

航空发动机 MTBF 的 Bayes 评估

董海平¹, 万里勇², 杨 阳², 伊泉剑^{1,3}

(1. 北京理工大学 机电学院, 北京 100081;

2. 中国航空发动机集团有限公司 沈阳发动机研究所, 沈阳 110015;

3. 中国兵器工业集团公司 中国北方车辆研究所, 北京 100073)

摘 要: 针对航空发动机的试验样本量和故障数据少,采用传统的数学平均值法对其平均故障间隔时间(MTBF)评估不能反映其真实可靠性水平的问题,基于 Bayes 理论,把历史试验数据视为先验信息,采用矩等效方法确定先验分布,然后通过 Bayes 理论综合现场试验数据,建立了一种基于 Bayes 理论的航空发动机 MTBF 评估方法。该方法可以扩大 MTBF 评估所需的信息量。采用所提出的 Bayes 方法对某航空发动机 MTBF 进行评估,得到其 MTBF 评估值为 302.68 h,比采用数学平均值法约提高了 18.7%,评估结果更符合实际。表明该方法可应用于航空发动机 MTBF 的评估。

关 键 词: 航空发动机可靠性; 平均故障间隔时间; 数学平均值法; Bayes 方法; 先验分布

中图分类号: V231.91; O231.1

文献标志码: A

Bayesian assessment on MTBF of aero-engine

DONG Haiping¹, WAN Liyong², YANG Yang², YI Xiaojian^{1,3}

(1. School of Mechatronical Engineering,

Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China;

2. Shenyang Engine Research Institute,

Aero Engine (Group) Corporation of China, Shenyang 110015, China;

3. China North Vehicle Research Institute,

China North Industries Group Corporation, Beijing 100073, China)

Abstract: It is difficult to evaluate the mean time between failures (MTBF) of aero-engine with traditional mathematical mean time method because of its small samples. To solve this problem, the historical test information was regarded as prior information, and prior distribution was determined by the moment equivalent method, then field test data were combined with prior distribution through Bayesian theorem, lastly a Bayesian method to evaluate MTBF of aero-engine was presented. The information used in the new method to evaluate MTBF was expanded. An example showed the MTBF evaluation result with the new method was 302.68 h, 18.7% higher than that with the traditional mathematical mean time method. The engineering experts believed that the new result is closer to the real value than that by the traditional method. It is feasible to use the new method to evaluate MTBF of aero-engine.

Key words: aero-engine reliability; mean time between failures; mathematical mean time method; Bayesian method; prior distribution

收稿日期: 2015-12-18

作者简介: 董海平(1969—),男,副教授、硕士生导师,博士,主要从事系统可靠性技术研究。E-mail: donghaipingphd@126.com

引用格式: 董海平,万里勇,杨阳,等.航空发动机 MTBF 的 Bayes 评估[J].航空动力学报,2017,32(8):1978-1983. DONG Haiping, WAN Liyong, YANG Yang, et al. Bayesian assessment on MTBF of aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(8):1978-1983.

航空发动机是飞机的动力装置,是飞机的心脏,它的可靠性直接影响着飞机的可靠性和飞行安全,因此,可靠性是航空发动机的重要品质指标之一,人们对发动机可靠性极为重视^[1]。可靠性水平一般采用可靠性参数及其取值来表征,在工程中常用来描述发动机可靠性的参数有:平均故障间隔时间(mean time between failures, MTBF)或平均维修间隔时间、返修率或提前换发率、空中停车率、每飞行小时直接维修工时或平均修复时间等^[2]。

