

不确定航空发动机分布式控制系统 自适应滑模控制

任立通¹, 谢寿生¹, 王磊¹, 苗卓广², 彭靖波¹

(1. 空军工程大学 航空航天工程学院, 西安 710038;

2. 北京航空工程技术研究中心, 北京 100076)

摘 要: 针对存在参数摄动、外部干扰的航空发动机不确定性分布式控制系统,在系统具有时变输入时延和干扰上界未知的情况下,设计了具有鲁棒性能的自适应滑模控制器。基于预测控制和矩阵奇异值理论,对初始的发动机离散分布式模型进行等效线性变换,得到不显含时延项的规范形系统模型,便于进行滑模面参数的求解;在给定的 H_∞ 指标下,推导了滑模运动在非匹配不确定性作用下渐进稳定的充分条件,给出了线性矩阵不等式(LMI)形式的滑模面参数设计方法;最后,设计对于扰具有估计功能的自适应率,在此基础上提出自适应滑模控制器。仿真结果表明:所设计的控制器能够有效降低外部干扰对系统动态性能的影响,在所考虑的不确定性因素作用下,系统的滑模运动具有理想的 H_∞ 性能。当外部干扰强度变化时,控制器的鲁棒性较好,状态收敛时间小于 0.8 s,且不存在抖振。

关 键 词: 航空发动机; 分布式控制系统; 自适应滑模控制; 时延; 不确定性

中图分类号: V233.7

文献标志码: A

Adaptive sliding mode control for uncertain aero-engine distributed control system

REN Litong¹, XIE Shousheng¹, WANG Lei¹,

MIAO Zhuoguang², PENG Jingbo¹

(1. The Aeronautics and Astronautics Engineering Institute,

Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China;

2. Beijing Aeronautical Engineering Technology Research Center, Beijing 100076, China)

Abstract: With a focus on the aero-engine distributed control system with parameter perturbation and external disturbance, a robust adaptive sliding mode controller was designed under the condition of time-varying input delay and unknown disturbance upper bound. Firstly, based on the theory of predictive control and matrix singular value, an equivalent linear transformation was conducted for the original aero-engine discrete distributed control system, and a normal form model was obtained, making it easier to solve the sliding mode surface parameters. Secondly, with a given H_∞ performance index, the sufficient condition for the asymptotical stability of sliding mode motion was deduced considering the influence of mismatched uncertainties. The sliding mode surface design method in linear matrix inequality (LMI) form was thus obtained. Finally, the adaptive law with disturbance estima-

收稿日期: 2015-11-20

基金项目: 国家自然科学基金(51476187, 51506221, 51606219); 陕西省自然科学基金(2015JQ5179, 2015JM5207)

作者简介: 任立通(1987—),男,博士生,主要从事航空发动机分布式控制,滑模控制研究。E-mail:ren_tt521@163.com

引用格式: 任立通,谢寿生,王磊,等. 不确定航空发动机分布式控制系统自适应滑模控制[J]. 航空动力学报,2017,32(8):2032-2040. REN Litong, XIE Shousheng, WANG Lei, et al. Adaptive sliding mode control for uncertain aero-engine distributed control system[J]. Journal of Aerospace Power, 2017, 32(8): 2032-2040.

tion function was designed, and the adaptive sliding mode controller was proposed accordingly. Simulation results show that the proposed controller could reduce the impact of external disturbance on the system's dynamic performance effectively. Under the function of the considered uncertain factors, the system's sliding mode motion presented ideal H_∞ performance. When the external disturbance intensity changed, the controller exhibited better robustness. The state convergence time was shorter than 0.8 s, and there was no chattering phenomenon.

Key words: aero-engine; distributed control system; adaptive sliding mode control; time delay; uncertainty

相对于集中式控制结构来讲,分布式控制系统(distributed control system,DCS)以运算性能强、易于扩展、可靠性高等优点,在航空发动机控制领域得到广泛关注^[1-2]。但是,由于控制信息需要借助公用的总线网络进行传输,受到通讯协议、网络带宽等因素的限制,系统中不可避免的存在网络诱导时延和数据丢包,为该项技术的应用和发展带来了新的挑战。另外,考虑制造工艺、使用损耗、工作环境的随机性和多变性,要建立完全精确的航空发动机数学模型是不可能的,系统中必然存在参数摄动和外部干扰等不确定性因素。根据文献[3],可以将时延和丢包合并为随机Markov输入时延,并将其作为分布式控制系统的一类不确定性因素来处理。在此基础上,可以将考虑不确定性的航空发动机分布式控制,抽象为一类输入时滞不确定性系统的控制问题。针对此类问题进行控制器设计,必须采取有效的手段抑制不确定性的影响,目前应用比较广泛的有鲁棒 H_∞ 控制^[4],滑模控制^[5],以及神经网络^[6]、模糊控制^[7]等智能控制方法。

作为一种非线性鲁棒控制方法,滑模变结构控制具有结构简单,对参数摄动和外部干扰不敏感,易于工程实现等优点,在航天器姿态控制、电机控制、气动系统控制等领域得到广泛应用。文献[8]针对一类具有时变状态时滞的不确定性系统,定义含有时滞项的积分滑模面,设计了全程滑模控制器。文献[9]针对一类含有复合状态时滞和外部干扰的多输入——多输出(MIMO)线性系统,进行了积分滑模控制器的设计研究。但上述成果侧重于状态时滞问题的研究,对于实际系统来讲,由于控制器逻辑运算,控制器到执行机构的传输延迟等问题导致的输入时滞问题,同样不可避免。文献[10]研究了同时包含状态和输入时滞的离散系统的滑模控制问题,设计了具有时滞补

偿性能的滑模面。文献[11]考虑一类含有状态和输入时滞的连续系统,基于趋近率方法,进行了滑模控制器的设计,但两者均未考虑不确定性对系统性能的影响。文献[12]采用最优滑模控制方法,研究了输入时滞不确定系统的跟踪问题,并应用旋转挠性机构进行了实验验证。但需要假设时延为定长值,且不确定性上下界已知,这通常是不符合实际情况的。文献[13]针对一类输入时滞不确定性系统,设计了基于奇异摄动方法的输出反馈滑模控制器,保证了系统状态的最终有界。但在控制器的设计过程中,同样假设不确定性的上界已知,且满足匹配条件,对于实际系统来讲,匹配条件往往是无法实现的^[14]。

针对上述问题,本文考虑同时包含参数摄动、外部干扰,以及不确定时延的航空发动机离散分布式控制系统,提出了一种自适应鲁棒滑模控制方法。首先应用线性变换,将原系统等效转换为规范型系统,新的系统不显含时延项,便于进行滑模面设计;其次,基于鲁棒 H_∞ 理论,推导了保证滑模运动渐进稳定的充分条件,设计了对不确定性具有 H_∞ 性能的线性滑模面;最后设计了自适应滑模控制器,确保在干扰上界未知的情况下,系统在有限时间内收敛。

1 航空发动机分布式控制系统模型

1.1 系统描述

本文研究的航空发动机分布式控制系统如图1所示,图中 $\tau_{sc}^i(i=1,2,\cdots,m)$ 为传感器输出时延, $\tau_{ca}^i(i=1,2,\cdots,r)$ 为执行机构控制时延, τ_c 为控制器计算时延。

