

基于背景纹影技术的随机介质 折射率场测量

高 磊, 许 东

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

摘 要: 针对光线通过复杂流场时产生的光传输效应问题,提出了基于背景纹影技术的复杂折射率场测量方法,给出了根据粒子图像偏移量求解折射率场分布的计算方法和推导过程,并对该方法的分辨率与灵敏度进行了理论分析。在此基础上,对火焰上方折射率场的分布进行了实验测量,利用粒子图像测量(PIV)技术对实验图像进行处理。结果表明:实验测量得到的空气折射率最大值为 1.000 29,最小值为 1.000 09,测量有效值小于 0.000 1。表明该方法具有较高的测量精度,能够有效实现复杂折射率场的实时精确测量。

关 键 词: 背景纹影技术; 随机介质; 折射率场测量; 摄影纹影系统; 流动显示

中图分类号: V211.7

文献标志码: A

Refractive index field measurement of random medium based on background oriented schlieren

GAO Lei, XU Dong

(School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering,
Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100191, China)

Abstract: Targeting the problem of light propagation effect caused by complex flow field, a method for measuring the complex refractive index field based on the background image was proposed. The calculation method and derivation process of refractive index field distribution based on particle image offset were given, and the resolution and sensitivity of the method were analyzed theoretically. On this basis, experiments were carried out on the distribution of the refractive index field above the flame. The experimental image was processed by using the particle image velocimetry (PIV) method. Result showed that, the maximum and minimum refractive index of the air was 1.000 29 and 1.000 09, respectively, according to the experimental measurement, and the effective value was less than 0.000 1. The experimental results showed that this method had high accuracy and can realize the real-time accurate measurement of the complex refractive index field.

Key words: background oriented schlieren; random medium;
refractive index field measurement; photography-schlieren system;
flow visualization

收稿日期:2016-04-27

基金项目:国家自然科学基金(61378077)

作者简介:高磊(1992—),男,硕士生,主要从事图像处理与目标识别、气动光学研究。

引用格式:高磊,许东. 基于背景纹影技术的随机介质折射率场测量[J]. 航空动力学报,2017,32(11):2653-2658. GAO Lei, XU Dong. Refractive index field measurement of random medium based on background oriented schlieren[J]. Journal of Aerospace Power,2017,32(11):2653-2658.

复杂流场是由于空气动力学效应或热效应等原因造成的气流分布,在航空航天领域内广泛存在,例如高超声速飞行器在飞行时表面的气动流场,喷气式发动机工作时产生的高温燃气热流场,以及风洞试验中的高速气流流场等^[1]。由于流场具有很强的随机性,其结构的复杂性和不均匀性,造成了流场内折射率的不均匀分布,会改变经过流场的光线的传输路径,从而使光学成像系统接收到的目标图像产生模糊和畸变,影响成像系统的成像精度,造成成像制导系统制导精度的降低。在流场的诸多特性中,流场的折射率分布对光学系统的成像有着很大的影响,因此,对流场等随机介质的折射率场分布进行定量测量和重建有着十分重要的意义^[2-3]。

Meier 在传统纹影技术的基础上发展出了背景纹影技术 (background oriented schlieren, BOS)^[4],将用于流场速度测量的粒子图像测速 (particle image velocimetry, PIV) 技术与传统纹影技术相结合,利用背景点阵图像的偏移来测量折射率场。BOS 技术可以像流场测速技术一样对较大的流场进行测量,并且避免了光学层析技术和传统纹影技术中所必须的精密光学仪器。通过采用高精度的 PIV 算法,BOS 技术可以达到较高的灵敏度和分辨率^[5-6]。

Richard 等利用 BOS 技术对火焰湍流和直升机桨叶顶端涡流进行了研究^[7];Sourgen 等采用 BOS 和差分干涉技术对超声速轴对称流场的密度分布进行了计算和验证分析,并比较了 BOS 技术和彩色纹影技术,两者有着一致的实验结果^[8];Goldhahn 等对 BOS 技术的精度、灵敏度和分辨率等问题进行了详细的分析^[9];浙江大学的周昊等将 BOS 技术应用于火焰温度场测量中^[10]。

本文在以上研究的基础上,提出了基于 BOS 技术对随机介质的折射率场进行测量的方法,采用有限差分法求解得到了折射率场的分布,实现了随机折射率场的精确测量。

1 BOS 技术原理

BOS 技术利用光线通过流场以后的偏折来反映流场内部折射率的变化,为了获取光线的偏移量,首先在无流场干扰的情况下对背景点阵进行一次成像作为参考图像,然后在存在流场干扰时再进行一次成像作为测量图像,然后通过 PIV 算法提取两幅背景图像序列中对对应点的位移来获得光线的偏折信息^[11]。实验原理如图 1 所示。

