

超声速混合层中边频扰动的气动声场

李云航¹, 方一红¹, 赵磊²

(1. 天津大学 机械工程学院 高速空气动力学研究室, 天津 300072;
2. 中国空气动力研究与发展中心 超高速空气动力研究所, 四川 绵阳 621000)

摘 要: 为研究超声速流动下混合层声辐射机理, 提高对超声速混合层气动噪声的认识, 利用抛物化稳定性方程(PSE)考察一对频率接近失稳扰动的非线性演化, 分析近场差频扰动的演化特征, 并结合 Wu 积分理论计算远场声辐射特性。结果表明, 超声速混合层中频谱拓宽与差频扰动有关, 差频扰动的产生, 拓宽了远场马赫波辐射范围, 增大了远场马赫波辐射强度。对于快模态扰动, 差频扰动频率越小, 其增长能力越强, 远场马赫波辐射区域越宽; 对于慢模态扰动, 差频扰动频率大小对其增长能力影响不明显, 远场马赫波辐射范围和强度变化不大。

关 键 词: 抛物化稳定性方程; 超声速混合层; 差频扰动; 快模态; 慢模态; 马赫波辐射
中图分类号: V211.3 **文献标志码:** A

Sound generation by sideband instability in supersonic mixing layer

LI Yunhang¹, FANG Yihong¹, ZHAO Lei²

(1. Laboratory for High-Speed Aerodynamics,
School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;
2. Hypervelocity Aerodynamics Institute,
China Aerodynamics Research and Development Center, Mianyang Sichuan 621000, China)

Abstract: To reveal the acoustic radiation mechanism of mixing layer under supersonic flow, and enhance the understanding, the parabolized stability equations (PSE) were performed to investigate the sound generation by sideband instability in a supersonic mixing layer. The nonlinear evolution of two initial disturbances and the fluctuation of difference component were analyzed. Mach wave radiation was quantified by an integral derived by Wu, which represented the detail of sound generation mechanism in far field. The results showed that the spectral broadening was due to the excitation of difference component and its sideband interaction. The generation of the difference component broadened the scope and enhanced the strength of Mach wave radiation. For fast mode, the difference component increases more rapidly with its frequency getting smaller, and the scope of Mach wave radiation gets wider in the meantime. However, for slow mode, the influence of frequency of difference component on Mach wave radiation is not obvious.

Key words: parabolized stability equations (PSE); supersonic mixing layer;
difference component; fast mode; slow mode; Mach wave radiation

收稿日期: 2018-09-07

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(11332007); 国家自然科学基金重大研究计划培育项目(91852110)

作者简介: 李云航(1993—), 男, 硕士生, 主要从事流动稳定性研究。

引用格式: 李云航, 方一红, 赵磊. 超声速混合层中边频扰动的气动声场[J]. 航空动力学报, 2019, 34(5): 1061-1068. LI Yunhang, FANG Yihong, ZHAO Lei. Sound generation by sideband instability in supersonic mixing layer[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(5): 1061-1068.

由非定常气动力或湍流所产生的噪声在工业及军事中广泛存在。气动噪声不仅会造成设备的声疲劳,还会对环境造成声污染。因此,研究气动噪声一直是气动声学的核心问题之一。超声速混合层作为自由剪切流的典型流动,广泛存在于航空发动机以及超声速燃烧冲压发动机等重要应用场景^[1-2]。因此,如何理解混合层中气动噪声的产生机理,进而预防或减轻噪声带来的危害,引起了学术界与工业界的广泛关注。

20 世纪 70 年代,Brown 和 Roshko^[3],Winant 和 Browand^[4]发现混合层中同时存在大尺度相干结构和小尺度湍流结构,其中大尺度相干结构主导了混合层的近场动力学特性。Tam 等^[5]认为剪切流中存在两种不同特性的声源,其中大尺度相干结构为主要噪声源,贡献噪声强度大且具有明显的方向性,小尺度湍流结构为次要噪声源,贡献噪声强度小且方向性不强。Tam 和 Burton^[6]用渐进匹配法研究了超声速混合层近场的扰动演化及远场的声辐射,发现大尺度相干结构实质上是一种不稳定波。Song 等^[7]研究发现,在超声速混合层中,声波是以马赫波形式辐射向远场。

实际工程中,扰动往往包含多个频率,以往关于剪切层气动声场的研究主要是以单波或倍频扰动的演化为主,进而导致忽略了对差频扰动以及低频扰动对应频谱的捕捉。20 世纪中后期,Miksad^[8]通过引入频率相近的扰动 ω_1, ω_2 ,对不可压缩剪切流进行了实验研究,发现在下游差频扰动 $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1$ 出现非常大的幅值,且流场中频谱组分变得复杂,最终导致了流场的转捩。Suponitsky 等^[9]利用直接数值模拟(DNS)研究了亚声速射流中差频扰动对远声场的影响,发现差频扰动具有较强的增长能力,由于在下游基频扰动衰减,差频扰动在远场声辐射中将起主导作用。以上关于差频扰动的研究中,主要集中在亚声速剪切层,关于超声速混合层中差频扰动的非线性演化特征及远场声辐射特性则研究较少。

混合层气动声场的计算包括了近场和声辐射远场这两个尺度相差极大的物理场,很难通过直接数值模拟方法计算得到,行之有效的是采用混合方法求解。流动近场的计算常采用直接数值模拟(DNS)、大涡模拟(LES)、抛物化稳定性方程(PSE)等方法。Herbert^[10]建立的抛物化稳定性方程(PSE),能够考虑非平行性与非线性的影响,相较于直接数值模拟,可以大量节约计算存储量,具有很好的鲁棒性和高效的计算效率,已经被成

