

一种基于归一化参数的蠕变模型

王延荣^{1,2}, 程域钊^{1,2}, 李宏新¹, 刘 香^{1,2}, 田爱梅³

- (1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院, 北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心, 北京 100191;
3. 北京航空航天大学 宇航学院, 北京 100191)

摘 要: 针对传统蠕变模型(如 Norton 律)不能模拟蠕变第 3 阶段的不足,提出了一种基于归一化参数的蠕变模型,该模型以归一化时间为变量,以归一化应力和归一化温度为参数,可完整描述蠕变曲线的所有 3 个阶段.在该模型的基础上提出了能更好地描述蠕变曲线第 1 阶段的改进形式.利用所发展的模型对直接时效 GH4169G 材料的蠕变试验曲线 3 个阶段进行了较好地模拟,验证了该模型描述蠕变变形的能力;同时确立了所发展模型中各参数与归一化温度和归一化应力之间的函数关系,取得了较好的效果;并且能与有限元软件结合,表明所发展的模型可应用于实际结构的蠕变分析.

关 键 词: 蠕变模型; 蠕变曲线; 归一化参数; 蠕变第 3 阶段; 镍基高温合金

中图分类号: V231

文献标志码: A

A creep model based on normalized parameters

WANG Yan-rong^{1,2}, CHENG Yu-zhao^{1,2}, LI Hong-xin¹,
LIU Xiang^{1,2}, TIAN Ai-mei³

- (1. School of Energy and Power Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China;
2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China;
3. School of Astronautics,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: In view of the deficiency that the traditional creep models, e. g. the Norton's law, cannot be used to simulate the third stage of creep, a creep model based on normalized time as a variable and the normalized stress and normalized temperature as parameters was presented. The developed model could describe all three stages of the creep curves. On the basis of the developed model, an improved model was put forward to describe the first stage of the creep curves better. Then feasibility of the developed model was validated by use of the experimental data of the direct aged GH4169G. The relationship between the parameters of the developed model and the dimensionless temperature, dimensionless stress was established. And the models can be used in finite element software, showing that the model can be applied to simulate the creep behavior of realistic structure.

收稿日期: 2015-07-06

基金项目: 国家自然科学基金(51475022, 50571004)

作者简介: 王延荣(1965—),男,教授,博士,主要从事航空发动机结构强度振动及可靠性研究.

引用格式: 王延荣,程域钊,李宏新,等.一种基于归一化参数的蠕变模型[J].航空动力学报,2017,32(3):683-688. WANG Yan-rong, CHENG Yuzhao, LI Hongxin, et al. A creep model based on normalized parameters[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(3): 683-688.

Key words: creep model; creep curves; normalized parameters;
the third stage of creep; nickel-based superalloy

高温下工作的结构必须考虑蠕变的影响,蠕变变形与温度密切相关,一般当温度达到 $0.3T_m$ (T_m 为材料熔点) 及其以上时,蠕变变形已较为显著,因而工程中当绝对温度 $T \geq 0.5T_m$ 时,蠕变变形不能被忽略^[1-2]. 航空发动机中许多结构件是在高温下工作的,蠕变会对其寿命产生很大影响,会导致结构件塑性变形过大或产生蠕变应力断裂,特别是随着涡轮前温度的进一步提高,问题将更加突出^[3]. 因此,研究蠕变变形的规律对航空发动机高温结构设计有实际意义.

一般情况下,金属材料的蠕变变形可以分为 3 个阶段:第 1 阶段由于变形引起加工硬化导致蠕变速率随时间不断降低,称为初始蠕变阶段;第 2 阶段由于加工硬化与回复软化过程达到动态平衡而导致蠕变速率保持不变,即为稳态蠕变阶段,这也是蠕变研究中被研究得最多的阶段;第 3 阶段蠕变速率随时间增加而增加直至断裂,称为加速蠕变阶段.