传感器和执行机构采用时钟驱动方式,控制器采用事件驱动方式,数据带有时间戳并为单包传输,且无时序错乱。根据文献[3],合并控制时延 τ_{ca} 和输出时延 τ_{sc} 为 $\tau(k)$ 。在此基础上,建立

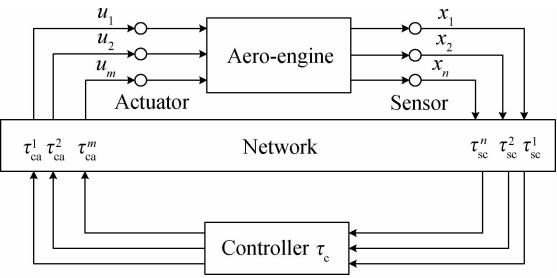


图 1 航空发动机分布式控制系统结构
Fig.1 Structure of aero-engine DCS

离散系统模型

$$\hat{x}(k+1) = (\hat{A} + \Delta\hat{A})\hat{x}(k) + Bu[k - \tau(k)] + Rd(k) \tag{1}$$

式中 $\hat{x}(k) \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态变量; $u(k) \in \mathbb{R}^m$ 为控制量输入; $\Delta\hat{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为非匹配的模型参数摄动; $d(k) \in \mathbb{R}^p$ ($p \leq n$) 为外部干扰; $\hat{A}, B, R$ 为适维矩阵。

时延 $\tau(k)$ 时变但有界, 本文处理为离散 Markov 随机变量, 定义 $\tau(k)$ 状态空间为 $\Omega = \{1, 2, 3\}$, 系统的时延迁移关系为

$$\begin{cases} \tau(k+1) = \tau(k) \cdot \pi_{ij} \\ \sum_{j=1}^3 \pi_{ij} = 1 \end{cases} \quad i, j \in \Omega \tag{2}$$

式中 $\Pi = \pi_{ij}, (i, j \in \Omega)$ 为系统的时延状态迁移矩阵。

假设 1 矩阵对 $(\hat{A}, B)$ 可控, 输入矩阵 B 列满秩, 满足 $\text{rank}(B) = m < n$, 系统所有状态可观测。

假设 2 参数摄动 $\Delta\hat{A}$ 满足

$$\Delta\hat{A} = GF(k)H \tag{3}$$

式中 $G, H \in \mathbb{R}^{n \times n}, F(k)$ 未知但有界, 满足 $F^T(k) \cdot F(k) \leq I$ 。

假设 3 外部干扰 $d(k)$ 有界, 但上界未知。

1.2 时延项处理

由于分布式控制系统式(1)显含输入时延 $\tau(k)$, 这对于滑模面的设计来讲是非常困难的。因此, 首先基于预测控制思想^[14], 通过线性变换, 将原系统转换为无时延系统。

定义线性变换

$$x(k) = \bar{A}^T \hat{x}(k) + \sum_{i=0}^{\tau-1} \bar{A}^{\tau-i-1} Bu(k - \tau + i) \tag{4}$$

式中 $\bar{A} = \hat{A} + \Delta\hat{A}$ 。将式(4)代入系统式(1), 将原系统等价为

$$x(k+1) = (\hat{A} + \Delta\hat{A})x(k) + Bu(k) + Qd(k) \tag{5}$$

式中 $Qd(k) = (\hat{A} + \Delta\hat{A})^T Rd(k)$ 。由假设 1 可知, 系统式(5)为状态完全能控系统。

2 自适应滑模控制器设计

考虑不确定系统式(5), 定义非奇异矩阵 $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 使得

$$TB = \begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ B_m \end{bmatrix} \tag{6}$$

式中 $B_m \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 且为非奇异。矩阵 T 通常可以通过 B 的奇异值分解得到^[9], 即

$$B = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} \Sigma_{m \times m} \\ 0_{(n-m) \times m} \end{bmatrix} V^T \tag{7}$$

式中 Σ 为对角形式的正定矩阵; U, V 均为酉矩阵, 其中 $U_1 \in \mathbb{R}^{n \times m}, U_2 \in \mathbb{R}^{n \times (n-m)}, V$ 通常取为单位矩阵。则 T 可以定义为

$$T = \begin{bmatrix} U_2^T \\ -U_1^T \end{bmatrix} \tag{8}$$

定义 $z = Tx$, 得到系统式(5)的规范形式

$$\begin{aligned} z(k+1) &= (A + \Delta A)z(k) + \\ &\begin{bmatrix} 0_{(n-m) \times m} \\ B_m \end{bmatrix} u(k) + \omega(k) \end{aligned} \tag{9}$$

进一步分解得到滑模运动过程式(10a)和趋近运动过程式(10b)

$$\begin{aligned} z_1(k+1) &= (A_{11} + \Delta A_{11})z_1(k) + \\ &(A_{12} + \Delta A_{12})z_2(k) + \omega_1(k) \end{aligned} \tag{10a}$$

$$\begin{aligned} z_2(k+1) &= (A_{21} + \Delta A_{21})z_1(k) + \\ &(A_{22} + \Delta A_{22})z_2(k) + B_m u(k) + \omega_2(k) \end{aligned} \tag{10b}$$

式中 $z_1(k) \in \mathbb{R}^{n-m}, z_2(k) \in \mathbb{R}^m$ 。 $A = T\hat{A}T^{-1}, \Delta A = T\Delta\hat{A}T^{-1}$, 由式(10)可得 $\Delta A_{11} = U_2^T \Delta\hat{A}U_2, \Delta A_{12} = U_2^T \Delta\hat{A}U_1, \Delta A_{21} = U_1^T \Delta\hat{A}U_2, \Delta A_{22} = U_1^T \Delta\hat{A}U_1$ 。

变换后的干扰项 $\omega(k)$ 为

$$\omega(k) = T(\hat{A} + \Delta\hat{A})^T Rd(k) \tag{11}$$

由于 $\Delta\hat{A}$ 非匹配, $\omega(k)$ 并不满足匹配条件, 该项的存在, 必然会影 响系统对外部干扰的不变性。另外, 由假设 3 可知, $\omega(k)$ 的上界也是未知的。接下来的任务, 是设计具有鲁棒性能的滑模面和控制律, 保证在存在未知参数摄动和干扰项的情况下, 系统式(10)仍然能够有效镇定。

2.1 线性鲁棒滑模面设计

定义线性滑模面

$$s(k) = [K \ I][z_1^T(k) \ z_2^T(k)]^T \tag{12}$$

式中 $K \in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}, I \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 。由 $s(k) = 0$ 可得

$$z_2(k) = -Kz_1(k) \tag{13}$$

将式(13)代入式(10),结合假设 2 可得系统滑动模态

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1(k+1) &= (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \Delta\mathbf{A}_{11} - \Delta\mathbf{A}_{12}\mathbf{K}) \\ \mathbf{z}_1(k) + \boldsymbol{\omega}_1(k) &= [\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \mathbf{U}_2^T\mathbf{G}\mathbf{F}(k) \\ &\quad \mathbf{H}(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\mathbf{K})]\mathbf{z}_1(k) + \boldsymbol{\omega}_1(k) \end{aligned} \tag{14}$$

