

计及芯轴变形的轴连轴承载荷分布 和刚度计算

牛荣军^{1,2}, 张建虎¹, 倪艳光¹, 邓四二¹

(1. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003;
2. 河南科技大学 高端轴承摩擦学技术与应用国家地方联合工程实验室, 河南 洛阳 471000)

摘 要: 因轴连轴承高承载能力和长寿命的性能指标要求,提出三列滚动体混合式结构,通过两端圆柱滚子线接触形式提高轴承整体承载能力。为考核新型轴连轴承承载性能,基于柔性梁理论引入芯轴挠曲变形的影响,采用滚动轴承设计方法,建立新型轴连轴承力学分析模型,在此基础上研究了外载大小、外载位置和游隙因素对轴承载荷分布和刚度的影响。载荷分析表明:径向载荷增加,芯轴在各滚动体列产生的附加力矩增加,各滚动列最大接触载荷增大;载荷作用距离减小,芯轴在各滚动体列产生的附加力矩减小,各滚动体列的承载载荷明显下降;滚子列径向游隙的增加,各滚动体列的最大接触载荷增大,承载区域减小,载荷分布均匀性下降。刚度分析表明随着径向载荷增大,各滚动体列主刚度明显上升,而载荷作用距离减小和滚子列径向游隙增加,会造成各滚动体列主刚度一定程度下降。

关 键 词: 轴连轴承; 挠曲变形; 载荷分布; 刚度; 承载性能

中图分类号: TH133.33 **文献标志码:** A

Load distribution and stiffness calculation of integral shaft bearings considering mandrel deformation

NIU Rongjun^{1,2}, ZHANG Jianhu¹, NI Yanguang¹, DENG Sier¹

(1. School of Mechatronics Engineering,
Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China;
2. National United Engineering Laboratory for Advanced Bearing Tribology,
Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471000, China)

Abstract: Due to the high load-bearing and long-life performance requirements of the integral shaft bearings, a three-row rolling element hybrid structure was proposed to improve the overall carrying capacity by line contact at the both sides of bearing. In order to evaluate the bearing performance of the new bearing, a mechanical analysis model considering the influence of the shaft deflection of the bearing was established based on the rolling bearing design method and the flexible beam theory. Then, the influences of external force, external force position and clearance on the loading distribution and stiffness of bearing were studied in detail. The load analysis shows that with the radial force increase, the additional torque

收稿日期:2018-05-30

基金项目:国家“十三五”科技攻关项目(JPPT-ZCGX1-143);
高端摩擦学技术与应用国家地方联合工程实验室开放基金(201708); 河南省科技攻关资助项目(172102210254)

作者简介:牛荣军(1977—),男,副教授,博士,主要从事滚动轴承设计及理论研究。E-mail:niurongjun@163.com

引用格式:牛荣军,张建虎,倪艳光,等. 计及芯轴变形的轴连轴承载荷分布和刚度计算[J]. 航空动力学报,2019,34(3):717-727.
NIU Rongjun,ZHANG Jianhu,NI Yanguang,et al. Load distribution and stiffness calculation of integral shaft bearings considering mandrel deformation[J]. Journal of Aerospace Power,2019,34(3):717-727.

generated by the shaft and the maximum contact load of each rolling row increase; with the force acting distance decrease, the additional torque generated by the shaft and the bearing load of each rolling row significantly reduce; when the radial clearance of the roller row increases, the maximum contact load of each rolling row increases, the bearing area decreases, and the load distribution uniformity decreases. The stiffness analysis shows that with the radial force increase, the main stiffness of each rolling row increases significantly; however, the decrease of the load acting distance and the increase of the radial clearance of the roller row will cause the main stiffness to decline to a certain extent.

Key words: integral shaft bearings; deflection; loading distribution; stiffness; bearing capacity

轴连轴承是一种特殊的产品结构^[1],其由多列轴承单元结构组成,外圈为一体结构,芯轴作为轴承内圈并起引导作用。因其多列结构和装配连接设计,芯轴结构一般设计较长,在外部载荷作用下会发生明显挠曲变形,从而增大了轴连轴承力学性能分析的复杂性。目前,常规的泵用轴连轴承有球-球(WB)、滚子-球(WR)两种基本形式^[2]。随着泵用轴连轴承向重载、高速和长寿命方向发展的需求,传统的轴连轴承难以达到性能指标要求,因此对轴连轴承的改进和创新成为必然。