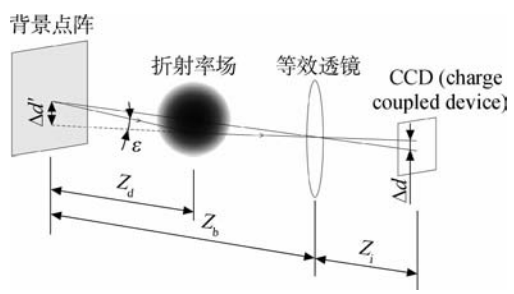


图 1 背景纹影技术原理

Fig. 1 Principle of background oriented schlieren

图 1 中 Z_i 为像距, Z_b 为物距, Z_d 为背景点阵到折射率场中心之间的距离, Δd 为像平面上对应点的位移, $\Delta d'$ 为 Δd 在背景上的虚位移, ϵ 为光线的偏折角。当光线穿过被测量的折射率场时,光线因介质折射率的变化发生偏折,偏折角度可以用如下公式表示^[12]:

$$\epsilon_x = \int_{Z_d - \Delta Z_d}^{Z_d + \Delta Z_d} \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} dz \quad (1)$$

$$\epsilon_y = \int_{Z_d - \Delta Z_d}^{Z_d + \Delta Z_d} \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y} dz \quad (2)$$

式中 ϵ_x 和 ϵ_y 分别为偏折角 ϵ 在 x 方向和 y 方向上的分量, n 为光线穿过的流场折射率。从式(1)、式(2)可以看出,光线的偏折只与垂直与光线传播方向的折射率梯度分量有关。根据图 1 所示的几何关系,可以得到像平面上斑点的位移量

$$\Delta d = \frac{\epsilon Z_d Z_i}{Z_b} = \frac{\epsilon Z_d f}{Z_b - f} \quad (3)$$

式中 f 为等效透镜的物方焦距。从式(3)可以看出,像点的位移量不仅与折射率梯度造成的光线偏折角有关,还与测量光路的设置有关,当被测流场给定时,斑点在像平面的位移量与流场中心到背景的距离 Z_d 成正比,与物距 Z_b 成反比。

根据式(1)、式(2)及式(3),可以得到像点位移矢量

$$\Delta \mathbf{d} = \Delta x \mathbf{i} + \Delta y \mathbf{j} \quad (4)$$

$$\Delta x = \frac{Z_d Z_i}{Z_b} \int_{Z_d - \Delta Z_d}^{Z_d + \Delta Z_d} \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial x} dz \quad (5)$$

$$\Delta y = \frac{Z_d Z_i}{Z_b} \int_{Z_d - \Delta Z_d}^{Z_d + \Delta Z_d} \frac{1}{n} \cdot \frac{\partial n}{\partial y} dz \quad (6)$$

从式(4)~式(6)可以看出,当 Z_i 、 Z_b 及 Z_d 等参数固定时,背景点阵在图像上的位移量与流场的折射率梯度沿光线传播路径的积分成正比,这表明直接测量得到的背景点位移量对应的是流场

的折射率梯度。当光线偏移量远远小于流场尺度,且流场折射率沿光线传播方向基本不变,或流场沿光线传播方向厚度较小,即可认为流场具有二维分布特性时,式(5)、式(6)可简化为^[13]

$$\frac{\partial n}{\partial x} = C \cdot \Delta x(x, y) \quad (7)$$

$$\frac{\partial n}{\partial y} = C \cdot \Delta y(x, y) \quad (8)$$

式中 C 为与实验设置有关的常数, $\Delta x(x, y)$ 与 $\Delta y(x, y)$ 分别为在 (x, y) 处像点沿 x 、 y 方向的偏移量。将式(7)、式(8)分别对 x 和 y 求偏导后相加可得^[14]

$$\nabla^2 n = \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} = C \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \Delta x(x, y) + \frac{\partial}{\partial y} \Delta y(x, y) \right] \quad (9)$$