功地用于计算超声速剪切层中扰动的演化和对远声场的捕捉^[11-12]。声辐射远场的计算一般采用积分外推方法,如 Kirchhoff 积分方法、FW-H 积分方法,但多依赖于经验假设。Wu^[13]通过渐进匹配法与三层结构理论研究了超声速剪切层中不稳定模态的马赫波辐射过程,得到远场的声压可通过积分近场压力幅值所得,不再依赖于经验假设。郭娜、郑美香等^[14-15]分别采用该积分方法较准确的捕捉了射流中扰动波演化对应的远场马赫波辐射。

本文将以超声速混合层为研究对象,入口加入由线性稳定性分析(LST)所得的扰动波,利用 PSE 方法来计算分析不稳定波非线性作用及差频扰动的演化特征,结合 Wu 积分理论研究远场马赫波辐射特性。分析差频频率大小对差频扰动增长能力以及远场马赫波辐射的影响。

1 数值方法

1.1 控制方程

本文中特征长度选用混合层入口处半涡厚度 $\delta_{w_0}^*$,速度、温度、密度、黏性系数分别用上层快速流体无穷远处的有量纲来流速度 U_1^* 、温度 T_1^* 、密度 ρ_1^* 、黏度 μ_1^* 无量纲化。得到无量纲化 N-S 方程。

将流场的瞬时量分解为基本流与扰动量的叠加

$$\mathbf{q} = \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{q}' \tag{1}$$

其中 $\mathbf{q} = (\rho, u, v, w, T)$ 为流场的瞬时量, $\bar{\mathbf{q}} = (\bar{\rho}, \bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \bar{T})$ 为基本流, $\mathbf{q}' = (\rho', u', v', w', T')$ 为扰动量。将式(1)代入无量纲化的 N-S 方程中,并减去基本流满足的无量纲 N-S 方程,可得到无量纲扰动控制方程

$$\begin{aligned} E_{xx} \frac{\partial^2 \mathbf{q}'}{\partial x^2} + E_{yy} \frac{\partial^2 \mathbf{q}'}{\partial y^2} + E_{zz} \frac{\partial^2 \mathbf{q}'}{\partial z^2} + E_{xy} \frac{\partial^2 \mathbf{q}'}{\partial x \partial y} + \\ E_{xz} \frac{\partial^2 \mathbf{q}'}{\partial x \partial z} + E_{yz} \frac{\partial^2 \mathbf{q}'}{\partial y \partial z} + \mathbf{F} \frac{\partial \mathbf{q}'}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{q}'}{\partial x} + \\ \mathbf{B} \frac{\partial \mathbf{q}'}{\partial y} + \mathbf{C} \frac{\partial \mathbf{q}'}{\partial z} + \mathbf{D} \mathbf{q}' = \mathbf{F}_{\text{nonlinear}} \end{aligned} \tag{2}$$

其中等式左边为线性项,其系数矩阵 $E_{xx}, E_{yy}, E_{zz}, E_{xy}, E_{xz}, E_{yz}, \mathbf{F}, \mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$ 为只包含定常基本流的量,右边的矢量函数 $\mathbf{F}_{\text{nonlinear}}$ 包含所有的非线性项。其具体形式可见文献[16]。

由于流场沿流向是缓变的,则由入口两基本波和它们间的非线性作用所产生的谐波可以表示为以下行波形式:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{q}' &= \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \tilde{\boldsymbol{q}}_{nm}(x, y) e^{i m(-\omega_1 t + \beta_1 z) + i n(-\omega_2 t + \beta_2 z)} \\ \boldsymbol{F}_{\text{nonlinear}} &= \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N \hat{\boldsymbol{F}}_{nm}(x, y) e^{i m(-\omega_1 t + \beta_1 z) + i n(-\omega_2 t + \beta_2 z)} \end{aligned} \tag{3}$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{q}}_{nm} = \hat{\boldsymbol{q}}_{nm} e^{i \int_{x_0}^x \alpha_{nm} dx}$, $\hat{\boldsymbol{F}}_{nm}$ 为阶数为 (m, n) 时的非线性项, $\hat{\boldsymbol{q}}_{nm} = (\hat{\rho}, \hat{u}, \hat{v}, \hat{w}, \hat{W})^T$ 为扰动波的形状函数, ω 为基本波的频率, α_{nm} 为傅里叶模态 (m, n) 的流向复波数。将式(3)代入式(2)中,得到非线性稳定性方程

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_{xx} \frac{\partial^2 \hat{\boldsymbol{q}}_{nm}}{\partial x^2} + \boldsymbol{E}_{yy} \frac{\partial^2 \hat{\boldsymbol{q}}_{nm}}{\partial y^2} + \boldsymbol{E}_{xy} \frac{\partial^2 \hat{\boldsymbol{q}}_{nm}}{\partial x \partial y} + \\ \boldsymbol{A}_{nm} \frac{\partial \hat{\boldsymbol{q}}_{nm}}{\partial x} + \boldsymbol{B}_{nm} \frac{\partial \hat{\boldsymbol{q}}_{nm}}{\partial y} + \boldsymbol{D}_{nm} \hat{\boldsymbol{q}}_{nm} = \boldsymbol{F}_{nm} \end{aligned} \tag{4}$$

