

一种高负荷叶型优化设计方法

赵清伟, 潘若痴

(中国航空发动机集团有限公司 沈阳发动机研究所, 沈阳 110015)

摘 要: 采用 3 段 3 次贝塞尔曲线拟合叶型中弧线弯角分布, 两段 3 次贝塞尔曲线拟合厚度分布, 进行流线面造型, 并结合优化算法进行寻优。S1 流场评价工具为 MISES 软件, 寻优算法为遗传算法(GA)。将传统遗传算法进行改进, 引入并行模块, 较大幅度地提高了计算效率。实现了高负荷叶型的自动优化, 探讨了高负荷叶型的设计准则, 并将准则应用于超声叶型设计。结果表明: 相比于原始叶型, 优化后的叶型 I 在总压损失系数略降低和出口气流角不变的条件下, 可用攻角范围拓宽约 2° , 叶型 II 的总压损失系数明显降低, 可用攻角范围拓宽约 0.6° , 落后角降低约 3.9° 。

关 键 词: 高负荷叶型; 遗传算法(GA); 优化; 贝塞尔曲线; MISES 软件

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

A method of optimal design of highly-loaded airfoil

ZHAO Qing-wei, PAN Ruo-chi

(Shenyang Engine Research Institute,

Aeronautical Engine (Group) Corporation of China, Shenyang 110015, China)

Abstract: 3-section of cubic Bezier spline was used to fit the tangent of camber line and 2-section of cubic Bezier spline was used to fit the thickness distribution. The airfoil was built on streamline-surface. S1 flow field was evaluated by MISES software and optimization algorithm was performed by genetic algorithm (GA). By introducing a parallel mode to the traditional GA, computational efficiency was improved considerably. Automatic design and optimization of highly-loaded airfoil was achieved and the design criteria of highly-loaded airfoil for design of supersonic airfoil were investigated. Results show that compared with the original airfoil, incident angle range of airfoil I is broadened about 2 degree under the premise that loss coefficient of total pressure reduces a little and the airflow angle of outlet is unchanged; if loss coefficient of total pressure of airfoil II obviously reduces, incident angle range is broadened about 0.6 degree and deviation angle reduces about 3.9 degree.

Key words: highly-loaded airfoil; genetic algorithm (GA); optimization; Bezier spline; MISES software

随着航空发动机推质比的提高, 高压压气机的级数已经减少到 4~6 级, 平均级压比和负荷水平也逐渐提高。因此, 对高负荷叶型的研究有重要意义。

计算机辅助工程(CAE)在航空工业的应用日趋成熟, 国内外研究人员已将多种优化算法应用于叶型优化设计, 取得了丰富的研究成果。国内

方面, 周正贵^[1]在遗传算法的基础上, 采用单纯形法寻优取代变异运算构成混合遗传算法, 提高了遗传算法的局部搜索能力, 将 Navier-Stokes(N-S)方程正问题流场数值计算与混合遗传算法相结合, 构成叶轮机机械叶型自动优化设计软件。对压气机叶型编制了多目标评价函数, 进行了自动优化。汪光文等^[2]采用改进的并行遗传算法研究了

进口马赫数分别为 0.5 和 0.9 时的叶栅进行了气动优化设计,结果表明,优化后叶型在设计点和非设计点都明显由于原始叶型. 陈忠良等^[3]采用 ANSYS/CFX 和数值优化算法研究了进口马赫数为 0.7 以下的高亚声叶型,优化后的叶型可显著降低 -4° 和 $+4^\circ$ 攻角处的总压损失. 金东海等^[4]、徐国华等^[5]分别采用贝塞尔曲线和 B 样条曲线进行叶型拟合,同样采用遗传算法进行二维叶型的优化设计,相比于传统叶型均有一定收益. 邓文剑等^[6]采用 B 样条曲线拟合叶型,建立响应面优化模型,优化后的叶型与原始叶型相比,升阻比提高了 22%. 李军等^[7]采用进化算法进行了压气机叶型的多目标优化设计,目标为静压升最大和总压损失最小. 刘宝杰等^[8]通过优化算法较为深入地研究了前缘形状对可控扩散叶型性能的影响. 王掩刚等^[9]采用 NSGA II 遗传算法结合 BP (back propagation) 神经网络技术,对 50° 的串列叶栅的叶型进行了优化,优化后的叶型性能明显改善.

国外方面, Frank 等^[10]采用 Bezier 曲线拟合叶型,采用 MISES 作为评价工具进行叶型优化,优化后的叶型明显优于 NACA65 叶型. Terry 等^[11]建立了基于实数编码的遗传算法的叶型优化系统,采用欧拉方程和 N-S 方程相结合的方法求解二维叶型问题. Alireza 等^[12]提出了一种压气机叶型多目标优化方法,作者结合了梯度算法和面曲率优化算法,用以优化二维叶型,优化效果较为显著. Akin 等^[13]采用 Pareto 方法进行了 S1 流面叶型多目标优化,优化后叶型在设计点和非设计的性能均得到改善. Koller 等^[14]采用正态分布随机搜索与梯度法相结合数值最优化方法、流场计算采用势流附面层迭代方法,重新优化设计了 4 种可扩扩散叶型(CDA),结果显示,随着马赫数降低,优化设计越容易获得明显优于 CDA 的结果. Cornelius 等^[15]通过试验验证了采用正态分布随机搜索与梯度相结合的数值优化方法得到的叶型,优化后的 CDA 表现出良好性能.