式(9)反映了流场折射率 n 与像点偏移量 Δx 、 Δy 之间的关系,该方程为带有源项的 Poisson 方程,将沿 x 方向和 y 方向的位移分别代入方程,并将空气折射率作为已知的边界条件,通过有限差分法或有限元法求解该泊松方程即可得到流场的折射率分布,本文采用有限差分法求解该方程。对方程左边进行 Taylor 级数展开,可以得到 2 阶偏导数的下列表达式:

$$\left(\frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \right)_{(i,j)} = \frac{1}{h^2} [n(i+1, j) - 2n(i, j) + n(i-1, j)] + O(h^2) \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial^2 n}{\partial y^2} \right)_{(i,j)} = \frac{1}{\tau^2} [n(i, j+1) - 2n(i, j) + n(i, j-1)] + O(\tau^2) \quad (11)$$

式中 $n(i, j)$ 为网格节点 (x_i, y_j) 处的折射率, h 与 τ 分别为 x 、 y 方向的步长。将式(9)中等号右边记为 $f_{i,j}$, 即

$$f_{i,j} = C \cdot \left[\frac{\partial}{\partial x} \Delta x(x_i, y_j) + \frac{\partial}{\partial y} \Delta y(x_i, y_j) \right] \quad (12)$$

则在正则内节点处,式(9)描述的 Poisson 方程可表达为

$$\begin{aligned} \nabla^2 n(i, j) &\equiv \frac{1}{h^2} [n(i+1, j) - 2n(i, j) + n(i-1, j)] + \\ &\frac{1}{\tau^2} [n(i, j+1) - 2n(i, j) + n(i, j-1)] = \\ &f_{i,j} + O(h^2) + O(\tau^2) \end{aligned} \quad (13)$$

忽略式(13)中的余项误差 $O(h^2) + O(\tau^2)$, 并

取步长 $h = \tau$, 从而得到 2 阶精度的差分方程

$$\frac{1}{h^2} (n_{i+1,j} + n_{i-1,j} + n_{i,j+1} + n_{i,j-1} - n_{i,j}) = f_{i,j} \quad n|_r = 1.0003 \quad (14)$$

式中 $n|_r$ 为边界处折射率。将实验测量得到的斑点位移量 $\Delta x(x_i, y_j)$ 、 $\Delta y(x_i, y_j)$ 代入式(14), 并代入边界条件, 可以得到未知量为网格节点处折射率 $n_{i,j}$ 的线性方程组, 求解该方程组即可得到折射率场分布。

由式(12)、式(14)可以看出, 计算折射率场需要得到光线通过待测流场的偏移量, 因此背景点阵位移量的提取是背景纹影技术的关键步骤, 对折射率场的测量精度有着重要的影响。普遍用于流动测量技术的 PIV 方法能够有效的对多幅图像中大量粒子的位移进行精确提取, 其提取精度已能达到亚像素水平, 因此能够满足折射率场重建的精度要求。PIV 方法的基本原理是通过对多幅图像进行互相关分析来求取位移量, 如图 2 所示。

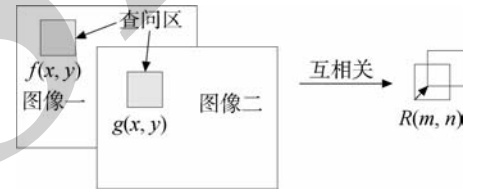


图 2 粒子图像测速算法示意图

Fig. 2 Schematic diagram of particle image velocimetry algorithm

图 2 中 $f(x, y)$ 为参考图像中需要求取位移量的诊断窗口, $g(x, y)$ 为测量图像中的迭代窗口, $R(m, n)$ 为互相关结果。对 $f(x, y)$ 和 $g(x, y)$ 通过快速傅里叶变换法求取其互相关函数 $R(m, n)$, $R(m, n)$ 随着迭代窗口位置的变化而变化, 当 $R(m, n)$ 取最大值时即将迭代窗口 $g(x, y)$ 的位置视为诊断窗口 $f(x, y)$ 在测量图像中的位置, 此时的 (m, n) 即为诊断窗口 $f(x, y)$ 的位移量^[15-16]。

$$R(m, n) =$$

$$\frac{\sum_{y=0}^h \sum_{x=0}^w f(x, y) g(x+m, y+n)}{\sqrt{\sum_{y=0}^h \sum_{x=0}^w f^2(x, y) \sum_{y=0}^h \sum_{x=0}^w g^2(x+m, y+n)}} \quad (15)$$

