图所示, 无机动飞行时, 整个升速过程中, 外转子频谱图中出现 1/2 分频和 1/3 分频且表现较为明显。随着跃升速度的增加, 转子升速过程中, 倍频成分开始出现且有逐渐增大的趋势, 在最大跃升飞行速度时, 3/2 分频、11/2 分频, 2 倍频、3 倍频、5 倍频、8 倍频成分占比较大, 存在亚谐和超谐共振, 超谐共振更为明显, 说明非线性因素的影响也随着跃升速度的增加而增强。

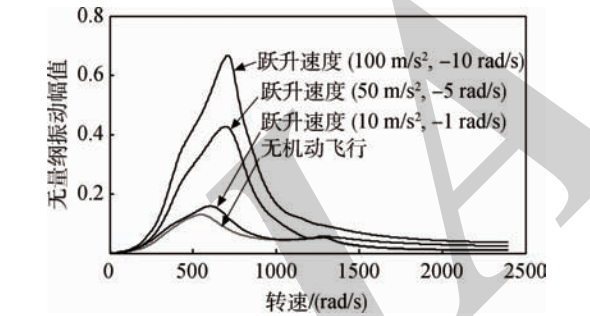


图 10 转速比为 1 : 1.2 跃升时外转子 x 方向幅频特性曲线

Fig. 10 Frequency-response curves of the outer rotor in the direction of x axis under leaping flight with speed ratio of 1 : 1.2

表 2 跃升飞行时转子振动详细信息				
Table 2 Details of rotor's vibration with leaping flight				
参数	数值			
跃升速度/ ($\text{m/s}^2, \text{rad/s}$)	0, 0	10, -1	50, -5	100, -10
多频响应运动区域转速/(rad/s)	12~228	12~288	12~366	12~366
分岔点转速/ (rad/s)	1 220	1 212	1 194	1 140
无量纲最大振幅	0.1309	0.1595	0.4263	0.6666
最大振幅处 转速/(rad/s)	546	606	696	708

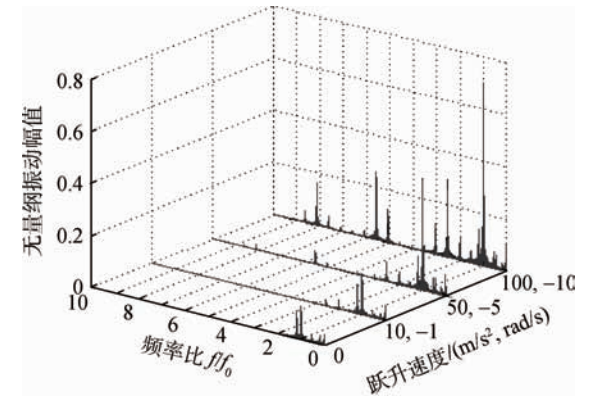


图 11 转速比 1 : 1.2 时不同跃升速度下外转子 x 方向频谱

Fig. 11 Spectra of leaping flight in the direction of x axis under speed ratio of 1 : 1.2

转速比为 1 : 1.5, 1 : 1.8 和 1 : 2.0 时, 随跃升速度增加, 外转子 x 方向分岔图的变化规律与转速比为 1 : 1.2 时的类似, 此处不再赘述。

2.3.2 横滚飞行时耦合双转子系统的振动特性

为了研究横滚飞行时耦合双转子系统的动力学特性, 对不同转速比时不同横滚速度下的外转子 x 方向振动特性进行研究, 分岔图如图 12 所示。图 13 为转速比为 1 : 1.2 时外转子转速为 12~240 rad/s 区域庞加莱图。通过对比可以发现, 外转子 x 方向的振动形式随横滚速度的增大出现变化, 主要表现为: 无机动飞行时, 转速在 12~240 rad/s 的区域内, 系统庞加莱图如图 13(a) 所示, 是由有限个点组成的图形, 系统处于多频响应的运动状态。在横滚速度达到最大时, 系统的庞加莱图如图 13(d) 所示, 只有一个点, 系统处于单频响应运动状态。在无机动飞行时, 如图 12(a) 所示, 转子分岔图中存在拟周期分岔点。如图 12(b)~图 12(d) 所示, 随着横滚速度增加, 拟周期运动区域不断缩小直至消失。如图 12(d) 所示, 在横滚速度为 80 rad/s 且外转子转速为 1 320 rad/s 时, 庞加莱图中只有 1 个点, 系统变为单周期运动状态。以上现象说明, 横滚飞行使转子的振动形式发生变化, 随着横滚速度增加, 先是非线性因素压制了由于轴承导致的多频响应振动, 随后离心力又压制了非线性因素的影响。