综上,优化算法应用于叶型和叶片的优化设计成果显著,但对高负荷大弯角叶型的研究成果不多,经验总结仍显不足. 遗传算法可以处理任意形式的目标函数和约束,同时可以非常有效地进行概率意义上的全局搜索. 鉴于此优点,本文选择遗传算法作为优化算法,采用 3 次贝塞尔曲线拟合叶型,应用 MISES 软件进行叶型评价,进行 S1 流面叶型优化,旨在寻找高负荷叶型的设计特点.

1 遗传算法及其并行化

遗传算法 (genetic algorithm, GA) 是模拟生物在自然环境中的遗传选择和自然淘汰的进行过程而形成的一种全局优化概率搜索算法. 20 世纪 70 年代, Holland^[16] 奠定了遗传算法的基础. 80 年代由 Goldberg 归纳总结了遗传算法的主要研究成果,系统论述了其基本原理,形成了遗传算法的基础框架. 遗传算法通过模拟自然进化过程来搜寻最优解,它利用某种编码技术,作用于称为染色体的数字串,模拟了自然选择和遗传过程中发生的复制、交叉和变异等现象.

遗传算法的优化机理为:首先随机生成初始群体,采用群体评价函数对每个个体进行评价,通过随机的选择、交叉和变异操作,产生一群更适应环境的个体. 随着遗传代数的增加,整个群体均向着评价函数最优的方向迁移,最终得到最适应环境的个体,即最优解.

由于本文中的叶型参数化采用较多变量,因此在小生境遗传算法的基础上引入了并行模块,通过动态获取计算机空闲中央处理器 (CPU),每个 CPU 独立进行一个叶型的流场计算,该措施可较大程度地提高计算效率.

本文在二进制编码遗传算法的基础上进行数值寻优,遗传算法中的小生境算法可增加寻优效率.

2 优化方案

2.1 参数化造型及约束条件

通常,叶轮机械的叶片设计均采用先进行基元叶型设计,随后按照一定的积叠方式得到三维叶片的方法. 而基元叶型的设计一般有两种方法^[17]:一种是分别设计中弧线和叶型厚度分布,两者叠加得到叶型;另一种是直接用曲线表达吸力面、压力面型线. 鉴于前者造型参数与气动参数的映射关系较好,同时利于对叶型进行参数化,本文选择前者进行叶型造型.

鉴于贝塞尔曲线连续可导、两个中间控制点分别在起点和终点的切线方向上等优点,本文叶型中弧线和厚度分布的拟合均采用 3 次贝塞尔样条.

高负荷叶型具有扩散因子大、叶型弯角大及需要在相对较高马赫数条件下完成气流转折等特点,因此,将叶栅通道分为 3 个区域:入口三角区、槽道内的核心流区及出口三角区. 为了更好地实现 3 个区域内叶型的变化程度,叶型中弧线采用

3 段贝塞尔曲线进行拟合. 为了探究高负荷叶型的设计方法, 叶型在参数化过程中需要满足一定的自由度, 自由度越大, 找到最优解的概率越大, 但计算量也越大. 为此, 设置了叶型中弧线变化的上、下边界^[18]

$$f(x) = k_f \times f_1(x) + (1.0 - k_f) \times f_2(x) \quad (1)$$

$$g(x) = k_g \times g_1(x) + (1.0 - k_g) \times g_2(x) \quad (2)$$

其中 $f_1(x) = y^{0.75}$, $f_2(x) = \sqrt{2x - x^2}$; $g_1(x) = x^3$, $g_2(x) = x$. 给定不同的 k_f , k_g 的取值, 可设置不同的中弧线变化的上、下界函数 $f(x)$ 和 $g(x)$.

中弧线定义及其变化的上下界示意图见图 1. 叶型厚度分布采用两段贝塞尔曲线进行拟合, 见图 1. 叶型中弧线包含 12 个控制点, 去除起点、终点、重复点, 考虑两段曲线间 1 阶导数连续条件, 共计 15 个自由度. 叶型厚度分布包含 6 个控制点, 去除起点、终点, 考虑两段曲线间 1 阶导数连续条件, 共计 5 个自由度. 将叶型最大厚度位置 (同时作为厚度分布两段拟合曲线的分界点) 作为优化变量, 合计 21 个参数.

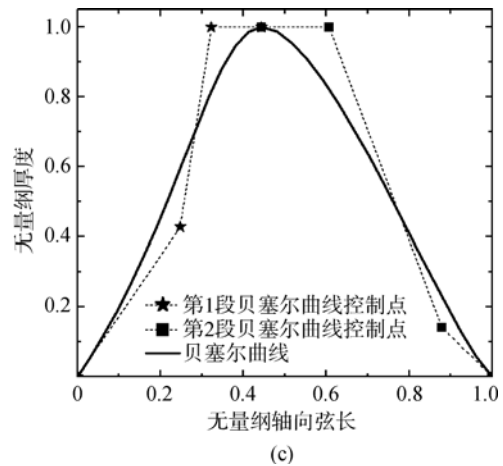
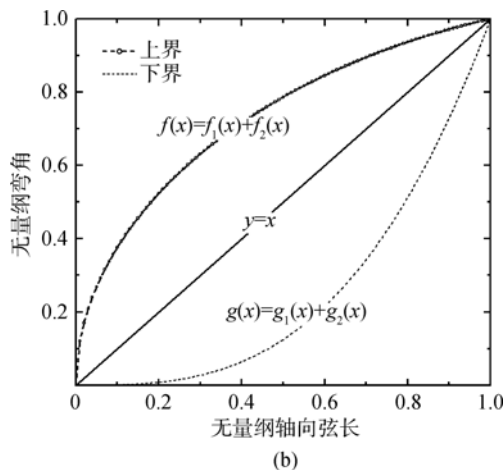
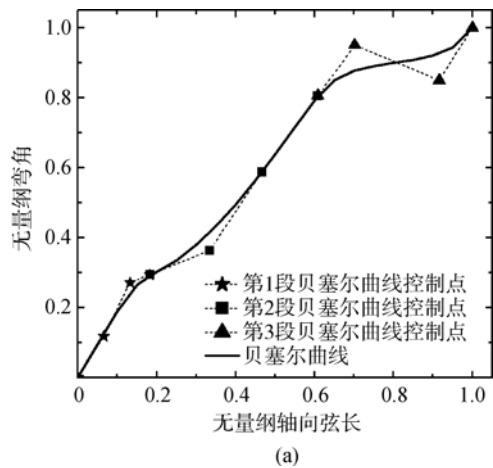


