

某级压气机叶盘系统失谐振动关键因素研究

李宏新^{1,2}, 袁惠群³, 张连祥¹

(1. 中国航空发动机集团有限公司 沈阳发动机研究所, 沈阳 110015;

2. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;

3. 东北大学 理学院, 沈阳 110004)

摘 要: 基于某级压气机叶片盘扇区, 建立考虑非线性榫接触叶片盘有限元模型, 应用提出的自由界面子结构-固定界面预应力模态综合超单元近似分析方法, 并基于提出的围绕实验与有限元分析拟合出线性表达式的失谐参数识别方法, 探究失谐关键因素对于叶盘系统振动的影响。结果表明, 非线性榫接触不可忽略, 提出的超单元法精度达到 3.07%, 满足要求。同时也表明, 叶片平均频率、叶盘刚度比与频率转向对于失谐叶盘系统振动幅值、共振频率及应变能等参数均有一定影响。

关 键 词: 失谐; 子结构模态综合法; 非线性接触; 平均频率; 刚度比; 频率转向

中图分类号: V232.3

文献标志码: A

Study on key factors of mistuned vibration for blade-disk system of some-stage compressor

LI Hong-xin^{1,2}, YUAN Hui-qun³, ZHANG Lian-xiang¹

(1. Shenyang Engine Research Institute,

Aero Engine (Group) Corporation of China, Shenyang 110015, China;

2. School of Energy and Power Engineering,

Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;

3. College of Sciences, Northeastern University, Shenyang 110004, China)

Abstract: Based on the blade disk basic sector of certain stage compressor, blade disk finite element model considering non-linear tenon contact was established, free-interface substructure-fixed interface prestressed modal synthesis super element approximate analysis method was proposed, meanwhile, mistuned parameters recognition method of linear expression was fitted based on the blade static-frequency test and dichotomy combined with finite element analysis, exploring the effects of mistuning key factors on blade disk vibration. Results show that the non-linear tenon contact cannot be neglected, and the accuracy of super element method is 3.07%, so the proposed method meets the requirement. In addition, blades mean frequency, disk stiffness ratio and frequency veering have an effect on mistuned bladed disks vibration amplitude, resonance frequency and strain energy and other parameters.

Key words: mistuning; modal synthesis of substructure; nonlinear contact; average frequency; stiffness ratio; frequency shift

收稿日期: 2015-08-25

作者简介: 李宏新(1969—), 男, 研究员, 博士生, 主要从事航空发动机总体设计及结构强度研究。

引用格式: 李宏新, 袁惠群, 张连祥. 某级压气机叶盘系统失谐振动关键因素研究[J]. 航空动力学报, 2017, 32(5): 1082-1090. LI Hongxin, YUAN Huiqun, ZHANG Lianxiang. Study on key factors of mistuned vibration for blade-disk system of some-stage compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(5): 1082-1090.

压气机叶盘在实际使用中存在失谐叶盘现象.失谐破坏了结构的循环对称性,从而引起叶盘结构的振动局部化,振动能量集中在个别叶片上,使其振幅达到其他叶片振幅的几倍,因此而导致疲劳断裂.为此,有必要探究影响失谐叶盘系统振动的关键因素.几十年来国内外学者针对失谐叶盘系统开展了广泛的研究,包括理论分析、试验研究以及数值仿真. Ewins, Wei, Pierre, Ottarsson 等^[1-4]对失谐叶盘振动局部化进行了深入研究. Petrov, Sever, Nikolic 等^[5-11]针对失谐叶盘系统振动特性理论及试验研究做了大量的工作;Castanier 和 Pierre^[12]总结了基于有限元的各种模型建模原理及其在叶盘失谐识别、灵敏度分析和受迫响应预测的方法;在国内,廖海涛等^[13]开展了失谐叶盘系统振动局部化理论与实验分析;白斌等^[14]论述了整体叶盘结构失谐振动的国内外研究状况;王红军等^[15]开展了基于集中参数模型的失谐叶盘系统的受迫振动特性探究;袁惠群等^[16-18]在失谐叶盘系统的动力学特性及失谐叶片减振优化排布等方面进行了研究.但上述研究中没有明确给出系统的失谐叶盘研究方法及振动关键因素的影响.本文针对现有叶盘系统设计与分析的瓶颈,以及叶盘榫接触非线性等因素的影响,采用自由界面子结构-固定界面预应力模态综合超单元法与基于叶片静频试验、二分法及有限元分析相结合的失谐参数识别方法,研究某级压气机失谐叶盘系统振动特性与平均频率、刚度比及频率转向等关键因素.

1 子结构模态综合超单元法与非线性榫接触叶盘模型

当前,研究叶盘系统主要采用整体结构和子结构模态综合法进行有限元分析,本文利用软件 UG 建立旋转叶盘系统模型,通过有限元软件 ANSYS 建立叶盘系统的子结构有限元模型,采用自由界面子结构-固定界面预应力模态综合超单元法(以下称子结构模态综合超单元法),对某级压气机叶盘系统的振动响应特性进行分析,整体叶盘与基本扇区子结构有限元模型见图 1,谐调系统参数见表 1.

