

基于实测频响函数反推管路卡箍 支承刚度与阻尼

高 晔^{1,2}, 孙 伟^{1,2}, 朴玉华^{1,2}, 马 辉^{1,2}

(1. 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110819;

2. 东北大学 航空动力装备振动及控制教育部重点实验室, 沈阳 110819)

摘 要: 为了有效创建航空发动机管路系统动力学模型,需要获得动载荷作用下管路卡箍支承刚度及阻尼。提出一种基于实测频响函数(FRF)反推卡箍支承刚度及阻尼的方法。确定了针对单管路双卡箍支撑系统的反推辨识流程;利用自编有限元创建了该管路系统的动力学模型,并给出了求解频响函数的方法;进一步,提出了基于灵敏度的卡箍支承刚度和阻尼反推辨识算法;以典型管路卡箍为例,用所提出的方法辨识出了该卡箍的支承刚度和阻尼。将辨识值回带到理论模型中,发现仿真及实测固有频率及相对应的频响函数偏差均小于9%,从而证明了研发的辨识方法的合理性。另外,辨识结果也表明卡箍的刚度及阻尼具有频率依赖性,且水平及竖直方向存在差异。

关 键 词: 管路卡箍; 支承刚度; 支承阻尼; 反推辨识; 频响函数

中图分类号: V233; TH113.1; TB535

文献标志码: A

Inverse identification of support stiffness and damping of hoop based on measured FRF

GAO Ye^{1,2}, SUN Wei^{1,2}, PIAO Yuhua^{1,2}, MA Hui^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110819, China;

2. Key Laboratory of Vibration and Control of Aero-propulsion System,
Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang 110819, China)

Abstract: To create the dynamic model of the aeroengine pipeline system effectively, it is necessary to obtain mechanical characteristic parameters of the hoop such as the support stiffness and damping under dynamic load. An inversed method for identifying the support stiffness and damping was proposed based on the measured frequency response function (FRF). The inverse identification procedure was determined for the single pipeline supported by double hoops. The dynamic model of the pipeline system were created by the developed finite element method, and the formulas of solving the FRF of pipeline system was also given. The inverse identification algorithm based on sensitivity analysis was proposed to identify the stiffness and damping of the pipeline hoop. A typical pipe hoop was chosen as an example to obtain the support stiffness and damping. The identified mechanical characteristic parameters

收稿日期: 2018-05-18

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(N170308028)

作者简介: 高晔(1993—),女,硕士生,主要研究方向为为管路系统动力学建模与卡箍力学参数辨识。

通讯作者: 孙伟(1975—),男,教授、博士生导师,博士,主要从事机械系统动力学及振动控制研究。E-mail:weisun@mail.neu.edu.cn

引用格式: 高晔,孙伟,朴玉华,等. 基于实测频响函数反推管路卡箍支承刚度与阻尼[J]. 航空动力学报,2019,34(3):664-670. GAO Ye, SUN Wei, PIAO Yuhua, et al. Inverse identification of support stiffness and damping of hoop based on measured FRF [J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(3): 664-670.

of the hoop were inputted into the created finite element (FE) model. It was found the relative errors between calculated and measured natural frequency and corresponding FRF were less than 9%. Then, the rationality of the developed identification method was validated. In addition, the identification results indicate that the support stiffness and damping of the hoop are frequency dependent, and the horizontal and vertical values of these parameters are different.

Key words: pipeline hoop; support stiffness; support damping; inverse identification; frequency response function

航空发动机管路一般通过卡箍固定在机匣上,或者通过卡箍连接在一起。由于卡箍具有一定的柔性和较高的内阻尼,因而其对管路系统的振动特性有着明显的影响。大量的人员致力于研究含卡箍管路系统的动力学建模^[1-2]以及卡箍布局优化^[3-4],而这些研究的前提是需要准确获得卡箍支承刚度及阻尼等力学特性参数。