引理 1^[15] 矩阵 $\mathbf{Y}, \mathbf{D}, \mathbf{E}$ 和 $\mathbf{F}(k)$, 其中 $\mathbf{Y}$ 为对称矩阵, $\mathbf{F}(k)$ 满足 $\mathbf{F}(k)^T\mathbf{F}(k) \leq \mathbf{I}$, 则有

$$\mathbf{Y} + \mathbf{D}\mathbf{F}(k)\mathbf{E} + \mathbf{E}^T\mathbf{F}(k)^T\mathbf{D}^T < 0$$

当且仅当存在标量 $\epsilon > 0$, 使得 $\mathbf{Y} + \epsilon\mathbf{D}\mathbf{D}^T + \epsilon^{-1}\mathbf{E}^T\mathbf{E} < 0$ 。

定理 1 对于给定的 γ 值, 若存在对称正定矩阵 $\mathbf{X}$, 矩阵 $\mathbf{W}$ 和标量 $\epsilon > 0$, 使得下面的线性矩阵不等式成立

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{V}(k) &= \mathbf{V}[\mathbf{z}_1(k+1), k+1] - \mathbf{V}[\mathbf{z}_1(k), k] = \\ &\quad \{[\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \mathbf{U}_2^T\mathbf{G}\mathbf{F}(k)\mathbf{H}(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\mathbf{K})]\mathbf{z}_1(k) + \boldsymbol{\omega}_1(k)\}^T\mathbf{P} \cdot \\ &\quad \{[\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \mathbf{U}_2^T\mathbf{G}\mathbf{F}(k)\mathbf{H}(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\mathbf{K})]\mathbf{z}_1(k) + \boldsymbol{\omega}_1(k)\} - \mathbf{z}_1^T(k)\mathbf{P}\mathbf{z}_1(k) = \mathbf{z}_1^T(k) \cdot \\ &\quad \{[\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \mathbf{G}\mathbf{F}(k)\mathbf{H}(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\mathbf{K})]^T\mathbf{P}[\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \mathbf{U}_2^T\mathbf{G}\mathbf{F}(k)\mathbf{H}(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\mathbf{K})] - \mathbf{P}\} \cdot \\ &\quad \mathbf{z}_1(k) + \mathbf{z}_1^T(k)[\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \mathbf{G}\mathbf{F}(k)\mathbf{H}(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\mathbf{K})]^T\mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\omega}_1(k) + \\ &\quad \boldsymbol{\omega}_1^T(k)\mathbf{P}[\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \mathbf{U}_2^T\mathbf{G}\mathbf{F}(k)\mathbf{H}(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\mathbf{K})]\mathbf{z}_1(k) + \boldsymbol{\omega}_1^T(k)\mathbf{P}\boldsymbol{\omega}_1(k) \end{aligned} \tag{17}$$

定义 $\boldsymbol{\xi}(k) = [\mathbf{z}_1(k) \quad \boldsymbol{\omega}_1(k)]^T$, 则有

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{V}(k) &= \boldsymbol{\xi}^T(k) \left\{ [(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \boldsymbol{\Theta}) \quad \mathbf{I}]^T\mathbf{P}[(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \boldsymbol{\Theta}) \quad \mathbf{I}] + \begin{bmatrix} -\mathbf{P} & 0 \\ 0 & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} + \mathbf{I} \right\} \cdot \\ &\quad \boldsymbol{\xi}(k) - \mathbf{z}_1^T(k)\mathbf{z}_1(k) + \gamma^2\boldsymbol{\omega}_1^T(k)\boldsymbol{\omega}_1(k) \end{aligned} \tag{18}$$

式中 $\boldsymbol{\Theta} = \mathbf{U}_2^T\mathbf{G}\mathbf{F}(k)\mathbf{H}(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\mathbf{K})$ 。可以看出, 当

$$[\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \boldsymbol{\Theta} \quad \mathbf{I}]^T\mathbf{P}[(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \boldsymbol{\Theta}) \quad \mathbf{I}] + \begin{bmatrix} -\mathbf{P} & 0 \\ 0 & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \tag{19}$$

成立时, 由式(17)和式(19)得到

$$\mathbf{z}_1^T(k)\mathbf{z}_1(k) - \gamma^2\boldsymbol{\omega}_1^T(k)\boldsymbol{\omega}_1(k) < -\Delta\mathbf{V}(k) \tag{20}$$

对式(20)由 0 到 ∞ 求和, 得到

$$\sum_{k=0}^{\infty} [\mathbf{z}_1^T(k)\mathbf{z}_1(k) - \gamma^2\boldsymbol{\omega}_1^T(k)\boldsymbol{\omega}_1(k)] < -\mathbf{V}(\infty) < 0$$

进一步得到

$$\sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{z}_1^T(k)\mathbf{z}_1(k) < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \boldsymbol{\omega}_1^T(k)\boldsymbol{\omega}_1(k)$$

即滑动模态式(14)对 $\boldsymbol{\omega}_1(k)$ 具有指标为 γ 的抑制性能。

根据 Schur 补引理^[3], 式(19)等价于

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -\mathbf{P} & 0 & (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \boldsymbol{\Theta})^T & \mathbf{I} \\ 0 & -\gamma^2\mathbf{I} & \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} + \boldsymbol{\Theta} & \mathbf{I} & -\mathbf{P}^{-1} & 0 \\ \mathbf{I} & 0 & 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{21}$$

进一步, 由 $\boldsymbol{\Theta}$ 的定义将式(21)分解为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -\mathbf{P} & 0 & (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K})^T & \mathbf{I} \\ 0 & -\gamma^2\mathbf{I} & \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{K} & \mathbf{I} & -\mathbf{P}^{-1} & 0 \\ \mathbf{I} & 0 & 0 & -\mathbf{I} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \mathbf{U}_2^T\mathbf{G} \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{F}(k) \begin{bmatrix} \mathbf{H}(\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1\mathbf{K})^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T +$$

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{X} & 0 & \boldsymbol{\Xi}_1^T & \mathbf{X}^T & \boldsymbol{\Xi}_3^T \\ 0 & -\gamma^2\mathbf{I} & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ \boldsymbol{\Xi}_1 & \mathbf{I} & \boldsymbol{\Xi}_2 & 0 & 0 \\ \mathbf{X} & 0 & 0 & -\mathbf{I} & 0 \\ \boldsymbol{\Xi}_3 & 0 & 0 & 0 & -\epsilon\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0 \tag{15}$$

式中 $\boldsymbol{\Xi}_1 = \mathbf{A}_{11}\mathbf{X} - \mathbf{A}_{12}\mathbf{W}$, $\boldsymbol{\Xi}_2 = -\mathbf{X} + \epsilon\mathbf{U}_2^T\mathbf{G}(\mathbf{U}_2^T\mathbf{G})^T$, $\boldsymbol{\Xi}_3 = (\mathbf{H}\mathbf{U}_2)\mathbf{X} - (\mathbf{H}\mathbf{U}_1)\mathbf{W}$ 。则系统式(10)在滑模面式(12)上的滑动模态式(14)是渐进稳定的, 对应的滑模面参数为 $\mathbf{K} = \mathbf{W}\mathbf{X}^{-1}$ 。

