

含间隙折叠舵面的主共振响应分析

刘 芳^{1,2}, 丁 千^{1,2}

(1. 天津大学 机械工程学院, 天津 300072;

2. 天津大学 天津市非线性动力学与混沌控制重点实验室, 天津 300072)

摘 要: 研究了含间隙折叠舵面的主共振响应. 建立具有沉浮和俯仰间隙的二元舵面振动微分方程, 两个运动方向受到同频简谐外激力. 采用平均法求解系统的主共振周期解, 结合数值法对方程组进行数值求解, 研究系统主共振, 得到振动幅频响应曲线. 分析间隙、外激力、固定预载对于折叠舵面主共振的影响, 结果表明: 随着间隙增大, 主共振响应曲线整体向左移动, 非线性特点越来越突出, 开始出现振幅跳跃和滞后现象; 随着外激力增大, 间隙范围内响应所占比例降低, 非线性的影响也随之降低, 系统振动特点接近线性; 随着固定预载增大, 共振形态变化较大.

关 键 词: 主共振; 间隙; 折叠舵面; 平均法; 外激力

中图分类号: V215

文献标志码: A

Primary resonance response analysis on folding rudder with gaps

LIU Fang^{1,2}, DING Qian^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering,

Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Tianjin Key Laboratory of Nonlinear Dynamics and Chaos Control,

Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract: Primary resonant response of a folding rudder with gaps was investigated. The vibration equations of a folding rudder with gaps both in up-down and pitch directions were established. Harmonic external excitation forces with same frequency were considered in these two directions of motion. The primary resonant periodic solution of the system was analyzed by the average method. Combining with numerical solution, the amplitude-frequency response curves were presented, and the influence of gap, external excitation force, preload on primary resonance of rudder were discussed. Influences of gap, external excitation force and preload on the primary resonance of folding rudder were investigated. The results show that, as the gap increases, the overall main resonance response curve shifts leftwards; non-linear characteristic is more prominent, amplitude jump and hysteresis amplitude appear. With the increase of external excitation force, the proportion of response in the gap range is reducing in line with the nonlinear effects, the vibration characteristic of the system is nearly linear; with increase of fixed preload, the resonance shape changes greatly.

Key words: primary resonance; gap; folding rudder; average method; external excitation force

收稿日期: 2015-04-10

基金项目: 国家自然科学基金(11272228, 11332008); 天津市自然科学基金(13JCZDJC34900)

作者简介: 刘芳(1989—), 女, 河北保定人, 硕士生, 主要从事舵面振动研究.

通讯作者: 丁千(1963—), 男, 安徽萧县人, 教授, 博士, 主要从事非线性动力学研究. E-mail: qding@tju.edu.cn

飞行器舵面/翼段气动弹性问题中的非线性因素主要来自结构、气动和伺服系统. 为了满足存储、运输过程中节省空间的要求, 某些导弹弹翼、舰载飞机机翼会采用折叠舵面/翼段结构. 在折叠舵面铰链连接处不可避免存在的间隙会改变舵面的刚度特性, 并影响其气动弹性性能. Lee 和 Chen^[1] 针对折叠变形机翼进行了响应分析, 发现由于两个弦向位置具有双线性刚度特性, 结构会产生极限环振荡. Abbas, Kim 等^[2-3] 分别研究了具有两向间隙的二元机翼在跨/低超声速和超/高超声速下的非线性气弹问题. Dimitriadis^[4] 用数值积分的方法系统分析了亚声速流中非线性机翼的分岔及分岔后的动力学特性. 赵永辉、胡海岩^[5] 分析了亚声速不可压缩流作用下, 带有操纵面间隙非线性的翼段结构颤振问题. Ding 等^[6] 应用改进的胞映射方法, 研究了扰动对双线性翼段结构气弹响应的影响, 发现大的扰动可以引起混沌运动.

气动颤振频率通常是舵面结构的最低阶固有频率^[7]. 结构间隙的零刚度区对固有频率有很大影响, 并进一步影响颤振失稳阈值和分岔类型的估算. 工程上一般采用模态振动实验, 以施加周期信号扫频激励方式, 获得含间隙结构的固有频率、振型等模态特性^[8]. 例如, 刘兵山、燕瑛^[9] 对机翼盒段结构模型进行了模态分析和实验, 为低速风洞中高速飞机机翼颤振实验奠定了基础. 由于存在间隙, 系统属于分段线性的非线性振动系统. 为消除间隙影响, 通常会在扫频实验时施加一定程度的固定预载荷. 尽管如此, 共振幅频响应仍可能有非线性特征(曲线拐弯、振幅跳跃等), 因此按照线性模态方法获得的模态参数(特别是频率)往往重复性差、估值分散. 应用非线性振动方法对含间隙舵面结构进行共振分析, 对于确定系统模态特点有重要作用.