由于 MTBF 考虑了发动机的各种故障,可以反映发动机的可靠性综合水平,对发动机产品的设计、制造、使用等具有重要的影响和意义。因此,在对航空发动机进行可靠性评估时,可采用 MTBF 作为主要的可靠性定量评估参数。对于航空发动机 MTBF 的定量评估,传统的评估方法有数学平均值法和基于分布计算法。数学平均值法,也叫均值法,即通过收集发动机的故障时间,求取所有的故障时间的和,统计故障次数,以所有故障时间的和除以总故障次数,即求得该发动机的 MTBF。这种评估方法不需要知道故障时间的分布,直接用试验样本的统计量去估计母体的特征值,因此也叫非参数法。该方法直观、简单,便于工程应用。但在试验样本量较少的情况下,可能会导致 MTBF 估计误差较大。由于发动机故障时间通常遵循一定的分布规律,不同的分布对应着不同的分布均值,而分布均值与样本均值不一定相等,因此上述数学平均值法中用样本均值来表示 MTBF,显得有些粗糙,有时不能很好地反映发动机的真实可靠性水平。因此,根据航空发动机故障时间的分布特点,应用分布均值来代替样本均值计算的 MTBF 值更符合工程实际,这种方法称为基于分布计算法。目前,国内专家学者通常在假定航空发动机故障数据服从指数分布或威布尔分布的基础上对其 MTBF 进行评估。宣建光等对国内某型现役航空发动机的完全寿命数据进行了收集整理,并通过假设检验得到用威布尔分布模型处理这些数据优于采用其他模型的结论^[3]。秦海勤等分别用均值法和威布尔分布法对包含 89 起故障的某型发动机的 MTBF 进行了统计分析^[4]。白杰等根据航空发动机失效模式和寿命数据对航空发动机 MTBF 的不同影响程度,提出了基于动态权重系数的威布尔混合分布的 MTBF 计算方法^[5]。另外,也有一些国内科研工作者开展基于航空发动机的可靠性增长过程试验数据或增长模型对其 MTBF 进行评估的方法的

研究。金向明等通过可靠性增长预测模型充分利用定型前内场台架试验及外场试飞提供的大量数据对发动机 MTBF 进行评估^[6-7]。王桂华等基于 Duane 模型采用最小二乘法和过最后点拟合分析方法对发动机 MTBF 进行评估^[8]。黄敏等针对航空发动机研制过程呈现可靠性增长的特性,提出了一种利用发动机研制过程各阶段试验数据进行 MTBF 综合评估的可靠性增长单调约束模型^[9]。另外,考虑到不同阶段故障数据对航空发动机 MTBF 影响不同,王大伟等引入故障强度因子,采用 Choquet 模糊积分方法融合发动机各阶段可靠性指标,对发动机当前的 MTBF 给出了更加科学的评价^[10]。但由于航空发动机是高价值、高可靠产品,受试验成本和周期的限制,它的现场试验数量和故障数据一般较少,属于小子样可靠性评估的问题,采用经典的数理统计方法来对航空发动机 MTBF 进行评估,难以真实反映其实际的可靠性水平。对于上述小子样的可靠性评估问题,一个可行的方法是综合利用历史试验数据,以弥补现场试验数据的不足,扩大可靠性评估的信息量。经典统计方法很难解决对历史试验数据的利用问题,而基于 Bayes 理论的可靠性评估方法能把历史试验数据视为先验信息,结合现场试验数据,利用 Bayes 理论融合先验信息和现场试验数据对航空发动机 MTBF 进行评估。赵飞等对于民机部件的小子样评估中,采用 Bayes 方法,充分融合多源信息,结合部件检测信息和历史信息,对两发动机组成的冗余动力系统进行了评估,实例证明了采用 Bayes 方法对民机部件可靠性评估的有效性^[11]。为了解决航空发动机 MTBF 的小子样评估问题,本文把发动机的历史试验数据视为先验信息,采用矩等效方法确定先验分布,结合少量的现场试验数据,采用 Bayes 方法评估航空发动机的 MTBF。

1 航空发动机 MTBF 的 Bayes 评估方法

Bayes 可靠性评估方法的思路是先收集产品历史可靠性信息,再通过信息融合方法把这些信息转换为产品可靠性先验信息,根据该先验信息确定先验分布,然后结合产品现场试验数据,利用 Bayes 理论,确定可靠性后验分布,最后基于后验分布对产品可靠性进行综合评估^[12-14]。

航空发动机故障时间数据一般认为服从威布尔分布^[15]。在采用 Bayes 方法评估航空发动机

可靠性时,可以将威布尔分布模型的两个未知参数——形状参数和尺度参数视为随机变量。由于指数分布作为一种常见的分布,伽玛分布为其参数的共轭先验分布,不但适合描述机电产品的寿命,而且很大程度简化了计算,因此,可将威布尔分布转化成指数分布后再利用 Bayes 方法计算^[16],通过对指数分布进行 Bayes 推导得到其参数后,再将其转换为威布尔分布的参数,然后再根据得到的威布尔分布对航空发动机 MTBF 进行评估。

两参数威布尔分布的累积概率分布函数为

$$F(t)=\int_0^t\frac{\beta}{\eta}\left(\frac{u}{\eta}\right)^{\beta-1}e^{-\left(\frac{u}{\eta}\right)^{\beta}}du\tag{1}$$