除了对蠕变变形的微观机理进行研究外,对蠕变变形进行唯象描述也是蠕变研究的一项重要内容,且对工程设计具有重要意义. 蠕变过程中由于在晶界处产生空洞形核、长大和相互连接,截面积减小,以及发生颈缩等多种原因导致试样在第 3 阶段迅速破坏^[4-5],因而工程上主要关心蠕变的前两个阶段. 用于描述蠕变变形的模型也多是描述前两个阶段,如 Andrade 提出的恒温恒载下的蠕变方程只能模拟蠕变第 1 阶段和第 2 阶段,而幂率蠕变模型描述的是稳态蠕变速率与应力的关系,工程中较常用的蠕变模型^[6-8]均不能模拟蠕变第 3 阶段. 虽然 θ 投射法可以模拟完整的蠕变变形,但它并不注重描述稳态蠕变阶段,即它所描述的整个蠕变变形中,并不存在蠕变速率为常数的阶段. 一些黏塑性本构模型^[9-11]虽能较好地描述循环载荷下的塑形变形,而在描述蠕变第 3 阶段时必须引入损伤参量对模型进行修正. 这些模型通常用于试样在试验载荷下,虽能较精准地描述变形,但由于计算较为复杂,目前还不易用于实际结构(如涡轮叶片和轮盘)的蠕变分析. 因此,仍有必要发展可用于实际工程结构分析的蠕变模型.

本文提出了一种可完整描述 3 个阶段蠕变变形的方 法,并采用归一化参数作为蠕变模型方程的变量. 工程中有时关注的不仅是蠕变量的大小,

还关注随蠕变时间所占持久寿命比例的增加材料(构件)所发生的响应. 采用归一化参数来描述蠕变变形,可以将不同温度和不同应力水平下的蠕变规律置于同一大小的时间轴下分析. 利用直接时效 GH4169G 材料的蠕变试验曲线对所发展的蠕变模型进行了验证.

1 蠕变模型的提出

1.1 几种常见蠕变模型及其对比分析

早在 1910 年,Andrade^[12]提出恒温恒载下的蠕变应变可以表达为

$$\epsilon_c = (1 + \beta t^g) e^{kt} - 1 \quad (1)$$

式中 t 为时间; g, k, β 均为材料参数,且 $g < 1$, Andrade 指出 $g = 1/3$. 当 $kt < 1$ 时,将 e^{kt} 按级数展开,式(1)可近似写成

$$\epsilon_c = \beta t^g + kt \quad (2)$$

式(2)右边两项分别表示蠕变的第 1 阶段和第 2 阶段,即该模型仅能描述蠕变的前两个阶段.

大多数试验表明,在较高温度和较低应力下,给定温度下的稳态蠕变应变率与应力 σ 存在如下关系:

$$\dot{\epsilon}_s = A \sigma^n \quad (3)$$

式中 A, n 为与材料特性和温度有关的常数,符合式(3)的蠕变即为幂率蠕变^[13]. 在式(3)的基础上,考虑稳态蠕变应变率与温度的关系可得到表达式^[14]

$$\dot{\epsilon}_s = B \sigma^n e^{-\frac{Q}{RT}} \quad (4)$$

式中 B 为与材料特性有关的常数, Q 为蠕变激活能, T 为温度(K), R 为气体常数. 式(4)还有许多改进形式,见文献[15-16],但都描述的是稳态蠕变应变率与应力和温度的关系,即只能描述蠕变第 2 阶段的特征.

文献[17]将蠕变应变表达为

$$\epsilon_c = \theta_1 (1 - e^{-\theta_2 t}) + \theta_3 (e^{\theta_4 t} - 1) \quad (5)$$

式中 $\theta_i (i=1, 2, 3, 4)$ 为温度和应力的函数,此即 θ 投射法,其中 θ_i 与应力、温度的关系可表示为

$$\lg \theta_i = a_i + b_i \sigma + c_i T + d_i \sigma T \quad (6)$$

式中 a_i, b_i, c_i, d_i 为系数,可通过不同温度和应力下的试验数据确定. 式(5)等号右边第 1 项相当于蠕变第 1 阶段,第 2 项相当于蠕变第 3 阶段. 式(5)可给出蠕变过程中的最小蠕变应变率,但不能

很好地描述完整的稳态蠕变阶段.