间隙非线性是一种不连续、不可微的函数, 具有强非线性的性质^[10-11]. 在非线性振动解析方法中, 平均法、谐波平衡法^[12]、增量谐波平衡法^[13]、描述函数法等都可以很好地处理分段线性问题. 丁千等^[14] 应用平均法, 研究了一类非自治滞后-自激系统的主共振与锁模现象. 李道春和向锦武^[15-16] 用谐波平衡法研究了迟滞非线性机翼高阶分量引起的高次分岔.

对于翼段气动弹性问题的研究已经非常多, 本文将着重分析舵面主共振情况, 应用平均法求解含间隙折叠舵面的主共振周期解, 同时应用数值法对方程组进行求解^[17]. 通过主共振分析, 得

到幅频振动响应曲线并分析间隙、外激力、固定预载等对主共振的影响, 为进一步研究含间隙折叠舵面的气弹响应和结构参数设计提供理论依据.

1 力学模型

对于舵面/翼段非线性颤振的研究, 大都是针对具有沉浮位移 h 和俯仰角 α 的两自由度二维模型^[18-19], 如图 1 所示. 图中 $2b$ 为翼段弦长; D, G 分别为几何中心、重心; E 为翼段刚心, 该点连接一个扭转弹簧和一个沉浮弹簧. 图 2 表示典型的舵面与舵轴连接处的细节图, 当翼段发生振动时, 沉浮方向上, 以销钉为轴振动, 在与铰链发生碰撞接触以前, 有 $2b_1$ 的零刚度段; 俯仰方向上, 当发生振动时, 销钉轴首先会有扭转接触刚度, 当扭转位移达到 $2b_2$ 时, 在铰链处也发生扭转接触碰撞. 图 2 中 $2h_a$ 为销钉轴宽度, d_1 为销钉轴长度, d_2 为销钉轴与重心截面距离, d_3 为销钉轴与铰链轴距离, $2b_1, 2b_2$ 分别为翼段沉浮和俯仰间隙量.

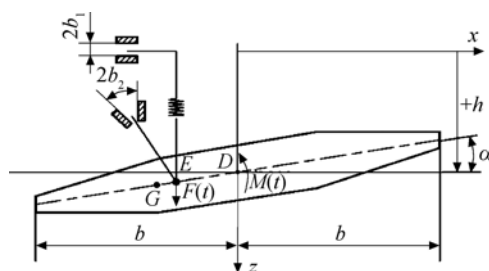


图1 机翼结构图

Fig. 1 Schematic diagram of the airfoil

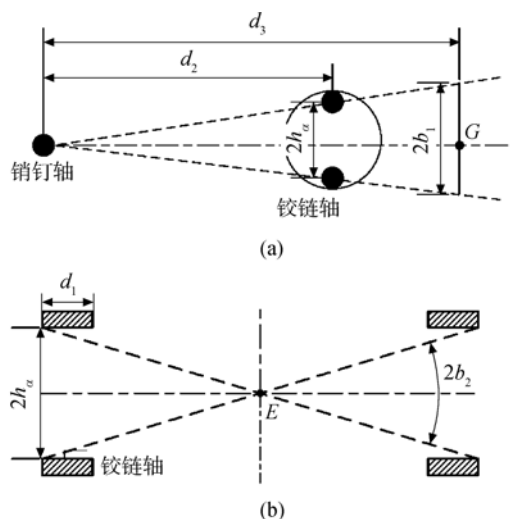


图2 典型舵面与舵轴连接处细节图

Fig. 2 Details of typical connection between rudder and rudder axis

沉浮和俯仰方向的弹性恢复力如图 3 所示, 用如下分段线性函数 $f(h)$ 和 $g(\alpha)$ 分别描述. 其中 k_h 表示沉浮刚度, k_{a0} 表示扭转接触刚度, k_a 表示扭转刚度.