式中 u 为积分变量, t 为时间, β 为形状参数, η 为尺度参数。

令 $z=u^{\beta}$, 则 $dz=\beta u^{\beta-1}du$, 那么

$$F(t)=\frac{1}{\eta^{\beta}}\int_0^{t^{\beta}}\exp[-(z/\eta^{\beta})]dz\tag{2}$$

进一步令

$$\frac{1}{\eta^{\beta}}=\theta,\quad x=t^{\beta}$$

则式(2)可转换为

$$F(x)=\theta\int_0^xe^{-\theta z}dz\tag{3}$$

则式(3)为指数分布累积概率分布函数,其概率密度函数为

$$f(x)=\theta e^{-\theta x}\tag{4}$$

式中 $\theta=\frac{1}{\eta^{\beta}}$, $x=t^{\beta}$

考虑航空发动机现场试验的截尾试验样本 $S:t_1,t_2,\cdots,t_m,t_{m+1},\cdots,t_n$ (n 为样本数, m 为失效数)。记

$$U=\prod_{i=1}^mt_i,\quad X^{\beta}=\sum_{i=1}^nt_i^{\beta}$$

其样本似然函数为

$$L(S/\theta,\beta)=\theta^m\beta^mU^{\beta-1}e^{-\theta X^{\beta}}\tag{5}$$

由于形状参数 β 不存在共轭先验分布,可结合工程实际或专家意见,给出其取值范围为 $[\beta_1,\beta_2]$,考虑采用该取值范围上的均匀分布作为其先验分布,即

$$\pi(\beta)=\frac{1}{\beta_2-\beta_1},\quad \beta\in(\beta_1,\beta_2)\tag{6}$$

在已知 β 的先验分布的情况下,对于指数分布的参数 θ ,可以采用共轭分布——伽玛分布作为其先验分布,即 θ 的先验分布概率密度函数为

$$\pi(\theta/\beta)=\frac{b^a}{\Gamma(a)}\theta^{a-1}e^{-b\theta},\quad \theta>0,a>0,b>0\tag{7}$$

式(7)中的 a 和 b 为先验分布的超参数。伽玛分布的均值和方差可以表示为

$$E(\theta)=\frac{a}{b},\quad \text{Var}(\theta)=\frac{a}{b^2}$$

a,b 的值可以根据先验信息采用矩等效的方法确定^[17]。

由式(6)和式(7)可以确定 θ 和 β 的联合先验密度函数为

$$\pi(\theta,\beta)=\pi(\beta)\pi(\theta/\beta)\tag{8}$$

则 θ 和 β 的联合后验密度函数为

$$\begin{aligned}\pi(\theta,\beta/S)&=\frac{\pi(\theta,\beta)L(S/\theta,\beta)}{\int_{\beta_1}^{\beta_2}\int_{\theta}\pi(\theta,\beta)L(S/\theta,\beta)d\theta d\beta}=\frac{\frac{b^a}{(\beta_2-\beta_1)\Gamma(a)}\theta^{a+m-1}\beta^mU^{\beta-1}e^{-(X^{\beta}+b)}}{\int_{\beta_1}^{\beta_2}\int_0^{\infty}\frac{b^a}{(\beta_2-\beta_1)\Gamma(a)}\theta^{a+m-1}\beta^mU^{\beta-1}e^{-(X^{\beta}+b)}d\theta d\beta}=\frac{\theta^{a+m-1}\beta^mU^{\beta-1}e^{-(X^{\beta}+b)}}{\int_{\beta_1}^{\beta_2}\beta^mU^{\beta-1}(X^{\beta}+b)^{a+m}d\beta}\end{aligned}\tag{9}$$

则 β 的后验分布为

$$\begin{aligned}\pi(\beta/S)&=\frac{\int_{\theta}\pi(\theta,\beta)L(S/\theta,\beta)d\theta}{\int_{\beta_1}^{\beta_2}\int_{\theta}\pi(\theta,\beta)L(S/\theta,\beta)d\theta d\beta}=\frac{\beta^mU^{\beta-1}(X^{\beta}+b)^{a+m}}{\int_{\beta_1}^{\beta_2}\beta^mU^{\beta-1}(X^{\beta}+b)^{a+m}d\beta}\end{aligned}\tag{10}$$