目前针对航空发动机管路卡箍力学参数的辨识已有少量研究。例如,尹泽勇等^[5]利用有限元法和试验研究了确定卡箍刚度的方法。Ulanov 和 Bezborodov 等^[6-8]利用测试获得的迟滞曲线,在静态载荷作用下得到卡箍支承刚度和阻尼耗能系数。Lazutkin 等^[9]利用经验公式,并通过测试获得的迟滞曲线得到金属橡胶材料卡箍支承刚度和阻尼。以上研究主要是利用刚度及阻尼的定义来获得卡箍的力学特性参数。另外,这些方法都是在静载荷测试条件下获得的参数,而卡箍的力学特性在动载荷作用下有时会与静载作用下的值有着明显的不同。

为了有效创建航空发动机管路系统的动力学模型,需要获得动载荷作用下卡箍的支承刚度及阻尼等力学特性参数。为此,本文提出一种利用测试获得的管路系统振动参数来反推卡箍力学特性参数的方法,称之为反推法。反推法基本思想可概括为:将需辨识的量值定义为设计变量,通过一个匹配算法不断修正理论模型中的设计变量值,使计算获得的结构振动特性参数与实验测的相一致,进而反推出待辨识的参数。应用反推辨识已在阻尼材料参数确定上获得了广泛应用,例如,Barkanov 等^[10],Sun 等^[11]辨识了黏弹性材料的力学特性参数。

具体地,本文研究基于实测管路频响函数来反推辨识卡箍支承刚度及阻尼的方法。以单管路双卡箍支承系统为例,确定了反推辨识原理、创建了管路系统动力学有限元分析模型、基于灵敏度分析推导了匹配计算公式,最终实现了用于管路动力学分析的卡箍力学特性参数的辨识。

1 卡箍力学参数辨识流程

图 1 为所研究的由两个卡箍支撑的单管路系统,卡箍由箍带和金属橡胶等组成。这里利用反推辨识管路 y,z 两个方向的支承刚度和阻尼,辨识过程主要包括 3 部分:有限元建模、实验测试和匹配计算。

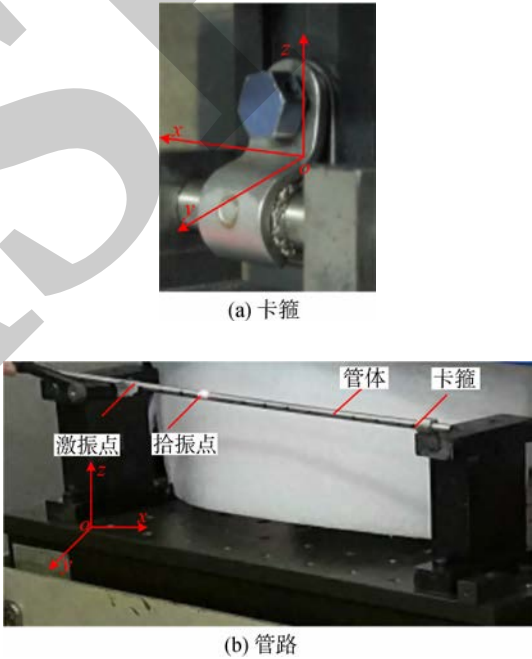


图 1 双卡箍支撑管路系统
Fig. 1 Pipeline system supported by two hoops

1.1 支承刚度辨识流程

卡箍的支承刚度直接影响管路系统的固有频率,因而可以通过实测管路系统的固有频率来反推辨识卡箍支承刚度。图 2 为卡箍支承刚度的辨识流程。其中采用锤击法测试管路系统的频响函数,由频响函数的峰值获得管路系统的固有频率。利用自编的管路系统有限元模型来计算管路的固有频率。进一步,采用基于灵敏度的匹配计算反推出卡箍的支承刚度。关于管路系统有限元建模及相关的匹配计算详见文中第 2 及第 3 节。

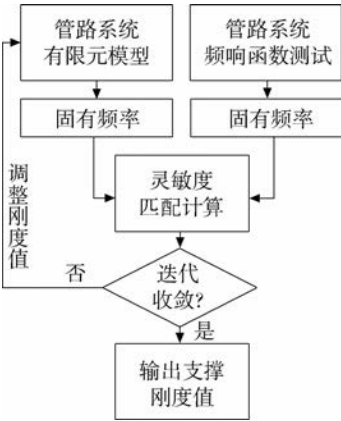


图 2 支承刚度辨识流程

Fig. 2 Procedure of identifying the support stiffness

1.2 支承阻尼辨识流程

卡箍的支承阻尼直接影响系统的频响函数值,因而可以通过实测管路系统频响函数来反推辨识卡箍支承阻尼。图 3 为卡箍支承阻尼的辨识流程。同样,相关的管路系统频响函数求解及匹配计算见文中第 2 及第 3 节。