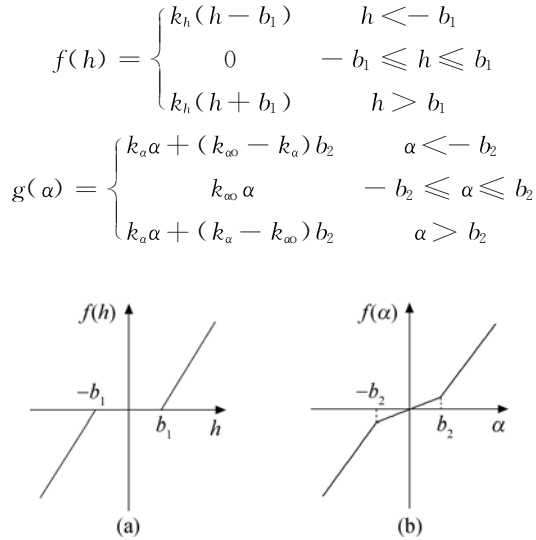


图 3 非线性恢复力

Fig. 3 Nonlinear restoring force

翼段的主共振频率, 一般通过在实验室进行台架实验得到. 此时施加在翼段沉浮和俯仰方向上的外激力为同频简谐力. 由 Lagrange 方程推导

$$\left. \begin{aligned} \ddot{\alpha} + K_{14} k_h h - K_{15} k_a \alpha &= \epsilon [K_{11} \cos(\Omega t) - K_{12} \dot{h} + K_{13} \dot{\alpha} - K_{14} f_1(h) + K_{15} g_1(\alpha)] \\ \ddot{h} + K_{24} k_h h - K_{25} k_a \alpha &= \epsilon [K_{21} \cos(\Omega t) - K_{22} \dot{h} + K_{23} \dot{\alpha} - K_{24} f_1(h) + K_{25} g_1(\alpha)] \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中

$$\begin{aligned} K_{11} &= (S_a F - m M) / (S_a^2 - m I_a) \\ K_{12} &= S_a c_h / (S_a^2 - m I_a) \quad K_{13} = m c_a / (S_a^2 - m I_a) \\ K_{14} &= S_a / (S_a^2 - m I_a) \quad K_{15} = m / (S_a^2 - m I_a) \\ K_{21} &= F / M - (S_a^2 F - S_a M m) / (m S_a^2 - m^2 I_a) \\ K_{22} &= c_h / m - S_a^2 c_h / (m S_a^2 - m^2 I_a) \\ K_{23} &= S_a c_a / (S_a^2 - m I_a) \\ K_{24} &= 1 / m - S_a^2 / (m S_a^2 - m^2 I_a) \quad K_{25} = K_{14} \end{aligned}$$

为将振动方程组(式(3))化为以振幅、相位为未知函数的标准方程组, 设

$$h = x_1, \quad \dot{h} = x_2, \quad \alpha = x_3, \quad \dot{\alpha} = x_4$$

式(3)化为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} &= -K_{24} k_h x_1 - K_{25} k_a x_3 + \epsilon F_1 \\ \frac{dx_3}{dt} &= x_4 \\ \frac{dx_4}{dt} &= -K_{14} k_h x_1 + K_{15} k_a x_3 + \epsilon F_2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

其振动方程为

$$\left. \begin{aligned} m \ddot{h} + S_a \ddot{\alpha} + c_h \dot{h} + f(h) &= F \cos(\Omega t) \\ S_a \ddot{h} + I_a \ddot{\alpha} + c_a \dot{\alpha} + g(\alpha) &= M \cos(\Omega t) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中 m, I_a, S_a 分别表示翼段的质量、转动惯量和质量静矩; c_h, c_a 分别表示翼段沉浮和俯仰方向的阻尼; F 为外激力; M 为外激力矩; Ω 为外激力频率.

为将系统拟线性化, 取

$$\left. \begin{aligned} f(h) &= k_h h + f_1(h) \\ g(\alpha) &= k_a \alpha + g_1(\alpha) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式中

$$\begin{aligned} f_1(h) &= \begin{cases} -k_h b_1 & h < -b_1 \\ -k_h h & -b_1 \leq h \leq b_1 \\ k_h b_1 & h > b_1 \end{cases} \\ g_1(\alpha) &= \begin{cases} (k_{a0} - k_a) b_2 & \alpha < -b_2 \\ (k_{a0} - k_a) \alpha & -b_2 \leq \alpha \leq b_2 \\ (k_a - k_{a0}) b_2 & \alpha > b_2 \end{cases} \end{aligned}$$

2 主共振的平均方程

2.1 将振动方程组化为标准方程组

为研究系统的主共振, 将阻尼、弹性力的非线性部分及外激力项标以小参数, 并将式(2)带入式(1)整理得到

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= K_{11} \cos(\Omega t) - K_{12} x_2 + K_{13} x_4 - \\ &\quad K_{14} f_1(x_1) + K_{15} g_1(x_3) \\ F_2 &= K_{21} \cos(\Omega t) - K_{22} x_2 + K_{23} x_4 - \\ &\quad K_{24} f_1(x_1) + K_{25} g_1(x_3) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

采用变换

$$x_s = \sum_{j=1}^2 A_j \Psi_{sj}(\theta_j) \quad (s = 1, 2, 3, 4) \quad (6)$$

式中所引入的变量 A_1, A_2 为振幅, θ_1, θ_2 为相位, 它们都是时间 t 的函数.