滚动轴承工作时的内部载荷分布状况和轴承的刚度是评价轴承性能的重要力学性能指标,直接影响着轴承的使用寿命。迄今为止,国内、外许多学者对滚动轴承的力学特性进行了较为深入的研究。文献[3-4]建立四点接触球转盘轴承的力学模型,并分析了轴承参数对轴承承载能力的影响;文献[5]采用切片法,考虑了滚子与滚道凸度,以及内圈倾斜对轴承载荷分布的影响;文献[6]推导出球和滚子轴承正、负和零游隙条件下的载荷分布数学计算模型;文献[7]提出了一种利用非线性弹簧模拟滚子轴承中实体滚子的计算模型,结果表明该方法能够大大地降低模型的计算时间,并且精度更好;文献[8]考虑风扇和带轮的不平衡因素,建立了WR型轴连载荷和寿命计算模型,研究不平衡量对轴承载荷分布及寿命的影响;文献[9]针对角接触球轴承的接触角、轴向力及刚度间的关系问题,通过建立静力平衡方程研究了各参数对轴承刚度的影响;文献[10]提出了一种考虑非均匀性效应因素轴承刚度预测方法,研究了非均匀预压与轴承刚度之间的影响关系;文献[11]建立了主轴轴承数学模型,分析了轴承不同配置的轴承刚度;文献[12]利用坐标变换建立了球轴承接触变形的几何模型,推导了基于Hertz

接触的球轴承刚度表达式,分析了预载荷和接触角对轴承刚度的影响;文献[13]在Jones准静态模型和刚度解析模型基础上,针对组合式角接触球轴承,提出了一种新的迭代算法和模型,并根据此模型对组合轴承的预紧力和刚度进行了分析研究;文献[14-15]建立圆锥滚子轴承的通用力学模型,分析了加工、安装等因素对圆锥滚子轴承刚度特性的影响。

综上所述可以看出,国内外对单列球和滚子滚动轴承的研究很多,但是对于多列组合式轴连轴承的力学模型建立方法、载荷和刚度分析研究仍不充分。本文对传统泵用轴连轴承结构进行了改进,提出了两柱一球(W2R)型轴连轴承结构,基于赫兹接触理论和滚动轴承设计方法,引入芯轴挠曲变形对轴承接触变形的影响,建立多列混合式轴连轴承力学分析模型。在此基础上,研究了外载大小、外载位置和游隙主要因素对新型轴连轴承的载荷分布和刚度影响,为轴连轴承结构改进和性能评估提供了理论参考依据。

1 轴连轴承力学模型建立

1.1 改进型轴连轴承结构

图1(a)为常规一球一柱型轴连轴承结构(WR型),其左侧滚子端主要承受驱动轮上的皮带拉力,右侧球端主要承受叶轮轴向载荷和芯轴偏转产生的径向和力矩载荷。为了满足泵用轴连轴承高承载和长寿命的性能指标需求,提出了两柱一球改进型轴连轴承(W2R型),见图1(b)。

W2R型结构整体尺寸与常规轴连轴承相同,但在内部结构中各滚动列布置和受载滚动列数目与常规水泵轴承有所不同。装配时,轴承外圈以过盈方式安装在泵壳孔内,所产生的变形可以忽略不计,所以可以把外圈视为刚性。

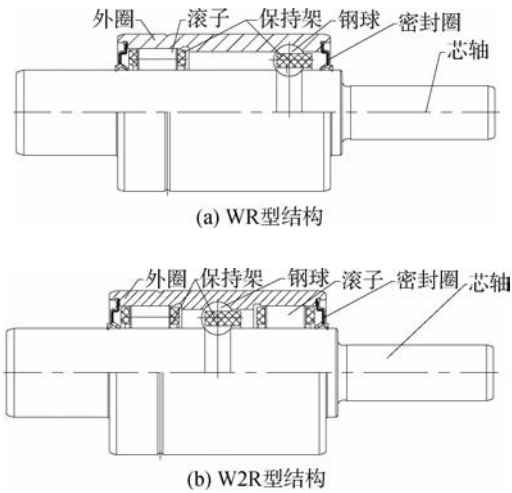


图 1 轴连轴承结构对比

Fig. 1 Comparison of integral shaft bearing structures

1.2 芯轴力平衡模型

图 2 所示是新型 W2R 型轴连轴承芯轴受载的力学模型示意图。左、中、右三列滚动体作为三个支点,分别记为 R_1 、 B 和 R_2 。到原点 O 的距离分别为 l_1 、 l_1+l_2 和 $l_1+l_2+l_3$ 。