应用自上而下的子结构分析方法可以避免结构建模与动力学分析等方面的难点,首先对整体结构采用预应力分析,之后将其拆分为一定数量的子结构,并且生成、使用与扩展超单元.但此法对于简单结构且网格与节点数较少的模型比较适

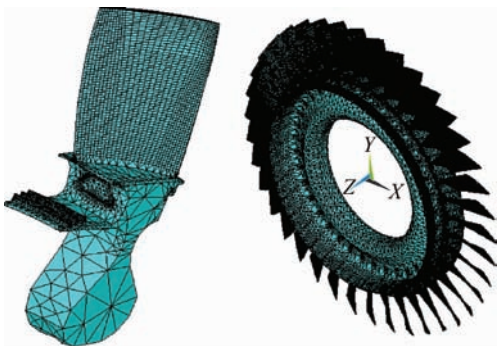


图 1 整体叶盘与基本扇区有限元模型
Fig. 1 Finite element model of whole blade-disk and basic sector

表 1 谐调系统参数
Table 1 Parameters of tuned system

模型	弹性模量/ 10^{11} Pa	密度/ (kg/m^3)	泊松比
叶片	1.135	4 380	0.3
轮盘	1.15	4 640	0.3

合,而失谐叶盘系统结构复杂且网格及节点很多,计算耗时高,如果考虑叶片榫头与轮盘榫槽的非线性接触关系,分析将变得更加困难.为此,本文提出一种近似的分析方法,即子结构模态综合超单元法.针对叶盘系统的分析思路为:首先建立叶盘基本扇区有限元模型,应用自下而上的子结构分析方法,对于叶盘单个扇区两侧面出口位置处主自由度采用固定约束,并加载离心载荷(转速为 $14\,675\text{ r}/\text{min}$),之后对于失谐叶盘系统的单个扇区分别进行叶盘绑定与叶盘接触情况下的预应力分析.其次,开启预应力设置,解除基本扇区两侧面主自由度的固定约束,进行自由界面子结构模态综合超单元生成,基于超单元嵌套技术生成多级超单元.再次连接超单元并进行整体叶盘系统模态与动态响应研究.最后将超单元主自由度模态与动态响应凝聚解分级扩展到超单元内每个自由度上,得到叶盘结构每个自由度模态及动态响应的完整解,至此分别完成生成、使用及扩展部分.其具体流程见图 2.

为了检验该方法的分析精度,现对于同一工作条件的叶盘系统分别采用循环对称分析法及本文提出的子结构模态综合超单元法求解无量纲动频,计算结果列于表 2,可见,随着节径数的增加,两种方法的误差逐渐变小,其最大误差为 3.07% ,满足分析精度的要求.

但由于试验测试叶盘系统与低频共振叶盘系统一弯族无量纲动频范围为 $1.0736\sim1.2269$,超出了绑定(bonded)接触时的范围,因此叶盘榫接

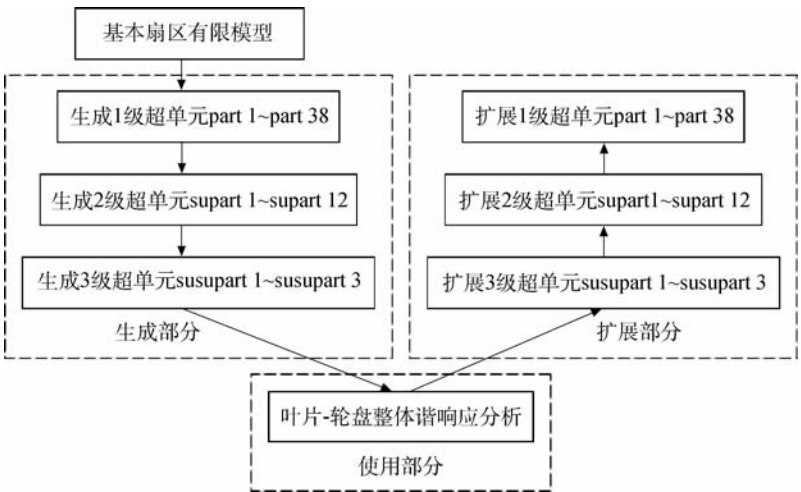


图 2 动态响应分析过程
Fig. 2 Analytical course of dynamic response

表 2 精度验证

Table 2 Accuracy verification

节径数	无量纲动频		误差/ %
	循环对称 结构分析	子结构模态 综合超单元	
0	1.158	1.122	3.072
1	1.178	1.167	0.969
2	1.195	1.187	0.663
3	1.206	1.200	0.473
4	1.214	1.209	0.375
5	1.220	1.216	0.318
6	1.223	1.220	0.270

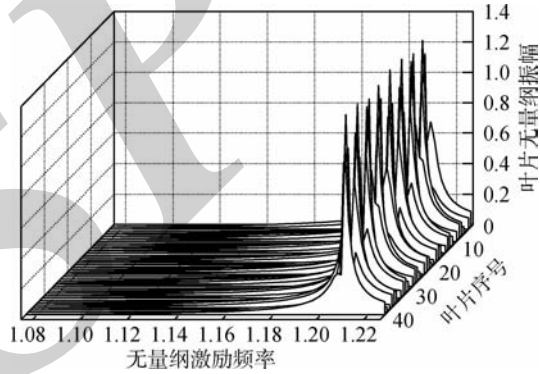


图 4 绑定谐调系统叶片幅频曲线
Fig. 4 Amplitude-frequency curve of blades under the bonded tuned system

触的影响须考虑,图 3 和图 4 分别为考虑榫接触 (standard)和绑定(bonded)时谐调系统叶片幅频曲线,表明绑定的计算误差较大,动频明显偏大.同时从叶片振动幅值上可见与 standard 接触谐调系统动态响应结果较 bonded 谐调系统最大幅

值共振频率左移,即共振频率变小,同时系统幅频曲线出现双共振峰,最大幅值变小.这是由于 bonded 接触的接触刚度大于 standard 接触的接触刚度,使得 bonded 接触谐调系统的刚度大于 standard 接触谐调系统的刚度,造成共振频率与最大幅值等振动特性的变化.