其中 $\boldsymbol{F}_{nm} = \hat{\boldsymbol{F}}_{nm} e^{-i \int_{x_0}^x \alpha_{nm} dx}$, 扰动特征函数、扰动波数以及扰动的增长率均沿流向缓慢变化。通过对方程(4)中各项的量级分析,忽略高阶小量,将方程抛物化,可得抛物化的稳定性方程

$$\begin{aligned} \boldsymbol{E}_{yy} \frac{\partial^2 \hat{\boldsymbol{q}}_{nm}}{\partial y^2} + \boldsymbol{A}_{nm} \frac{\partial \hat{\boldsymbol{q}}_{nm}}{\partial x} + \boldsymbol{B}_{nm} \frac{\partial \hat{\boldsymbol{q}}_{nm}}{\partial y} + \\ \boldsymbol{D}_{nm} \hat{\boldsymbol{q}}_{nm} = \boldsymbol{F}_{nm} \end{aligned} \tag{5}$$

为进一步提高 PSE 求解算法的鲁棒性,本文采用低松弛迭代技术^[17]。在非线性项 $\hat{\boldsymbol{F}}_{nm}$ 的迭代计算中引入低松弛因子,提高了非线性项迭代的收敛能力。具体形式为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F}_{nm} = [(1 - \delta_f) \hat{\boldsymbol{F}}_{nm(\text{old})} + \delta_f \hat{\boldsymbol{F}}_{nm}] \cdot \\ \exp \left\{ -i \int_{x_0}^x \alpha_{nm} dx \right\} \end{aligned} \tag{6}$$

其中 $\hat{\boldsymbol{F}}_{nm(\text{old})}$ 代表上一迭代步的值, $\hat{\boldsymbol{F}}_{nm}$ 代表当前迭代步的值。 δ_f 为低松弛因子,本文 $\delta_f = 0.2$ 。

1.2 基本流与入口扰动波计算

1.2.1 基本流计算

计算中各气体参数为:温度 $T_1^* = 288.15 \text{ K}$, 密度 $\rho_1^* = 1.2250 \text{ kg/m}^3$, 当地声速 $a^* = 340.29 \text{ m/s}$, 黏度 $\mu_1^* = 1.7894 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ 。

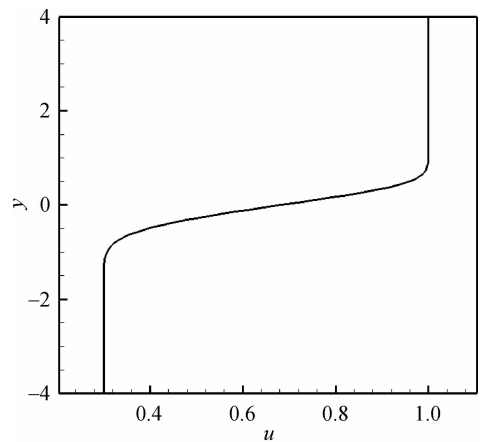
以超声速平面混合层为研究对象,基本流通过求解可压缩混合层相似性解求得^[18]。其中假设温度 T 是流向速度 u 的函数,即 $T = T(u)$, 则

$$\begin{aligned} \text{有 } \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial T}{\partial u} \cdot \frac{\partial u}{\partial y}。 \text{ 能量方程可以重新写成} \\ \frac{\partial T}{\partial u} \left[\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{1}{Re_0 Pr} \cdot \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] = \\ \left(\frac{Ma_1^2 (\gamma - 1)}{Re_0} + \frac{1}{Re_0 Pr} \cdot \frac{d^2 T}{du^2} \right) \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \end{aligned} \tag{7}$$

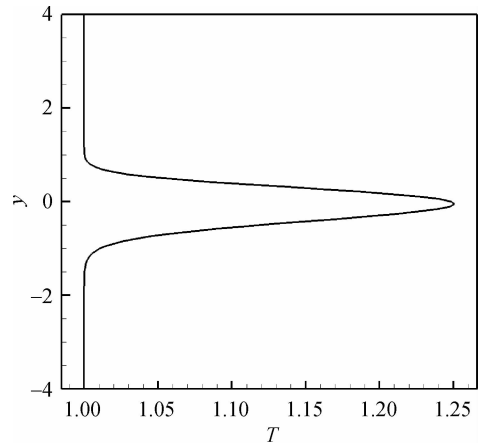
为了保证 $y=0$ 处温度 T 计算的准确性,温度通过采用修正的 Crocco-Busemann 方法得到 T 的解为

$$T = 1 + \sqrt{Pr} (\gamma - 1) Ma_1^2 (1 - u)(u - U_b) / 2 \tag{8}$$

其中 U_b 为速度比。本文中混合层上下层来流马赫数分别为 $Ma_1 = 3.2, Ma_2 = 0.96$, 入口雷诺数 $Re = 2000$, 速度比 $U_b = 0.3$, 温度比 $T_b = 1.0$, 普朗特数 $Pr = 1.0$, 对流马赫数 $Ma_c = Ma_1 (1 - U_b) / (1 + \sqrt{\rho_b}) = 1.12$, 其中 ρ_b 为上下层密度比。图 1 给出了入口处的基本流剖面。



(a) 基本流速度剖面



(b) 基本流温度剖面

图 1 基本流速度、温度剖面

Fig. 1 Velocity and temperature profiles of the mean flow

1.2.2 入口扰动波计算

入口扰动波由线性稳定性(LST)计算得出。由线性稳定性理论分析得到,对于对流马赫数 $Ma_c \geq 1.0$ 的超声速混合层流动,会出现两组不稳定波,即同一扰动频率对应两种扰动模式,根据扰