如上所述, 通过 PIV 算法提取出的位移矢量可以直接反映流场的折射率梯度分布情况, 将沿 x 方向和 y 方向的位移矢量分别代入泊松方程求

解,即可获得沿光线路径积分投影的折射率场定量分布情况。

2 实验设置

本文利用酒精灯火焰上方的非均匀流场作为被测折射率场,由于火焰产生的热流场仅在火焰上方分布较明显,而在垂直于流场平面方向的厚度较小,根据实际的测量结果,流场高度约为 170 mm,宽度约为 110 mm,厚度约为 20 mm,即流场厚度远远小于其高度与宽度,并且沿流场厚度方向的折射率变化较小,因此可以认为是一个二维流场。采用背景纹影技术对其进行定量测量,实验装置包括 LED(lighting emitting diode)照明阵列,背景点阵以及相机。实验时通过 LED 阵列光源对背景点阵照明,将酒精灯置于相机光轴上,相机使用三脚架固定,在酒精灯熄灭和燃烧时分别对背景点阵进行多次成像,并保证成像过程中图像不发生抖动。

实验中使用的背景点阵为 Matlab 生成的随机点阵,相关研究表明,斑点像素数占总像素数的 10%~20% 时能取得较好的效果^[17],因此本实验中斑点大小设置为 2~4 像素,图像尺寸为 1 756 像素×1 242 像素,斑点总数为 15 万,如图 3 所示。

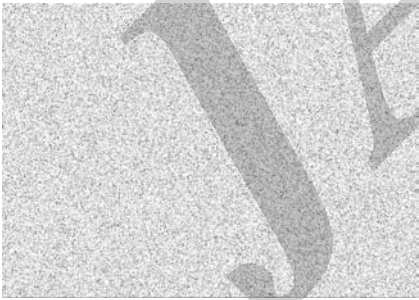


图 3 背景点阵局部图

Fig. 3 Partial view of the background dot matrix

如上文所述,系统灵敏度与流场中心到背景点阵的距离 Z_a 成正比,与物距 Z_b 成反比。因此增大 Z_a 的同时减小物距 Z_b 可以提高系统的灵敏度。但是随着灵敏度的提高,流场的气动光学效应也更加显著,波面经过流场后的畸变更加明显,背景点在成像时成为模糊的斑点,使得利用 PIV 算法检测背景点偏移时的分辨率降低^[18],因此需要根据实际的灵敏度要求选择合适的距离参数。本实验中设置的参数为:酒精灯中心距背景点阵 500 mm,相机距酒精灯中心 400 mm,距背景点阵

900 mm,相机最大分辨率为 3 648 像素×2 736 像素,等效焦距 f 为 35 mm。

3 实验结果与分析

根据上述实验方法及参数设置,本文对酒精灯火焰上方折射率场进行了测量。首先在酒精灯火焰熄灭和点燃时分别对背景点阵进行成像得到参考图像和测量图像,并对得到的图像进行反色,得到黑色背景、白色斑点的图片,以便于互相关算法获取斑点亮度的峰值坐标。图 4 为本实验得到的参考图像与测量图像。

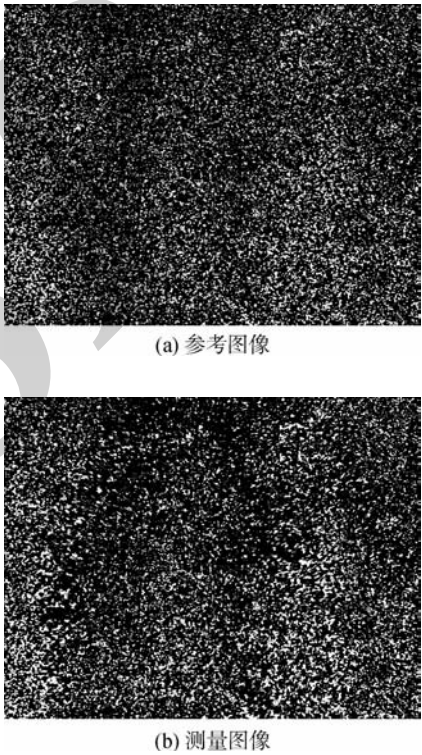


图 4 实验原始图像局部

Fig. 4 Partial view of the original experiment result

获得参考图像和测量图像之后,使用 PIV 算法对两幅图像进行互相关分析,分别得到查问窗口沿 x 方向和 y 方向的位移以及合成的位移矢量。本文采用的查问窗口大小为 32 像素×32 像素,得到的位移矢量分布及位移云图如图 5、图 6 所示。