除转子的振动形式随着横滚速度的增大发生变化外, 外转子 x 方向最大基频振动振幅也明显增大。如图 14 和表 3 所示, 最大振幅由无机动飞行时的 0.1309 增加到最大横滚速度时的 1.683, 增加的幅度为 1 185.72%, 同时对应最大振幅处的转速有滞后的趋势, 从无机动飞行时的 414 rad/s

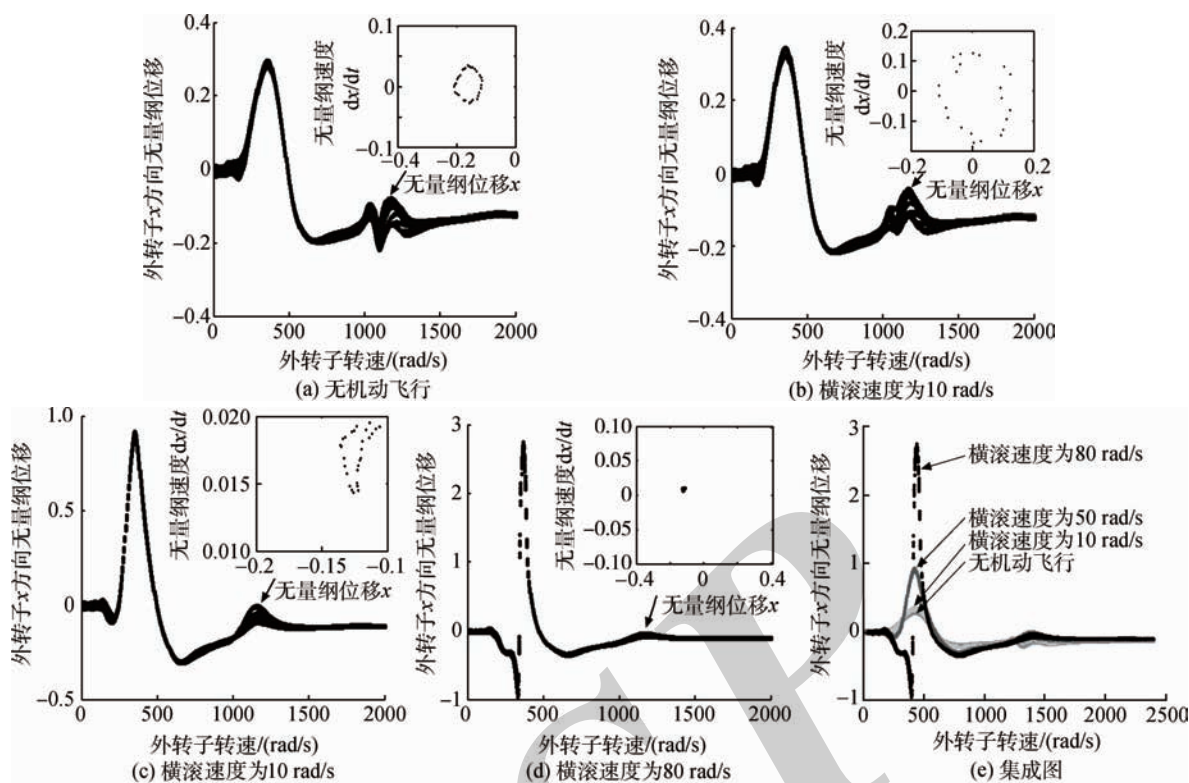


图 12 定转速比为 1 : 1.2 横滚飞行时外转子 x 方向分岔图

Fig. 12 Bifurcation diagrams of outer rotor in the direction of x axis under rolling flight with speed ratio of 1 : 1.2