三列滚动体在坐标轴方向的载荷分量分别为 $(F_{R_1x}, F_{R_1y}, F_{R_1z})$ 、 (F_{Bx}, F_{By}, F_{Bz}) 、 $(F_{R_2x}, F_{R_2y}, F_{R_2z})$, 力矩分量分别为 (M_{R_1x}, M_{R_1y}) 、 (M_{Bx}, M_{By}) 、 (M_{R_2x}, M_{R_2y}) 。各外部载荷位置到原点的轴向距离为 $a_1 \sim a_n$; 在坐标轴方向的径向载荷分量为 $(P_{1x}, P_{1y}) \sim (P_{nx}, P_{ny})$, 力矩分量为 $(M_{1x}, M_{1y}) \sim (M_{nx}, M_{ny})$, 轴向载荷分量为 P_z 。

本文仅对坐标平面 yOz 内的挠曲变形进行分析,坐标平面 xOz 内的挠曲变形可同理分析。

依据图 2 可列出芯轴的力平衡方程

$$F_{R_1y} + F_{By} + F_{R_2y} - \sum_{i=1}^n P_{iy} = 0 \quad (1)$$

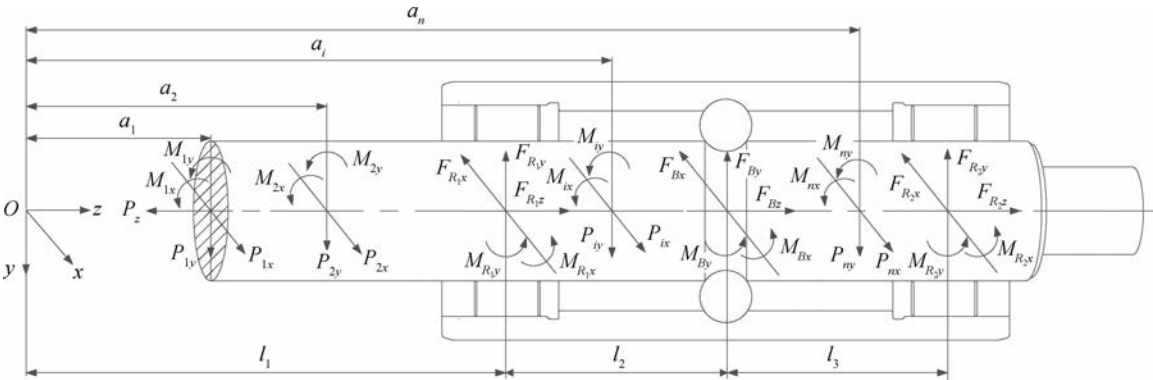


图 2 W2R 型轴连轴承力学模型

Fig. 2 Mechanical model of W2R type integral shaft bearing

$$- \sum_{i=1}^n P_{iy} a_i + \sum_{i=1}^n M_{ix} + M_{R_1x} + M_{Bx} + M_{R_2x} + F_{R_1y} l_1 + F_{By} (l_1 + l_2) + F_{R_2y} (l_1 + l_2 + l_3) = 0 \quad (2)$$

$$F_{R_1z} + F_{Bz} + F_{R_2z} - P_z = 0 \quad (3)$$

1.3 芯轴截面弯矩

由于三个滚动体列支点外侧的芯轴转角和挠度不影响各滚动体列的位移和变形,因而只需求出三个滚动体列之间的芯轴截面弯矩。

当 $l_1 \leq z \leq l_1 + l_2$ 时

$$M_x = - \sum_{i=1}^n P_{iy} (z - a_i) - \sum_{i=1}^n M_{ix} - M_{R_1x} + F_{R_1y} (z - l_1) \quad (4)$$

当 $l_1 + l_2 \leq z \leq l_1 + l_2 + l_3$ 时

$$M_x = - \sum_{i=1}^n P_{iy} (z - a_i) - \sum_{i=1}^n M_{ix} - M_{R_1x} - M_{Bx} + F_{R_1y} (z - l_1) + F_{By} (z - l_1 - l_2) \quad (5)$$

1.4 芯轴的挠曲变形

以 α 和 ω 分别表示芯轴的转角和挠度,在图 2 所示的坐标系中,芯轴挠曲近似微分方程为

$$\frac{d^2 \omega}{dz^2} = - \frac{M}{EI} \quad (6)$$

对式(6)进行二次积分,可得芯轴的转角和挠度方程

当 $l_1 \leq z \leq l_1 + l_2$ 时

$$\alpha_x = \frac{1}{EI} \left\{ \sum_{i=1}^n P_{iy} \left(\frac{z^2}{2} - a_i z \right) + \sum_{i=1}^n M_{ix} z + M_{R_1x} z - F_{R_1y} \left(\frac{z^2}{2} - l_1 z \right) \right\} + C_1 \quad (7)$$

$$\omega_y = \frac{1}{EI} \left\{ \sum_{i=1}^n P_{iy} \left(\frac{z^3}{6} - \frac{a_i z^2}{2} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{M_{ix} z^2}{2} + \frac{M_{R_1x} z^2}{2} - F_{R_1y} \left(\frac{z^3}{6} - \frac{l_1 z^2}{2} \right) \right\} + C_1 z + C_2 \quad (8)$$