图 1 贝塞尔曲线拟合叶型示意图

Fig. 1 Airfoil fitting of Bezier spline

2.2 多目标优化函数确定及验证

叶型优化为典型的多目标优化过程, 主要体现在需要同时满足: 较低的叶型损失、较宽的正负攻角范围、较小的落后角或叶型弯角.

本文中, 以上参数均为目标函数, 即

$$f_1 = (\omega_{\text{design}} - \omega^n) / \omega_{\text{design}} \quad (3)$$

$$f_2 = (i_t^n - i_{\text{design}}) / (i_t^o - i_{\text{design}}) \quad (4)$$

$$f_3 = (i_{\text{design}} - i_t^n) / (i_{\text{design}} - i_t^o) \quad (5)$$

$$f_4 = (d^n - d_{\text{design}}) / (d^o - d_{\text{design}}) \quad (6)$$

其中 $\omega = (p_{t2}^{\text{is}} - p_{t2}) / (p_{t1} - p_{t1})$ 为总压损失系数, 其中 p 表示压力; is 表示等熵状态; t 表示总参数; 1 表示进口, 2 表示出口; i 为攻角; d 为落后角. 下标 design 表示设计状态, n 表示优化的叶型状态, o 表示原始叶型状态, + 表示失速攻角侧, - 表示堵塞攻角侧. 堵塞和失速攻角均以 2 倍最小损失对应点计算.

定义 $k_1 \sim k_4$ 分别为 4 项多目标函数对应的权重系数, 则

$$F = k_1 \times f_1 + k_2 \times f_2 + k_3 \times f_3 + k_4 \times f_4$$

叶型优化过程转化为求解函数 F 最大值的过程.

定义 $e_1 \sim e_4$ 分别为与权重系数对应的目标函数的收敛精度, 当某项或多项目标函数的收敛精度满足后, 其权重系数 $k_i = 1, i = 1 \sim 4$.

本文 S1 流面流场评价工具为 MISES 软件. MISES 软件已经过多个公开文献的校核, 相比于其他 S1 流场计算工具, 其叶型评价能力较为可靠. 本文在文献[18]的基础上, 选择两个高负荷叶型进行优化, 其中叶型 I 为静子叶型, 叶型 II 为转子叶型. 叶型参数见表 1.

表 1 叶型 I 与叶型 II 设计参数

Table 1 Design parameters of airfoil I and II

叶型代号	进口马赫数	叶型弯角/(°)	安装角/(°)
I	0.72	62.6	26.9
II	0.76	55.1	39.9

由于叶型 I 和叶型 II 进口马赫数差别不大, 取 $k_1=500$, $k_2=100$, $k_3=20$, $k_4=50$. 叶型 I 和叶型 II 优化后的无量纲弯角及无量纲厚度分布曲线见图 2, 叶型对比见图 3.

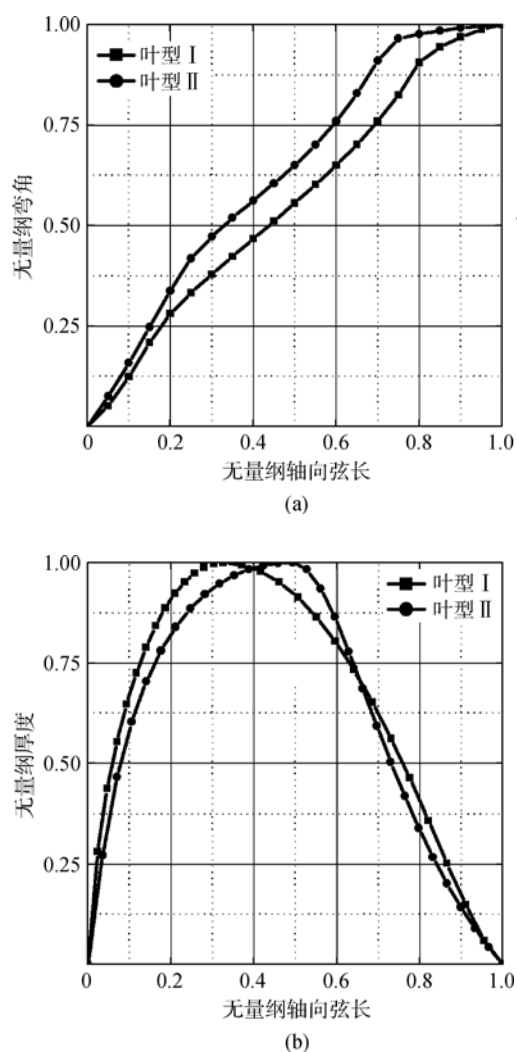


图 2 叶型中弧线与厚度分布优化结果

Fig. 2 Optimization result of camber line and thick distribution of airfoil

由图 2 和图 3 可见

1) 叶型 I 和叶型 II 弯角分布形式相近: 叶型前段弯角加载明显, 叶型中段弯角分布相对平缓, 叶型后段承担较小的叶型弯角.