证明 定义 Lyapunov 函数

$$\mathbf{V}[\mathbf{z}_1(k), k] = \mathbf{z}_1^T(k)\mathbf{P}\mathbf{z}_1(k) \tag{16}$$

沿系统式(14)对 $\mathbf{V}[\mathbf{z}_1(k), k]$ 求差分得

$$\begin{bmatrix} H(U_2 - U_1 K) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F^T(k) \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (U_2^T G)^T \\ 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

由引理 2 可知,式(22)等价于

$$\begin{bmatrix} -P & 0 & (A_{11} - A_{12}K)^T & I & [H(U_2 - U_1 K)]^T \\ 0 & -\gamma^2 I & I & 0 & 0 \\ A_{11} - A_{12}K & I & -P^{-1} + \epsilon U_2^T G (U_2^T G)^T & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & -I & 0 \\ H(U_2 - U_1 K) & 0 & 0 & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (23)$$

将式(23)分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}(P^{-1}, I, I, I, I)$, 并令 $X = P^{-1}, W = KX$, 得到定理 1。

2.2 自适应滑模控制器设计

由定理 1 可知,当滑模面参数 K 满足式(15)时,可以保证系统滑模运动在时延和非匹配不确定性条件下的鲁棒性。实际的工程对象,多处在复杂多变的工作环境中,参数摄动和外界干扰难以预知,在滑模控制器的设计过程中,为了保证系统稳定,就要设计足够大的控制器增益,但过大的增益又会加剧系统的抖振,如果增益取得过小,又无法保证系统状态到达滑动模态^[16]。针对该问题,考虑干扰项 $\omega(k)$ 未知的情况,首先设计离散形式的自适应率来逼近干扰项,在此基础上,设计适用于系统式(10)的自适应滑模控制器,确保系统在任意初始状态下到达并保持在滑模面上。

不失一般性,首先对于干扰项 $\omega_1(k), \omega_2(k)$ 作如下范数有界性假设:

假设 4 存在未知正常数 $\alpha_0, \alpha_1, \gamma_0$ 和 γ_1 , 使得干扰项 $\omega_1(k)$ 和 $\omega_2(k)$ 满足

$$\begin{aligned} \|\omega_1(k)\| &\leq \alpha_0 + \alpha_1 \|\mathbf{z}_1(k)\| \\ \|\omega_2(k)\| &\leq \gamma_0 + \gamma_1 \|\mathbf{z}_2(k)\| \end{aligned} \quad (24)$$

在假设 4 的前提下,存在未知正常数 $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$, 使下面的不等式成立

$$\begin{aligned} \|\mathbf{K}\omega_1(k)\| + \|\omega_2(k)\| &\leq \\ \|\mathbf{B}_m\|(\lambda_0 + \lambda_1 \|\mathbf{z}_1(k)\| + \lambda_2 \|\mathbf{z}_2(k)\|) &= \theta \end{aligned} \quad (25)$$

设 $\hat{\lambda}_0, \hat{\lambda}_1, \hat{\lambda}_2$ 分别为 $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ 的估计值,定义离散形式的自适应率

$$\begin{cases} \Delta \hat{\lambda}_0(k) = q_0[-\sigma_0 \hat{\lambda}_0(k) + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\|] \\ \Delta \hat{\lambda}_1(k) = q_1[-\sigma_1 \hat{\lambda}_1(k) + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \|\mathbf{z}_1(k)\|] \\ \Delta \hat{\lambda}_2(k) = q_2[-\sigma_2 \hat{\lambda}_2(k) + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \|\mathbf{z}_2(k)\|] \end{cases} \quad (26)$$

式中 $\Delta \hat{\lambda}_0(k) = \hat{\lambda}_0(k+1) - \hat{\lambda}_0(k), \Delta \hat{\lambda}_1(k) = \hat{\lambda}_1(k+1) - \hat{\lambda}_1(k), \Delta \hat{\lambda}_2(k) = \hat{\lambda}_2(k+1) - \hat{\lambda}_2(k)$ 。在此基

础上,定义如下形式的滑模控制律:

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}_1(k) + \mathbf{u}_2(k) + \mathbf{u}_s(k) \quad (27)$$

式中

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_1(k) &= -(\mathbf{B}_m)^{-1} \{ \mathbf{\Gamma} \mathbf{s}(k) + \mathbf{K} [\mathbf{A}_{11} \mathbf{z}_1(k) + \mathbf{A}_{12} \mathbf{z}_2(k)] + [\mathbf{A}_{21} \mathbf{z}_1(k) + \mathbf{A}_{22} \mathbf{z}_2(k)] \} \\ \mathbf{u}_2(k) &= -(\mathbf{B}_m)^{-1} [(\|\mathbf{K} \mathbf{U}_2^T\| + \|\mathbf{U}_1^T\|) \|\mathbf{G} \mathbf{H}\| \\ &\quad (\|\mathbf{U}_2 \mathbf{z}_1(k)\| + \|\mathbf{U}_1 \mathbf{z}_2(k)\|) \text{sgn}(\mathbf{s}(k))] \\ \mathbf{u}_s(k) &= \begin{cases} -\frac{\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)}{\|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\|} \hat{\theta} & \text{if } \hat{\theta} \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| > \delta \\ -\frac{\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)}{\delta} \hat{\theta}^2 & \text{if } \hat{\theta} \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \leq \delta \end{cases} \end{aligned}$$

式中 $\hat{\theta} = \|\mathbf{B}_m\|(\hat{\lambda}_0(k) + \hat{\lambda}_1(k) \|\mathbf{z}_1(k)\| + \hat{\lambda}_2(k) \|\mathbf{z}_2(k)\|), \mathbf{\Gamma}$ 为待设计的对称正定矩阵。

在控制律式(27)中, $\mathbf{u}_1(k)$ 为针对线性标称状态设计的补偿控制项, $\mathbf{u}_2(k)$ 为基于参数摄动范数的监督控制项,用于抵消参数摄动对系统趋近运动的影响, $\mathbf{u}_s(k)$ 为针对干扰项 $\omega_1(k)$ 和 $\omega_2(k)$ 设计的自适应滑模监督控制项,其收敛特性通过自适应率式(26)实现,可以避免干扰上界未知对控制器设计带来的影响。

定理 2 对于系统式(10),采用定理 1 设计式(12)形式的线性鲁棒滑模面,则在控制律式(27)的作用下,系统状态能够在有限时间内到达滑模面,并最终保持在理想滑动模态的可接受邻域内。

证明 定义 Lyapunov 函数

$$\begin{aligned} V(k) &= \\ \frac{1}{2} \left[\mathbf{s}^T(k) \mathbf{s}(k) + \frac{1}{q_0} \tilde{\lambda}_0^2(k) + \frac{1}{q_1} \tilde{\lambda}_1^2(k) + \frac{1}{q_2} \tilde{\lambda}_2^2(k) \right] \end{aligned} \quad (28)$$