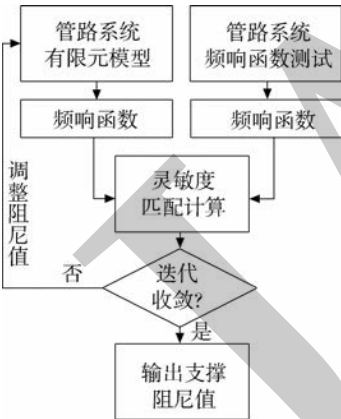


图 3 支承阻尼辨识流程

Fig. 3 Procedure of identifying the support damping

2 管路系统有限元建模及频响函数构建

这里利用有限元法创建单管路双卡箍支撑系统的动力学分析模型,并推导管路系统频响函数的计算公式。考虑到后续匹配计算的方便性,管路系统振动特性的建模与计算是通过自编有限元程序来完成的。

2.1 管路系统刚度及阻尼矩阵

由于反推卡箍支承刚度和阻尼,不需要考虑剪切变形,因而可采用欧拉-伯努利梁进行管体建模。设采用的管单元(见图 4)长度为 L ,每个单

元有两个节点,每个节点有两个自由度 v 和 θ ,节点位移向量为 $\delta^e = \{v_1, \theta_1, v_2, \theta_2\}^T$ 。

则管单元的刚度矩阵可表示为

$$\mathbf{K}^e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

(1)

式中 E 为管体弹性模量, I 为管体截面惯性矩。

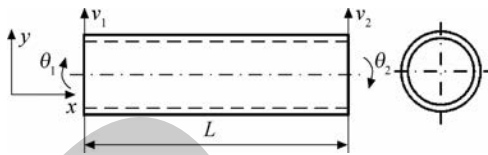


图 4 管单元

Fig. 4 Pipe element

参照已有的管路系统动力学建模成果^[12-13],卡箍可以用弹簧-阻尼单元来模拟。图 5 为典型的单管路双卡箍支撑系统在 y 方向的有限元模型(z 方向与此类似),在节点 i 和 j 处布置有卡箍。图 5 中 k_1 、 c_1 为支承刚度和阻尼, k_2 、 c_2 为扭转刚度和阻尼。

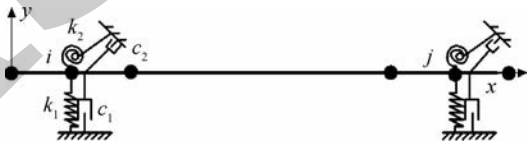


图 5 管路系统有限元模型

Fig. 5 Finite element model of pipeline system

对应的卡箍支承刚度矩阵为

$$\mathbf{k}_k = \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix}$$

(2)

卡箍支承阻尼矩阵为

$$\mathbf{C}_k = \begin{bmatrix} c_1 & 0 \\ 0 & c_2 \end{bmatrix}$$

(3)

设管体被划分为 n 个节点,则 $n-1$ 个管单元可组成管体刚度矩阵 $\mathbf{K}_g$ 。整个管路系统的刚度矩阵包含管体及卡箍的,可表达为

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_k + \mathbf{K}_g$$

(4)

式中 $\mathbf{K}$ 为系统刚度矩阵, $\mathbf{K}_k$ 为扩展后的卡箍刚度矩阵。

对应图 5,扩展的卡箍支承刚度矩阵 $\mathbf{K}_k$ 可通过以下方式来获得:将卡箍的支承刚度加到与系统刚度矩阵同维数 0 矩阵对角线的对应支承位置 i 和 j 上,即

[illegible]

不考虑管体的内阻尼,则整个管路系统阻尼完全由卡箍支承阻尼产生。与卡箍支承刚度类似,可获得卡箍的支承阻尼也就是系统的总的阻尼矩阵 $\mathbf{C}$, 表达为