动相速度相对于自由流的 $Ma_i = Ma_1 |\omega/\alpha_r - U_i|$, ($i=1,2$)是否大于 1,将扰动模态分为快慢两种模态^[19],其中 $U_{1,2}$ 为上下层无量纲来流速度。为了确定入口处最不稳定波 ω_1 ,选择其对应的边频扰动工况,图 2 给出快慢模态入口不稳定波增长率沿频率的变化曲线,看出在温度比为 1.0 时,快慢模态最大增长率相近,对快模态,其不稳定波的频率范围较宽,最不稳定波的频率 ω 为 0.30。对慢模态,不稳定波的频率范围较窄,最不稳定波的频率 ω 为 0.17。

以快慢模态入口最不稳定扰动波为例,图 3 分别给出了对应的特征函数,其中 u_r 、 u_i 分别代表扰动流向速度的实部和虚部。可以看出快模态特征函数在混合层上层快速侧以指数形式衰减,在下层慢速侧呈现出震荡衰减。慢模态特征函数形式上与快模态则恰恰相反。

1.3 差分格式与边界条件

流向导数采用 2 阶向前单边差分,在流向第

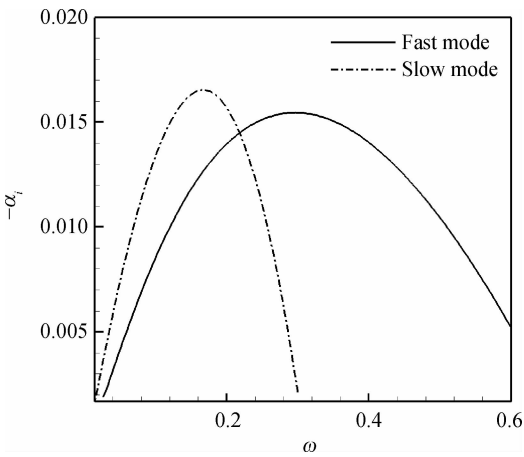
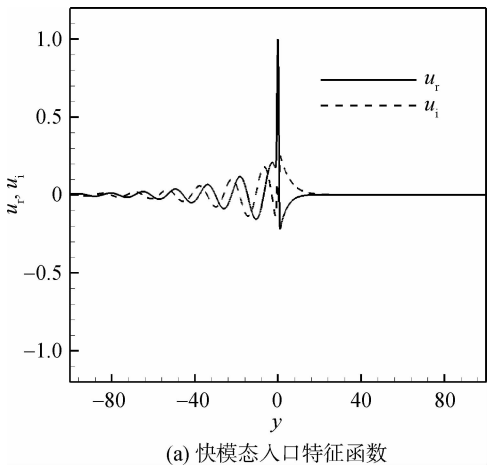
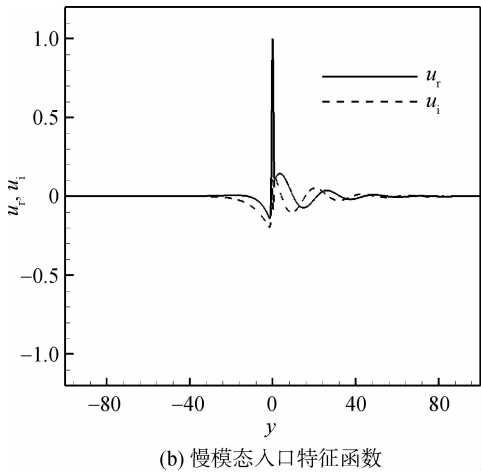


图 2 入口不稳定波增长率沿频率变化
Fig. 2 Disturbance wave growth rate varies with frequency



(a) 快模态入口特征函数



(b) 慢模态入口特征函数

图 3 快慢模态入口特征函数

Fig. 3 Eigenfunctions for fast and slow modes

二个位置采用 1 阶差分;在法向引入坐标变换 $\eta = \eta(y)$ 将变间距网格变换为规则的等间距网格,在坐标 η 下,采用 4 阶中心差分格式离散并在边界点做降阶处理。上下边界条件采用渐进边界条件^[20]

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{q}}{dy} &= -r\hat{q} & y \rightarrow +\infty \\ \frac{d\hat{q}}{dy} &= r\hat{q} & y \rightarrow -\infty \end{aligned} \tag{9}$$

其中 r 为通过线性稳定性理论计算获得的指数衰减系数。

2 数值结果及分析

2.1 程序验证

以快模态扰动形式为例,选择入口最不稳定频率 ω_1 作为主波,扰动参数见表 1。其中 T_b 为温度比, α_r 、 $-\alpha_i$ 为线性稳定性理论求得的不稳定波的波数和增长率, $A_{mp,v}$ 为不稳定波的初始流向速度幅值。

为了验证程序,结果与扰动方程的计算结果进行了对比,计算参数如表 1 Case X 所示,图 4 给出了两基本波及其和频波的压力幅值 $A_{mp,p}$ 演化结果,DNS 结果与 PSE 计算结果吻合较好,验证了本文 PSE 计算的可靠性。

表 1 入口扰动参数

Table 1 Parameters of disturbance wave

工况	T_b	ω	α_r	$-\alpha_i$	$A_{mp,v}/10^{-3}$
Case X	1.0	0.30	0.4048	0.0155	5
		0.15	0.2097	0.0118	2
FD002	1.0	0.30	0.4048	0.0155	5
		0.32	0.4301	0.0154	