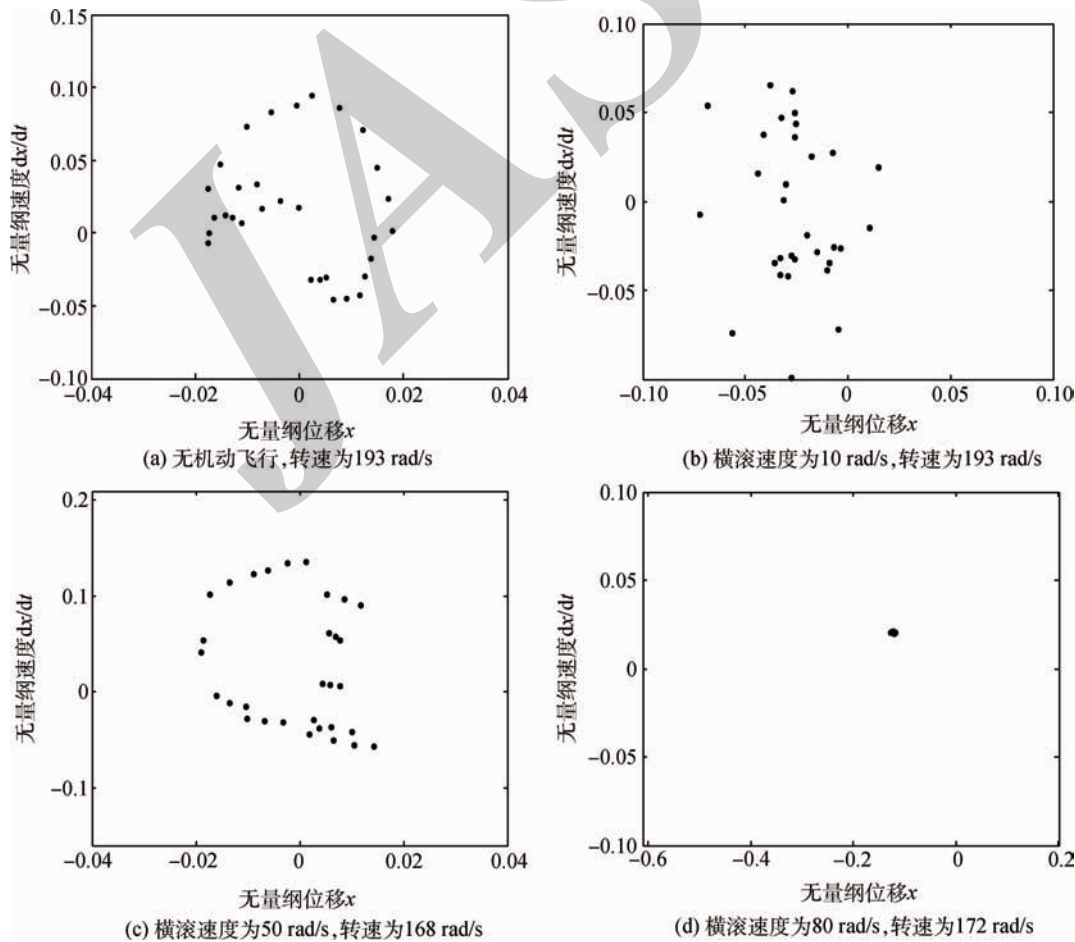


图 13 转速比为 1 : 1.2 时外转子转速为 12~240 rad/s 区域庞加莱图

Fig. 13 Poincaré map of outer rotor at speed range of 12~240 rad/s under speed ratio of 1 : 1.2

滞后到最大横滚速度时的 546 rad/s,滞后的幅度为 31.88%。可见当横滚速度明显增大时,极易出现碰摩故障。

横滚速度从 0 rad/s 增加到 50 rad/s 的过程中,外转子最大基频振幅有小幅增加,如图 15 所示,系统此时出现了明显的 2 倍频成分,处于超谐共振的状态;当横滚速度增加到 80 rad/s 时,外转子最大基频振幅有了较大的提高,同时出现了 3

倍频成分,且 2 倍频成分占比较横滚速度为 50 rad/s 时的 2 倍频成分增强,此时系统处于更为强烈的超谐共振状态。

在内外转子转速比为 1 : 1.5,1 : 1.8 和 1 : 2.0 时,随横滚速度的增加,外转子 x 方向的分岔图的变化规律与转速比为 1 : 1.2 时的变化规律基本类似,此处不再赘述。