由式(4)计算得到线性化系统的沉浮固有频率(λ_1)和俯仰固有频率(λ_2)

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{1}{2} \left[(K_{15} k_a - K_{24} k_h) \mp \sqrt{(K_{24} k_h - K_{15} k_a)^2 + 4 k_a k_h (K_{14} K_{25} + K_{15} K_{24})} \right] \quad (7)$$

由派生系统与共轭方程的基础解系的正交关系得

$$\left. \begin{aligned} \frac{dA_j}{dt} &= \frac{\epsilon}{\Delta'_j} \sum_{s=1}^4 \bar{F}_s \Psi_{sj}(\theta_j) = \epsilon \Phi_j(A, \theta) \\ \frac{d\theta_j}{dt} &= \lambda_j - \frac{\epsilon}{\Delta'_j A_j} \sum_{s=1}^4 \bar{F}_s \Psi_{sj}^*(\theta_j) = \\ &\quad \lambda_j - \epsilon \Phi_j^*(A, \theta) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_j &= \frac{1}{T} \int_0^T \Phi_j dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_j d\Psi \\ -Z_j &= \frac{1}{T} \int_0^T \Phi_j^* dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Phi_j^* d\Psi \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

求解沉浮和俯仰响应的方法相同,这里只给出沉浮响应的计算过程.为了求出以上积分,令 $j=1$,首先写出 Φ_1 的表达式

$$\Phi_1 = \frac{1}{\Delta'_1} \sum_{s=1}^4 F_s \Psi_{s1}(\theta_1) \quad (10)$$

从式(8)的形式知 A_j 的导数是与小量 ϵ 成正比的量,即 A_j 是随着时间缓慢变化的函数.

2.2 共振情况的定常解

为了求主共振情况的定常解,取 $\lambda_j - \omega$ 为与小量 ϵ 同阶的小量.对式(8)采用拟等恒变换,对新变量求导,并进行一系列的推导后得

式中 $\Delta'_1 = 1 + (\lambda_1^2 - K_{24} k_h)^2 / (K_{14} K_{25} k_h k_a)$, 将式(10)代入式(9),并结合式(6)可得

$$Y_1 = \frac{1}{\Delta'_1} \left\{ \frac{1}{2} \sin(\theta_1 - \Omega t) \left[-\frac{K_{21}}{\lambda_1} + K_{11} \frac{K_{24} k_h - \lambda_1^2}{K_{14} k_h \lambda_1} \right] + \right. \\ \left. \frac{y_1}{2} \left[-K_{22} + \frac{K_{23}(K_{24} k_h - \lambda_1^2)}{K_{25} k_a} + \frac{K_{12}(K_{24} k_h - \lambda_1^2)}{K_{14} k_h} + \frac{K_{13}(K_{24} k_h - \lambda_1^2)^2}{K_{25} k_a K_{14} k_h} \right] \right\}$$

同理

$$Z_1 = \frac{1}{2\Delta'_1 y_1} \cos(\theta_1 - \Omega t) \left[\frac{K_{21}}{\lambda_1} + K_{11} \frac{\lambda_1^2 - K_{24} k_h}{K_{14} k_h \lambda_1} \right] + \frac{A_1}{2\Delta'_1 y_1} \left[-\frac{K_{24}}{\lambda_1} - \frac{\lambda_1^2 - K_{24} k_h}{k_h \lambda_1} \right] + \\ \frac{A_2}{2\Delta'_1 y_1} \left[-\frac{K_{25}}{\lambda_1} - K_{15} \frac{\lambda_1^2 - K_{24} k_h}{K_{14} k_h \lambda_1} \right] \quad (11)$$

可以得到确定的一次近似解的方程

$$\left. \begin{aligned} \frac{dA_1}{dt} &= -\delta_e(A_1) A_1 + \frac{1}{2\Delta'_1} \sin(\theta_1 - \Omega t) \left[-\frac{K_{21}}{\lambda_1} + K_{11} \frac{K_{24} k_h - \lambda_1^2}{K_{14} k_h \lambda_1} \right] \\ \frac{d\theta_1}{dt} &= p_e(A_1) - \omega - \frac{1}{2\Delta'_1} \cos(\theta_1 - \Omega t) \left[-\frac{K_{21}}{\lambda_1} + K_{11} \frac{K_{24} k_h - \lambda_1^2}{K_{14} k_h \lambda_1} \right] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