综上所述,本文定义叶盘榫接触面的摩擦因数为 0.1,接触形式设置为 standard 接触.基于隐式算法,采用增广的拉格朗日法进行有限元离散求解接触问题.

2 失谐参数识别

在实际计算中,准确识别失谐叶盘系统叶片间差异是动力学研究基础.本文基于单个叶片的弹性模量 E_j 定义独立扰动系数 P_j 来表征失谐,即

$$E_j = E_0(1 + P_j) \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

本文假设轮盘是谐调的结构, j 为叶片的序号, N 为转子叶片数,这里 $N=38$, E_0 为谐调叶片

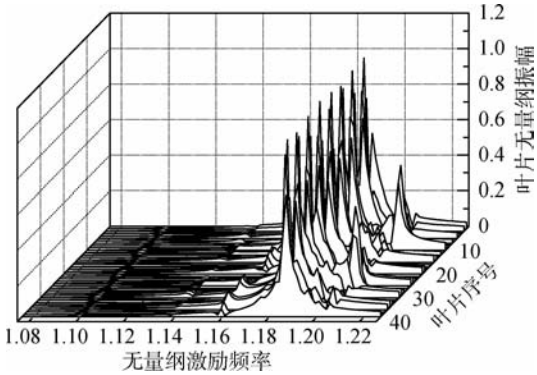


图 3 考虑榫接触影响的谐调系统叶片幅频曲线
Fig. 3 Amplitude-frequency curve of blades in tuned system on considering tenon contacting influence

的弹性模量,定义 P_j 为失谐识别参数,此时只考虑叶片参数的改变.同时,失谐参数 P_j 虽然不能完全表征出模型的几何尺寸、质量等属性的失谐,但其可以从等效弹性值方面模拟失谐,由此从定量角度定义单个叶片结构的失谐.另外,失谐参数 P_j 是具有明确含义的物理量,在有限元模型中可找到对应量,因此在应用子结构模态综合分析时,即可将单个叶片的任意刚度部分作为子结构,从而提高与之对应的失谐参数的自主性,式(1)表示定义单个叶片的整体刚度为子结构,每个叶片均引入特定的失谐参数 P_j .

对于识别失谐参数 P_j 的方式,本文提出一种结合试验与有限元分析的近似方法.基于叶片静态频率试验、数值方法并结合有限元分析的失谐叶片参数识别近似方法,基本流程如图 5 所示.

- 1) 利用共振测试法获得单个叶片的第 1 阶弯曲固有频率.
- 2) 根据建立的叶片三维有限元模型,限定弹性模量范围,约束叶片与轮盘榫连接接触面上全部节点所有方向位移,通过有限元方法求解叶片模态.
- 3) 求解极限弹性模量时对应的叶片第 1 阶弯曲固有频率;然后利用二分法进行迭代求解,对比叶片第 1 阶弯曲固有频率与叶片静态频率检验

获得的结果,当两者的差距小于 0.01 时判定收敛,由此得到叶片试验结果与失谐弹性模量的对应关系;最后,选择一些叶片进行前述分析工作,得到与叶片静态固有频率对应的失谐弹性模量,数据拟合求得单个叶片失谐弹性模量与试验结果之间关系,进而求得叶片试验静频相对应的所有失谐量.

基于图 5 所示失谐参数识别的基本流程,利用软件 MATLAB 与 ANSYS 联合求解,获得叶片失谐弹性模量变化情况如图 6 所示.通过失谐弹性模量与第 1 阶固有频率关系曲线发现,两者可以通过线性拟合,其表达式为

$$E_j = -111605.80952 + 225126.28292 \cdot (F_j/F)$$

(2)

式中 E_j 为失谐弹性模量(单位:MPa), F_j 为各叶片一弯静频测试值, F 为谐调叶片(与材料弹性模量 E_0 相对应)一弯静频测试值.由于按照图 5 所示的失谐参数识别流程计算过于繁琐,为节省时间,对于相同材料其他失谐叶片进行失谐参数识别时,只需要将其第 1 阶弯曲静态频率检验结果直接带入到上述拟合的表达式中,求解得到与之对应的失谐弹性模量.该结论具有普遍性,适用于各级叶盘系统失谐参数的识别.