2) 相对于叶型 I, 叶型 II 前段加弯量较大,

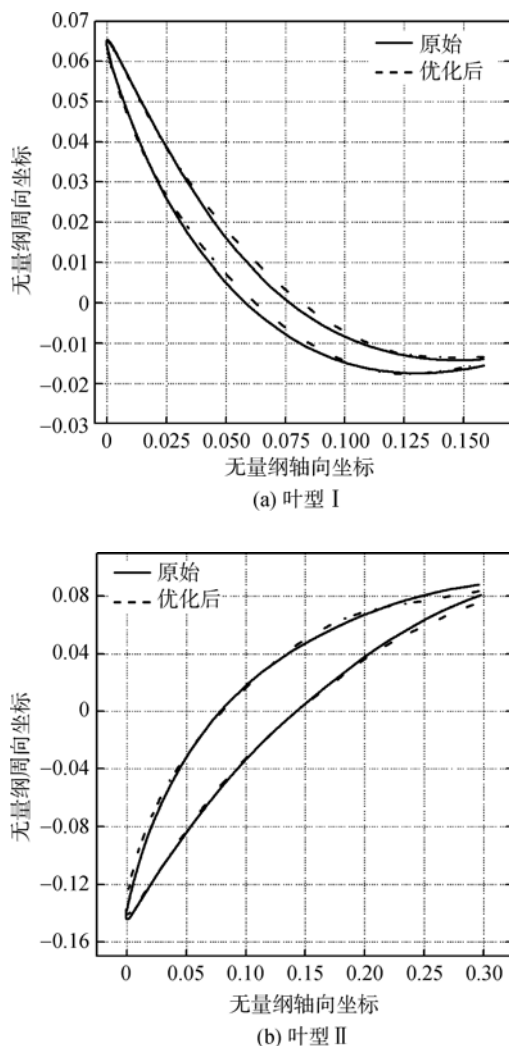


图 3 叶型 I 和叶型 II 优化前后对比

Fig. 3 Comparison of airfoils I and II before and after optimization

后段则相对更平缓.

3) 叶型 I 和叶型 II 厚度分布形式相近: 最大厚度位置前叶型较厚, 靠近尾缘叶型厚度分布出现反曲率.

4) 相对于叶型 I, 叶型 II 最大厚度位置后移, 且叶型后段厚度减小梯度较大, 反曲率程度更明显.

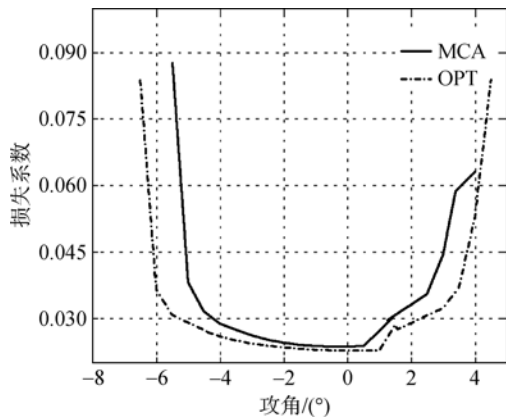
叶型 I 优化前后的 MISES 软件计算结果对比见图 4. 与优化前(图中记为 OPT)多圆弧叶型(MCA)相比, 最小损失系数有所降低, 在出口气流角基本不变的前提下, 其堵塞和失速攻角范围均拓宽约 1° .

由设计攻角下等熵马赫数曲线图可见, 叶型 I 峰值马赫数高于多圆弧叶型, 同时峰值马赫数位置前移, 此现象是叶型弯角前加载及叶型前段厚度值较大的直接结果. 叶背与叶盆的马赫数差

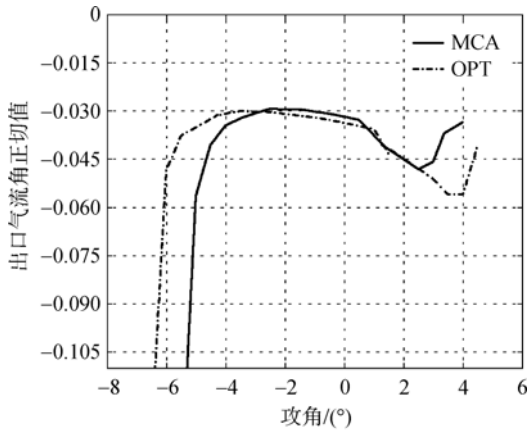
值反应了叶型承担的负荷,相比于 MCA,叶型 I 的负荷呈先增大后减小再增大的趋势。

从形状因子看,叶型 I 附面层转捩位置与 MCA 相当,转捩后叶型 I 的形状因子明显小于 MCA,约于 0.8 倍轴向弦长开始增加,说明叶型 I 槽道内的速度扩散分布更合理。

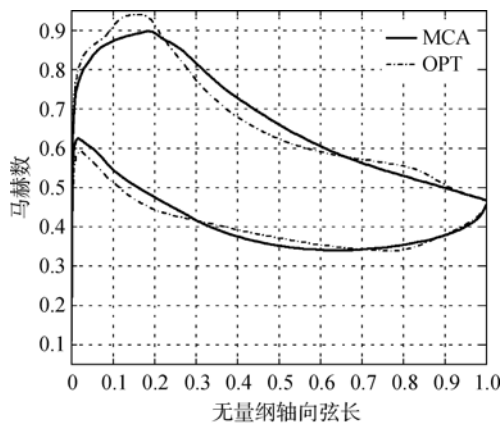
叶型 II 优化前后的 MISES 软件计算结果对比见图 5,与 MCA 叶型相比,叶型 II 最小损失明显降低,其堵塞和失速攻角范围均拓宽约 0.6° ,设计点叶型落后角 θ_{dev} 减小约 3.9° 。