3 实 验

实验在自行研制的机动飞行双转子实验台上进行。如图 16 所示,设备包括双转子实验台和两轴姿态转台。双转子实验台模拟双转子发动机,两轴姿态转台可以模拟飞机的机动飞行动作。将两套设备组合可以模拟飞机的机动飞行对发动机转子振动特性的影响。通过电涡流传感器可以将各测点的振动信号测量出来。

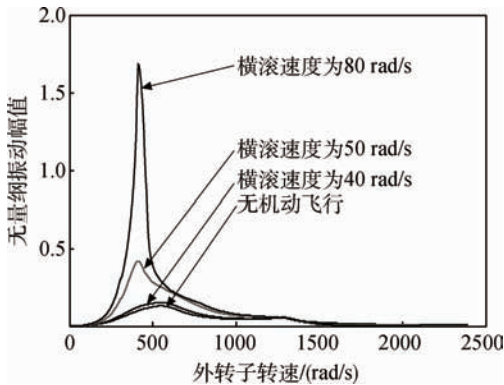


图 14 转速比为 1 : 1.2 横滚飞行时外转子 x 方向的幅频特性

Fig. 14 Frequency-response curves of the outer rotor in the direction of x axis under rolling flight with speed ratio of 1 : 1.2

表 3 横滚飞行时转子振动详细信息

Table 3 Details of rotor's vibration with rolling flight				
参数	数值			
横滚速度/ (rad/s)	0	10	50	80
多频响应运动区域转速/(rad/s)	12~240	12~264	12~282	
无量纲最大振幅	0.1309	0.1528	0.4171	1.683
最大振幅处 转速/(rad/s)	414	414	546	546

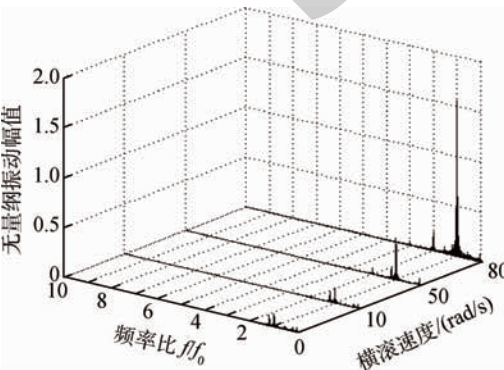


图 15 转速比为 1 : 1.2 时不同横滚速度下外转子 x 方向频谱

Fig. 15 Spectra of rolling flight in the direction of x axis under speed ratio of 1 : 1.2



图 16 实验系统

Fig. 16 Test system

3.1 双转子实验台

如图 17 所示,双转子实验台由内转子盘、外转子盘、内转子轴、外转子轴、中介轴承以及两端的支承轴承组成。其中内外转子轴分别由 2 个电动机驱动,转速可以由调速器控制。分别用 2 个电涡流传感器测量两个转子盘水平和竖直方向的振动。

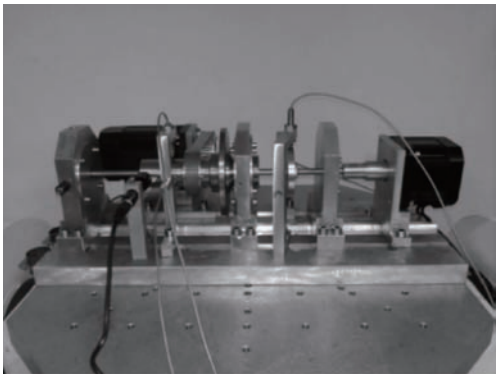


图 17 双转子实验台

Fig. 17 Dual rotor test rig

3.2 实验内容及结果

3.2.1 模型参数设定

模型参数如表 4 所示,内外转子转速比控制在 1 : 1.2 左右,内外转子反向旋转.对双转子系统在跃升和横滚飞行姿态下的动力学响应进行测试,每次基础运动的角度为 45°,在系统稳定运行 25 s 左右时进行基础运动,并保持运动后的状态到实验最后.电涡流传感器测出的振动信号经前置阻抗器后输出交流电压信号到 TST5912 信号采集分析仪,利用泰斯特软件对分析仪传输的振动信号进行分析,可以输出振动信号的实时谱并可以对信号进行频谱分析等.