1.2 蠕变模型的构造

本文首先将蠕变应变表达为

$$\epsilon_c = \eta_1 \zeta^{\eta_4} + \eta_2 \zeta + \eta_3 \zeta^{\eta_5} \tag{7}$$

式中 $\zeta = t/t_c$ 为归一化时间, t_c 为给定温度和应力下的持久寿命, 则 $\zeta \in [0, 1]$; $\eta_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 为归一化应力 $\sigma/\sigma_{0.2}$ 与归一化温度 T/T_m 的函数 ($\sigma_{0.2}$ 为屈服应力), 且 $0 < \eta_4 < 1, \eta_5 > 1$.

蠕变模型是以归一化时间为自变量, 用 3 项幂函数来描述蠕变应变. 在区间 $[0, 1]$ 上幂函数 $y = x^m$ 当指数 m 取不同值时的曲线如图 1 所示. 由图中可知, 在区间 $[0, 1]$ 上, 当 $m < 1$ 时, $y = x^m$ 的曲线和蠕变第 1 阶段类似; 当 $m = 1$ 时, $y = x^m$ 即表示稳态蠕变阶段; 当 $m > 1$ 时, $y = x^m$ 的曲线与蠕变第 3 阶段类似. 因此, 在归一化时间区间 $[0, 1]$ 上式 (7) 具有模拟蠕变 3 个阶段的能力.

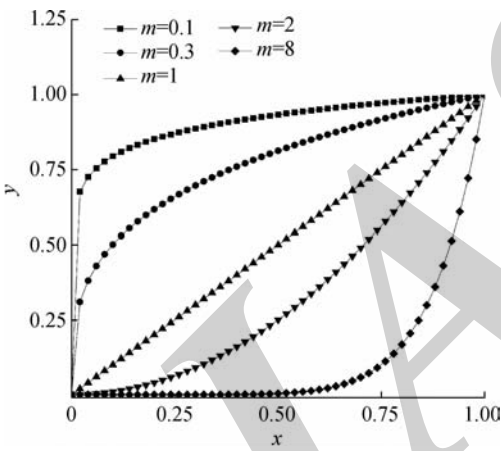


图 1 m 取不同值时 $y = x^m$ 在 $[0, 1]$ 上的曲线
Fig. 1 Curves of $y = x^m$ in $[0, 1]$ for different values of m

将时间对持久寿命 t_c 归一化之后, 蠕变模型中的参数 η_1, η_2, η_3 有明确的物理意义, 如图 2 所示, 图中纵坐标 ϵ_c 为蠕变应变 (不包含瞬时应变), 具体意义如下:

- 1) 当 $\zeta = 1$ 时, $\epsilon_r = \eta_1 + \eta_2 + \eta_3$, ϵ_r 为到持久寿命时断裂的蠕变应变.
- 2) 归一化蠕变模型中的 3 项分别描述蠕变的 3 个阶段, 其中 η_2 就是时间归一化后的稳态蠕变应变率, 即蠕变第 2 阶段的直线斜率.
- 3) η_1 等于蠕变第 2 阶段的直线在应变轴上的截距, η_3 等于第 2 阶段直线和直线 $\zeta = 1$ 的交点与持久寿命断裂点之间的距离.
- 4) η_4, η_5 分别控制蠕变第 1 阶段和第 3 阶段

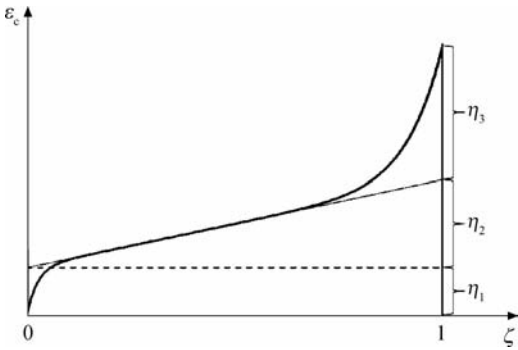


图 2 式 (7) 中系数 η_i 的物理意义
Fig. 2 Physical meaning of the coefficients η_i in the Eq. (7)