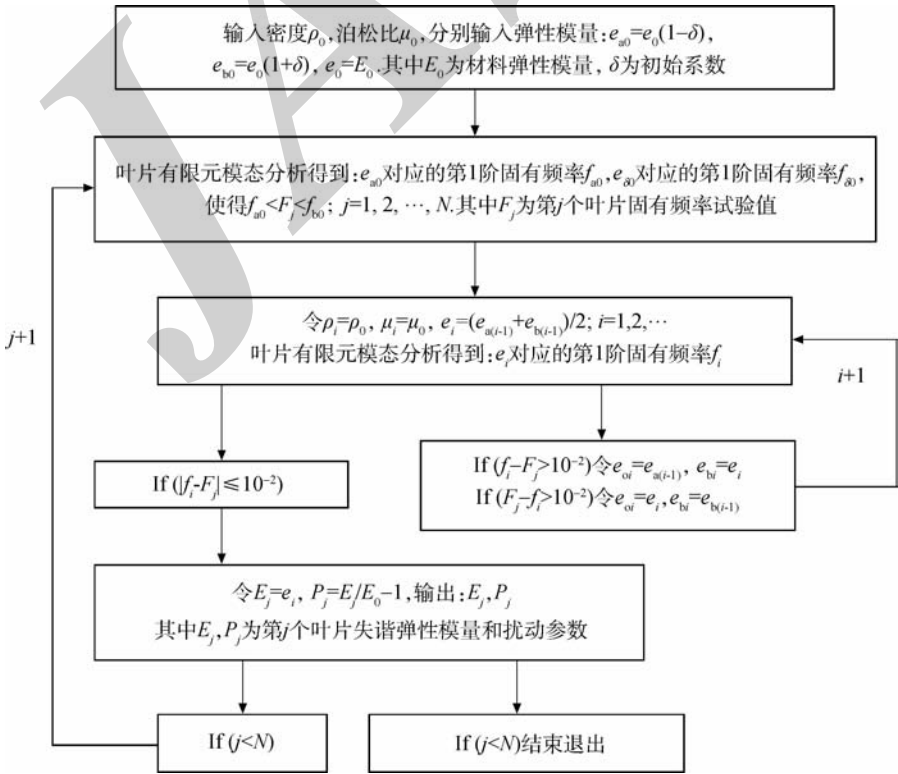


图 5 失谐叶片识别流程图

Fig. 5 Flow diagram of mistuned blade identification

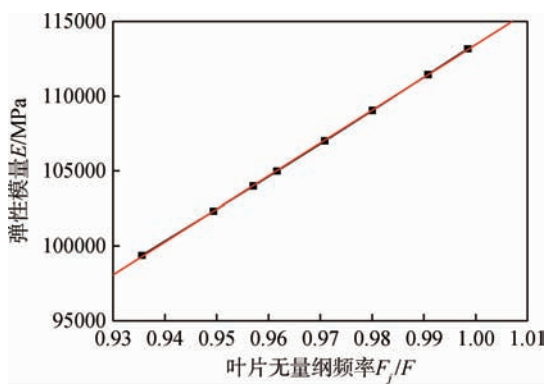


图 6 第 1 阶固有频率与失谐弹性模量线性拟合图

Fig. 6 Linear fitting curve of first-order frequency and mistuned elastic modulus

3 激振力简化模型

压气机叶盘系统工作环境恶劣,真实的受力情况很复杂,想要对其进行动力学分析,便需要抽象出可以表征的基本受力情况,叶片承受气动载荷假设并简化为单点激励的形式,在单个叶片叶尖前缘的相同节点上施加该气动载荷.其动力学表达式为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{u}(t) = \mathbf{F}(t) \tag{3}$$

式中 $\mathbf{M}$ 为质量矩阵, $\mathbf{C}$ 为阻尼矩阵, $\mathbf{K}$ 为刚度矩阵, $\mathbf{F}(t)$ 为激振力向量. 行波激振力 $\mathbf{F}(t)$ 的第 i 个分量表示为

$$F_i = F_i^0 \sin(\omega t + \phi_i) \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{4}$$

式中 N 和 ω 是叶片数与激励频率, F_i^0 和 ϕ_i 是第 i 个叶片上激振力幅值与相位角, ϕ_i 表示为

$$\phi_i = 2\pi E(i-1)/N \quad i = 1, 2, \dots, N \tag{5}$$

式中 E 为激励阶次.

动力学分析中,激励越大,响应幅值越大,通过计算吸力面与压力面压强之差,在叶片表面积分求力再估算取整,即 $F_i^0=8$,压气机叶盘转子系统的阻尼比较低,这里定义模态阻尼比为 $\zeta=0.1\%$. 本文采用简谐形式气动激振力分布,由于相邻叶片间存在一定的相位角,激励阶次影响数值大小. 因此求解激励阶次是获得叶盘结构的气动激振力核心问题.

假定叶盘系统转、静子叶片数为 N, N_s , 则激励相位差为 φ_e 可以表示为

$$\varphi_e = \frac{2\pi N_s}{N} \tag{6}$$

另外,激振力阶次 E 和转子叶片数 N 还同时决定了振动振型相位差 φ_v , 可表示为

$$\varphi_v = \frac{2\pi E}{N} \tag{7}$$

根据三重点理论,谐波阶数、频率及节径数三者相同将导致共振,此时激振力阶次与节径数相等是产生共振的必要条件,该条件等价于振型相位差和激励相位差满足如下关系:

$$\varphi_e = 2k\pi \pm \varphi_v \tag{8}$$

式中 $k=0, 1, 2, 3, \dots$.

于是

$$\varphi_e = \varphi_v + \frac{2\pi}{N}(N_s - E) \tag{9}$$

当静子叶片数大于转子叶片数时,若激励阶次满足如下关系:

$$E = N_s - N \tag{10}$$

则

$$\varphi_e = \varphi_v + 2\pi \tag{11}$$

引起共振,需要满足式(8)所示关系. 本文定义转子叶片数 $N=38$, 静子叶片数 $N_s=42$, 两者相差可得到激振力阶次 $E=4$.

4 叶片平均频率影响

为反映叶片整体频率特性对于失谐系统影响,现分析不同叶片平均频率下叶盘振动特性. 平均频率具体变化方式为:在轮盘刚度值为定值情况下,38 个叶片按照图 7 所示的叶盘系统失谐排布方案,获得 38 个叶片频率的平均值,即平均频率. 以图 7 的分布为基本分析对象,叶片频率按照原有排布,相同序号叶片频率相差一定的频差,即可获得其他平均频率情况下叶片无量纲失谐量,给叶盘系统赋予不同的平均频率值.