表 4 双转子系统参数

Table 4 Parameters of the dual-rotor system	
参数	数值
内转子轴长度 L/cm	40
内转子轴半径 R_1/mm	8
内转子盘半径 R_2/mm	10
外转子轴内壁半径 R_2'/cm	3
外转子轴外壁半径 R_3/cm	4
外转子盘半径 R_1'/cm	15
弹性模量 E/GPa	2
材料密度 $\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	5 600
内外转子盘上的不平衡量初始值/ ($\text{kg} \cdot \text{mm}$)	1
线性支撑刚度 $K/(\text{kN}/\text{m})$	300
两端支承及中介轴承型号	62200RS
轴承内径/ mm	10
轴承外径/ mm	30
轴承宽度/ mm	14

3.2.2 跃升飞行时的动力学特性

对双转子系统在跃升速度分别为 1.39 rad/s 和 2.79 rad/s 时动力学响应进行测试分析.如图 18 所示为外转子的轴心平衡位置,通过分析可以发

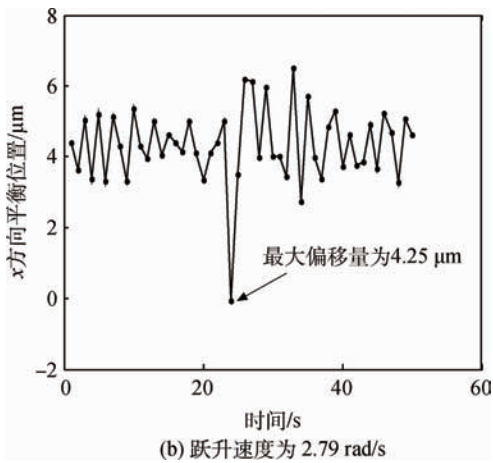
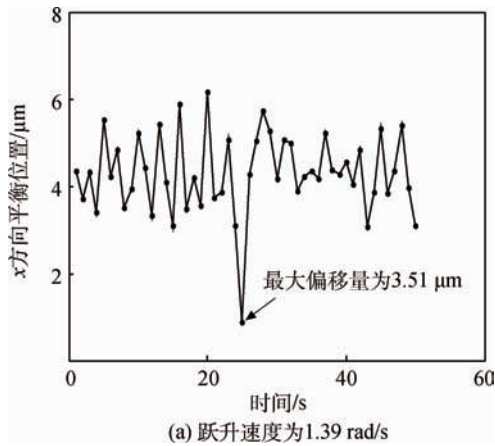


图 18 跃升飞行时外转子轴心平衡位置 x 方向的偏移曲线

Fig. 18 Outer rotor axis equilibrium position of x direction with leaping flight

现,在跃升飞行时,外转子轴心向 x 轴负方向发生较大偏移,相对平衡位置偏移幅度约为 75%,当飞行速度由 1.39 rad/s 增大到 2.79 rad/s 时,外转子轴心瞬态偏移幅度增大,增大幅度为 21.1%.

当系统做跃升飞行时,系统振动频谱中出现了除基频以外的倍频成分,与数值模拟得到的频谱图(图 11)相似,系统发生明显的超谐共振现象.在两种不同跃升速度下内外转子的振动频谱如图 19 所示,基频振幅如表 5 所示,当跃升速度

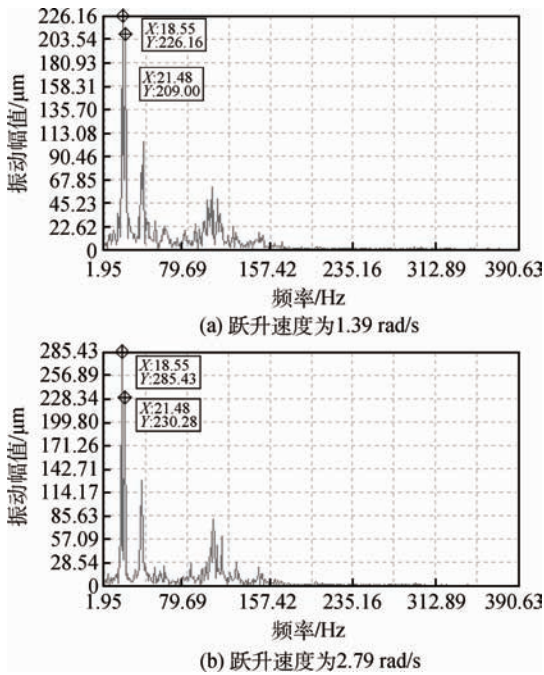


图 19 不同跃升速度下内外转子的振动频谱图

Fig. 19 Spectra of inner and outer rotor with different leaping flight speeds

表 5 不同跃升速度下内外转子基频振动幅值

Table 5 Fundamental frequency vibration amplitude of inner and outer rotor with different leaping flight speeds