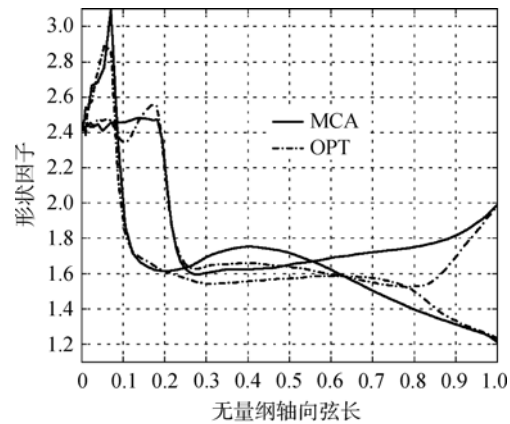
(a) 损失系数-攻角特性



(b) 叶型出口气流角正切值-攻角特性



(c) 设计攻角下叶型表面等熵马赫数分布曲线

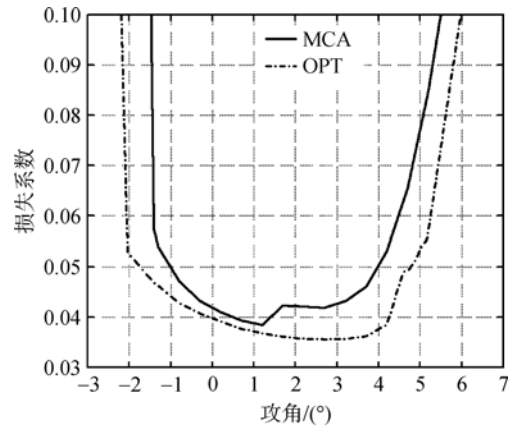


(d) 叶型表面形状因子分布曲线

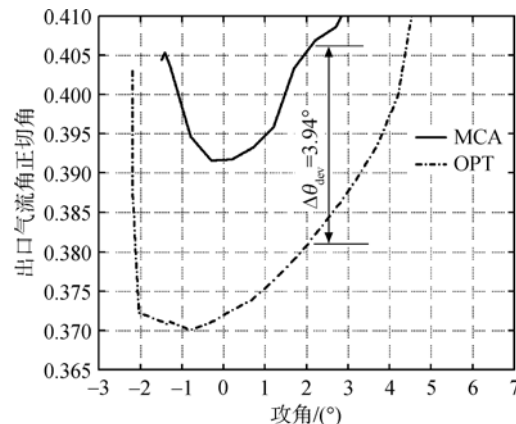
图 4 叶型 I 优化前后 MISES 软件计算结果对比
Fig. 4 Comparison of MISES software results of airfoil I before and after optimization

由设计攻角下等熵马赫数曲线图可见,叶型 II 峰值马赫数高于 MCA,虽已超声,但并未引气叶型损失增加,峰值马赫数位置略前移.受叶型前段厚度分布与前缘形状转接的影响,叶型 II 的前缘吸力峰明显弱于 MCA。

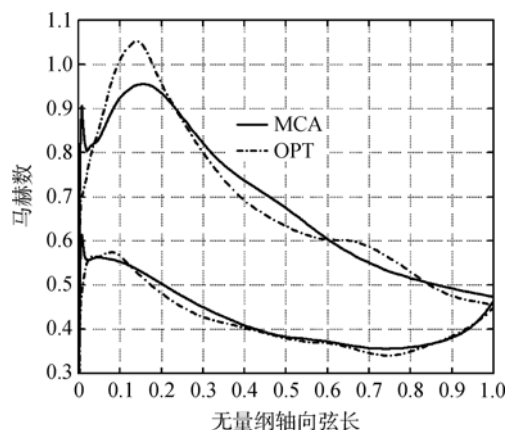
从形状因子看,叶型 II 附面层转捩位置明显后移,有利于降低叶型前段的摩擦损失,转捩位置



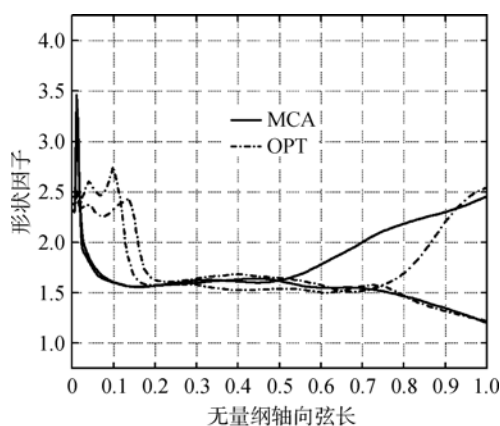
(a) 损失系数-攻角特性



(b) 叶型出口气流角正切值-攻角特性



(c) 设计攻角下叶型表面等熵马赫数分布曲线



(d) 叶型表面形状因子分布曲线

图5 叶型Ⅱ优化前后 MISES 软件计算结果对比
Fig. 5 Comparison of MISES software results of airfoil Ⅱ before and after optimization

后叶型Ⅱ的形状因子同样小于 MCA, 约于 0.75 倍轴向弦长开始增加。

高负荷叶型进出口段设计具有类似于可控扩散叶型的特征: 叶型弯角前加载明显, 且叶型前段较厚, 叶栅进口三角区段增速较快, 在峰值马赫数不超过一定值(典型值为 1.2)时, 有利于降低叶型损失; 出口三角区段叶型弯度较小, 可更好控制叶型后段速度扩散, 降低叶型落后角。