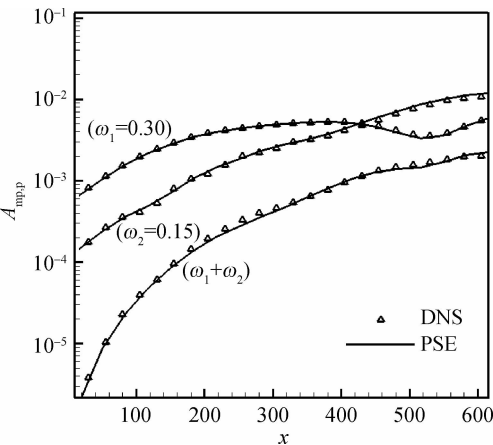


图 4 扰动波幅值演化
Fig. 4 Validation of lodes

2.2 超声速混合层中不稳定波的增长特性

为研究超声速混合层中边频扰动的声辐射特性,计算了频率接近不稳定波的非线性演化过程,重点分析了低频扰动 $n\omega_d$ ($n=1,2,3,\cdots$) 的演化特征及其与主波 ω_1 的非线性相互作用过程,其中 $\omega_d=\omega_2-\omega_1$ 。具体计算参数如表 1 工况 FD002 所示,两频率相差 6%。

图 5 给出了主波 ω_1 和低频扰动 $n\omega_d$ 以及基本流修正项的幅值演化曲线。可以看出,最开始,主波 ω_1 幅值最大并缓慢增长,但差频扰动 ω_d 及非线性作用激发的低频扰动 $n\omega_d$ ($n=2,3,\cdots$) 会很快增长到很大的幅值,且随着 n 值的增大,低频扰动在流场中的出现位置逐渐向下游移动。由于在下游主波 ω_1 衰减,差频扰动 ω_d 将在下游占据主导。同时,基本流修正项增长到较大幅值,导致了基本流沿流向演化的改变。

为了研究低频扰动 $n\omega_d$ ($n=1,2,3,\cdots$) 与主波 ω_1 的非线性相互作用过程,图 6 给出了主波及

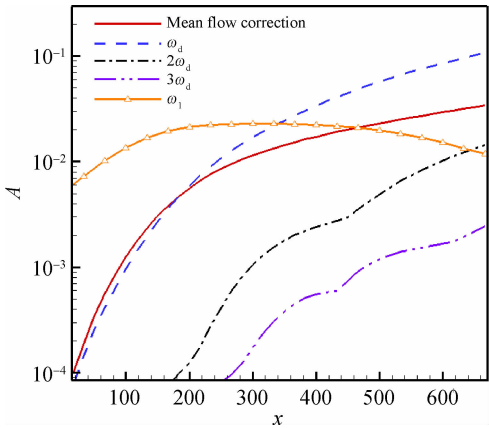


图 5 低频扰动的幅值演化
Fig. 5 Amplification of low frequency

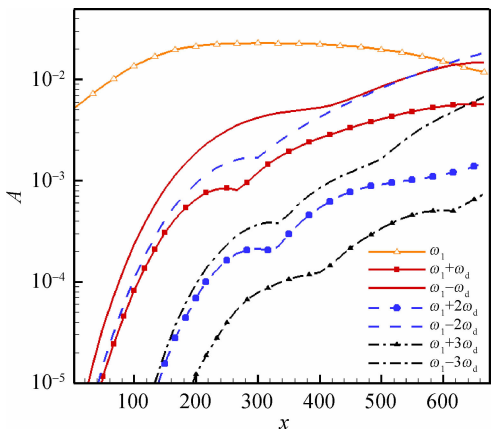


图 6 主波及其边频的幅值演化
Fig. 6 Evolution of fundamental mode and sideband modes

其边频扰动 $\omega_1 \pm n\omega_d$ 沿流向的幅值演化曲线。主波 ω_1 对应的下频带 $\omega_1 - n\omega_d$ 和上频带 $\omega_1 + n\omega_d$, 是由主波 ω_1 与低频扰动 $n\omega_d$ 非线性作用所激发,并快速增长,最后达到相当的幅值,但是下频带 $\omega_1 - n\omega_d$ 在演化过程中,相比上频带 $\omega_1 + n\omega_d$ 有更强的增长能力,且会在下游无量纲长度 $x=600$ 位置处超过主波的幅值。

2.3 超声速混合层的声辐射特性

近场不稳定波的增长特性决定了远场声波辐射的特性,近场中主波 ω_1 与低频扰动 $n\omega_d$ 的非线性作用导致主波对应的边频扰动 $\omega_1 \pm n\omega_d$ ($n=1,2,\cdots$) 获得相当的幅值,拓宽了主波周围的频谱组分。为更直观地说明超声速混合层中差频扰动对远场声辐射的影响,对表 1 工况 FD002 对应的线性结果与非线性结果进行了对比计算分析,目的是比较分析差频扰动对远场声辐射的影响。其中声辐射远场的计算采用 Wu 积分理论^[13] 远声场计算方法。