式中 $\delta_e(A_1)$ 为等效线性衰减指数, $p_e(A_1)$ 为等效线性固有频率

$$\delta_e(A_1) = -\frac{1}{2\Delta'_1} \left[-K_{22} + \frac{K_{23}(K_{24} k_h - \lambda_1^2)}{K_{25} k_a} + \frac{K_{12}(K_{24} k_h - \lambda_1^2)}{K_{14} k_h} + \frac{K_{13}(K_{24} k_h - \lambda_1^2)^2}{K_{25} k_a K_{14} k_h} \right] \\ p_e(A_1) = \lambda_1 + \frac{k_h[-1 - \xi_1(0, z_1)]}{2\Delta'_1 y_1} \left[-\frac{K_{24}}{\lambda_1} - \frac{\lambda_1^2 - K_{24} k_h}{k_h \lambda_1} \right] + \\ \frac{k_a[\beta_2 - 1 - \xi_2(\beta_2, z_2)]}{2\Delta'_1 y_1} \left[-\frac{K_{25}}{\lambda_1} - K_{15} \frac{\lambda_1^2 - K_{24} k_h}{K_{14} k_h \lambda_1} \right]$$

式中

$$\beta_2 = \frac{k_a \omega}{k_a} \quad z_1 = \frac{y_1}{b_1} \quad z_2 = \frac{y_1}{b_2} \\ \xi_1(\beta_1, z_1) = \frac{-2}{\pi z_1} \left[z_1 \arccos \frac{1}{z_1} - \sqrt{1 - \frac{1}{z_1^2}} \right] \quad \xi_2(\beta_2, z_2) = \frac{2(\beta_2 - 1)}{\pi z_2} \left[z_2 \arccos \frac{1}{z_2} - \sqrt{1 - \frac{1}{z_2^2}} \right]$$

因本文只研究在沉浮方向共振点附近的情况,在式(12)的第1式中可令 $2\lambda_1 \approx 2\omega$, 在第2式中可令 $2\lambda_1 \approx p_e(A_1) + \omega$, 并令式(12)的右端等于零,则可得到求定常解的方程

$$\left. \begin{aligned} 2\omega \delta_e(A_1) A_1 &= \frac{1}{2\Delta'_1} \sin(\theta_1 - \Omega t) \left[-K_{21} + K_{11} \frac{K_{24} k_h - \lambda_1^2}{K_{14} k_h} \right] \\ [p_e^2(A_1) - \omega^2] A_1 &= \frac{1}{2\Delta'_1} \cos(\theta_1 - \Omega t) \left[-K_{21} + K_{11} \frac{K_{24} k_h - \lambda_1^2}{K_{14} k_h} \right] \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

对式(13)联立求解,可得

$$\omega = \mp \sqrt{\frac{\sqrt{4\delta_e^4(A) - 4\delta_e^2(A) A_1^2 p_e^2(A_1) + M^2}}{A_1} + p_e^2(A_1) - 2\delta_e^2(A_1)} \quad (14)$$

式中

$$M = \frac{1}{\Delta_1'} \left(-K_{21} + K_{11} \frac{K_{24}k_h - \lambda_1^2}{K_{14}k_h} \right)$$

3 主共振响应

3.1 数值解与解析解的对比

给定系统的参数见表 1, 结合图 2 计算得到 $b_1 = 0.001 \text{ m}$, $b_2 = 0.0008 \text{ rad}$. 由式(7)计算得到线性化系统的沉浮和俯仰固有频率分别为 $\lambda_1 = 49.98 \text{ rad/s}$, $\lambda_2 = 100.12 \text{ rad/s}$. 本文应用平均法和数值法, 研究沉浮方向产生主共振时的响应.

图 4 给出了由平均方程(式(14))得到的主共振幅频响应曲线, 图上还给出了数值仿真结果. 可以看出, 在主共振频率附近, 解析解和本文数值计算结果(升频扫描和降频扫描)吻合得很好, 包括所展示的振幅跳跃现象. 由于应用平均法求解主共振响应时, 对激励、阻尼等作了小参数假设, 因此远离主共振频率的解析解, 其误差增大.

由于间隙使得系统整体刚度降低, 因此实际的固有频率比线性化系统固有频率要低很多, 共振区位于 $30 \sim 45 \text{ rad/s}$ 频率范围, 最大振幅则出现在 40 rad/s 附近. 由数值计算结果还发现, 在 $\omega = 10 \sim 20 \text{ rad/s}$ 阶段出现了若干响应的峰值. 从该频率区间与主共振频率区间的比值来看, 应该是先后产生了 $1/3$ 和 $1/2$ 超谐共振. 这种现象在非光滑系统中经常发生^[20].