- 曲线的曲率变化, 反映各阶段蠕变变化的快慢.
- 根据其物理意义, 用归一化蠕变模型对实际材料的蠕变曲线模拟的步骤如下:
- 1) 根据持久寿命对曲线归一化, 所有曲线的时间坐标在 $[0, 1]$ 区间.
 - 2) 对每条曲线第 2 阶段进行拟合 (方程为 $y = kx + h$), 得到不同应力和温度下的一组 η_2 值 (即 k 值), η_2 为归一化坐标下的稳态蠕变应变率或最小蠕变率.
 - 3) 模拟步骤 2) 中得到的 h 值即为 $\eta_1, \eta_3 = \epsilon_r - \eta_1 - \eta_2$.
 - 4) 根据已得的参数 η_1, η_2, η_3 , 用式 (7) 对每条曲线进行拟合, 得到 η_4, η_5 .
 - 5) 将 $\eta_i (i = 1, 2, 3, 4, 5)$ 表示为归一化应力 $\sigma/\sigma_{0.2}$ 与归一化温度 T/T_m 的函数.

2 归一化蠕变模型的验证与应用

为了验证所提出的归一化蠕变模型的可行性, 应用该模型对等温锻造后直接时效 GH4169G 合金的蠕变试验曲线进行了拟合.

GH4169G 合金的蠕变试验曲线如图 3 中所示^[18]. 在不同温度下施加 650 MPa 应力时的持久寿命分别为: 933.15 K 时为 295 h, 943.15 K 时为 178 h, 953.15 K 是为 123 h; 在 953.15 K 下施加不同应力的蠕变寿命分别为: 630 MPa 时为 178 h, 650 MPa 时为 123 h, 700 MPa 时为 56 h. 该合金熔点为 1 533.15 ~ 1593.15 K, 本文计算中取 1563.15 K. 在 923.15, 953.15, 973.15 K 下该材料的屈服应力分别为 1 070, 1 020, 950 MPa, 可插值得到 933.15 K 和 943.15 K 下的屈服应力分别为 1 053 MPa 和 1 037 MPa.

应用前面提出的归一化蠕变模型拟合上述试验曲线时, 3 个参数 η_1, η_2, η_3 按其物理意义取值,

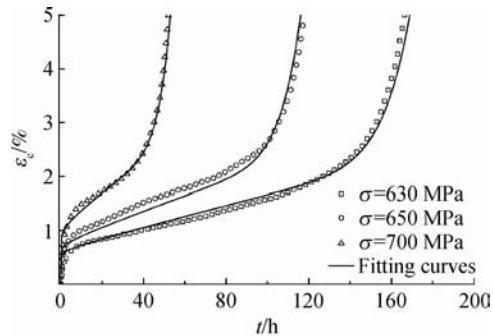
然后调整指数 η_i 和 η_5 的值, 各试验曲线的 5 个参数的取值见表 1.

归一化蠕变模型中 5 个参数与归一化变量 T/T_m 和 $\sigma/\sigma_{0.2}$ 有如下关系:

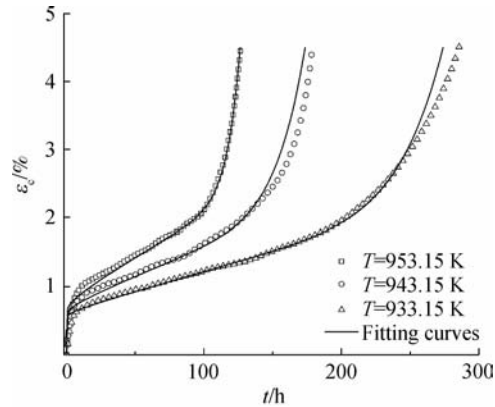
$$\eta_i = a_i + b_i \frac{T}{T_m} + c_i \frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} + d_i \frac{T}{T_m} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \quad (8)$$

式中 a_i, b_i, c_i, d_i 为常数($i=1, 2, 3, 4, 5$).