对于频谱宽度 Δ^{-1} 的多波扰动, Wu 积分理论中时均声能定义为

$$\begin{aligned} \overline{(\bar{p}_0)^2} &= \frac{1}{\bar{y}} \left(\frac{\alpha q_{\pm}^3}{4\pi^2 Ma_{1,2}^2 c^2 \Delta} \right) \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{Q}(\bar{\xi}, \bar{\omega}, \bar{y})|^2 d\omega \\ \hat{Q}(\bar{\xi}, \bar{\omega}, \bar{y}) &= \int_{-\infty}^{\infty} A(\zeta, \bar{\omega}) \cdot \\ &\exp \left[\frac{i\alpha q_{\pm}^3}{2Ma_{1,2}^2 c^2 \bar{y}} \left(\bar{\xi} - \zeta + \frac{Ma_{1,2}^2 c \bar{\omega} \bar{y}}{\alpha q_{\pm}^3} \right)^2 \right] d\zeta \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} q_{\pm} &= [Ma_{1,2}^2 (U_{1,2} - c)^2 - 1]^{1/2} \\ \bar{\xi} &= \bar{x} + q_{\pm}^{-1} [Ma_{1,2}^2 U_{1,2} (U_{1,2} - c) - 1] Re^{-1/2} y \\ \zeta &= x - ct + q_{\pm} y \end{aligned} \quad (11)$$

其中 ζ 为相位传播特征线, $\bar{\xi}$ 代表能量传播特征

线。 $\bar{y}=Re^{-1}y$, α 为流向波数, c 为扰动相速度, $U_{1,2}$ 为上下层无量纲来流速度, $Ma_{1,2}$ 为上下层来流马赫数, $A(\zeta, \omega)$ 为各频率对应的近场压力扰动幅值。该方法优点在于不需要经验假设, 可直接积分近场压力扰动幅值获得远场的时均声能。

图 7 给出线性机制下主波 ω_1 对应的远场时均声能 $\overline{(\tilde{p}_0)^2}$, 图 8 给出非线性机制下, 主波 ω_1 及其边频 $\omega_1 \pm n\omega_d$ 对应的远场时均声能 $\overline{(\tilde{p}_0)^2}$, 并分别在图中添加“+”来表示声辐射能量集中区。可以看出, 在快模态扰动形式下, 马赫波能量沿特征线 ξ 传播, 向混合层下层慢速侧辐射, 具有很强的方向性。相较于线性机制, 近场非线性机制计算中差频扰动的产生使得主波 ω_1 周围的边频扰动 $\omega_1 \pm n\omega_d$ 在演化过程中获得相当的幅值, 对比远场时均声能发现, 非线性机制下对应的远场马赫波辐射范围明显更大。明显可以看到, $x=400$ 位置后的马赫波能量辐射, 主要由边频扰动 $\omega_1 \pm n\omega_d$ 贡献。差频以及低频扰动的产生, 拓宽了远场马赫波辐射范围。

2.4 差频扰动频率大小对气动声场的影响

Suponitsky 等^[9]研究了亚声速射流中两入口扰动 ω_1 与 ω_2 频率的接近程度对差频扰动 $\omega_d = \omega_2 - \omega_1$ 增长能力的影响, 并发现随着两入口扰动频率的接近, 由非线性作用激发出的差频扰动 ω_d 增长能力越强。本研究中, 考察了差频扰动 ω_d 频率大小对远场声辐射的影响。考虑到文中所用工况对流马赫数 $Ma_c > 1$, 有快慢两种不稳定模态, 故分别考察快慢模态下差频扰动频率大小对其增长能力以及对远场声辐射的影响, 入口扰动波参数见表 2, 其中 F、S 分别代表快慢模态。

表 2 快慢模态下入口扰动参数

Table 2 Parameters of disturbance wave of fat and slow modes

工况	ω	$\Delta\omega$	α_r	$-\alpha_i$	$A_{mp,v}/10^{-3}$
FD005	0.30	0.05	0.4048	0.0155	5
	0.35		0.4678	0.0150	
FD010	0.30	0.10	0.4048	0.0155	5
	0.40		0.5299	0.0140	
SD002	0.17	0.02	0.2964	0.0165	5
	0.19		0.3343	0.0161	
SD005	0.17	0.05	0.2964	0.0165	5
	0.22		0.3921	0.0143	
SD010	0.17	0.10	0.2965	0.0165	5
	0.27		0.4905	0.0080	

图 9、图 10 分别给出非线性机制下, 工况 FD005、FD010 的远场计算结果。与图 8 工况 FD002 结果对比发现, 在快模态扰动形式下, 随着差频扰动频率的增大, 远场马赫波辐射范围明显减小, 且马赫波辐射强度也逐渐变小。

图 11(a)~图 11(c)分别给出非线性机制下, 慢模态工况 SD002、SD005、SD010 的远场时均声能计算结果。可以看出, 对于慢模态扰动形式, 马赫波辐射方向与快模态相反, 向混合层上层快速侧辐射, 马赫波能量沿特征线 ξ 传播, 具有很强的方向性。对比发现, 在慢模态扰动形式下, 随着差频扰动频率的减小, 远场马赫波辐射范围及辐射强度变化较小。

为了解释差异, 分别计算了快慢模态扰动形式下, 对应各工况的近场低频扰动 $n\omega_d$ 的幅值演化过程。图 12 给出了快慢两种模态下低频扰动 $n\omega_d$ 沿流向的幅值演化曲线。从图 12(a)中可以看出, 对于快模态扰动形式, 在初始阶段, 频率较大的差频扰动增长快于频率较小的差频扰动, 但