[illegible]

2.2 频响函数计算

双卡箍单管路系统的频域运动方程为

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} + \mathrm{i}\omega \mathbf{C})\mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (7)$$

式中 ω 为激振频率, $\mathbf{M}$ 为质量矩阵, $\mathbf{X}$ 为响应向量, $\mathbf{F}$ 为激振力向量。对应的, 复频响函数矩阵为

$$\mathbf{H}^* = \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{F}} = [-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} + \mathrm{i}\omega \mathbf{C}]^{-1} \quad (8)$$

由于管路系统为小阻尼系统,可以用实模态对其解耦。求解管路系统实模态的特征方程为

$$[-\omega_r^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}] + \boldsymbol{\varphi}_r = 0 \quad r = 1, 2, \dots, 2n \quad (9)$$

式中 ω_r^2 和 $\boldsymbol{\varphi}_r$ 是第 r 阶特征值和特征向量, $2n$ 为管路系统维数。

将式(8)进行模态坐标变换,并采用模态叠加

法,求解得到系统位移频响函数^[14-15]

$$\mathbf{H}^* = \frac{\mathbf{X}}{\mathbf{F}} = \boldsymbol{\varphi} [-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K} + \mathrm{i} \mathbf{C}]^{-1} \boldsymbol{\varphi}^\top = \sum_{r=1}^m \frac{\boldsymbol{\varphi}_r \boldsymbol{\varphi}_r^\top}{\omega_r^2 + 2\mathrm{i}\xi_r \omega_r \omega - \omega^2} \quad (10)$$

具体的

$$\omega_r^2 = \frac{\boldsymbol{\varphi}_r^\top \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_r}{\boldsymbol{\varphi}_r^\top \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_r} \quad (11)$$

$$\xi_r = \frac{\boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi}_r}{2 \boldsymbol{\varphi}_r^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_r} \quad (12)$$

式中 ξ_r 为系统第 r 阶模态阻尼比, 其对应于卡箍的支承阻尼, m 为选取的模态数, φ 为由 m 阶振型向量组成的振型矩阵。

式(10)为位移频响函数的计算式,实际计算时可能针对的是速度或者加速度频响,以速度频

响函数求解为例,式(10)变为

$$\boldsymbol{H}_v^* = \sum_{r=1}^n \frac{i\omega \boldsymbol{\varphi}_r \boldsymbol{\varphi}_r^T}{\omega_r^2 + 2i\xi_r \omega_r \omega - \omega^2} \quad (13)$$

另外,直接求得的频响函数为复数,取实部就可获得与实测相对应的频响函数值。

3 基于灵敏度的卡箍刚度及阻尼
匹配计算方法

匹配计算是反推辨识的一个重要核心步骤,这里研发基于灵敏度的匹配计算方法实现有限元及实测振动量值之间的匹配,以实现卡箍支承刚度及阻尼的辨识。值得注意的是,为了减小计算时间和保证算法的收敛性,应该合理的选取初值。

3.1 用于获得支承刚度的匹配算法

设计变量为第 r 阶卡箍支承刚度,模态特征参量为第 r 阶特征值 $\lambda_r = \omega_r^2$ 。利用正交条件可求解特征值对支承刚度的灵敏度 $S_{k,r}$,即

$$S_{k,r} = \frac{\Delta \lambda_r}{\Delta k_r} = \frac{\partial \lambda_r}{\partial k_r} = \boldsymbol{\varphi}_r^T \left(\frac{\partial \boldsymbol{K}}{\partial k_r} - \lambda_r \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial k_r} \right) \boldsymbol{\varphi}_r \quad (14)$$

式中 $\Delta \lambda_r$ 为管路系统第 r 阶特征值变化量, Δk_r 为卡箍刚度值变化量, k_r 为卡箍第 r 阶卡箍支承刚度(可对应于 y 方向或 z 方向)。

目标函数是利用线性最小二乘法条件,最小化实验和模型计算得到的固有频率差值,即

$$\text{Min}(|S_{k,r} \Delta k_r - \Delta \hat{\lambda}_r|^2 + |W_k \Delta k_r|^2) \quad (15)$$