则得到 β 的点估计为

$$\hat{\beta}=\int_{\beta_1}^{\beta_2}\beta\pi(\beta/S)d\beta=\frac{\int_{\beta_1}^{\beta_2}\beta^{m+1}U^{\beta-1}(X^{\beta}+b)^{a+m}d\beta}{\int_{\beta_1}^{\beta_2}\beta^mU^{\beta-1}(X^{\beta}+b)^{a+m}d\beta}\tag{11}$$

对于 θ , 由于其先验分布是其共轭分布,那么得到的后验分布的形式也必然是伽玛分布的形式^[18],即

$$\begin{aligned}\pi(\theta,\beta/S)&=\frac{\int_{\beta}\pi(\theta,\beta)L(S/\theta,\beta)d\beta}{\int_{\beta}\int_{\theta}\pi(\theta,\beta)L(S/\theta,\beta)d\theta d\beta}\sim\\&G_a(a+m,X^{\beta}+b)\end{aligned}\tag{12}$$

那么,可得到 θ 的后验分布均值为

$$\hat{\theta}=E(\theta)=\frac{a+m}{X^{\beta}+b}\tag{13}$$

由 $\theta=\frac{1}{\eta^{\beta}}$, 则可得到 η 的估计值为

$$\hat{\eta}=\left[\frac{1}{\hat{\theta}}\right]^{\frac{1}{\beta}}=\left(\frac{X^{\hat{\beta}}+b}{a+m}\right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}}\tag{14}$$

至此,针对故障数据服从威布尔分布模型的

航空发动机 MTBF (量符号记为 t_{mtbf}) 可由下式计算:

$$t_{\text{mtbf}} = \hat{\eta} \Gamma \left(1 + \frac{1}{\hat{\beta}} \right) \tag{15}$$

式中 $\Gamma(x)$ 为伽玛函数,其表达式为

$$\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} s^{x-1} e^{-s} ds, \quad x > 0$$

2 实 例

针对某航空发动机 MBTF 的评估,以可靠性增长试验过程中的故障数据为先验信息,根据历史数据的分析,可得到该型航空发动机故障时间数据服从二参数的威布尔分布。现将威布尔分布的两参数视为随机变量,同时把威布尔分布转换为指数分布,通过对指数分布进行 Bayes 推导得到其参数后,再将其转换为威布尔分布的参数,最后根据威布尔模型参数估计 MTBF。

对于航空发动机故障时间数据威布尔分布模型的形状参数 β , 根据工程经验并结合专家意见确定其取值范围为 $[0, 2]$ 。那么,可根据式(6)确定 β 的先验分布

$$\pi(\beta) = \frac{1}{2}, \quad \beta \in (0, 2) \tag{16}$$

按照式(1)~式(4),把威布尔分布转换为指数分布,指数分布参数 θ 的先验分布选其共轭分布——伽玛分布,然后采用矩等效方法确定伽玛分布中超参数 a, b 的取值。

某型多台航空发动机在研制过程中进行试验出现的故障时间如表 1 所示。F001~F005 对应不同阶段的航空发动机编号,每个编号下有不同台数的发动机进行试验,这些航空发动机发生故障的时间如表 1 所示。这些航空发动机的故障时间信息作为本文评估方法的先验信息。

经对表 1 中的历史故障数据的均值和方差的计算,根据矩等效原理,可得伽玛分布的均值和方

表 1 某型多台航空发动机历史故障时间

Table 1 Failure times in history of aero-engines

航空发动机 编号	故障时间/h		
	第 1 次故障	第 2 次故障	第 3 次故障
F001	240	370	520
F002	350		
F003	180	240	
F004	375		
F005	100	210	590

差分别为

$$E(\theta) = \frac{a}{b} = 317.5 \tag{17}$$

$$\text{Var}(\theta) = \frac{a}{b^2} = 21\,216.25 \tag{18}$$

由式(17)~式(18)可解得伽玛分布的超参数分别为 $a=4.7514, b=0.01496$ 。

至此可以确定 θ 的先验分布为

$$\pi(\theta/\beta) = \frac{b^a}{\Gamma(a)} \theta^{a-1} e^{-b\theta} = \frac{0.01496^{4.7514}}{\Gamma(4.7514)} \theta^{3.7514} e^{-0.01496\theta}, \quad \theta > 0 \tag{19}$$