高负荷叶型设计区别与其他叶型设计的特征为: 控制叶中段的负荷水平。在叶栅通道内增速区过后需要一段负荷减小的区域, 此区域可控制叶型表面逆压梯度增加过快, 抑制旋涡产生, 避免提前发生分离, 拓宽叶型可用攻角范围。

按照本文中的研究内容和结果, 高负荷大弯角叶型设计时应遵循的准则如下: ①叶型前段适当加弯, 有利于控制叶型损失及承担一定的弯角负荷; ②在叶型损失可接受范围内, 在进出口叶型角一定的前提下, 前加载段后需要适当减小负荷, 有利用拓宽叶型工作范围; ③为达到足够的气流

折转能力, 在叶型出口三角区前段可适当增加负荷; ④出口段减小负荷, 有利于控制叶型的落后角。

3 高负荷叶型优化准则应用实例

根据第 2 节总结的高负荷大弯角叶型设计准则, 对某高负荷风扇第 2 级转子(R2)叶型进行改进设计, 叶型参数见表 2。

表 2 根部和尖部叶型设计参数

Table 2 Design parameters of airfoil-hub and airfoil-tip

位置	进口马赫数	叶型弯角/(°)	安装角/(°)
根部	0.89	53.4	33.7
尖部	1.25	22.1	52.1

第 2 级转子根、尖叶型中弧线优化前后对比见图 6, 叶型对比图见图 7。叶厚分布按照图 2 结果针对进口马赫数对最大厚度位置作微调。与原

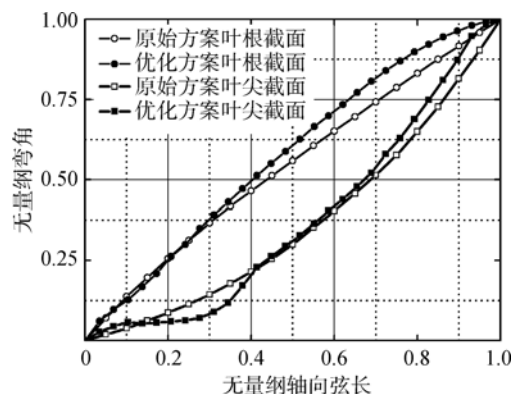
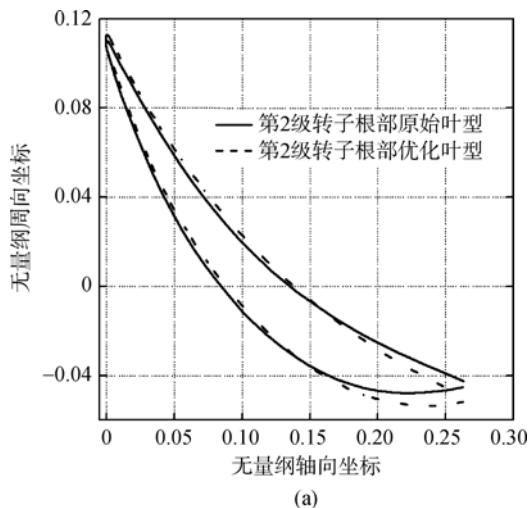


图6 R2 叶型中弧线优化前后对比

Fig. 6 Comparison of camber line of R2 airfoil before and after optimization



(a)

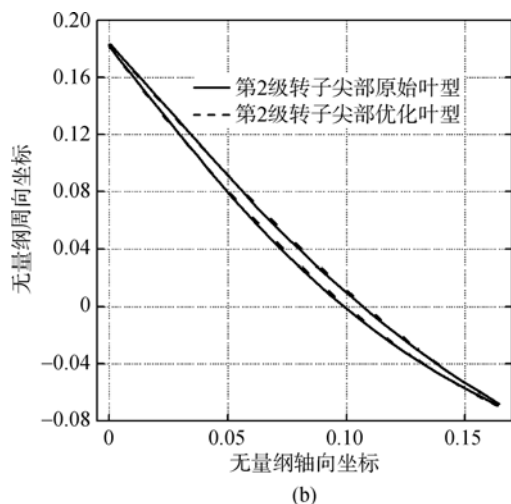


图 7 R2 叶型优化前后对比

Fig. 7 Comparison of R2 airfoil before and after optimization

叶型相比:①进口段均加弯;②随后适当降低负荷,根部叶型主要出于满足原攻角范围考虑,尖部叶型主要出于使峰值马赫数不至于提高过多,以缓解激波过强,避免与附面层干扰;③出口段负荷均减小。

根部和尖部叶型 MISES 软件计算结果对比分别见图 8 和图 9,由图可见,根、尖部叶型优化后在保证攻角范围不变的前提下,叶型最小损失和落后角明显减小。

为了进一步验证高负荷叶型优化设计准则,将优化后的第 2 级转子与其他未进行优化的叶排组成风扇的优化方案,针对该优化方案与原始方案进行三维对比计算。采用 autoGrid5 软件进行三维计算网格划分,网格总数约为 270 万,三维计算采用 FINE/Turbo 软件的 EURANUS 求解器进行,湍流模型选择 Spalart-Allmaras 模型。三维计算结果对比见图 10,优化后方案的最大压升略