参数	跃升速度/(rad/s)	
	1.39	2.79
内转子基频振幅/ μm	226.16	285.43
外转子基频振幅/ μm	209.00	230.28

增加时,内外转子的基频振动幅值均增大,其中内转子基频振幅增加幅度为 26.21%,外转子基频振幅增加幅度为 10.18%。

3.2.3 横滚机动飞行时的动力学特性

在实验中,设定横滚速度分别为 1.39 rad/s 和 2.79 rad/s,如图 20 所示为外转子轴心 x 方向的平衡位置,通过对比观察可以发现,横滚飞行使外转子轴心平衡位置在负向最大和正向最大之间来回跳跃,且随着横滚速度的增加,外转子轴心振幅增大,增大的幅度约为 8%。

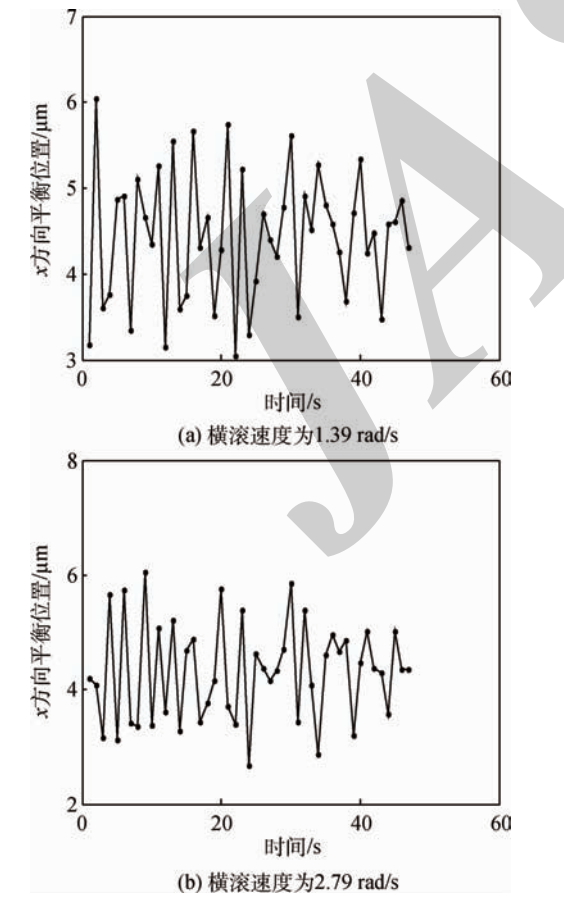


图 20 横滚飞行时外转子轴心平衡位置 x 方向的偏移曲线

Fig. 20 Outer rotor axis equilibrium position of x direction with rolling flight

系统进行横滚飞行时,内外转子的振动频谱如图 21 所示,内外转子基频振幅由表 6 所示,通过对比可以发现,当横滚速度增加时,内外转子的基频振幅都相应增大,其中内转子基频振幅增大幅度为 16.77%,外转子基频振幅增大幅度为 3.25%。在外转子振动频谱图中存在占比较大的 2 倍频成分,这与数值模拟横滚飞行条件下外转子振动的频谱图(图 15)相近。