式中 $\Delta \hat{\lambda}_r$ 为第 r 阶实验和理论特征值之差, W_k 为刚度修正系数,一般取 $0 \sim 0.3$ 。

对目标函数求导,并令导数为 0,可得到用于支承刚度匹配计算的迭代公式

$$k_{r,j} = k_{r,j-1} - (S_{k,r}^2 + W_k)^{-1} S_{k,r} \Delta \hat{\lambda}_r \quad (16)$$

设定实验和理论模型得到的固有频率偏差作为收敛条件。当达到收敛条件时可输出卡箍支承刚度值。

3.2 用于获得支承阻尼的匹配算法

设计变量为第 r 阶卡箍支承阻尼,可用差分法求解频响函数值对支承阻尼的灵敏度 $S_{c,r}$,即

$$S_{c,r} = \frac{\Delta H_r}{\Delta c_r} \quad (17)$$

式中 ΔH_r 第 r 阶共振频率下频响函数的变化量, Δc_r 为阻尼变化量(同样可对应于 y 方向或 z 方向)。可根据具体测试结构设定步长并调整迭代速率。

目标函数是利用线性最小二乘法条件,最小

化实验和模型计算频响函数值

$$\text{Min}(|S_{c,r} \Delta c_r - \Delta h_r|^2 + |W_c \Delta c_r|^2) \quad (18)$$

式中 Δh_r 为第 r 阶实验与理论计算频响函数值之差, W_c 是阻尼修正系数,一般取 $0 \sim 0.3$ 。

对目标函数求导,并令导数为 0,可得到用于支承阻尼匹配计算的迭代公式

$$c_{r,j} = c_{r,j-1} - (S_{c,r}^2 + W_c)^{-1} S_{c,r} \Delta h_r \quad (19)$$

设定实验和理论模型得到的频响函数值偏差作为收敛条件。当达到收敛条件时可输出卡箍支承阻尼值。

4 试验验证

以下针对图 1 所描述的单管路双支承卡箍系统,利用所研究的方法反推卡箍的支承刚度和阻尼。采用欧拉-伯努利梁单元来模拟管体,创建形如图 5 所示的有限元模型,将管体分成 108 个单元,109 个节点,卡箍中心对应管体 8、102 节点。管体的几何及材料参数见表 1。

实验测试采用锤击法,管体通过卡箍、螺栓和支架固定在试验台上(见图 1(b)),螺栓拧紧力矩为 $7 \text{ N} \cdot \text{m}$ 。采用力锤对管路系统激励,激光拾振仪拾振,获取频响函数。考虑到便于锤击和较大限度激发共振峰值两个方面,选定的激振点坐标为 $(0.075, 0, 0)$,拾振点坐标为 $(0.225, 0, 0)$ 。

表 1 管体相关材料及几何参数

Table 1 Relevant material and geometric parameters of pipe

外径/ mm	内径/ mm	长度/ mm	弹性模量/ GPa	密度/ (kg/m^3)	泊松比
8	7.2	500	199	7 850	0.3

4.1 刚度辨识结果

以实验测得系统 y 和 z 两个方向的 6 阶固有值构造目标函数,不断迭代卡箍刚度值,使模型计算得到的固有频率与实验测得的固有频率相对误差不超过 0.001% ,进而反推得到卡箍支承刚度值,卡箍支承刚度辨识结果见表 2 和表 3。

由表 2 及表 3 可以发现对应各阶次卡箍支承刚度不同,表现为频率依赖性,这可能源于卡箍结构中含有黏弹性材料。同时,总体上看 y 方向支承刚度略大于 z 方向。

4.2 阻尼辨识结果

用实例验证反推方法,以实验测得 y 、 z 两个方向 6 阶固有频率对应的频响函数值构造目标函

数,不断迭代卡箍阻尼值,使模型计算与实验测得的频响函数相对误差不超过 0.001%,进而反推得到卡箍支承阻尼值。迭代引入模态数要略大于所考虑范围内结构自身包含的模态数,迭代得到的支承阻尼见表 4 和表 5。