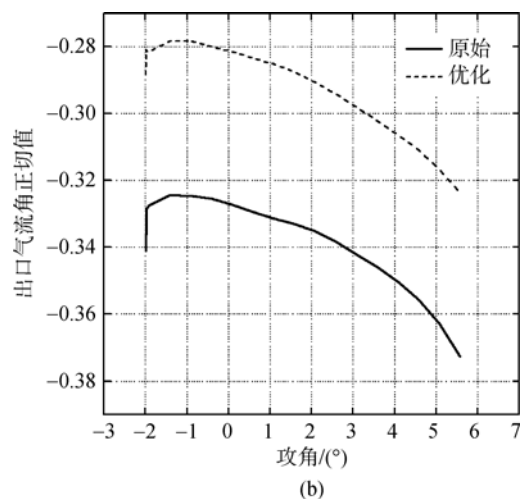
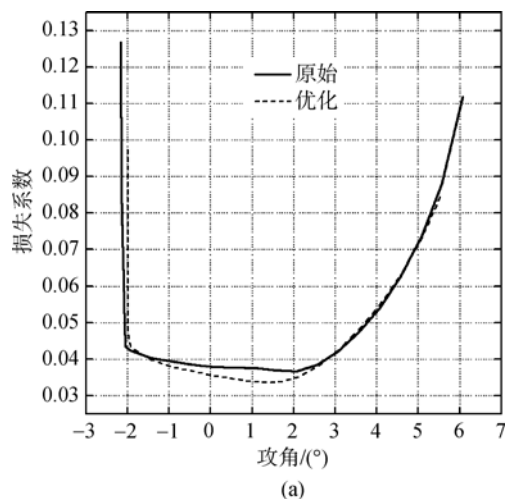


图 8 根部叶型优化前后 MISES 软件计算结果对比

Fig. 8 Comparison of MISES software results of airfoil-hub before and after optimization

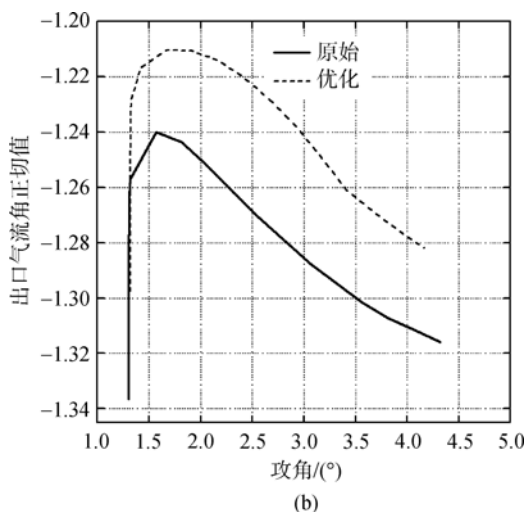
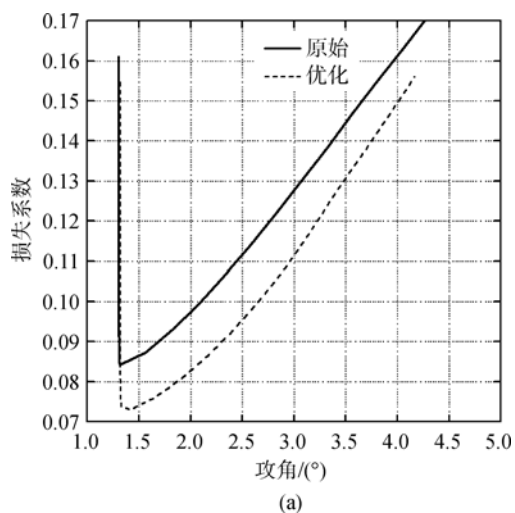


图 9 尖部叶型优化前后 MISES 软件计算结果对比

Fig. 9 Comparison of MISES software results of airfoil-tip before and after optimization

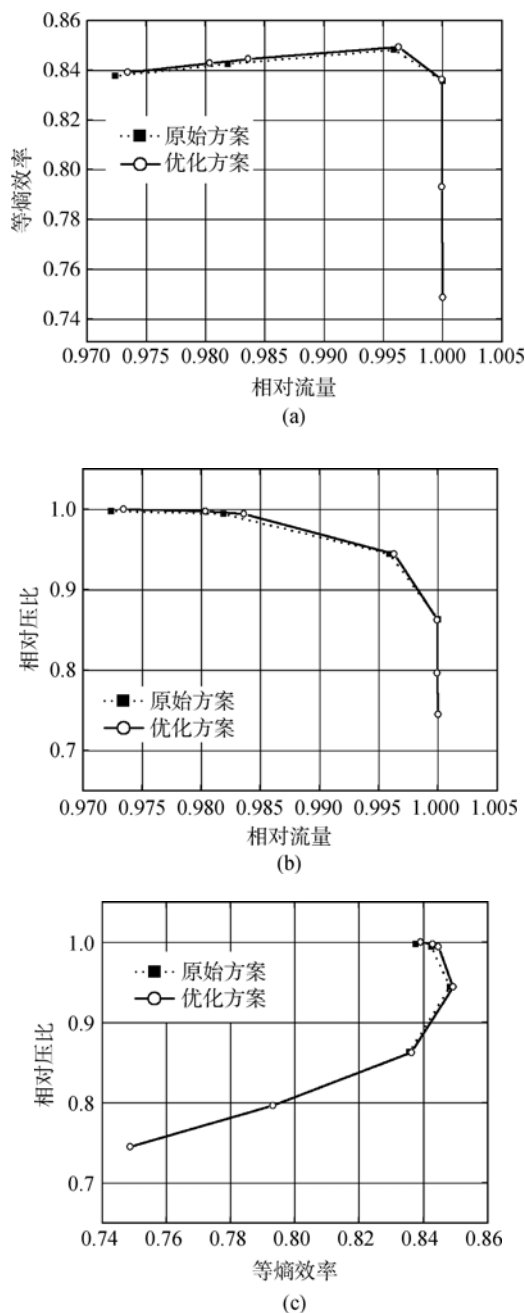


图10 优化前后三维计算结果对比

Fig. 10 Comparison of 3-D calculation before and after optimization

有升高,最高效率提升约0.25%。

本实例应用前文所探讨的高负荷叶型设计准则,虽然针对中弧线和厚度分布的优化不够细致,但从S1流面叶型和三维计算结果看,已达到了对前文所探讨的高负荷叶型设计准则验证的目的。