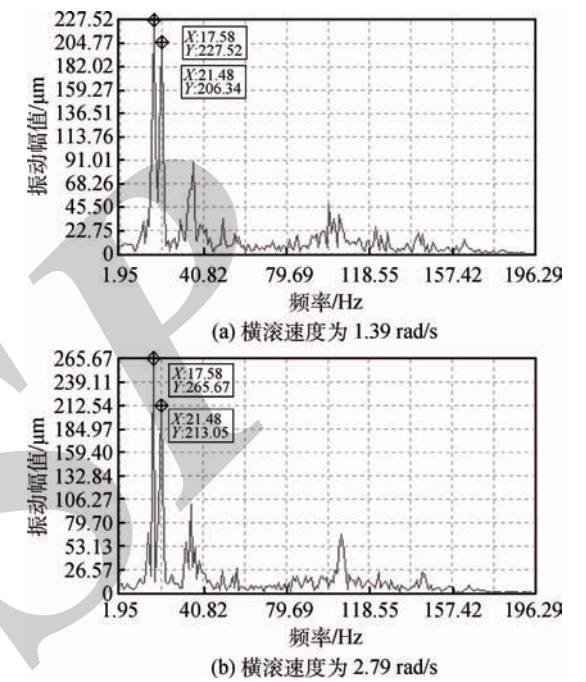


图 21 不同横滚速度下内外转子的振动频谱图

Fig. 21 Spectra of inner and outer rotor with different rolling flight speeds

表 6 不同横滚速度下内外转子基频振幅

Table 6 Fundamental frequency vibration amplitude of inner and outer rotor with different rolling flight speeds

参数	横滚速度/(rad/s)	
	1.39	2.79
内转子基频振幅/ μm	227.52	265.67
外转子基频振幅/ μm	206.34	213.05

4 结 论

建立了机动飞行条件下耦合双转子的动力学模型,研究了不同内外转子转速比和一定转速比下不同机动飞行状态时的转子的动力学特性,并与实验结果进行了比较,主要结论如下:

1) 在无机动飞行时,内外转子处于不同转速比时,转子的动力学特性会发生显著变化,在分岔

图上主要表现为初始多频响应运动区域变大,分岔点滞后.在幅频图上主要表现为最大振幅随转速比的增加逐渐减小,对应最大振幅处的转速随转速比的增大有滞后的趋势.因此应注意转速比较低时,由于拍振引起振动幅值增大对系统的影响.

2) 在跃升飞行条件下,外转子的运动趋势主要表现为初始多频运动区域变大,系统的分岔点提前.在幅频图中表现为随跃升速度的增大,系统最大振幅明显增加,原因可能是跃升飞行导致系统中出现了附加激励力,在飞行速度增加时,附加激励力也随之增大,从而使系统振幅增加.对应最大振幅处的转速增大,即最大振幅的出现有滞后的趋势,原因可能是跃升飞行带来的附加刚度提高了系统临界转速,从而使最大振幅处的转速有增加的趋势.

3) 对于横滚机动飞行,从整体上看,当横滚速度达到一定量值的时候,会使系统趋向于单周期运动,但系统的振动幅值会出现明显的增加,从而增加了碰摩故障出现的几率.当横滚速度变化时,系统出现最大振幅时的频率可能会固定在某几个定值上.

4) 从不同转速比和不同机动飞行状态下的转子的动力学特性分析看,机动飞行对转子系统的振动产生了较大的影响,由于机动飞行产生的附加振动频率可能会引起飞机上某些部件的共振,因而导致飞机在飞行中出现异响的情况;由于机动飞行时转子振动幅值的增大,有可能使转静部件之间发生碰摩故障,导致转静部件的磨损.因此在研究航空发动机转子动力学特性的时候应当考虑机动飞行产生的影响.

参考文献:

[1] 温登哲,陈予恕. 机动飞行时航空发动机的双转子动力学研究综述[C]//第十三届全国非线性振动暨第十届全国非线性动力学和运动稳定性学术会议论文集. 天津:中国振动工程学会、中国力学学会,2011:1-6.

[2] 钟一谭,何衍宗,王正,等. 转子动力学[M]. 北京:清华大学出版社,1987.

[3] 蒋云帆,廖明夫,刘永泉,等. 同转/对转双转子系统的动力学特性[J]. 航空动力学报,2013,28(12):2771-2780.

JIANG Yunfan, LIAO Mingfu, LIU Yongquan, et al. Dynamic characteristics of co-rotating/counter-rotating dual-rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(12): 2771-2780. (in Chinese)

[4] 罗贵火,周海仑,王飞,等. 含滚动轴承的同向和反向旋转双转子系统动力学响应[J]. 航空动力学报,2012,27(8):

1887-1894.