表 2 y 方向卡箍支承刚度
Table 2 Support stiffness of y direction

阶次	实验频率 f_e/Hz	计算频率 f_a/Hz	频率偏差 $(f_a - f_e /f_a)/\%$	卡箍刚度/ $10^6 (\text{N/m})$
1	194.190	194.1903	0.00015	1.8515
2	542.434	542.4342	0.00009	1.9295
3	1081.776	1081.7880	0.00001	1.9751
4	1767.112	1767.1122	0.00002	2.1979
5	2664.454	2664.4541	0.00001	2.2972
6	3632.882	3632.8816	0.00002	2.4605

表 3 z 方向卡箍支承刚度
Table 3 Support stiffness of z direction

阶次	实验频率 f_e/Hz	计算频率 f_a/Hz	频率偏差 $(f_a - f_e /f_a)/\%$	卡箍刚度/ $10^6 (\text{N/m})$
1	180.530	180.5300	0.00001	1.8220
2	518.034	518.0340	0.00001	1.8791
3	1046.000	1046.0000	0.00002	1.9671
4	1656.236	1656.2358	0.00001	2.0741
5	2711.733	2711.7332	0.00001	2.4130
6	3662.033	3662.0331	0.00001	2.5408

表 4 y 方向卡箍支承阻尼
Table 4 Support damping of y direction

阶次	实测频响 $H_e/((\text{m/s})/\text{N})$	计算频响 $H_a/((\text{m/s})/\text{N})$	频响偏差 $(H_a - H_e /H_a)/\%$	阻尼 $c/((\text{N} \cdot \text{s})/\text{m})$
1	1.442	1.4422	0.000030	177.0901
2	0.287	0.2866	0.000001	51.1987
3	0.495	0.4946	0.000003	19.4705
4	0.311	0.3111	0.000001	8.8211
5	0.279	0.2788	0.000001	4.0812
6	0.268	0.2680	0.000002	22.8493

表 5 z 方向卡箍支承阻尼
Table 5 Support damping of z direction

阶次	实测频响 $H_e/((\text{m/s})/\text{N})$	计算频响 $H_a/((\text{m/s})/\text{N})$	频响偏差 $(H_a - H_e /H_a)/\%$	阻尼 $c/((\text{N} \cdot \text{s})/\text{m})$
1	0.134	0.1342	0.000014	2871.6586
2	0.296	0.2957	0.000009	67.6960
3	0.049	0.0489	0.000079	308.9724
4	0.227	0.2266	0.000003	24.8051
5	0.060	0.0603	0.000053	1008.1970
6	0.025	0.0254	0.000013	268.4003

从辨识获得的卡箍支承阻尼值可以发现,支承阻尼各阶次具有不同的结果,这也是源自卡箍材料的频率依赖性。另外,总的来讲 z 方向的支承阻尼大于 y 方向的支撑阻尼。

4.3 辨识结果正确性校验

为了考核辨识结果的合理性,这里以 y 方向为例,将辨识获得的卡箍支撑刚度及阻尼回代到所研发的有限元模型中,计算频响函数值。图 6 给出了实验测试和模型计算频响函数对比情况,固有频率偏差小于 6%,相对应的频响函数偏差小于 9%,从而说明了本文辨识方法的合理性。

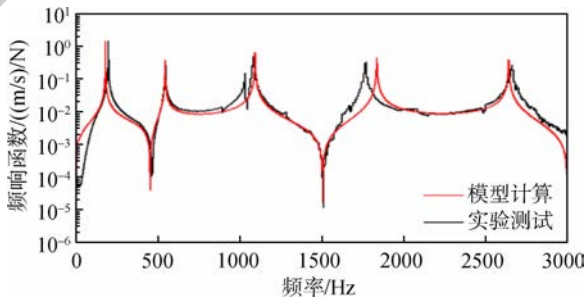


图 6 频响函数对比

Fig. 6 Comparison of the measured and simulated FRFs

5 结 论

1) 实践表明,本文提出的基于实测频响函数反推管路支承刚度及阻尼方法是可行的,可以通过对管路简单的振动测试,反推出与载荷相关的卡箍支承刚度及阻尼。

2) 本文提出的匹配算法可使卡箍的支承刚度及阻尼快速而准确地收敛到辨识值。将辨识的卡箍力学参数回代到分析模型中,显示预测的频响函数与实测近似一致,从而说明了该辨识算法