当 $l_1 + l_2 \leq z \leq l_1 + l_2 + l_3$ 时

$$\alpha_x = \frac{1}{EI} \left\{ \sum_{i=1}^n P_{iy} \left(\frac{z^2}{2} - a_i z \right) + \sum_{i=1}^n M_{ix} z + M_{Bx} z + M_{R_1 x} z - F_{R_1 y} \left(\frac{z^2}{2} - l_1 z \right) - F_{By} \left(\frac{z^2}{2} - l_1 z - l_2 z \right) \right\} + C_3 \quad (9)$$

$$\omega_y = \frac{1}{EI} \left\{ \sum_{i=1}^n P_{iy} \left(\frac{z^3}{6} - \frac{a_i z^2}{2} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{M_{ix} z^2}{2} - F_{R_1 y} \left(\frac{z^3}{6} - \frac{l_1 z^2}{2} \right) - F_{R_1 y} \left(\frac{z^3}{6} - \frac{l_1 z^2}{2} - \frac{l_2 z^2}{2} \right) + \frac{M_{R_1 x} z^2}{2} + \frac{M_{Bx} z^2}{2} \right\} + C_3 z + C_4 \quad (10)$$

式中 EI 为抗弯刚度, $C_1 \sim C_4$ 为积分常数。

1.5 边界条件确定

根据变形协调原则,在各滚动体列中心截面处,芯轴的变形与对应滚动体列中心截面变形应协调一致,因此可以给出三组对应的边界条件

当 $z = l_1$ 时,

$$\alpha_x = \theta_{R_1 x}, \quad \omega_y = \delta_{R_1 y} \quad (11)$$

当 $z = l_1 + l_2$ 时

$$\alpha_x = \theta_{Bx}, \quad \omega_y = \delta_{By} \quad (12)$$

当 $z = l_1 + l_2 + l_3$ 时

$$\alpha_x = \theta_{R_2 x}, \quad \omega_y = \delta_{R_2 y} \quad (13)$$

将边界条件式(11)代入式(7)~式(8),即可以确定积分常数。

$$C_1 = \theta_{R_1 x} - \frac{1}{EI} \left\{ \sum_{i=1}^n P_{iy} \left(\frac{l_1^2}{2} - a_i l_1 \right) + \sum_{i=1}^n M_{ix} l_1 + M_{R_1 x} l_1 + \frac{F_{R_1 y} l_1^2}{2} \right\} \quad (14)$$

$$C_2 = \delta_{R_1 y} - \theta_{R_1 x} l_1 + \frac{1}{EI} \left\{ \sum_{i=1}^n P_{iy} \left(\frac{l_1^3}{3} - \frac{a_i l_1^2}{2} \right) + \sum_{i=1}^n \frac{M_{ix} l_1^2}{2} + \frac{M_{R_1 x} l_1^2}{2} + \frac{F_{R_1 y} l_1^3}{6} \right\} \quad (15)$$

代入边界条件式(12),可以得出左端圆柱滚子列和中间钢球列的转角和挠度关系

$$\theta_{Bx} = \theta_{R_1 x} + \frac{1}{EI} \left\{ \sum_{i=1}^n P_{iy} \left(\frac{l_2^2}{2} + l_1 l_2 - a_i l_2 \right) + \sum_{i=1}^n M_{ix} l_2 + M_{R_1 x} l_2 - \frac{F_{1y} l_2^2}{2} \right\} \quad (16)$$

$$\delta_{By} = \delta_{R_1 y} + \frac{1}{EI} \left\{ \sum_{i=1}^n P_{iy} \left(\frac{l_2^3}{6} + \frac{l_1 l_2^2}{2} - a_i l_2^2 \right) + \sum_{i=1}^n \frac{M_{ix} l_2^2}{2} + \frac{M_{R_1 x} l_2^2}{2} - \frac{F_{R_1 y} l_2^3}{6} \right\} + \theta_{R_1 x} l_2 \quad (17)$$