式中 $\tilde{\lambda}_0(k) = \lambda_0(k) - \hat{\lambda}_0(k), \tilde{\lambda}_1(k) = \lambda_1(k) - \hat{\lambda}_1(k), \tilde{\lambda}_2(k) = \lambda_2(k) - \hat{\lambda}_2(k)$ 。为便于分析,分别将 $\tilde{\lambda}_0(k), \hat{\lambda}_0(k), \tilde{\lambda}_1(k), \hat{\lambda}_1(k), \tilde{\lambda}_2(k), \hat{\lambda}_2(k)$ 简记为 $\tilde{\lambda}_0, \hat{\lambda}_0, \tilde{\lambda}_1, \hat{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \hat{\lambda}_2$ 。

对式(28)求差分得

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{V}(k) &= \mathbf{V}(k+1) - \mathbf{V}(k) = \mathbf{s}^T(k) \Delta \mathbf{s}(k) + \frac{1}{q_0} \tilde{\lambda}_0 \Delta \tilde{\lambda}_0(k) + \frac{1}{q_1} \tilde{\lambda}_1 \Delta \tilde{\lambda}_1(k) + \frac{1}{q_2} \tilde{\lambda}_2 \Delta \tilde{\lambda}_2(k) + \\ &\quad \frac{1}{2} \left\{ \Delta \mathbf{s}^T(k) \Delta \mathbf{s}(k) + \frac{1}{q_0} [\Delta \tilde{\lambda}_0^2(k)] + \frac{1}{q_1} [\Delta \tilde{\lambda}_1^2(k)] + \frac{1}{q_2} [\Delta \tilde{\lambda}_2^2(k)] \right\} = \\ &\quad \mathbf{s}^T(k) \Delta \mathbf{s}(k) - \frac{1}{q_0} \tilde{\lambda}_0 \Delta \tilde{\lambda}_0(k) - \frac{1}{q_1} \tilde{\lambda}_1 \Delta \tilde{\lambda}_1(k) - \frac{1}{q_2} \tilde{\lambda}_2 \Delta \tilde{\lambda}_2(k) + \Psi\end{aligned}\quad (29)$$

$$\text{式中 } \Psi = \frac{1}{2} \left\{ \Delta \mathbf{s}^T(k) \Delta \mathbf{s}(k) + \frac{1}{q_0} [\Delta \tilde{\lambda}_0^2(k)] + \frac{1}{q_1} [\Delta \tilde{\lambda}_1^2(k)] + \frac{1}{q_2} [\Delta \tilde{\lambda}_2^2(k)] \right\}.$$

由式(12)可知

$$\begin{aligned}\mathbf{s}(k+1) &= [\mathbf{K} \quad \mathbf{I}] \mathbf{z}(k+1) = \mathbf{K}[\mathbf{A}_{11} \mathbf{z}_1(k) + \mathbf{A}_{12} \mathbf{z}_2(k)] + [\mathbf{A}_{21} \mathbf{z}_1(k) + \mathbf{A}_{22} \mathbf{z}_2(k)] + \\ &\quad \mathbf{K}[\mathbf{U}_1^T \mathbf{G} \mathbf{F}(k) \mathbf{H} \mathbf{U}_2 \mathbf{z}_1(k) + \mathbf{U}_2^T \mathbf{G} \mathbf{F}(k) \mathbf{H} \mathbf{U}_1 \mathbf{z}_2(k)] + [\mathbf{U}_1^T \mathbf{G} \mathbf{F}(k) \mathbf{H} \mathbf{U}_2 \mathbf{z}_1(k) + \mathbf{U}_1^T \mathbf{G} \mathbf{F}(k) \mathbf{H} \mathbf{U}_1 \mathbf{z}_2(k)] + \\ &\quad \mathbf{B}_m \mathbf{u}(k) + \mathbf{K} \boldsymbol{\omega}_1(k) + \boldsymbol{\omega}_2(k)\end{aligned}\quad (30)$$

当 $\hat{\rho} \|\mathbf{s}(k)\| > \delta$ 时, 由式(27)~式(30)可得

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{V}(k) &= \mathbf{s}^T(k) [\mathbf{s}(k+1) - \mathbf{s}(k)] - \frac{1}{q_0} \tilde{\lambda}_0 \Delta \tilde{\lambda}_0(k) - \frac{1}{q_1} \tilde{\lambda}_1 \Delta \tilde{\lambda}_1(k) - \frac{1}{q_2} \tilde{\lambda}_2 \Delta \tilde{\lambda}_2(k) + \Psi = \\ &\quad - \mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} + \mathbf{K}) \mathbf{s}(k) + \mathbf{s}^T(k) \{ \mathbf{K} [\mathbf{U}_2^T \mathbf{G} \mathbf{F}(k) \mathbf{H} \mathbf{U}_2 \mathbf{z}_1(k) + \mathbf{U}_2^T \mathbf{G} \mathbf{F}(k) \mathbf{H} \mathbf{U}_1 \mathbf{z}_2(k)] + \\ &\quad [\mathbf{U}_1^T \mathbf{G} \mathbf{F}(k) \mathbf{H} \mathbf{U}_2 \mathbf{z}_1(k) + \mathbf{U}_1^T \mathbf{G} \mathbf{F}(k) \mathbf{H} \mathbf{U}_1 \mathbf{z}_2(k)] \} + \mathbf{s}^T(k) \mathbf{B}_m \{ -(\mathbf{B}_m)^{-1} [(\mathbf{K} \mathbf{U}_2^T + \mathbf{U}_1^T)] \cdot \\ &\quad \|\mathbf{G} \mathbf{H}\| (\|\mathbf{U}_2 \mathbf{z}_1(k)\| + \|\mathbf{U}_1 \mathbf{z}_2(k)\|) \} + \mathbf{s}^T(k) \mathbf{B}_m \left[-\frac{\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)}{\|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\|} (\hat{\lambda}_0 + \hat{\lambda}_1 \|\mathbf{z}_1(k)\| + \hat{\lambda}_2 \|\mathbf{z}_2(k)\|) \right] + \\ &\quad \mathbf{s}^T(k) [\mathbf{K} \boldsymbol{\omega}_1(k) + \boldsymbol{\omega}_2(k)] - \frac{1}{q_0} \tilde{\lambda}_0 q_0 (-\sigma_0 \hat{\lambda}_0 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\|) - \frac{1}{q_1} \tilde{\lambda}_1 q_1 (-\sigma_1 \hat{\lambda}_1 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \cdot \\ &\quad \|\mathbf{z}_1(k)\|) - \frac{1}{q_2} \tilde{\lambda}_2 q_2 (-\sigma_2 \hat{\lambda}_2 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \|\mathbf{z}_2(k)\|) + \Psi \leq -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} + \mathbf{K}) \mathbf{s}(k) + \|\mathbf{s}^T(k)\| \|\mathbf{B}_m\| \cdot \\ &\quad [(-\hat{\lambda}_0 + \lambda_0) + (-\hat{\lambda}_1 + \lambda_1) \|\mathbf{z}_1(k)\| + (-\hat{\lambda}_2 + \lambda_2) \|\mathbf{z}_2(k)\|] - \tilde{\lambda}_0 (-\sigma_0 \hat{\lambda}_0 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\|) - \\ &\quad \tilde{\lambda}_1 (-\sigma_1 \hat{\lambda}_1 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \cdot \|\mathbf{z}_1(k)\|) - \tilde{\lambda}_2 (-\sigma_2 \hat{\lambda}_2 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \cdot \|\mathbf{z}_2(k)\|) + \Psi = \\ &\quad -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} + \mathbf{K}) \mathbf{s}(k) - \sigma_0 \left(\hat{\lambda}_0 - \frac{1}{2} \lambda_0 \right)^2 - \sigma_1 \left(\hat{\lambda}_1 - \frac{1}{2} \lambda_1 \right)^2 - \sigma_2 \left(\hat{\lambda}_2 - \frac{1}{2} \lambda_2 \right)^2 + \\ &\quad \frac{1}{4} (\sigma_0 \lambda_0^2 + \sigma_1 \lambda_1^2 + \sigma_2 \lambda_2^2) + \Psi \leq -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} + \mathbf{K}) \mathbf{s}(k) + \frac{1}{4} (\sigma_0 \lambda_0^2 + \sigma_1 \lambda_1^2 + \sigma_2 \lambda_2^2) + \Psi\end{aligned}\quad (31)$$