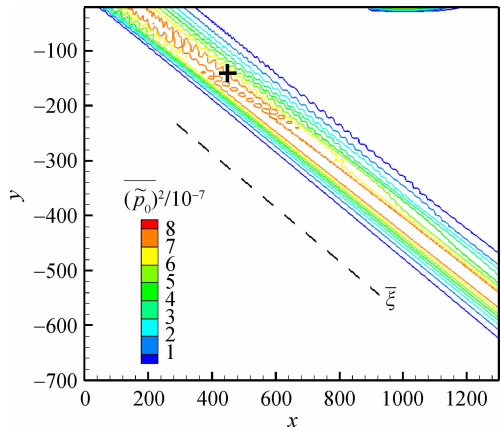


图 7 时均声能(FD002、线性)

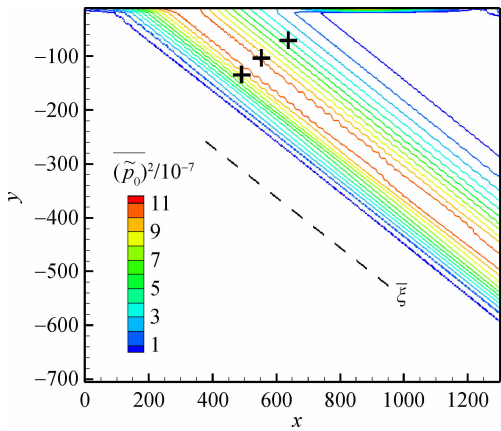


图 8 时均声能(FD002、非线性)

Fig. 8 Time averaged acoustic (FD002、nonlinear)

随着其向下游的演化,差频扰动频率越小,对应的低频扰动 $n\omega_d$ ($n=1,2,\cdots$) 增长能力越强,这与 Suponitsky 等人在亚声速射流中的发现一致,从而导致低频扰动 $n\omega_d$ 与主波 ω_1 的非线性作用强

度增大,边频扰动 $\omega_1 \pm n\omega_d$ 的幅值增长能力增强。从图 12(b)中可以看出,在慢模态扰动形式下,差频扰动的频率大小对低频扰动 $n\omega_d$ 幅值演化的影响不像快模态中那样明显,差频扰动频率越小,对

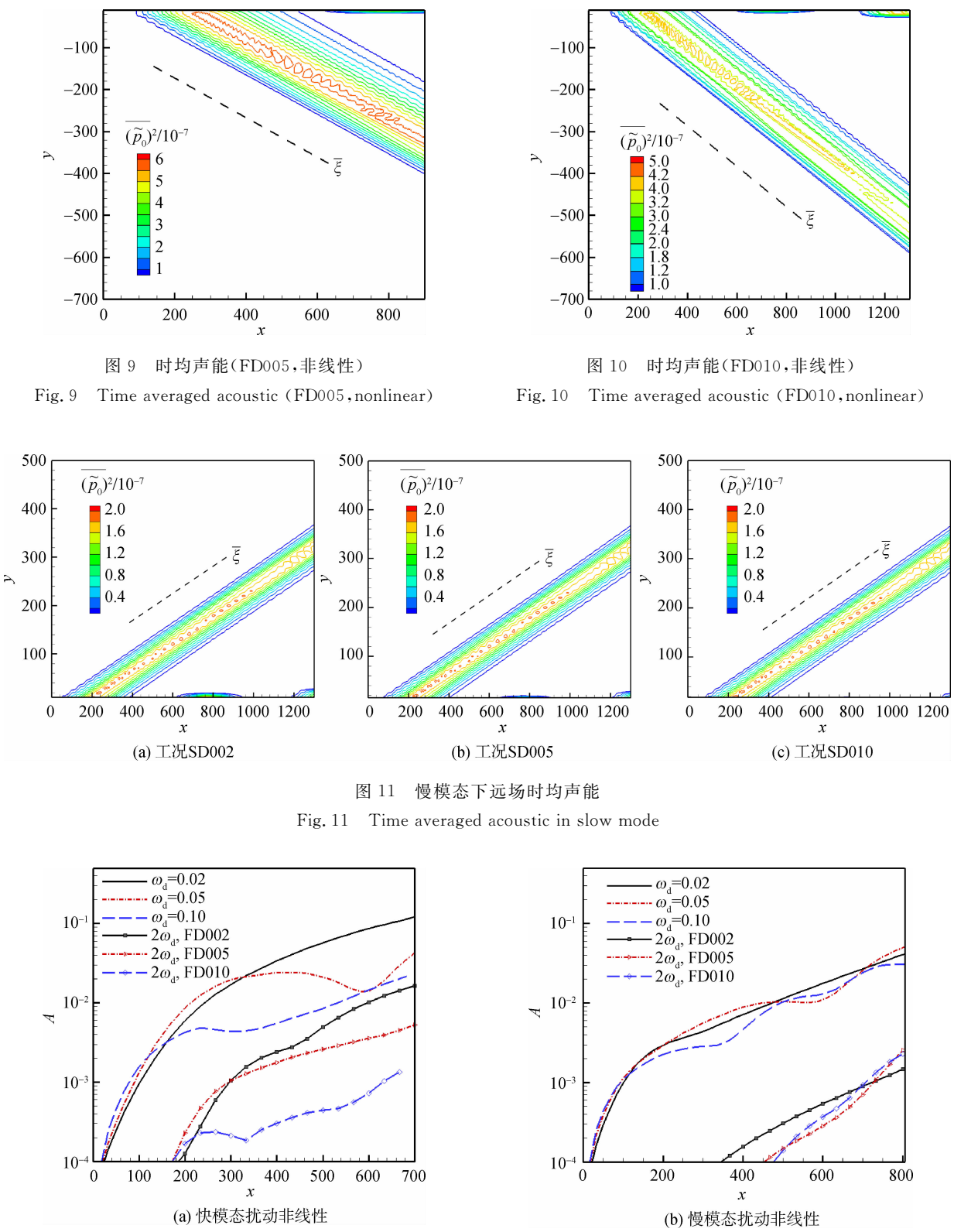


图 12 快慢模态下低频扰动幅值
Fig. 12 Amplification of low frequency in fast and slow modes

应的低频扰动 $n\omega_d$ 在后期增长中优势不再明显，从而导致低频扰动 $n\omega_d$ 与主波 ω_1 的非线性作用强度变化不大，边频扰动 $\omega_1 \pm n\omega_d$ 的幅值增长能力差距较小。