图 8 给出了不同平均频率下叶片无量纲幅值随激励频率分布,可以发现,随着平均频率的增大,系统共振峰减少,共振区域变窄,共振峰峰值变大,但整体共振频率范围变化不大;图 9 和图 10 分别为不同平均频率下各叶片无量纲幅值和

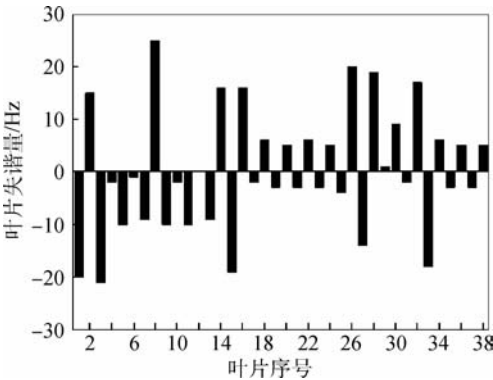


图 7 叶片失谐量

Fig. 7 Mistuned amount of blades

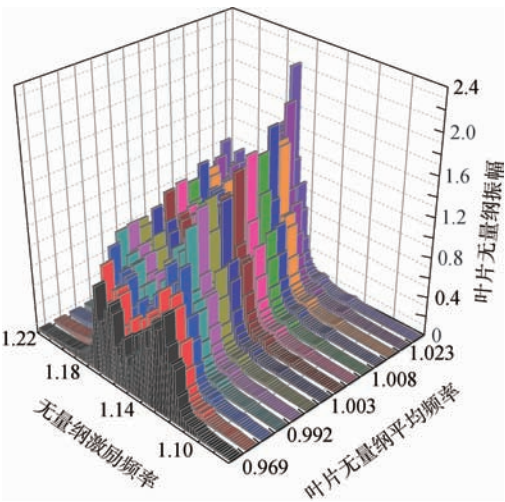


图 8 不同平均频率下叶片振幅-激励频率分布
Fig.8 Vibration amplitude-excitation frequency distributions of blades under different average frequencies

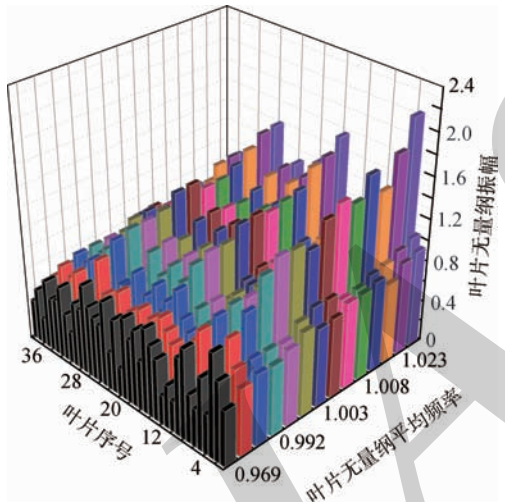


图 9 不同平均频率下各叶片振幅分布
Fig.9 Vibration amplitude distributions of blades under different average frequencies

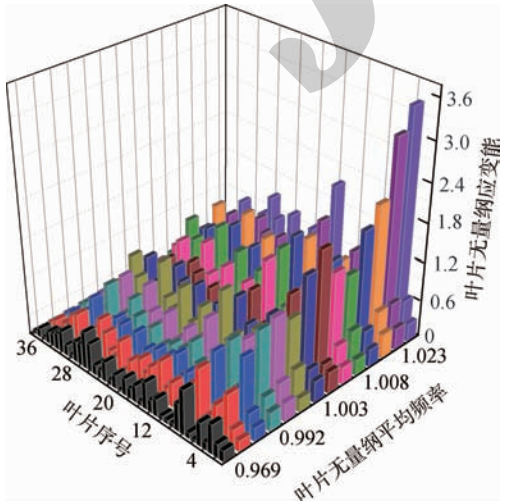


图 10 不同平均频率下各叶片应变能分布
Fig.10 Strain energy distributions of blades under different average frequencies

应变能分布柱状图,随着平均频率的增大,叶片无量纲幅值变大、应变能大幅度提高,同时不同叶片之间幅值和应变能差距变大,反映出平均频率的增大导致了振动局部化程度的加剧。

5 叶盘刚度比影响

失谐叶盘振动主要考虑叶片与轮盘的耦合振动,为分析叶片与轮盘刚度对于失谐系统的作用,现给定叶片刚度,通过改变轮盘刚度,探究不同叶片与轮盘刚度比情况对失谐叶盘系统振动的影响规律。

图 11 对比分析了不同轮盘刚度比情况下的叶片幅频特性,随着刚度比的增大,系统主共振峰左移,所对应的共振频率变小,同时次共振峰逐渐消失;图 12 和图 13 分别为不同刚度比情况下各叶片无量纲幅值和应变能分布柱状图,可以看出,随着刚度比的增大,叶片无量纲幅值交替变化,同时不同叶片之间幅值差距具有随机性;刚度比的

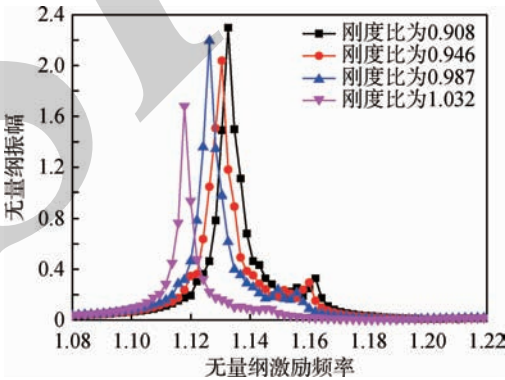


图 11 不同刚度比下叶片幅频特性曲线
Fig.11 Amplitude-frequency characteristics curves of blades under different stiffness ratios