当 $\hat{\rho} \|\mathbf{s}(k)\| \leq \delta$ 时, 同理可得

$$\begin{aligned}\Delta \mathbf{V}(k) &\leq -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} + \mathbf{K}) \mathbf{s}(k) + \mathbf{s}^T(k) \mathbf{B}_m \left[-\frac{\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)}{\delta} \hat{\theta}^2 \right] + \mathbf{s}^T(k) \|\mathbf{B}_m\| (\lambda_0 + \lambda_1 \|\mathbf{z}_1(k)\| + \lambda_2 \|\mathbf{z}_2(k)\|) - \\ &\quad \tilde{\lambda}_0 (-\sigma_0 \hat{\lambda}_0 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\|) - \tilde{\lambda}_1 (-\sigma_1 \hat{\lambda}_1 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \|\mathbf{z}_1(k)\|) - \tilde{\lambda}_2 (-\sigma_2 \hat{\lambda}_2 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \|\mathbf{z}_2(k)\|) + \Psi \leq \\ &\quad -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} + \mathbf{K}) \mathbf{s}(k) - \frac{\|\mathbf{s}^T(k)\| \|\mathbf{B}_m\|}{\delta} \hat{\theta}^2 + \|\mathbf{s}^T(k)\| \|\mathbf{B}_m\| (\lambda_0 + \lambda_1 \|\mathbf{z}_1(k)\| + \lambda_2 \|\mathbf{z}_2(k)\|) - \\ &\quad \tilde{\lambda}_0 (-\sigma_0 \hat{\lambda}_0 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\|) - \tilde{\lambda}_1 (-\sigma_1 \hat{\lambda}_1 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \|\mathbf{z}_1(k)\|) - \tilde{\lambda}_2 (-\sigma_2 \hat{\lambda}_2 + \|\mathbf{B}_m^T \mathbf{s}(k)\| \|\mathbf{z}_2(k)\|) + \Psi = \\ &\quad -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} + \mathbf{K}) \mathbf{s}(k) - \left(\frac{\sqrt{(\|\mathbf{s}^T(k)\| \|\mathbf{B}_m\| / \delta) \hat{\theta}} - \sqrt{\delta}}{2} \right)^2 + \frac{\delta}{4} - \sigma_0 \left(\hat{\lambda}_0 - \frac{1}{2} \lambda_0 \right)^2 - \sigma_1 \left(\hat{\lambda}_1 - \frac{1}{2} \lambda_1 \right)^2 - \\ &\quad \sigma_2 \left(\hat{\lambda}_2 - \frac{1}{2} \lambda_2 \right)^2 + \frac{1}{4} (\sigma_0 \lambda_0^2 + \sigma_1 \lambda_1^2 + \sigma_2 \lambda_2^2) + \Psi \leq -\mathbf{s}^T(k) (\mathbf{I} + \mathbf{K}) \mathbf{s}(k) + \\ &\quad \frac{1}{4} (\delta + \sigma_0 \lambda_0^2 + \sigma_1 \lambda_1^2 + \sigma_2 \lambda_2^2) + \Psi\end{aligned}\quad (32)$$

就式(31)和式(32)整体而言, 可以通过定义足够大的正定矩阵 $\mathbf{I}$, 使得系统状态偏离滑模面时, 有 $\Delta \mathbf{V}(k) < 0$ 成立。因此, 在控制律式(27)的作用下, 可以使系统式(10)由任意初始状态到达并稳定在滑模面上。

根据文献[17], 自适应率参数 σ_0, σ_1 和 σ_2 决定了估计参数 $\hat{\lambda}_0, \hat{\lambda}_1$ 和 $\hat{\lambda}_2$ 的收敛速度和估计精度, 但由式(31)和式(32)可知, σ_0, σ_1 和 σ_2 的取值又影响了系统状态的收敛边界。因此上述3个参数的选择, 需要综合考虑上面两方面的影响。

3 仿真及结果分析

考虑形如式(1)的航空发动机分布式控制系统,此时系统处于 $H=0\text{ km}$, $Ma=0$, 发动机转速 $n_h=100\%$ 。设采样周期 $T=20\text{ ms}$, 系统参数分别为

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} -0.8641 & 0.1491 & -0.01559 \\ -0.0073 & 0.9445 & -0.00532 \\ 0.4759 & -0.08775 & 0.5990 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0.01935 & 0.00468 \\ 0.01731 & 0.01059 \\ 0.1853 & -0.0959 \end{bmatrix}$$
$$R = [0.1 \quad 0.1 \quad 0.3]^T$$
$$x = [n_l \quad n_h \quad p_3]^T, \quad u = [m_f \quad A_8]^T$$
$$G = \text{diag}(1,1,1), \quad H = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.10 & 0.20 \\ 0.10 & 0.12 & 0.15 \\ 0.12 & 0.10 & 0.10 \end{bmatrix}$$

式中 n_l 为低压转子转速, n_h 为高压转子转速, p_3 为压气机出口总压, m_f 为主燃油流量, A_8 为尾喷管临界截面积。

取 H_∞ 性能指标 $\gamma=10$, 应用 LMI 工具箱求解定理 1, 可得 $X^* = 0.1805$, $\epsilon^* = 0.02$, $W^* = \begin{bmatrix} -0.0019 \\ 0.0101 \end{bmatrix}$ 。

进一步得到线性鲁棒滑模面参数

$$K = W^* \cdot X^{*-1} = \begin{bmatrix} -0.0103 \\ 0.0560 \end{bmatrix} \tag{33}$$

为验证本文方法在处理不确定性问题方面的优越性, 选择趋近率滑模控制方法作为对比控制器。针对不确定性系统式(10), 趋近率滑模控制器设计为^[18]

$$u(k) = - (CB)^{-1} [C(A - I)z(k) + q_c TCz(k) + \epsilon_c T \text{sgn}(s(k))]$$
$$\tag{34}$$

式中 $C = [K \quad I_{2 \times 2}]$, 趋近率参数定义为 $q_c=10$, $\epsilon_c=0.5$ 。取自适应率参数 $\lambda_0(0)=0.02$, $\lambda_1(0)=0.01$, $\lambda_2(0)=0.03$, $q_i=0.5$, $\sigma_i=0.1$, $i=0,1,2$, 控制律切换边界 $\delta=0.3$ 。