表 1 系统参数取值

Table 1 Value of system parameters

参数	数值
质量 m/kg	5.82
质量静矩 $S_a/(\text{kg} \cdot \text{m})$	-0.0255
转动惯量 $I_a/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.0605
沉浮刚度 $k_h/(\text{N/m})$	14550
扭转接触刚度 $k_{\omega}/(\text{N/m})$	30
扭转刚度 $k_a/(\text{N/m})$	605
扭转阻尼 $c_a/(\text{N} \cdot (\text{s/m}))$	1
沉浮阻尼 $c_h/(\text{N} \cdot (\text{s/m}))$	50
铰链轴宽度 h_a/mm	4
销钉轴长度 d_1/mm	75
销钉轴与重心截面距离 d_2/mm	475
销钉轴与铰链轴距离 d_3/mm	47
E 与舵轴轴线距离 d_4/mm	125

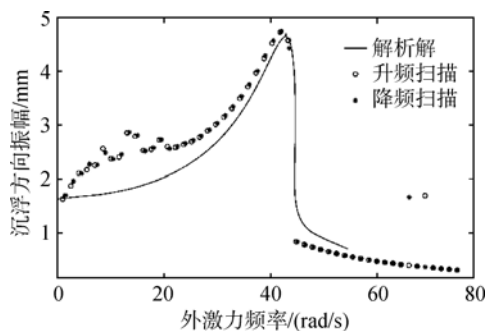


图 4 幅频响应曲线

Fig. 4 Amplitude-frequency response curves

3.2 参数变化对主共振的影响

3.2.1 间隙大小的影响

图 5 给出了由平均方程(式(14))得到的随间隙大小变化的主共振幅频响应. 随着间隙增大: ①系统主共振响应曲线整体向左移动, 峰值频率逐渐降低; ②振幅峰值逐渐增大; ③出现振幅跳跃和滞后现象. 以上结果表明, 间隙增大导致系统非线性程度提高, 主共振响应的非线性特点越来越突出.

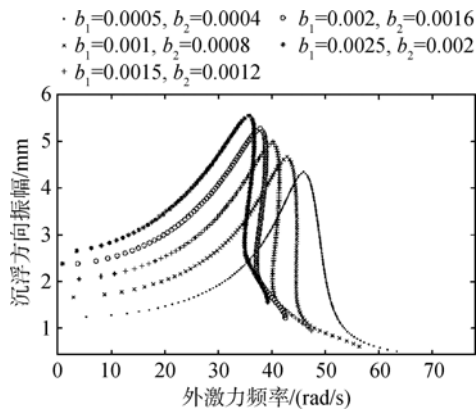


图 5 幅频曲线随间隙变化图

Fig. 5 Changes with gap in the amplitude-frequency curves

3.2.2 外激力的影响

图 6 给出了由平均方程(式(14))得到的随外激力增大变化的主共振幅频曲线. 随着外激力增大, 共振频率和共振峰值逐步增大, 但振幅跳跃现象逐渐消失. 说明在较大的外激力下, 间隙范围内响应所占比例降低, 因此非线性的影响也随之降低, 系统振动特点接近线性系统.

3.2.3 固定预载荷的影响

为获取含间隙结构的模态特性, 工程上常常采用施加固定预载的方法消除间隙影响, 进而采

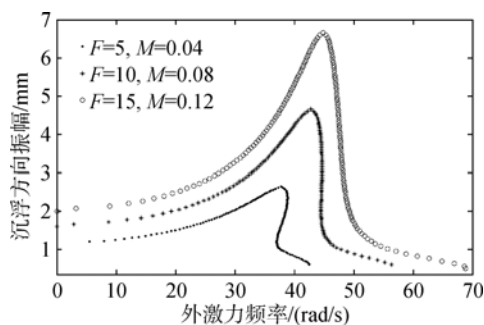


图6 幅频曲线随外激力变化图

Fig. 6 Changes with the external excitation force in the amplitude-frequency curves

用扫频等激励方式获得模态频率等参数. 为研究固定预载对共振的影响, 在系统振动方程(式(1))原有外激力基础上, 在弯曲和扭转方向上加上固定预载荷 P 和 Q , 得到下式:

$$m\ddot{h} + S_a\ddot{\alpha} + c_h\dot{h} + f(h) = F\cos(\Omega t) + P$$

$$S_a\ddot{h} + I_a\ddot{\alpha} + c_a\dot{\alpha} + g(\alpha) = M\cos(\Omega t) + Q$$

设定预载比值 $P/F = Q/M = 20\%$, 50% , 80% , 100% , 代表施加的固定预载逐渐增大, 采用数值方式计算得到较大激振频率范围内的幅频响应曲线, 如图7所示. 可以看出, 整体上还是有非线性特征. 特别应指出的是, 固定预载虽然对于主共振频率和幅值的影响较小, 但对共振形态的影响较大, 突出表现在: ①预载较小时, 主共振频率之前阶段的振动较为稳定, 随着频率变化, 没有出