由表 1 中的数据可以用最小二乘法拟合出各参数 η_i 对应的 a_i, b_i, c_i, d_i 值. 在 953.15 K, 650 MPa



(a) 温度为953.15 K, 施加不同应力



(b) 不同温度, 施加650 MPa应力

图 3 不同条件下的试验曲线和拟合效果

Fig. 3 Experimental data curves and fitting results under different conditions

下的试验曲线在两幅图中均出现, 而由于文献 [18]中绘图误差以及本文在取点过程中产生误差, 单独对两条曲线分析时这 5 个参数值有一定的差别, 在此忽略其差别, 直接用最小二乘法拟合, 见表 2.

表 1 不同温度和应力下的归一化蠕变模型参数

Table 1 Dimensionless creep model parameters under different temperatures and stresses

温度/K	应力/MPa	$\eta_1 / \%$	$\eta_2 / \%$	$\eta_3 / \%$	η_4	η_5
953.15	630	0.66	1.66	5.97	0.04	11.00
953.15	650	0.93	1.79	4.45	0.05	14.34
953.15	700	1.23	1.50	4.83	0.07	8.62
933.15	650	0.68	1.82	10.04	0.03	9.00
943.15	650	0.80	1.55	5.95	0.05	8.50
953.15	650	0.90	1.54	4.73	0.06	13.42

表 2 归一化蠕变模型中各参数的系数

Table 2 Coefficients of dimensionless creep model parameters

η_i	a_i	b_i	c_i	d_i
η_1	-144.3	229.9	231.7	-367.3
η_2	1118.1	-1828.1	-1798.9	2945.8
η_3	1349.3	-2195.6	-1838.1	2999.2
η_4	-56.2	91.8	90.1	-147.1
η_5	189.6	-236.4	-662.2	1000.0

有了系数 a_i, b_i, c_i, d_i 之后便可根据式(8)计算该材料的任意温度和应力状态下式(7)中各蠕变参数的值, 从而得到模拟的蠕变曲线. 利用表 2 中各系数计算得到的蠕变曲线与试验数据对比,

结果如图 3 所示. 可看出该模型对各条曲线的模拟均较好.

3 归一化蠕变模型的改进

由图 3 中可看出, 所发展的归一化蠕变模型的第 1 项 $\eta_1 \zeta^{\eta_1}$ 描述蠕变第 1 阶段的效果还不够理想, 这是由幂函数本身的特点决定的, 当参数 $\eta_1 < 1$ 时, 该函数的导数值在 $\zeta = 0$ 处为无穷大, 即幂函数在 $\zeta = 0$ 附近不能准确地描述蠕变应变速率. 对此, 可采用如下的改进模型来描述蠕变应变:

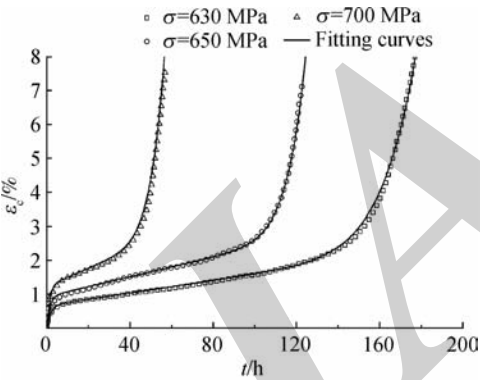
$$\epsilon_c = \eta_1 (1 - e^{-\eta_1 \zeta}) + \eta_2 \zeta + \eta_3 \zeta^{\eta_5} \quad (9)$$

式中仅对式(7)中第 1 项作了改进, 将幂函数改进为指数形式, η_1, η_2, η_3 和 η_5 所代表的意义不变, 蠕变应变第 1 阶段的行为仍用参数 η_1 来描述, 但已与式(7)的含义不同.