定义时延状态转移矩阵

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.5 & 0.2 \\ 0.4 & 0.3 & 0.3 \\ 0.3 & 0.5 & 0.2 \end{bmatrix} \tag{35}$$

图 2 为采用当前 Π 得到的系统时延分布图。

设发动机状态量在初始时刻存在 2% 的正向偏差, 即 $x(0) = [2 \quad 2 \quad 2]^T$, 定义外部干扰

$$d(k) = x^T(k)N\zeta(k) \tag{36}$$

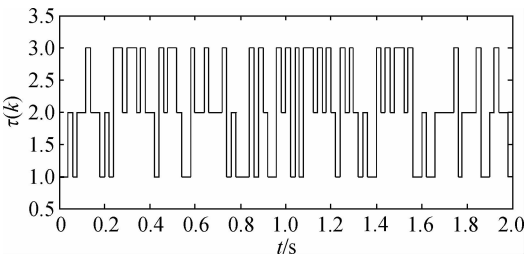


图 2 系统时延分布图
Fig. 2 Time-delay distribution curve

式中 $\zeta(k) \in \mathbf{R}^3$ 为均值为 0 的高斯白噪声, $N = \text{diag}(N_1, N_2, N_3)$ 为噪声强度上界, $N_i=0.05$; $i=1,2,3$ 。应用两种控制方法得到的系统状态响应结果如图 3~图 5 所示。可以看出, 在给定的时延和干扰条件下, 两类控制器均能保证系统的渐进收敛。但是, 本文方法(简称 #1)作用下系统的动态和稳态性能要优于对比方法(简称 #2)。在控制律式(34)作用下, 系统状态在平衡点附近来回切换, 存在比较明显的抖振现象, 控制量和滑模面也呈现出相同的特性。对于航空发动机控制

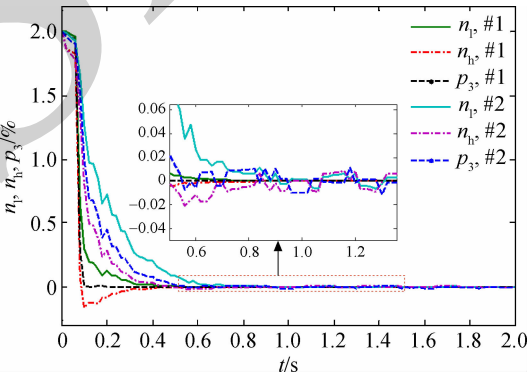


图 3 系统状态响应曲线
Fig. 3 The state response curves

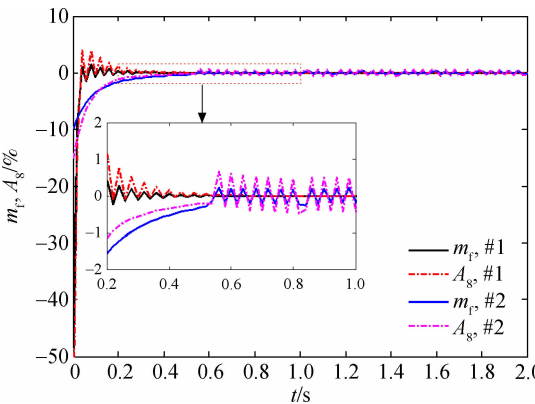


图 4 控制量收敛曲线
Fig. 4 Convergence curves of control input

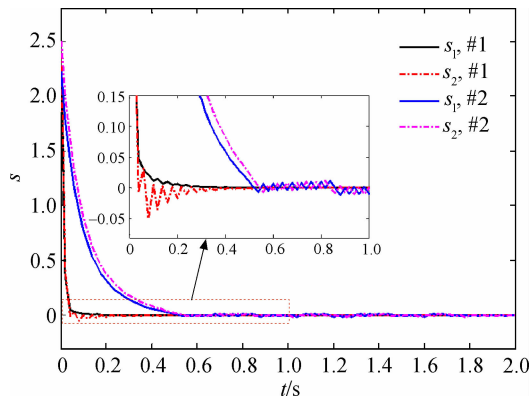


图 5 滑模面收敛曲线

Fig. 5 Convergence curves of sliding mode surface

系统来讲,要保证系统处于稳定状态,就需要航空发动机的喷油活门和喷口作动系统进行频繁切换,这在工程实际中显然是难以实现的。对上述结果的原因具体分析如下:控制律式(34)采用趋近率方法,且具有线性补偿项,在干扰上界较小时,可以保证系统具有较好的动态性能。由式(36)可知,系统状态到达稳态点附近时,干扰量 $d(k)$ 也相应改变,导致控制律式(34)的切换项增益偏大,产生抖振。本文方法基于自适应率方法设计切换控制项, $u_s(k)$ 的绝对值与 $d(k)$ 变化成正比,当 $d(k)$ 较大时, $u_s(k)$ 保证系统具有良好的趋近运动性能;当系统状态到达稳态点附近时, $u_s(k)$ 相应减小,有效降低系统抖振。同时,由图 3 可知,在本文方法的作用下,系统在 0.7 s 到达滑模运动状态,基于定理 1 设计的滑模面,有效保证了滑模运动对随机时延和不确定性的鲁棒性能。

由上述仿真结果可知,在 $N_i=0.05$ 的条件下,控制律式(27)和式(34)均可以保证系统收敛至稳定状态。为了检验本文方法对不同干扰条件的适应性,选取如下 4 种强度的外部干扰:

$$\begin{cases} N_1 = \text{diag}(0.05, 0.05, 0.05) & (\text{状态 } 1) \\ N_2 = \text{diag}(0.5, 0.5, 0.5) & (\text{状态 } 2) \\ N_3 = \text{diag}(1.5, 1.5, 1.5) & (\text{状态 } 3) \\ N_4 = \text{diag}(3, 3, 3) & (\text{状态 } 4) \end{cases} \quad (37)$$

保持其他参数不变,系统的状态响应结果如图 6 和图 7 所示。限于篇幅,这里只给出 n_1 的仿真结果。由图 6 可知,采用本文设计的自适应滑模控制器,对 4 种干扰条件下的系统均具有良好的控制效果,系统在有限时间内 (<0.8 s) 内收敛至稳定状态,且不存在抖振现象。当干扰强度为 N_4 时,系统的动态性能要略差于其他 3 种状态。

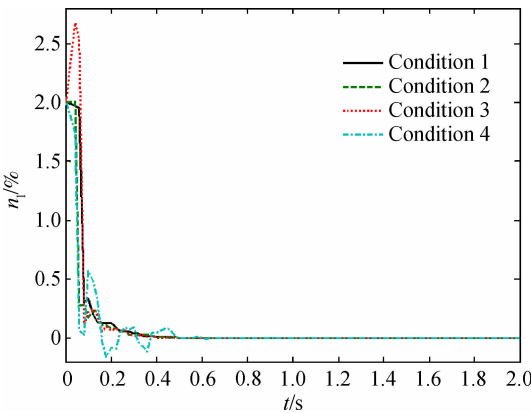


图 6 控制器式(27)作用下不同干扰条件的 n_1 状态响应

Fig. 6 State response of n_1 between different disturbance conditions under controller (27)