联立式(16)和式(17)可解出 $F_{R_1 y}$ 和 $M_{R_1 x}$

$$F_{R_1 y} = \frac{12EI}{l_2^3} (\delta_{By} - \delta_{R_1 y}) -$$

$$\frac{EI}{l_2^2} (\theta_{R_1 x} + \theta_{Bx}) + \sum_{i=1}^n P_{iy} \quad (18)$$

$$M_{R_1 x} = \frac{6EI}{l_2^2} (\delta_{By} - \delta_{R_1 y}) - \frac{2EI}{l_2} (2\theta_{R_1 x} + \theta_{Bx}) - \sum_{i=1}^n P_{iy} (l_1 - a_i) - \sum_{i=1}^n M_{ix} \quad (19)$$

将边界条件式(12)代入式(9)~式(10),同理可以得出 F_{By} 和 M_{Bx} 。

$$F_{By} = \frac{12EI}{l_3^3} (\delta_{R_2 y} - \delta_{By}) - \frac{6EI}{l_3^2} (\theta_{R_2 x} + \theta_{Bx}) - F_{R_1 y} \left[\frac{(4l_2^2 - 2l_1^2 + 3l_2 l_3 + 2l_1 l_2 - 3l_1 l_3)(l_1 + l_2)}{l_3^3} + \frac{3(2l_1^2 - 2l_2^2 - 2l_3^2 - 2l_2 l_3 + l_1 l_3)(l_1 + l_2 + l_3)}{l_3^3} + \frac{(2l_2 + 2l_3 - 4l_1)(l_1 + l_2 + l_3)^2}{l_3^3} \right] + \sum_{i=1}^n P_{iy} \quad (20)$$

$$M_{Bx} = \frac{6EI}{l_3^2} (\delta_{R_2 y} - \delta_{By}) - \frac{2EI}{l_3} (2\theta_{Bx} + \theta_{R_2 x}) - \sum_{i=1}^n M_{ix} - M_{R_1 x} - \sum_{i=1}^n P_{iy} (l_1 + l_2 - a_i) - F_{R_1 y} \left[\frac{(l_2 + l_3 - 2l_1)(l_1 + l_2 + l_3)^2}{l_3^2} + \frac{(3l_1^2 - 3l_2^2 - 2l_3^2 - 2l_2 l_3 + l_1 l_3)(l_1 + l_2 + l_3)}{l_3^2} + \frac{(2l_2^2 + l_1 l_2 + l_2 l_3 - l_1 l_3 - l_1^2)(l_1 + l_2)}{l_3^2} \right] \quad (21)$$

联立式(1)~式(3)、式(18)~式(19)、式(20)~式(21)可以解出 $F_{R_2 y}$ 和 $M_{R_2 x}$

$$F_{R_2 y} = -\frac{12EI}{l_3^2} (\delta_{R_2 y} - \delta_{By}) - \frac{12EI}{l_3^2} (\delta_{By} - \delta_{R_1 y}) + \frac{EI}{l_2^2} (\theta_{Bx} + \theta_{R_1 x}) - \sum_{i=1}^n P_{iy} + \frac{6EI}{l_3^2} (\theta_{R_2 x} + \theta_{Bx}) + F_{R_1 y} - 1 + \left[\frac{2(l_2 + l_3 - 2l_1)(l_1 + l_2 + l_3)^2}{l_3^3} + \frac{3(4l_2^2 - 2l_1^2 + 2l_1 l_2 + 3l_2 l_3 - 3l_1 l_3)(l_1 + l_2)}{l_3^3} + \frac{3(2l_1^2 - 2l_2^2 - 2l_3^2 - 2l_2 l_3 + l_1 l_3)(l_1 + l_2 + l_3)}{l_3^3} \right] \quad (22)$$

$$M_{R_2 x} = \frac{6EI}{l_3^2} (\delta_{R_2 y} - \delta_{By}) + \frac{12EI}{l_3^2} (l_1 + l_2 + l_3) \cdot (\delta_{By} - \delta_{R_1 y}) - \frac{2EI}{l_3} (2\theta_{R_2 x} + \theta_{Bx}) - \frac{EI}{l_2^2} (l_1 + l_2 + l_3) (\theta_{Bx} + \theta_{R_1 x}) + F_{R_1 y} \cdot \left[\frac{(4l_3^2 + 3l_2^2 - 3l_1^2 + 4l_2 l_3 - 2l_1 l_3)(l_1 + l_2 + l_3)}{l_3^2} + \right]$$

$$\begin{aligned} & \frac{(l_1^2 - 2l_2^2 - l_1l_2 - 2l_2l_3 + 2l_1l_3)(l_1 + l_2)}{l_3^2} + \\ & \frac{(2l_1 - l_2 - l_3)(l_1 + l_2 + l_3)^2}{l_3^2} - l_1 + 1 \Big] + \\ & \sum_{i=1}^n P_{iy}(l_1 + l_2 + l_3) \end{aligned} \quad (23)$$