LUO Guihuo, ZHOU Hailun, WANG Fei, et al. Dynamic response of co-rotating and counter-rotating dual-rotor system supported on ball bearing[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(8): 1887-1894. (in Chinese)

- [5] Gupta K, Gupta K D, Athre K. Unbalance response of a dual rotor system: theory and experiment[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 1993, 115(4): 427-435.
- [6] White J L, Heidari M A, Yantis T F. A study of engine excited non-linear vibra-acoustics in commercial airplanes[J]. Proceedings of the International Modal Analysis Conference, 1997, 389(2): 1503-1508.
- [7] Kufeld R M, Bousman W G. High load conditions measured on a UH-60A in maneuvering flight[J]. Journal of the American Helicopter Society, 1998, 43(3): 202-211.
- [8] Ananthan S, Leishman J G. Helicopter rotor wake dynamics during simulated tactical maneuvers[J]. Annual Forum Proceedings American Helicopter Society, 2004, 1: 949-980.
- [9] 徐敏,廖明夫,刘启洲. 机动飞行条件下双盘悬臂转子的振动特性[J]. 航空动力学报,2002,17(1):105-109.
- XU Min, LIAO Mingfu, LIU Qizhou. The vibration performance of the double-disk cantilever rotor in flight mission[J]. Journal of Aerospace Power, 2002, 17(1): 105-109. (in Chinese)
- [10] 林富生,孟光. 飞行器机动飞行时等速发动机转子的动力学特性研究[J]. 中国机械工程,2003,14(19):1634-1637.
- LIN Fusheng, MENG Guang. Dynamic characteristics of maneuvering rotor in steady state motion[J]. China Mechanical Engineering, 2003, 14(19): 1634-1637. (in Chinese)
- [11] 林富生,孟光. 飞行器机动飞行时发动机转子等变速运动的动力学特性研究[J]. 航空学报,2002,23(4):356-359.
- LIN Fusheng, MENG Guang. Dynamics of a maneuvering rotor in constant acceleration and deceleration[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(4): 356-359. (in Chinese)
- [12] 祝长生,陈拥军. 机动飞行时发动机转子系统动力学统一模型[J]. 航空动力学报,2009,24(2):371-377.
- ZHU Changsheng, CHEN Yongjun. General dynamic model of aeroengine's rotor system during maneuvering flight[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(2): 371-377. (in Chinese)
- [13] 祝长生,陈拥军. 机动飞行时航空发动机转子系统的振动特性[J]. 航空学报,2006,27(5):835-841.
- ZHU Changsheng, CHEN Yongjun. Vibration characteristics of aeroengine's rotor system during maneuvering flight[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(5): 835-841. (in Chinese)
- [14] 杨蛟,曹树谦. 机动飞行条件下航空发动机双转子动力学实验研究[J]. 机械科学与技术,2014,33(9):1434-1438.
- YANG Jiao, CAO Shuqian. Experimental study on the dual-rotor dynamics of aeroengine subjected to maneuvering conditions[J]. Mechanical Science and Technology for Aero-

space Engineering,2014,33(9):1434-1438. (in Chinese)

[15] Harsha S P. Nonlinear dynamic response of a balanced rotor supported by rolling element bearings due to radial internal clearance effect[J]. Mechanism and Machine Theory,2006,41(6):688-706.

[16] Chen G. A new rotor-ball bearing-stator coupling dynamics model for whole aero-engine vibration [J]. Journal of Vibration and Acoustics,2009,131(6):1980-1998.

[17] 成玫,孟光. 含 Alford 力的非线性转子-滚动轴承系统动力分析[J]. 中国机械工程,2011,22(23):2806-2812.

CHENG Mei,MENG Guang. Dynamic analysis of a rotor-ball bearing nonlinear system with Alford force[J]. China Mechanical Engineering,2011,22(23):2806-2812. (in Chinese)

[18] 胡绚. 反向旋转双转子系统动力学特性研究[D]. 南京:南京航空航天大学,2007.

HU Xuan. Research on the dynamical characteristics of counter-rotating dual-rotor system[D]. NanJing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2007. (in Chinese)

[19] 赵凌燕. 滚动轴承-转子系统的非线性动力学研究[D]. 西安:西北工业大学,2003.

ZHAO Lingyan. Research on the nonlinear dynamics of rotor-ball bearing system[D]. Xi'an:Northwestern Polytechnical University,2003. (in Chinese)

[20] 张津,洪杰,陈光. 现代航空发动机技术与发展[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,2006.

[21] 韩军,高德平,胡绚,等. 航空发动机双转子系统的拍振分析[J]. 航空学报,2007,28(6):1369-1373.

HAN Jun,GAO Deping,HU Xuan,et al. Research on beat vibration of dual-rotor for aero-engine[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2007,28(6):1369-1373. (in Chinese)

(编辑:叶 青)