及辨识结果的合理性。

3) 从辨识结果上看,卡箍的上述力学特性参数存在频率依赖性,这可能源于卡箍中金属橡胶中有黏弹性材料。另外,针对这里的研究实例发现卡箍的水平及竖直方向支承刚度略有不同,而支承阻尼差距较大,这可能是由于卡箍的具体结构决定。

参考文献:

[1] GAO Peixin,ZHAI Jingyu,YAN Yangyang,et al. A model reduction approach for the vibration analysis of hydraulic pipeline system in aircraft[J]. Aerospace Science and Technology,2016,49:144-153.

[2] 李占营,王建军,邱明星,等. 简谐激励下柔性卡箍支承管路系统响应[J]. 航空动力学报,2017,32(11):2705-2711.

LI Zhanying,WANG Jianjun,QIU Mingxing,et al. Responses of pipe system with flexible hoop under harmonic excitation[J]. Journal of Aerospace Power,2017,32(11):2705-2712. (in Chinese)

[3] TANG Zhangchun,LU Zhenzhou,LI Dawei,et al. Optimal design of the positions of the hoops for a hydraulic pipelines system[J]. Nuclear Engineering and Design,2011,241(12):4840-4855.

[4] 刘伟,曹刚,翟红波,等. 发动机管路卡箍位置动力灵敏度分析与优化设计[J]. 航空动力学报,2012,27(12):2756-2762.

LIU Wei,CAO Gang,ZHAI Hongbo,et al. Sensitivity analysis and dynamic optimization design of supports' positions for engine pipelines[J]. Journal of Aerospace Power,2012,27(12):2756-2762. (in Chinese)

[5] 尹泽勇,陈亚农. 卡箍刚度的有限元计算与实验测定[J]. 航空动力学报,1999,14(2):179-182.

YIN Zeyong,CHEN Yanong. Finite element analysis and experimental measurement of stiffness of hoop[J]. Journal of Aerospace Power,1999,14(2):179-182. (in Chinese)

[6] ULANOV A M,BEZBORODOV S A. Calculation method

of pipeline vibration with damping supports made of the MR material[J]. Procedia Engineering,2016,150:101-106.

[7] BEZBORODOV S A,ULANOV A M. Calculation of vibration of pipeline bundle with damping support made of MR material[J]. Procedia Engineering,2017,176:169-174.

[8] ULANOV A M,BEZBORODOV S A. Research of stress-strained state of pipelines bundle with damping support made of MR material[J]. Procedia Engineering,2017,206:3-8.

[9] LAZUTKIN G V,BOVAROV K V,DAVYDOV D P,et al. Design of elastic-damping supports made of mr material for pipeline supports[J]. Procedia Engineering,2017,176:326-333.

[10] BARKANOV E,SKUKIS E,PETITJEAN B. Characterisation of viscoelastic layers in sandwich panels via an inverse technique[J]. Journal of Sound and Vibration,2009,327(3/4/5):402-412.

[11] SUN Wei,WANG Zhuo,YAN Xianfei,et al. Inverse identification of the frequency-dependent mechanical parameters of viscoelastic materials based on the measured FRFs[J]. Mechanical Systems and Signal Processing,2018,98:816-833.

[12] KOO G H,PARK Y S. Vibration reduction by using periodic supports in a piping system[J]. Journal of Sound and Vibration,1998,210(1):53-68.

[13] ZANGANEH R,AHMADI A,KERAMAT A. Fluid-structure interaction with viscoelastic supports during waterhammer in a pipeline[J]. Journal of Fluids and Structures,2014,54:215-234.

[14] PRADHAN S,MODAK S V. Normal response function method for mass and stiffness matrix updating using complex FRFs[J]. Mechanical Systems and Signal Processing,2012,32:232-250.

[15] MIKOTA. Modal analysis of hydraulic pipelines[J]. Journal of Sound and Vibration,2013,332(16):3794-3805.

(编辑:李岩梅)