式中 $(\theta_{R1}, \theta_B, \theta_{R2})$ 、 $(\delta_{R1}, \delta_B, \delta_{R2})$ 分别表示各滚动体列的角位移和线位移。

2 滚动体列的受载变形分析

根据变形协调原则,各滚动体列的变形与对应芯轴截面中心的变形一致。因此可以用个滚动体列支承点位置对应的芯轴截面中心变形量对各滚动体列进行受载变形分析,即芯轴和滚动体列拥有共同的变形量。这里给出沿着 y 方向径向变形和绕 x 轴倾斜变形的分析过程,沿着 x 方向径向变形和绕 y 轴倾斜受载变形可同理分析。滚动体编号和位置角的设置如图 3 所示。

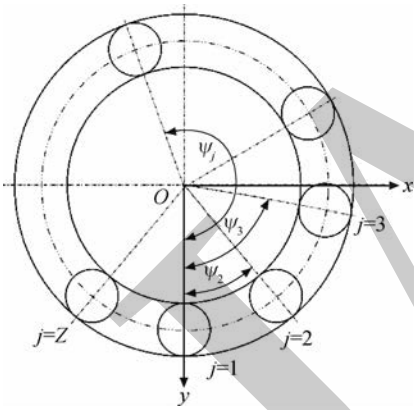


图 3 滚动体编号及位置角定义

Fig. 3 Definition of rolling element number and position angle

2.1 滚子列位移变形分析

对滚子列进行分析时,为了考虑滚子倾斜对接触状态的影响,沿滚子母线进行切片离散化处理,单个切片的厚度为 $2w = l_e/N$ (l_e 为滚子的有效长度, N 表示离散切片数),图 4 为滚子受载示意图。

滚子切片单元与滚道间产生的接触变形为

$$\begin{aligned} \delta_{y\lambda} &= \delta_y \cos \psi_j + \theta_x \cos \psi_j (0.5l_e - \\ & l_\lambda - z_{Rj}) - 2c_\lambda - u_{Rj} \end{aligned} \quad (24)$$

其中

$$\begin{cases} l_\lambda = w[1 + 2(\lambda - 1)] & 1 \leq \lambda \leq N \\ z_{Rj} = 0.5d_m \tan(0.5\theta_x \cos \psi_j) \end{cases}$$

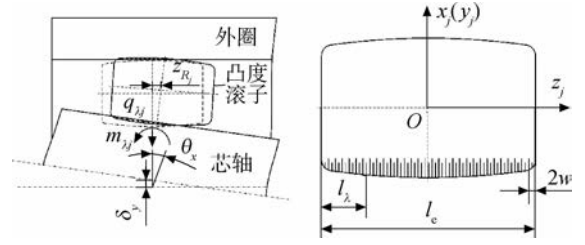


图 4 滚子与滚道接触关系

Fig. 4 Contact relationship between roller and raceway

式中 l_e 为滚子的有效长度, l_λ 为切片中心到滚子左端面的距离, z_{Rj} 为滚子中心倾斜产生的轴向位移量, c_λ 为滚子在切片单元中心处的修型量, u_{Rj} 为滚子与滚道间的径向游隙。

切片单元与滚道间法向接触力及力矩分别为

$$q_{y\lambda} = \frac{2 \times 10^5 w \delta_{y\lambda}^{1.11} \cos \psi_j}{3.46 (2l_e)^{0.18}} \quad (25)$$

$$m_{x\lambda} = \frac{2 \times 10^5 w \delta_{y\lambda}^{1.11} \cos \psi_j (0.5l_e - l_\lambda)}{3.46 (2l_e)^{0.18}} \quad (26)$$

滚子列在平面 yOz 内的径向力和力矩为

$$Q_y^R = \sum_{j=1}^{Z_r} \left[\sum_{\lambda=1}^N q_{y\lambda} \right] \cos \psi_j \quad (27)$$

$$M_x^R = \sum_{j=1}^{Z_r} \left[\sum_{\lambda=1}^N m_{x\lambda} \right] \cos \psi_j \quad (28)$$

2.2 钢球列位移变形分析

钢球列位于三列滚动体的中间,滚动体与滚道间为四点接触,承受双向轴向载荷。分析时可通过内、外沟道的曲率中心距变化来分析钢球与沟道间的接触状态和弹性变形量。图 5 为钢球与沟道接触关系示意图。