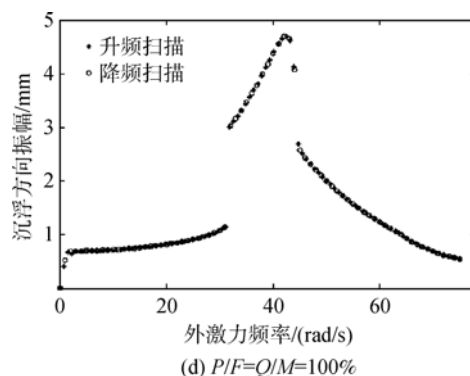
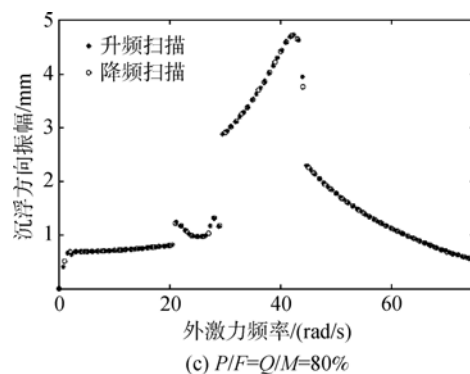


图7 幅频曲线随固定预载变化图

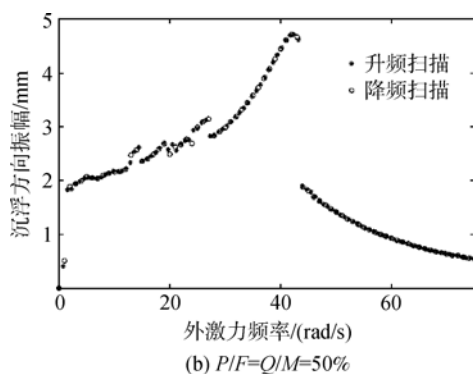
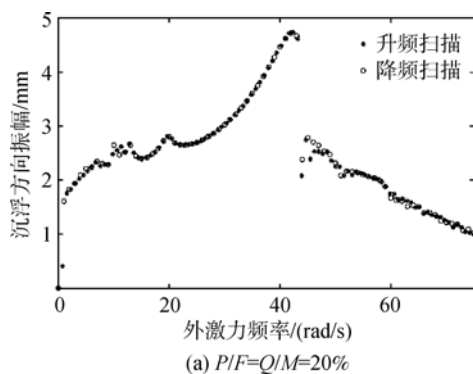
Fig. 7 Changes with the fixed preload in amplitude-frequency curves

现振幅跳跃现象. 但在通过主共振之后, 低枝振动有些不稳定(图7(a)); ②预载较大时, 主共振频率之前的阶段出现了振幅跳跃现象, 而主共振之后的振动稳定(虽然还存在跳跃).

另外, 在低频阶段($\omega = 20$ rad/s 附近)存在的超谐共振, 在预载比值达到 100% 之后消失.

4 结 论

本文应用平均法, 研究具有间隙型非线性的沉浮和俯仰二自由度折叠舵面, 在受到同频简谐力作用下的主共振响应. 结果表明, 由于存在间隙型非线性, 折叠舵面主共振幅频曲线可能向右弯曲, 产生振幅跳跃现象. 参数分析表明: 随着间隙增大, 主共振响应曲线整体向左移动, 非线性特点越来越突出, 开始出现振幅跳跃和滞后现象; 随着外激力增大, 间隙范围内响应所占比例降低, 非线性的影响也随之降低, 振幅跳跃现象逐渐消失, 系统振动特点接近线性; 随着固定预载增大, 共振形态变化较大. 预载较小时, 主共振频率之前阶段的振动较为稳定, 但在通过主共振之后, 低枝振动有些不稳定. 预载较大时, 主共振频率之前的阶段出现了振幅跳跃现象, 而主共振之后的振动稳定(虽然还存在跳跃). 另外, 在低频阶段($\omega = 20$ rad/s



附近)存在的超谐共振,在预载比值达到100%之后消失.主共振研究对于确定系统模态特点,进行准确的气弹分析有重要作用.

参考文献:

- [1] Lee D H, Chen P C. Nonlinear aeroelastic studies on a folding wing configuration with free-play hinge nonlinearity [R]. AIAA-2006-1734, 2006.
- [2] Abbas L K, Valentine D, Marzocca P, et al. Numerical studies of a non-linear aeroelastic system with plunging and pitching freeplays in supersonic/hypersonic regimes [J]. Aerospace Science and Technology, 2007, 11(5): 405-418.
- [3] Kim D H, Lee I. Transonic and low-supersonic aeroelastic analysis of a two-degree-of-freedom airfoil with a freeplay nonlinearity[J]. Journal of Sound and Vibration, 2000, 234(5): 859-880.
- [4] Dimitriadis G. Bifurcation analysis of aircraft with structural nonlinearity and freeplay using numerical continuation[J]. Journal of Aircraft, 2008, 45(3): 893-905.
- [5] 赵永辉, 胡海岩. 具有操纵面间隙非线性二维翼段的气动弹性分析[J]. 航空学报, 2003, 24(6): 521-525.
ZHAO Yonghui, HU Haiyan. Aeroelastic analysis of a two-dimensional airfoil with control surface freeplay nonlinearity[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2003, 24(6): 521-525. (in Chinese)
- [6] Ding Q, Cooper J E, Leung A Y T. Application of an improved cell mapping method to bilinear stiffness aeroelastic systems[J]. Journal of Fluids and Structures, 2005, 20(1): 35-49.
- [7] 王益锋, 邵松, 朱清华, 等. 带有气动及结构非线性的二元机翼颤振分析[J]. 航空动力学报, 2012, 27(9): 2063-2074.
WANG Yifeng, SHAO Song, ZHU Qinghua, et al. Flutter analysis of a two-dimensional wing with aerodynamic and structural nonlinearity[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(9): 2063-2074. (in Chinese)
- [8] 吴长波, 崔海涛, 徐拓, 等. 某风机叶片的弯扭耦合颤振问题分析与验证[J]. 航空动力学报, 2012, 27(3): 623-627.
WU Changbo, CUI Haitao, XU Tuo, et al. Analysis and experiment on coupled flutter of a wide-chord blade[J]. Journal of Aerospace Power, 2012, 27(3): 623-627. (in Chinese)
- [9] 刘兵山, 燕瑛. 复合材料机翼盒段的设计、模态分析和试验[J]. 北京航空航天大学学报, 2003, 29(11): 1026-1028.
LIU Bingshan, YAN Ying. Modal analysis and tests of composites wing box[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2003, 29(11): 1026-1028. (in Chinese)
- [10] 赵永辉. 气动弹性力学与控制[M]. 北京: 科学教育出版社, 2007.
- [11] 郭家舜, 王三民, 王颖. 基于解析解的人字齿轮齿廓修形动态分析[J]. 航空动力学报, 2013, 28(3): 613-620.
- GUO Jiashun, WANG Sanmin, WANG Ying. Dynamic analysis of tooth profile modification to herringbone gears based on analytical solution[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(3): 613-620. (in Chinese)
- [12] Leung A Y T, Guo Z. Residue harmonic balance for two-degree-of-freedom airfoils with cubic structural nonlinearity[J]. AIAA Journal, 2011, 49(2): 2607-2615.
- [13] LIAO Haitao. Piecewise constrained optimization harmonic balance method for predicting the limit cycle oscillations of an airfoil with various nonlinear structures[J]. Journal of Fluids and Structures, 2015, 55: 324-346.
- [14] 丁千, 陈予恕, 叶敏, 等. 一类非自治滞后-自激系统的主共振与锁模现象[J]. 力学学报, 2002, 34(1): 123-130.
DING Qian, CHEN Yushu, YE Ming, et al. The primary resonance and mode-locking in a certain self-excited system with hysteretic non-linearity[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2002, 34(1): 123-130. (in Chinese)
- [15] 李道春, 向锦武. 迟滞非线性二元机翼颤振特性分析[J]. 航空学报, 2007, 28(3): 600-604.
LI Daochun, XIANG Jinwu. Analysis of two-dimensional airfoil with hysteresis structural nonlinearity [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(3): 600-604. (in Chinese)
- [16] 李道春, 向锦武. 非线性二元机翼气动弹性近似解析研究[J]. 航空学报, 2007, 28(5): 1080-1084.
LI Daochun, XIANG Jinwu. Nonlinear aeroelastic analysis of airfoil using quasi-analytical approach[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2007, 28(5): 1080-1084. (in Chinese)
- [17] 董明晶, 丁千. 整圈自带冠叶盘系统斜碰撞振动局部化研究[J]. 航空动力学报, 2014, 29(12): 2914-2923.
DONG Mingjing, DING Qian. Study on vibration localization of oblique impact of whole-circle bladed disk with tips system[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(12): 2914-2923. (in Chinese)
- [18] 贾尚帅, 丁千. 含间隙超音速二元弹翼非线性颤振与主动控制[J]. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43(4): 390-400.
JIA Shangshuai, DING Qian. Nonlinear flutter and active control of the supersonic two-dimensional missile wings with a freeplay[J]. Scientia Sinica: Physica, Mechanica and Astronomica, 2013, 43(4): 390-400. (in Chinese)
- [19] 谷迎春, 杨智春. 带迟滞非线性环节二元机翼的气动弹性响应分析[J]. 机械科学与技术, 2006, 25(8): 900-904.
GU Yingchun, YANG Zhichun. Aeroelastic response analysis of an airfoil with hysteresis nonlinearity[J]. Mechanical Science and Technology, 2006, 25(8): 900-904. (in Chinese)
- [20] Ding Q, Chen Y. Analyzing resonant response of a system with dry friction damper using an analytical method[J]. Journal Vibration and Control, 2008, 14(8): 1111-1123.

(编辑: 叶青、陈越)