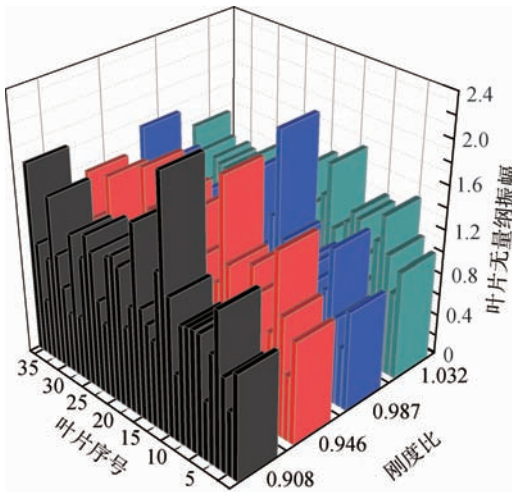


图 12 不同刚度比下各叶片振幅分布
Fig.12 Vibration amplitude distributions of blades under different stiffness ratios

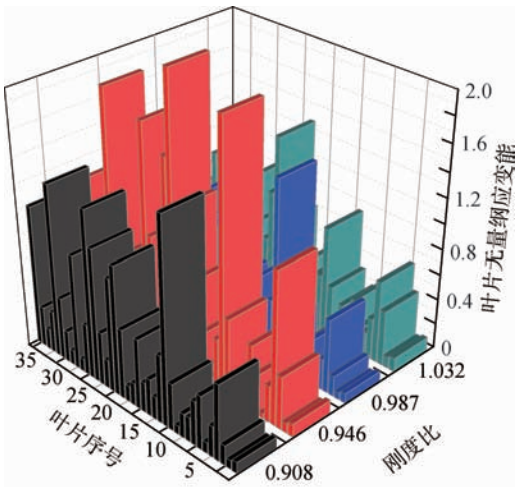


图 13 不同刚度比下各叶片应变能分布
Fig. 13 Strain energy distributions of blades under different stiffness ratios

增加使得叶片应变能先变大后减小,叶片间应变能差距也是先变大后减小,都说明了刚度比的增加影响失谐系统振动局部化的程度。

6 频率转向特性影响

针对上述谐调叶盘系统计算了前 120 阶模态,获得的固有频率与阶次的无量纲值如图 14 所示。可见,随着阶次的增加,固有频率大致分为 3 个近似水平的区域和两个爬升区域,在水平区域频率高度密集,叶片主导振动模态;两个爬升区域频率极剧改变,此时即为频率转向区域,轮盘主导振动模态。

图 15 为谐调叶片-轮盘系统频率转向特性曲线,可看出模态族 1 的频率都集中在近似水平线的频率附近,水平线表示叶盘的应变能主要在叶片上,节径数的增加对整个叶盘的固有频率影响较小,模态为叶片模态占优;模态族 2 和模态族 3 的 0~5 节径构成了斜线,表示叶盘的振动能量主要集中在轮盘上,节径数的增加会改变轮盘的刚度,因此对整个叶盘的固有频率影响较大。在该斜线上的模态为轮盘模态占优。由 0~5 节径处构成了频率转向区域,发生了频率转向。

由图 16 可知,模态族 1 的应变能在 0~19 节径的整个区域内没有显著的变化。同时,在 1 节径对应的频率处,模态族 2 的应变能达到最大值,最大应变能位置为轮盘上,在频率转向区域(0~5 节径),随着节径数的增加,应变能数值逐渐下降;当远离转向区域后应变能变化的幅度不大,逐渐趋于平坦,叶盘系统的应变能逐渐转移到叶片上。

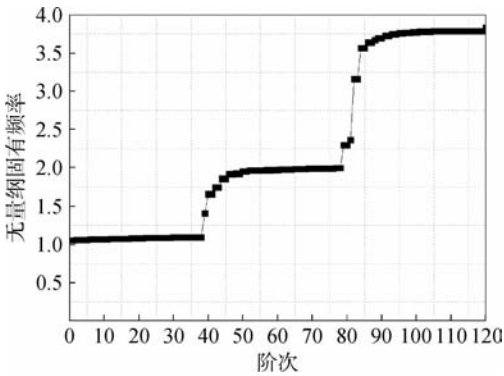


图 14 无量纲纲频曲线
Fig. 14 Dimensionless dynamic frequency curve

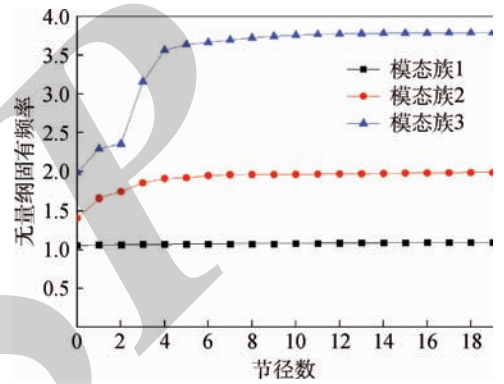


图 15 频率转向特性曲线
Fig. 15 Frequency shift characteristic curve

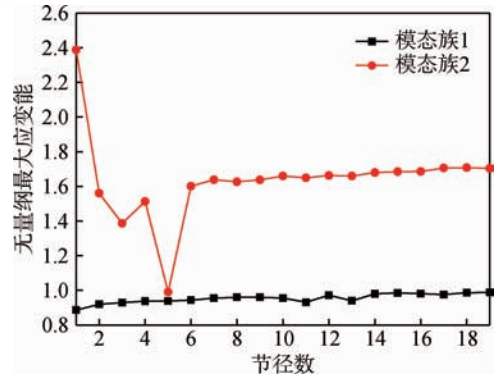


图 16 叶盘系统不同模态族应变能曲线
Fig. 16 Strain energy of blade-disk system under different modal group curves