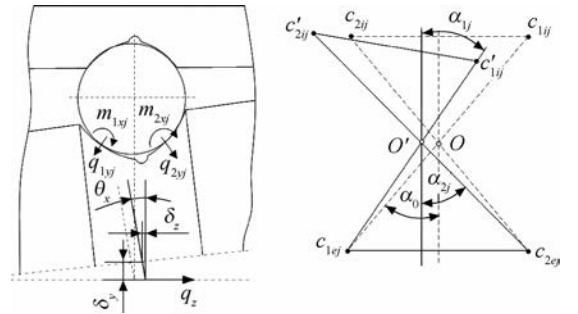


图 5 钢球与沟道的接触关系

Fig. 5 Contact relationship between steel ball and groove

受载后,内、外沟道的曲率中心距的变化为

$$\begin{aligned} \delta_{1y} &= [(A_0 \sin \alpha_0 + \delta_z + R_i \theta_x \cos \psi_j - u_{B_a})^2 + \\ & (A_0 \cos \alpha_0 + \delta_y \cos \psi_j - u_{B_r})^2]^{0.5} - A_0 \end{aligned} \quad (29)$$

$$\delta_{2y} = [(A_0 \sin \alpha_0 - \delta_z - R_i \theta_x \cos \psi_j - u_{B_a})^2 +$$

$$(A_0 \cos \alpha_0 + \delta_y \cos \psi_j - u_{B_r})^2]^{0.5} - A_0 \quad (30)$$

钢球-滚道间的接触角为

$$\alpha_{1j} = \sin^{-1} \left(\frac{A_0 \sin \alpha_0 + \delta_z + R_i \theta_x \cos \psi_j - u_{B_a}}{\delta_{1yj} + A_0} \right) \quad (31)$$

$$\alpha_{2j} = \sin^{-1} \left(\frac{A_0 \sin \alpha_0 - \delta_z - R_i \theta_x \cos \psi_j - u_{B_a}}{\delta_{2yj} + A_0} \right) \quad (32)$$

根据点接触赫兹接触理论,各接触对的接触载荷为

$$q_{1yj} = K_n [\max(0, \delta_{1yj})]^{1.5} \quad (33)$$

$$q_{2yj} = K_n [\max(0, \delta_{2yj})]^{1.5} \quad (34)$$

钢球列在坐标平面 Oyz 内沿坐标轴方向的力和力矩分别为

$$Q_z^B = \sum_{j=1}^{Z_b} (q_{1yj} \sin \alpha_{1j} - q_{2yj} \sin \alpha_{2j}) \quad (35)$$

$$Q_y^B = \sum_{j=1}^{Z_b} (q_{1yj} \cos \alpha_{1j} + q_{2yj} \sin \alpha_{2j}) \cos \psi_j \quad (36)$$

$$M_x^B = \frac{d_m}{2} \sum_{j=1}^{Z_b} (q_{1yj} \cos \alpha_{1j} + q_{2yj} \sin \alpha_{2j}) \cos \psi_j \quad (37)$$

式(29)~式(37)中 A_0 为内、外沟道间接触对的初始曲率中心距, α_0 为初始接触角, R_i 为内圈沟曲率中心圆半径, ψ_j 为钢球的位置角, u_{B_a} 为钢球列轴向游隙, u_{B_r} 为钢球列径向游隙, K_n 为钢球列规格决定的接触变形系数。

3 数值分析和轴承刚度矩阵

联立式(1)~式(3)、式(18)~式(23)、式(27)~式(28)和式(35)~式(37),消去力的已知量后,可得到含有三列滚动体共 7 个未知数的 7 个非线性方程组。利用 Newton-Raphson 对方程组进行非线性数值求解,即可得到各列滚动体受载产生的位移变形和转角变形,进而获得各滚动体列的刚度,刚度矩阵通式见式(38)和式(39)。

3.1 滚子列刚度计算

滚子列轴承刚度矩阵为

$$K^R = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_r^R}{\partial \delta_r^R} & \frac{\partial Q_r^R}{\partial \theta^R} \\ \frac{\partial M^R}{\partial \delta_r^R} & \frac{\partial M^R}{\partial \theta^R} \end{bmatrix} \quad (38)$$

3.2 钢球列刚度计算

钢球列刚度矩阵为

$$K^B = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_r^B}{\partial \delta_r^B} & \frac{\partial Q_r^B}{\partial \delta_a^B} & \frac{\partial Q_r^B}{\partial \theta^B} \\ \frac{\partial Q_a^B}{\partial \delta_a^B} & \frac{\partial Q_a^B}{\partial \delta_a^B} & \frac{\partial Q_a^B}{\partial \theta^B} \\ \frac{\partial M^B}{\partial \delta_r^B} & \frac{\partial M^B}{\partial \delta_a^B} & \frac{\partial M^B}{\partial \theta^B} \end{bmatrix} \quad (39)$$