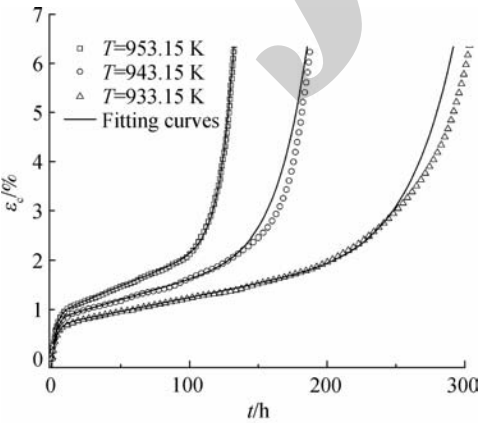
现仍用文献[18]中 GH4169G 试验数据对改进模型进行验证。由于改进模型只修改了第 1 项,则参数 η_1, η_2, η_3 和 η_5 的意义不变,数值也不变,对每条曲线单独拟合得到的 η_4 值见表 3(表中第 2 行和第 5 行参数分别由图 4(a)和图 4(b)中 953.15 K 和 650 MPa 下的曲线单独拟合得到),由改进模型拟合得到的蠕变曲线见图 4。由图中可看出改进模型能更好地描述蠕变试验曲线的第 1 阶段。

表 3 参数 η_4 的拟合结果
Table 3 Fitting results of parameter η_4

温度/K	应力/MPa	η_4
953.15	630	100.01
953.15	650	85.09
953.15	700	44.47
933.15	650	95.06
943.15	650	64.57
953.15	650	44.67



(a) 温度为953.15 K,施加不同应力



(b) 不同温度,施加650 MPa应力

图 4 用改进模型对每条曲线单独拟合效果
Fig. 4 Fitting results of each curve using the improved model

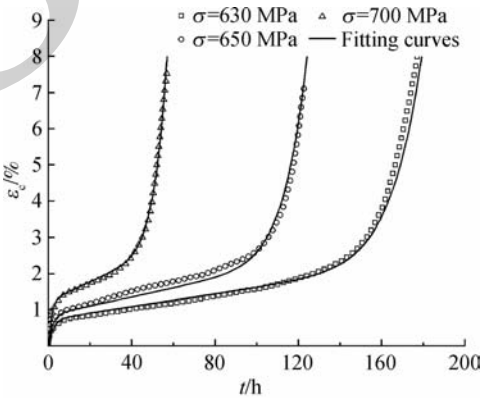
归一化后,温度和应力的变化范围不大,而改进模型中的 5 个参数(特别是 η_4)变化相对较大,因而对 5 个参数取对数,并认为其是温度和应力的函数,具有如下形式:

$$\ln \eta_i = a_i + b_i \frac{T}{T_m} + c_i \frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} + d_i \frac{T}{T_m} \cdot \frac{\sigma}{\sigma_{0.2}} \tag{10}$$

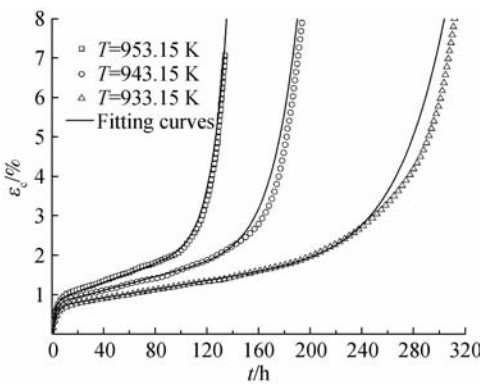
对 5 组数据进行拟合,得到改进模型中各参数的系数值见表 4。改进模型的拟合结果如图 5 所示。

表 4 改进模型中各参数的系数
Table 4 Coefficients of parameters in the improved model

η_i	a_i	b_i	c_i	d_i
η_1	-13.12	12.92	6.268	2.766
η_2	-3.567	7.774	14.78	-26.1
η_3	-136.6	229.1	265.1	-438.6
η_4	3459	-5655	-5388	8819
η_5	33.97	-47.5	-71.24	110.2



(a) 温度为953.15 K,施加不同应力



(b) 不同温度,施加650 MPa应力

图 5 改进模型的拟合效果
Fig. 5 Fitting results of the improved model

由图 5 中可以看出,拟合曲线与试验数据吻合较好,在第 1 阶段和第 2 阶段几乎重合,表明改进模型可用来描述蠕变应变曲线.同时,可通过式(10)得到任意温度和应力下的蠕变参数,由于缺乏试验数据,尽管不能断言所得到的蠕变参数能很好地描述任意温度和任意应力水平下的蠕变应变曲线,但可看出改进模型在 943.15 K,650 MPa 附近的一定范围内有较好的适用性,且该模型可与有限元程序结合,用于实际工程结构的分析.