由位移矢量图和位移云图可以清晰的看出酒精灯火焰上方的流场结构,测量图像的背景点阵在流场梯度较大的湍流区域相较于参考图像发生了明显的偏移,并且在距离流场较远的背景处偏移很小,这说明光线在经过流场时发生了较明显的偏折,而在距离流场较远处未发生偏折。将位

移分布代入泊松方程,采用有限差分法求解,即可得到流场对应的折射率场分布,如图 7 所示。

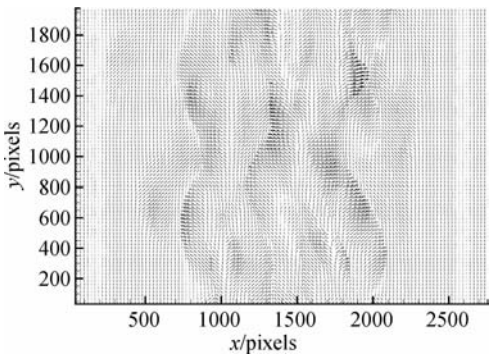


图 5 位移矢量分布图

Fig. 5 Distribution of the displacement vector

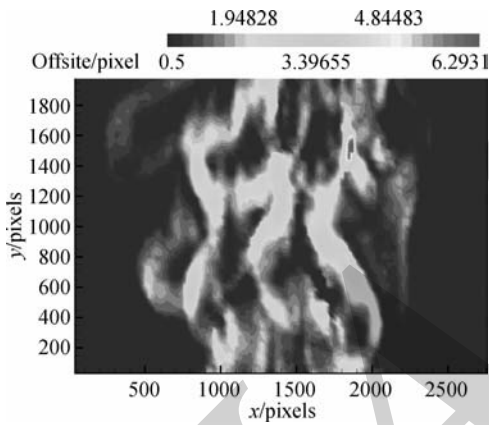


图 6 位移云图

Fig. 6 Displacement nephogram

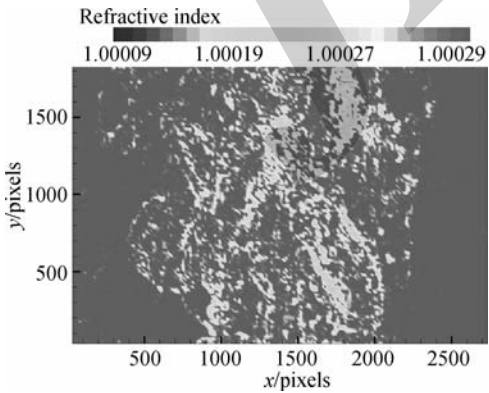


图 7 折射率场分布图

Fig. 7 Distribution of the refractive index field

从图 7 可以看出,酒精灯火焰上方流场造成的折射率变化主要发生在火焰锋面及湍流附近,而在靠近流场中心处的折射率变化较小,在远离流场处折射率未发生明显变化。图中折射率最大

值为 1.000 29,最小值为 1.000 09,分辨率达到 10^{-4} 。空气折射率本身较小,并且酒精灯火焰引起的流场折射率变化也十分微弱,而背景纹影技术仍能有效的检测出折射率的变化,充分说明了这一技术的有效性和实用性。

4 结 论

本文以背景纹影技术为基础,提出了一种通过光学透射方式无接触地测量随机介质折射率分布的方法,并以酒精灯火焰上方流场为例进行了实验验证。通过本文用研究,可以得出如下结论:

- 1) 利用背景纹影技术获取的斑点偏移数据与折射率场之间存在函数关系,通过有限差分法求解方程可以得到精确的折射率场二维分布。
- 2) 通过背景纹影技术测量得到的折射率场分辨率为 10^{-4} ,能够满足测量精度要求。
- 3) 采用本文的方法,利用序列图像可以实现随机介质折射率场的实时测量与重建。

参考文献:

[1] 刘君,周松柏,徐春光. 超声速流动中燃烧现象的数值模拟方法及应用[M]. 长沙:国防科学技术大学出版社,2008.

[2] 李桂春. 气动光学[M]. 北京:国防工业出版社,2006.

[3] 朱杨柱,易仕和,陈植,等. 带喷流超声速光学头罩流场气动光学畸变试验研究[J]. 物理学报, 2013, 62 (8): 084219. 1-084219. 8.

ZHU Yangzhu, YI Shihe, CHEN Zhi, et al. Experimental investigation on aero-optical aberration of the supersonic flow passing through an optical dome with gas injection[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62 (8): 084219. 1-084219. 8. (in Chinese)

[4] MEIER G E A. New optical tools for fluid mechanics[J]. Sadhana-Academy Proceedings in Engineering Sciences, 1998, 37(2): 557-567.