另一方面,频率转向对失谐条件下的叶盘系统受迫振动响应会产生很大的影响,特别是在频率转向区域范围。由于失谐破坏了整体结构的周期对称性,使固有频率的特征对产生分离。因此,当激振力频率在频率转向区域时,激振力将会激起更多的失谐系统模态参与振动响应,从而产生较大的失谐叶盘系统的振动响应幅值。

下面计算了谐调叶盘系统强迫振动响应与标准差分别为 1%,5%和 8%情况下的失谐叶盘系

统强迫振动响应. 选取上述各节径对应的频率定义为激励频率, 分别对谐调与失谐系统进行动力学响应研究, 得到叶片无量纲最大应变能与节径数之间的关系, 如图 17~图 19 所示.

的叶片应变能主要集中在 4 节径附近, 此时谐调叶盘系统的叶片应变能较大, 失谐叶盘系统的叶片的应变能较小; 在 1~3 节径处, 叶盘系统的叶片的应变能较小, 由于模态族 2 的频率转向区域为 0~5 节径, 叶盘系统的应变能主要集中在轮盘上, 此时轮盘振动占优, 随着节径数的增大, 逐渐转变为叶片振动占优.

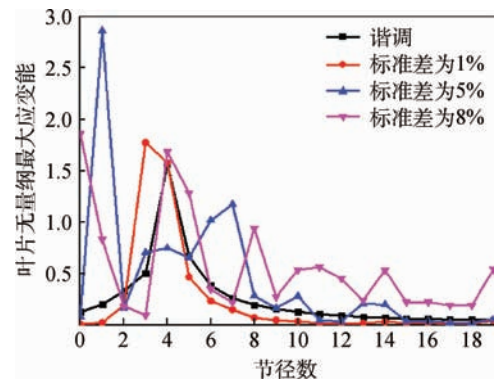


图 17 不同标准差激励阶次在 1~18 阶内模态族 1 的最大应变能
Fig. 17 Maximum strain energy of modal group 1 when excitation order is equal 1 to 18 in different standard deviations

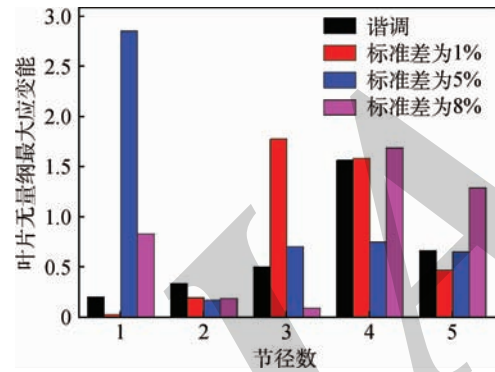


图 18 不同标准差节径数等于 1~5 时模态族 1 的最大应变能
Fig. 18 Maximum strain energy of modal group 1 when nodal diameter mode is equal 1 to 5 in different standard deviations

从图 17 和图 18 可知, 随着节径数的增大, 叶片模态族 1 应变能数值逐渐降低, 叶片应变能较大数值主要集中在 0~5 节径附近. 谐调叶盘系统的应变能在 4 节径处叶片应变能达到最大值, 且只有一个峰值, 当激励频率在 4 节径对应的频率处易产生共振. 对于失谐叶盘系统, 当失谐标准差为 1% 时, 应变能有两个较大的峰值, 在 3 节径和 4 节径处; 当标准差为 5% 时, 较大的峰值变多, 共振带变宽, 最大峰值在 1 节径频率处; 当标准差为 8% 时, 共振带进一步变宽, 最大峰值在 0 节径和 4 节径频率处.

从图 19 可知, 当激励阶次为 4 时, 模态族 2

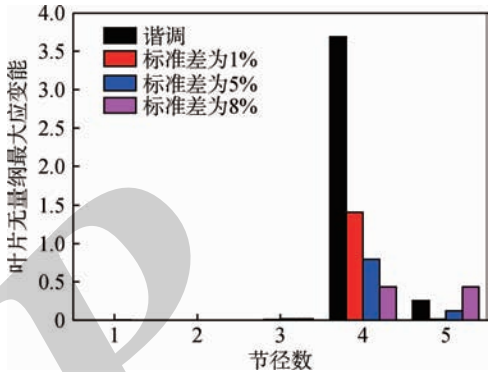


图 19 不同标准差激励阶次等于 1~5 时模态族 2 的最大应变能
Fig. 19 Maximum strain energy of modal group 2 when excitation order is equal 1 to 5 in different standard deviations