该型航空发动机的现场试验数据如表 2 所示。

表 2 某型 4 台航空发动机现场试验故障时间

Table 2 Failure times of four aero-engines in the field test

发动机编号	故障时间/h
1	80
2	160
3	200
4	580

由式(5)可得其样本似然函数为

$$L(S/\theta, \beta) = \theta^m \beta^m U^{\beta-1} e^{-aX^\beta} \tag{20}$$

式中 $m=4, X^\beta = \sum_{i=1}^n t_i^\beta$ 中的 $n=4, U = \prod_{i=1}^m t_i = 80 \times 160 \times 200 \times 580 = 1\,484\,800\,000, X^\beta = \sum_{i=1}^n t_i^\beta = 80^\beta + 160^\beta + 200^\beta + 580^\beta$

则形状参数 β 的点估计可以由式(11)得到

$$\hat{\beta} = \frac{\int_{\beta_1}^{\beta_2} \beta \pi(\beta/S) d\beta}{\int_{\beta_1}^{\beta_2} \beta^m U^{\beta-1} (X^\beta + b)^{a+m} d\beta} = \frac{\int_0^2 \beta^5 U^{\beta-1} (X^\beta + 0.01496)^{8.7514} d\beta}{\int_0^2 \beta^4 U^{\beta-1} (X^\beta + 0.01496)^{8.7514} d\beta} = 3.8997 \tag{21}$$

则按式(14)可以得到尺度参数 η 的估计值为

$$\hat{\eta} = \left(\frac{1}{\hat{\theta}} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}} = \left(\frac{X^\beta + b}{a + m} \right)^{\frac{1}{\hat{\beta}}} = 334.4358 \tag{22}$$

由此可以对该航空发动机 MTBF 做出评估

$$t_{\text{mtbf}} = \hat{\eta} \Gamma \left(1 + \frac{1}{\hat{\beta}} \right) = 334.4358 \times \Gamma \left(1 + \frac{1}{3.8997} \right) = 302.68 \text{ h} \tag{23}$$

把该评估结果与传统的数学平均值法进行了对比,见表 3 所示。

表 3 本文提出的 Bayes 方法与数学平均值法对比
Table 3 Comparison between Bayes method proposed in this paper and mathematical mean time method

方法	MTBF/h
Bayes 方法	302.68
数学平均值法	255
相对误差/%	18.7

从表 3 可以看出,采用本文提出的综合历史试验数据和现场试验数据的 Bayes 方法对该型航空发动机 MTBF 进行评估,得到的评估结果为 302.68 h。如果采用数学平均值法对该型航空发动机 MTBF 进行评估,则无法利用历史数据,只能利用其现场试验数据,得到的 MTBF 估计值为 255 h,比采用本文提出的 Bayes 方法约低 18.7%。这是由于数学平均值法没有利用历史数据信息,仅利用了现场试验数据,致使得到的 MTBF 值偏低。采用本文提出的 Bayes 方法进行评估,扩大了可靠性评估的试验数据量,工程设计人员认为所得评估结果更符合实际。

3 结 论

由于航空发动机的现场试验样本量和故障数据少,采用传统的数学平均值法对其 MTBF 评估不能反映其真实的可靠性水平,为了扩充历史信息的利用,本文基于 Bayes 理论,把历史试验数据视为先验信息,综合现场试验数据,建立了航空发动机 MTBF 的 Bayes 评估方法。实例表明,采用 Bayes 方法对航空发动机 MTBF 进行评估,可以提高其评估精度,有工程应用价值。

参考文献:

[1] 彭友梅. 重视和加强航空发动机可靠性工作[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2003, 16(4): 49-51.
PENG Youmei. Stressing and strengthening aero-engine operation reliability[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2003, 16(4): 49-51. (in Chinese)

[2] 蔡娜, 贾广生, 徐凤磊. 航空发动机可靠性参数体系选择和指标确定的初步探讨[J]. 科技信息, 2007(18): 95-96.
CAI Na, JIA Guangsheng, XU Fenglei. Discussion on the selection of reliability parameter system and targets for military aeroengines[J]. Science and Technology Information, 2007(18): 95-96. (in Chinese)

[3] 宣建光, 刘波, 陈超, 等. 某型发动机完全寿命数据基于威布尔分布模型的计算研究[J]. 燃气涡轮试验与研究,

2009, 22(4): 34-38.