4 结论

通过对本文的研究,主要有如下结论:

1) 实现基于并行遗传算法,采用3段3次曲线拟合叶型中弧线、两段3次曲线拟合叶型厚度

分布的造型方式,以MISES软件为评价工具的高负荷S1流面叶型自动优化程序编制。

2) 实现了典型进口马赫数下S1流面叶型的自动优化,验证了多目标优化函数的合理性。与MCA相比,优化后的叶型在攻角范围拓宽及降低落后角等方面均有一定改善。

3) 在本文研究的叶型和进口马赫数范围内,探讨了高负荷叶型的设计准则,并通过对某高负荷转子叶片的优化设计及三维计算验证了其合理性。

参考文献:

- [1] 周正贵. 混合遗传算法及其在叶片自动优化设计中的应用[J]. 航空学报, 2002, 23(6): 571-574.
ZHOU Zhenggui. Composite genetic algorithm and its application to automatic optimization of turbomachinery blade[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 23(6): 571-574. (in Chinese)
- [2] 汪光文, 周正贵, 胡骏. 基于并行遗传算法压气机叶片自动优化设计[J]. 航空动力学报, 2006, 21(5): 923-928.
WANG Guangwen, ZHOU Zhenggui, HU Jun. Design optimization of compressor blades using parallel genetic algorithms[J]. Journal of Aerospace Power, 2006, 21(5): 923-928. (in Chinese)
- [3] 陈忠良, 姜斌, 郑群, 等. 高亚声速轴流压气机的优化叶型[J]. 航空动力学报, 2015, 30(4): 891-900.
CHEN Zhongliang, JIANG bin, ZHENG Qun, et al. Optimized profile of high subsonic axial flow compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(4): 891-900. (in Chinese)
- [4] 金东海, 桂幸民. 混合遗传算法的研究及其在压气机叶型优化设计中的应用[J]. 航空学报, 2006, 27(1): 29-32.
JIN Donghai, GUI Xingmin. Design optimization of compressor blades by hybrid genetic algorithm[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2006, 27(1): 29-32. (in Chinese)
- [5] 徐国华, 周正贵. 任意回转面叶型优化设计研究[J]. 机械制造, 2013, 51(4): 30-33.
- [6] 邓文剑, 楚武利, 张皓光, 等. 压气机叶型气动优化设计研究[J]. 流体机械, 2007, 35(3): 25-28.
DENG Wenjian, CHU Wuli, ZHUANG Haoguang, et al. Application of response surface method in the air-foil aerodynamic optimization design[J]. Fluid Machinery, 2007, 35(3): 25-28. (in Chinese)
- [7] 李军, 邓清华, 丰镇平. 基于进化算法的压气机叶型多目标优化设计[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(10): 205-209.
LI Jun, DENG Qinghua, FENG Zhenping. Multiobjective optimization design of a compressor airfoil using evolutionary algorithms[J]. Proceeding of the Chinese Society for Electrical Engineering, 2004, 24(10): 205-209. (in Chinese)

- [8] 刘宝杰,袁春香,于贤君.前缘形状对可控扩散叶型性能影响[J].推进技术,2013,34(7):890-897.
LIU Baojie, YUAN Chunxiang, YU Xianjun. Effects of leading-edge geometry on aerodynamic performance in controlled diffusion airfoil[J]. Journal of Propulsion Technology, 2013, 34(7):890-897. (in Chinese)
- [9] 王掩刚,魏嵘,陈为雄.大弯角串列叶型优化设计与数值分析[J].推进技术,2014,35(11):1469-1474.
WANG Yangang, WEI Lai, CHEN Weixiong. Optimization and numerical simulation of high-turing tandem cascade [J]. Journal of Propulsion Technology, 2014, 35 (11): 1469-1474. (in Chinese)
- [10] Frank S, Beat R, Casey M, et al. Design of industrial axial compressor blade sections for optimal range and performance[J]. Journal of Turbomachinery, 2004, 126 (2):323-331.
- [11] Terry L. Aerodynamic shape optimization using a real-number-encoded genetic algorithm[R]. AIAA-2001-2473, 2001.
- [12] Alireza F, Abdollah S, Mohammad A. A strategy for multi-point compressor blading using multi-objective optimization[R]. ASME Paper GT2012-9643, 2012.
- [13] Akin K, Amit K D, Dieter B. Modern compressor aerodynamic blading process using multiobjective optimization [R]. ASME Paper GT2006-90206, 2006.
- [14] Koller U, Moning R. Development of advanced compressor airfoils for heavy-duty gas turbines; Part I design and optimization[J]. Journal of Turbomachinery, 2000, 122 (3): 397-405.
- [15] Cornelius C, Biesinger T, Galpin P, et al. Experimental and computational analysis of a multistage axial compressor including stall prediction by steady and transient CFD methods[R]. ASME Paper GT2013-9463, 2013.
- [16] Holland J H. Adaptation in natural and artificial systems [M]. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1975.
- [17] 于荣彬. 基于遗传算法的叶型气动优化设计[J]. 装备制造技术, 2014(1):64-65, 69.
YU Rongbin. Genetic algorithm based blade profile aerodynamic optimal design [J]. Equipment Manufacturing Technology, 2014(1):64-65, 69. (in Chinese)
- [18] 赵清伟,董洪瑞,潘若痴,等.基于并行遗传算法的高负荷叶型优化[C]//第十五届推进系统气动热力学会议论文集.北京:中国航空学会动力分会,2015:288-292.

(编辑:王碧琚)