[5] DUBOIS J, AMIEL M, ANSELMET F, et al. Investigation of axisymmetric under expanded air and helium jets by background oriented schlieren[J]. Journal of Visualization, 2009, 12(3): 192.

[6] 周砚文,乐静,王建,等. 诊断窗口尺寸对粒子图像测速影响的研究[J]. 西安理工大学学报, 2008, 24(3): 339-343.

ZHOU Yanwen, YUE Jing, WANG Jian, et al. Research on influence of interrogation window size in PIV[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2008, 24(3): 339-343. (in Chinese)

[7] RICHARD H, RAFFEL M. Principle and applications of the background oriented schlieren (BOS) method[J]. Measurement Science and Technology, 2001, 12(9): 1576-1585.

[8] SOURGEN F, HAERTIG J, REY C. Validation of CFD density field in supersonic axisymmetric flow using BOS

and differential interferometry[R]. San Francisco, California, USA; AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit, 2005.

[9] GOLDHAHN E, SEUME J. The background oriented schlieren technique: sensitivity, accuracy, resolution and application to a three-dimensional density field[J]. *Experiments in Fluids*, 2007, 43(2/3): 241-249.

[10] 周昊, 吕小亮, 李清毅, 等. 应用背景纹影技术的温度场测量[J]. *中国电机工程学报*, 2011, 31(5): 63-67.

ZHOU Hao, LÜ Xiaoliang, LI Qingyi, et al. Temperature measurements using the background oriented schlieren technique[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2011, 31(5): 63-67. (in Chinese)

[11] VENKATAKRISHNAN L, MEIER G E A. Density measurements using the background oriented schlieren technique[J]. *Experiments in Fluids*, 2004, 37(2): 237-247.

[12] 赵玉新, 易仕和, 田立丰, 等. 超声速混合层气动光学畸变与抖动[J]. *中国科学(物理学 力学 天文学)*, 2010, 40(1): 33-46.

ZHAO Yunxin, YI Shihe, TIAN Lifeng, et al. Aero optical distortion and jitter of supersonic mixing layer[J]. *Scientia Sinica (Physica, Mechanica and Astronomica)*, 2010, 40(1): 33-46. (in Chinese)

[13] 张俊, 胥岷, 张龙. 基于 BOS 技术的密度场测量研究[J]. *实验流体力学*, 2015, 29(1): 77-82.

ZHANG Jun, XU Di, ZHANG Long. Research on density measurement based on background oriented schlieren method[J]. *Journal of Experiments in Fluid Mechanics*, 2015, 29(1): 77-82. (in Chinese)

[14] 张红朝, 赵玉新, 杨涛. 基于 BOS 的气动光学畸变测量与波前重构[J]. *空气动力学学报*, 2010, 28(5): 609-612.

ZHANG Hongchao, ZHAO Yuxin, YANG Tao. Study of aero-optical aberration measuring method based on BOS [J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2010, 28(5): 609-612. (in Chinese)

[15] KOMPENHANS J, RAFFEL M, WILLERT C E. Introduction to particle image velocimetry [J]. *Preliminary Copy*, 1997, 10(7): 129-130.

[16] 张天天, 易仕和, 朱杨柱, 等. 基于背景纹影波前传感技术的气动光学波前重构与校正[J]. *物理学报*, 2014, 64(8): 084201. 1-084201.10.

ZHANG Tiantian, YI Shihe, ZHU Yangzhu, et al. Reconstruction and calibration on aero-optical wave-front aberration based on background oriented schlieren based wave-front sensing [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 64(8): 084201. 1-084201. 10. (in Chinese)

[17] 何霖, 易仕和, 赵玉新, 等. BOS 技术在流动测量中的应用[J]. *国防科技大学学报*, 2010, 32(1): 1-5.

HE Lin, YI Shihe, ZHAO Yuxin, et al. The application of BOS in flow measurement[J]. *Journal of National university of Defense Technology*, 2010, 32(1): 1-5. (in Chinese)

[18] 王浩, 曾理江. 二维及三维流场的光学测量方法[J]. *光学技术*, 2001, 27(2): 139-142.

WANG Hao, ZENG Lijiang. Optical methods for measuring 2D and 3D flow field[J]. *Optical Technique*, 2001, 27(2): 139-142. (in Chinese)

(编辑: 王碧琚)