XUAN Jianguang, LIU Bo, CHEN Chao, et al. MTBF calculation study for aeroengine complete life data based on the Weibull distribution model[J]. Gas Turbine Experiment and Research, 2009, 22(4): 34-38. (in Chinese)

[4] 秦海勤, 徐可君, 江龙平. 基于威布尔分布法的某型发动机 MTBF 计算[J]. 燃气轮机技术, 2006, 19(3): 40-43.
QIN Haiqin, XU Kejun, JIANG Longping. MTBF calculation for aero engine based on the Weibull distribution method[J]. Gas Turbine Technology, 2006, 19(3): 40-43. (in Chinese)

[5] 白杰, 袁忠大, 王伟. 威布尔混合分布可靠性模型的权重计算[J]. 航空维修与工程, 2012(6): 49-51.
BAI Jie, YUAN Zhongda, WANG Wei. The calculation of proportion coefficient to reliability model based on Weibull mixture distribution[J]. Aviation Maintenance and Engineering, 2012(6): 49-51. (in Chinese)

[6] 金向明, 徐友良, 蔡显新. 基于台架试验的航空发动机可靠性预测[C]//中国航空学会第三届航空发动机可靠性学术交流会. 湖北 宜昌: 中国航空学会, 2006: 53-56.

[7] 金向明, 高德平, 赵艳云, 等. 基于可靠性增长预测模型的航空发动机可靠性评估[J]. 航空动力学报, 2010, 25(6): 1335-1339.
JIN Xiangming, GAO Deping, ZHAO Yanyun, et al. Reliability assessment of aero-engine based on the reliability growth forecast module[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(6): 1335-1339. (in Chinese)

[8] 王桂华, 张连祥. 采用 Duane 模型评估航空发动机平故障间隔时间[J]. 航空发动机, 2006, 32(1): 29-30.
WANG Guihua, ZHANG Lianxiang. Evaluation of mean time between failures for aeroengine using Duane model[J]. Aeroengine, 2006, 32(1): 29-30. (in Chinese)

[9] 黄敏, 王桂华, 李进, 等. 某型发动机研制阶段 MTBF 综合评估方法[C]//第三届航空发动机可靠性学术交流会论文集. 湖北 宜昌: 中国航空学会, 2005: 174-180.

[10] 王大伟, 王伟, 冯振宇. 基于模糊积分的航空发动机 MTBF 动态评估方法[J]. 航空动力学报, 2013, 28(5): 983-988.
WANG Dawei, WANG Wei, FENG Zhenyu. Dynamic assessment model for MTBF of aero-engine based on fuzzy integral[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(5): 983-988. (in Chinese)

[11] 赵飞, 王华伟, 王岩峰. 基于 Bayes 方法的民机冗余部件随机可靠性评估[J]. 机械科学与技术, 2011, 30(1): 6-9.
ZHAO Fei, WANG Huawei, WANG Yanfeng. Random reliability evaluation of components civil aircrafts using Bayes method[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2011, 30(1): 6-9. (in Chinese)

[12] 唐学梅, 张金槐, 邵凤昌, 等. 武器装备小子样试验分析与评估[M]. 北京: 国防工业出版社, 2001: 188-194.

[13] 董海平, 蔡瑞娇, 翟志强, 等. 火箭弹射座椅 Bayes 可靠性评估方法[J]. 北京理工大学学报, 2007, 27(8): 671-674.
DONG Haiping, CAI Ruijiao, ZHAI Zhiqiang, et al. Bayesian reliability assessment method of rocket ejection seat

[J]. Transaction of Beijing Institute of Technology, 2007, 27(8):671-674. (in Chinese)

[14] 董海平,蔡瑞娇,王伟. 基于混合 Beta 分布的火箭弹射座椅可靠性评估[J]. 航空学报, 2009, 30(2):232-235.
DONG Haiping, CAI Ruijiao, WANG Wei. Reliability assessment of rocket ejection seat based on mixed Beta distribution[J]. Acta Aeronautics et Astronautica Sinica, 2009, 30(2):232-235. (in Chinese)

[15] 宋兆泓. 航空发动机可靠性与故障抑制工程[M]. 北京:北

京航空航天大学出版社, 2002.

[16] 朱孟兵. 基于小样本数据的数控机床 MTBF 评估[D]. 沈阳:东北大学, 2012.
ZHU Mengbing. MTBF evaluation of NC machine tool based on small samples[D]. Shenyang: Northeastern University, 2012. (in Chinese)

[17] 周源泉,翁朝曦. 可靠性评定[M]. 北京:科学出版社, 1990.

[18] 张尧庭,陈汉峰. 贝叶斯统计推断[M]. 北京:科学出版社, 1994.

(编辑:陈 越)