7 结 论

本文基于某级压气机叶盘基本扇区, 构建了考虑非线性榫接触的叶片轮盘系统有限元动力学模型, 提出了基于试验、数值方法以及有限元分析与自由界面子结构-固定界面预应力模态综合超单元近似法相结合的失谐参数识别方法, 探究了叶片平均频率、叶盘刚度比与频率转向等关键因素对于失谐振动的影响. 研究表明: 绑定接触超出低频共振叶盘系统一弯族动频范围且动频计算结果误差较大, 因此非线性榫接触问题不可忽略; 提出的超单元法与循环对称方法相比的精度随着节径数增加相对误差逐渐变小, 最大为 3.07%, 满足设计精度要求; 对于失谐振动关键因素, 随着平均频率的增大, 叶片无量纲幅值与应变能变大, 同时不同叶片之间差距变大, 反映出平均频率的增大导致了振动局部化程度的加剧; 刚度比的变化也会导致幅值与应变能的相应变化; 对于谐调系统模态族 1, 叶盘整体结构强迫振动主要由叶盘系统贡献, 对于模态族 2 和模态族 3, 在 0~5 节径对应的频率附近, 叶盘整体结构强迫振动主要由轮盘贡献, 6~19 节径对应的频率附近由叶片贡献. 针对失谐系统模态族 1 随着节径数的增大, 叶

片的应变能逐渐降低,随着失谐标准差的增大,共振带变宽,模态族2在频率转向区域应变能主要集中在轮盘上,并随节径的增大逐渐转移到叶片上。

参考文献:

- [1] Ewins D J, Imregun M. Vibration modes of packeted bladed disks[J]. Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, 1984, 106(2): 175-180.
- [2] Wei S T, Pierre C. Localization phenomena in mistuned assemblies with cyclic symmetry: Part 2 forced vibrations[J]. Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design, 1988, 110(4): 439-449.
- [3] Pierre C, Murthy D V. Aeroelastic modal characteristics of mistuned blade assemblies: mode localization and loss of eigenstructure[J]. AIAA Journal, 1992, 30(10): 2483-2496.
- [4] Ottarsson G, Pierre C. A Transfer matrix approach to free vibration localization in mistuned bladed assemblies[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 197(5): 589-618.
- [5] Petrov E P, Ewins D J. Analysis of the worst mistuning patterns in bladed disk assemblies[J]. Journal of Turbo-machinery, 2003, 125(4): 623-631.
- [6] Petrov E P, Sanliturk K Y, Ewins D. J. A new method for dynamic analysis of mistuned bladed disks based on exact relationship between tuned and mistuned systems [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2002, 122(3): 586-597.
- [7] Petrov E P, Sayma A I. Forced response variation of aerodynamically and structurally mistuned turbo-machinery rotors[R]. ASME Paper GT2006-90948, 2006.
- [8] Sever I A, Petrov E P, Ewins D J. Experimental and numerical investigation of rotating bladed disk forced response using underplatform friction dampers[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2008, 130(4): 042503. 1-042503. 11.
- [9] Nikolic M, Petrov E P, Ewins D J. Robust strategies for forced response reduction of bladed disks based on large mistuning concept[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2008, 130(2): 022501. 1-022501. 11.
- [10] Petrov E P. Reduction of forced response levels for bladed discs by mistuning: overview of the phenomenon [R]. ASME Paper GT2010-23299, 2010.
- [11] Petrov E P. A method for forced response analysis of mistuned bladed disks with aerodynamic effects included[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2010, 132(6): 062502. 1-062502. 10.
- [12] Castanier M P, Pierre C. Modeling and analysis of mistuned bladed disk vibration: status and emerging directions [J]. Journal of Propulsion and Power, 2006, 22(2): 384-396.
- [13] 廖海涛, 王建军, 李其汉. 随机失谐叶盘结构失谐特性分析[J]. 航空动力学报, 2010, 25(1): 160-168.
LIAO Haitao, WANG Jianjun, LI Qihan. Mistuning characteristics analysis of mistuned bladed disk assemblies [J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(1): 160-168. (in Chinese)
- [14] 白斌, 白广忱, 童晓晨, 等. 整体叶盘结构失谐振动的国内外研究状况[J]. 航空动力学报, 2014, 29(1): 91-103.
BAI Bin, BAI Guangchen, TONG Xiaochen, et al. Research on vibration problem of integral mistuned bladed disk assemblies at home and abroad [J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(1): 91-103. (in Chinese)
- [15] 王红建, 贺尔铭, 余仕侠. 具有干摩擦散乱失谐的叶盘受迫响应特性[J]. 航空动力学报, 2006, 21(4): 711-715.
WANG Hongjian, HE Erming, YU Shixia. Forced response characteristics of bladed disks with disordered dry friction [J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(4): 711-715. (in Chinese)
- [16] 袁惠群, 张亮. 基于蚁群算法的航空发动机失谐叶片减振排布优化分析[J]. 振动与冲击, 2012, 31(11): 169-172.
YUAN Huiqun, ZHANG Liang. Optimization of mistuning blades arrangement for vibration absorption in an aero-engine based on artificial ant colony algorithm [J]. Journal of Vibration and Shock, 2012, 31(11): 169-172. (in Chinese)
- [17] 袁惠群, 杨少明. 基于蚁群算法和模态局域化参数的失谐叶盘减振研究[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2010, 31(11): 1611-1614.
YUAN Huiqun, YANG Shaoming. Vibration reduction of mistuned blade disc by ant colony algorithm and modal localization parameter [J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2010, 31(11): 1611-1614. (in Chinese)
- [18] 袁惠群, 张亮. 航空发动机转子失谐叶片减振安装优化分析[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(5): 647-651.
YUAN Huiqun, ZHANG Liang. Optimization analysis on mistuning blades of vibration absorption in aero-engine [J]. Journal of Vibration, Measurement and Diagnosis, 2011, 31(5): 647-651. (in Chinese)

(编辑:王碧珺)