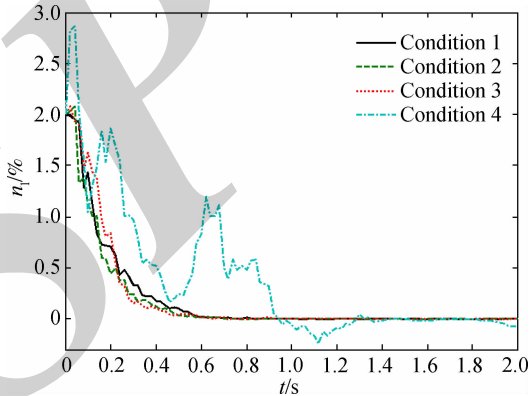


图 7 控制器式(34)作用下不同干扰条件的 n_1 状态响应

Fig. 7 State response of n_1 between different disturbance conditions under controller equation (34)

这是因为干扰强度较大时,自适应率式(26)需要更长的调节时间收敛至稳定状态。在自适应率收敛的前期阶段,参数估计值与实际值偏差较大,影响了系统的动态性能。由图 7 可知,在干扰强度较小 ($\leq N_3$) 时,系统的到达性仍然可以得到保证,但干扰强度上升至 N_4 时,由于控制律式(34)的参数固定,对干扰量变化并不具有自适应性,已经无法保证系统的到达性,控制精度也受到比较大的影响。

4 结 论

针对存在参数摄动、时变时延和外部干扰的航空发动机分布式控制系统,在干扰项不满足匹配条件且上界未知的条件下,进行了鲁棒自适应滑模控制问题的研究。通过理论分析和仿真验证,得到以下结论:

1) 为保证滑模运动在 3 种不确定条件下的稳定性,利用 LMI 方法,设计具有扰动抑制性能

的线性滑模面,保证滑模运动对参数摄动和外部干扰的鲁棒性。其次,针对干扰上界未知的情况,设计对干扰具有估计功能的自适应滑模控制律,保证系统在有限时间内达到滑模运动状态。

2) 与趋近率滑模方法相比,在干扰项相同的情况下,本文方法具有更快的收敛速度,系统稳态误差较小,且不存在抖振现象;当干扰项增大时,本文控制器仍然能够系统在有限时间内到达滑模运动状态,在干扰强度大于某一临界值时,系统的动态性能在允许范围内存在一定程度的下降,但滑模运动的鲁棒性没有改变。

参考文献:

- [1] MEHRDAD P, MARION M, NATHAN F, et al. Distributed control of turbofan engines[R]. AIAA-2009-5532, 2009.
- [2] 宋军强, 潘慕绚, 黄金泉. 航空发动机分布式控制系统技术分析及系统方案[J]. 航空动力学报, 2013, 28(10): 2392-2400.
SONG Junqiang, PAN Muxuan, HUANG Jinquan. Technology analysis and system scheme for aero-engine distributed control system[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(10): 2392-2400. (in Chinese)
- [3] 王磊, 谢寿生, 彭靖波, 等. 航空发动机分布式控制系统不确定性鲁棒 H_∞ 容错控制[J]. 推进技术, 2013, 34(6): 836-842.
WANG Lei, XIE Shousheng, PENG Jingbo, et al. Uncertain robust H_∞ fault-tolerant control for aero-engine distributed control system[J]. Journal of Propulsion Technology, 2013, 34(6): 836-842. (in Chinese)
- [4] JI Xiaofu, SU Hongye, CHU Jian. An LMI approach to robust H-infinity control for uncertain singular time-delay systems[J]. Journal of Control Theory and Applications, 2006, 4(4): 361-366.
- [5] DIVYESH G, SHENDGE P D, PHADKE S B. Sliding mode control for mismatched uncertain systems using an extended disturbance observer[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(4): 1983-1992.
- [6] 罗隆, 罗飞, 许玉格. 不确定非线性系统全局渐近自适应神经网络控制[J]. 控制理论与应用, 2014, 31(9): 1268-1273.
LUO Long, LUO Fei, XU Yuge. Global asymptotic adaptive neural control of uncertain nonlinear systems[J]. Control Theory and Applications, 2014, 31(9): 1268-1273. (in Chinese)
- [7] TONG Shaocheng, SHENG Ning. Adaptive fuzzy observer backstepping control for a class of uncertain nonlinear systems with unknown time-delay[J]. International Journal of Automation and Computing, 2010, 7(2): 236-246.
- [8] 杨蒲, 倪江帆, 姜斌, 等. 不确定时变时滞系统的自适应全局鲁棒滑模控制[J]. 控制与决策, 2014, 29(9): 1688-1692.
YANG Pu, NI Jiangfan, JIANG Bin, et al. Adaptive global robust sliding mode control for uncertain systems with time-varying delay[J]. Control and Decision, 2014, 29(9): 1688-1692. (in Chinese)
- [9] VAHID J M, SALEH M. An ISM-based CNF tracking controller design for uncertain MIMO linear systems with multiple time-delays and external disturbances[J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 80(1): 591-613.
- [10] PAI Mingchang. Discrete-time sliding mode control for robust tracking and model following of systems with state and input delays[J]. Nonlinear Dynamics, 2014, 76(3): 1769-1779.
- [11] XIA Yuanqing, YANG Hongjiu, FU Mengyin, et al. Sliding mode control for linear systems with time-varying input and state delays[J]. Circuits Systems and Signal Processing, 2011, 30(3): 629-641.
- [12] QIN Zhichang, ZHONG Shun, SUN Jianqiao. Sliding mode control experiments of uncertain dynamical systems with time delay[J]. Commun Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2013, 18(12): 3558-3566.
- [13] HAN X, FRIDMAN E, SPURGEON S K. Sliding mode control in the presence of input delay: a singular perturbation approach[J]. Automatica, 2012, 48(8): 1904-1912.
- [14] 刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 407-418.
LIU Jinkun, SUN Fuchun. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control[J]. Control Theory and Applications, 2007, 24(3): 407-418. (in Chinese)
- [15] 王磊, 谢寿生, 彭靖波, 等. 双目标约束下的航空发动机分布式控制系统最优保成本容错控制[J]. 航空动力学报, 2014, 29(7): 1729-1737.
WANG Lei, XIE Shousheng, PENG Jingbo, et al. Optimal guaranteed cost fault-tolerant control with bi-index constraints for aero-engine distributed control system[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(7): 1729-1737. (in Chinese)
- [16] 苗卓广, 谢寿生, 张波, 等. 航空发动机自适应全局快速非奇异 Terminal 滑模控制[J]. 航空动力学报, 2013, 28(11): 2634-2640.
MIAO Zhuoguang, XIE Shousheng, ZHANG Bo, et al. Adaptive global fast non-singular Terminal sliding mode control for aero-engine[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(11): 2634-2640. (in Chinese)
- [17] GRAHAM W, SU C Y, YURY S. A sliding mode controller with improved adaptive laws for the upper bounds on the norm of uncertainties[J]. Automatica, 1998, 34(12): 1657-1661.
- [18] 苗卓广. 航空发动机滑模变结构控制方法研究[D]. 西安: 空军工程大学, 2013.
MIAO Zhuoguang. Research on sliding mode variable structure control for aero-engine[D]. Xi'an: Air Force Engineering University, 2013. (in Chinese)