4 结 论

本文构建了基于归一化参数的蠕变模型,其中用简单的 3 项幂函数在归一化的时间坐标下分别描述蠕变的 3 个阶段.应用该模型对直接时效 GH4169G 合金的蠕变试验数据进行建模,确立了归一化蠕变模型中各参数与归一化变量 T/T_m 和 $\sigma/\sigma_{0.2}$ 之间的函数关系,取得了较好的效果.针对幂函数描述蠕变第 1 阶段的能力限制,采用指数函数对归一化蠕变模型作了改进,并用直接时效 GH4169G 试验数据对改进模型进行了验证,结果表明改进模型能更好地描述蠕变行为,且能与有限元程序结合,用于实际工程结构的设计分析.

参考文献:

[1] 穆霞英.蠕变力学[M].西安:西安交通大学出版社,1990.

[2] Kassner M E,Pérez-Prado M T. Five-power-law creep in single phase metals and alloys[J]. Progress in Materials Science,2000,45(1):1-102.

[3] 饶寿期.航空发动机的高温蠕变分析[J].航空发动机,2004,30(1):10-13.

RAO Shouqi. Analysis of high-temperature creep of aero-engines[J]. Aeroengine,2004,30(1):10-13. (in Chinese)

[4] YAO Huatang,XUAN Fuzhen,WANG Zhengdong,et al. A review of creep analysis and design under multi-axial stress states[J]. Nuclear Engineering and Design,2007,237(18):1969-1986.

[5] Kassner M E, Hayes T A. Creep cavitation in metals[J]. International Journal of Plasticity,2003,19(10):1715-1748.

[6] Sawada K,Tabuchi M,Kimura K. Analysis of long-term creep curves by constitutive equations[J]. Materials Science and Engineering:A,2009,510/511:190-194.

[7] Sherby O D,Burke P M. Mechanical behavior of crystalline solids at elevated temperature[J]. Progress in Materials Science,1968,13:323-390.

[8] Swindeman R W,Swindeman M J. A comparison of creep models for nickel base alloys for advanced energy systems [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping,2008,85(1):72-79.

[9] Miller A K. Modelling of cyclic plasticity with unified constitutive equations:improvements in simulating normal and anomalous Bauschinger effects[J]. Journal of Engineering Materials and Technology,1980,102(2):215-222.

[10] Chaboche J L. Constitutive equations for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity[J]. International Journal of Plasticity,1989,5(3):247-302.

[11] Bodner S R,Partom Y. Constitutive equations for elastic-viscoplastic strain-hardening materials[J]. Journal of Applied Mechanics,1975,42(2):385-389.

[12] Andrade E N da C. On the viscous flow in metals and allied phenomena[J]. Proceedings of the Royal Society:A Mathematical, Physical and Engineering Sciences,1910,84(567):1-12.

[13] Montes J M,Cuevas F G,Cintas J. New creep law[J]. Materials Science and Technology,2012,28(3):377-379.

[14] Mukherjee A K,Bird J E,Dorn J E. Experimental correlations for high-temperature creep[J]. Transactions of the American Society of Metals,1969,62(1):62-68.

[15] 张俊善.材料的高温变形与断裂[M].北京:科学出版社,2007.

[16] Golan O,Arbel A,Eliezer D,et al. The applicability of Norton's creep power law and its modified version to a single-crystal superalloy type CMSX-2[J]. Materials Science and Engineering:A,1996,216(1/2):125-130.

[17] Evans R W,Wilshire B. Creep of metals and alloys[M]. London:the Institute of Metals,1985.

[18] 刘姣,李振荣,王欣,等.一种 GH4169G 合金的组织与蠕变行为[J].材料热处理学报,2013,34(8):74-79.

LIU Jiao,LI Zhenrong,WANG Xin,et al. Microstructure and creep behavior of a GH4169G superalloy[J]. Transactions of Materials and Heat Treatment,2013,34(8):74-79. (in Chinese)

(编辑:陈 越)