3 结 论

本文采用 PSE 方法对超声速混合层中边频扰动的非线性演化过程进行了计算，重点分析了低频扰动的演化特征，结合 Wu 积分方法分析了远场声辐射特性。计算了差频扰动频率大小对混合层气动声场的影响，对快慢模态下的声辐射差异给出合理解释。得到以下结论：

- 1) 在超声速混合层中，差频扰动及其他低频扰动具有较强的增长能力。
- 2) 扰动的非线性作用及差频扰动的生成造成了频谱拓宽，进而拓宽了远场马赫波的辐射范围，影响了远场马赫波辐射强度。
- 3) 差频扰动频率大小是影响差频扰动增长能力的重要因素。对快模态，差频扰动频率越小，其增长能力越强，对远场马赫波辐射影响越显著；对慢模态，差频扰动频率越小，其增长优势不再那么明显，差频扰动频率大小对其幅值演化的影响则相对较弱，对远场马赫波辐射影响较小。

参考文献：

[1] 戈尔茨坦. 气动声学[M]. 北京:国防工业出版社,2014.

[2] LAWSON S M,CLARK R L,CROUSE R F. Aero-optic performance of supersonic mixing layers[J]. Proceeding of the SPIE,1990,1326:190-195.

[3] BROWN G L,ROSHKO A. On density effects and large structure in turbulent mixing layers[J]. Journal of Fluid Mechanics,1974,64(4):775-816.

[4] WINANT C D,BROWAND F K. Vortex pairing: the mechanism of turbulent mixing-layer growth at moderate Reynolds number[J]. Journal of Fluid Mechanics,1974,63(2):237-255.

[5] TAM C,GOLEBIEWSKI M,SEINER J. On the two components of turbulent mixing noise from supersonic jets[R]. AIAA-96-1716,1996.

[6] TAM C K W,BURTON D E. Sound generated by instability waves of supersonic flows;Part 1 two-dimensional mixing layers[J]. Journal of Fluid Mechanics,1984,138:249-271.

[7] SONG G,ALIZARD F,ROBINET J C,et al. Global and Koopman modes analysis of sound generation in mixing layers[J]. Physics of Fluids,2013,25(12):124101. 1-124101. 30.

[8] MIKSAD R W. Experiments on nonlinear interactions in the transition of a free shear layer[J]. Journal of Fluid Mechanics,1973,59(1):1-21.

[9] SUPONITSKY V,SANDHAM N D,MORFEY C L. Linear and nonlinear mechanisms of sound radiation by instability waves in subsonic jets[J]. Journal of Fluid Mechanics,2010,658:509-538.

[10] HERBERT T. Parabolized stability equations[J]. Annual Review of Fluid Mechanics,1997,29(1):245-283.

[11] CHEUNG L,LELE S. Acoustic radiation from subsonic and supersonic mixing layers with nonlinear PSE[R]. AIAA 2004-363,2004.

[12] CHEUNG L C,LELE S K. Linear and nonlinear processes in two-dimensional mixing layer dynamics and sound radiation[J]. Journal of Fluid Mechanics,2009,625:321-351.

[13] WU X. Mach wave radiation of nonlinearly evolving supersonic instability modes in shear layers[J]. Journal of Fluid Mechanics,2005,523:121-159.

[14] 郭娜,方一红. 基于扰动方程的超音速轴对称射流马赫波辐射研究[J]. 计算力学学报,2017,34(2):213-218.

GUO Na,FANG Yihong. Studying of mach wave radiation in an axisymmetric supersonic jet using nonlinear disturbance equations[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics,2017,34(2):213-218. (in Chinese)

[15] 郑美香,方一红,赵磊. 低中等雷诺数超声速轴对称射流气动声场[J]. 航空动力学报,2017,32(12):3013-3021.

ZHENG Meixiang,FANG Yihong,ZHAO Lei. Acoustic field of axisymmetric supersonic jet at low and moderate Reynolds number[J]. Journal of Aerospace Power,2017,32(12):3013-3021. (in Chinese)

[16] 周恒,苏彩虹,张永明. 超声速/高超声速边界层的转捩机理及预测[M]. 北京:科学出版社,2015.

[17] ZHAO Lei,ZHANG Cunbo,LIU Jianxin,et al. Improved algorithm for solving nonlinear parabolized stability equations[J]. Chinese Physics B,2016,25(8):084701. 1-08471. 8.

[18] CHEUNG L C. Aeroacoustic noise prediction and the dynamics of shear layers and jets using the nonlinear parabolized stability equations[D]. Stanford:Stanford University,2007.

[19] JACKSON T L,GROSCH C E. Inviscid spatial stability of a compressible mixing layer[J]. Journal of Fluid Mechanics,1989,208:609-637.

[20] DAY M J. Structure and stability of compressible reacting mixing layers[D]. Stanford:Stanford University,1999.

(编辑:李岩梅)