4 计算实例及结果分析

4.1 实例参数条件

某新型 W2R 型泵用轴连轴承的结构参数如表 1 所示。径向载荷 F_r 为 2500 N 和轴向载荷 F_a 为 200 N,径向拉力与左侧滚子列的轴向距离为 42.5 mm,左右端滚子列与中间钢球列的轴向距离分别为 17.5 mm,具体见图 6。

表 1 轴承结构参数
Table 1 Bearing structure parameters

结构参数	数值
钢球列内沟底圆直径 d_i /mm	25.66
钢球列外沟底圆直径 d_e /mm	46.34
钢球直径 D_b /mm	10.319
钢球数目 Z_b	6
钢球列初始接触 $\alpha_0/(^\circ)$	25.0
钢球列内沟道曲率半径 r_i /mm	5.32
钢球列外沟道曲率半径 r_e /mm	5.52
钢球列径向游隙 u_{br} /mm	0.035
滚子列节圆直径 d_m /mm	46.0
滚子直径 D_r /mm	8.0
滚子有效长度 l_e /mm	12
滚子个数 Z_r	11
滚子列径向游隙 u_{rr} /mm	0.020
芯轴直径 d /mm	30.0

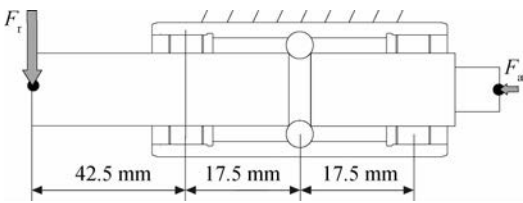


图 6 轴承外载条件和作用位置

Fig. 6 External conditions and action position of bearing

下面通过外部载荷大小、载荷作用位置和径向游隙变化,研究芯轴的挠曲变形对轴承载荷分布和刚度的影响,评估新型 W2R 结构轴连的承载性能。

4.2 径向载荷量的影响分析

在其他参数不变的条件下,分析 F_r 变化对轴连轴承载荷分布和刚度的影响。图 7 和图 8 给出了径向载荷对轴连轴承各滚动体列的载荷分布对比图,可以看出

1) 随着径向载荷的增加,左右端滚子列接触载荷逐渐增大,左侧列接触载荷明显高于右侧。从承载区域可以看出,左侧列主要是下半圆周滚子承受载荷,而右侧列主要是上半圆周滚子承受载荷。随着径向载荷增加,左侧列承载滚子个数由 3 个增加到 5 个承载,而右侧列承载滚子个数保持 4 个不变。

2) 随着径向载荷的增加,中间钢球列第 1 个和第 4 个钢球承载载荷不断增大。由于芯轴变形,上半圆周接触载荷高于下半圆周接触载荷。

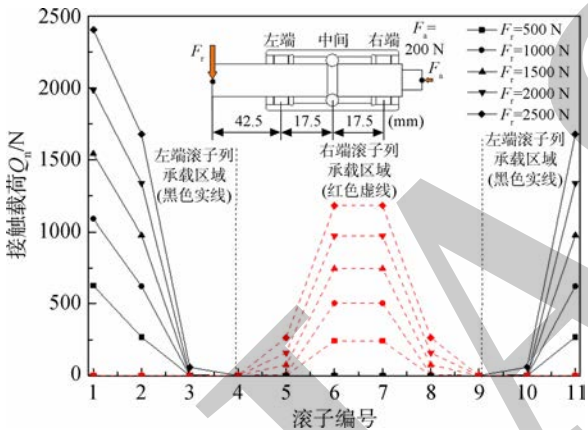


图 7 径向载荷对滚子列载荷分布的影响
Fig. 7 Effect of radial force on loading distribution of roller row

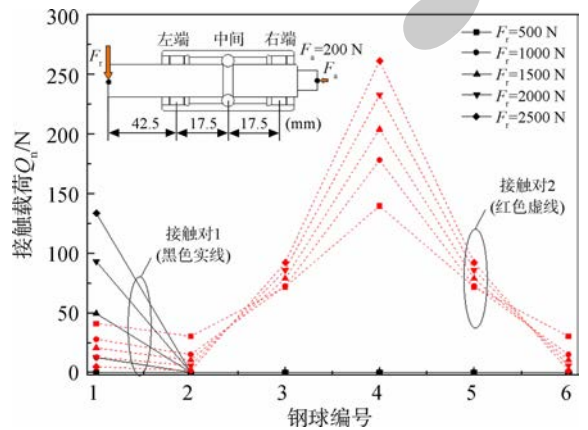


图 8 径向载荷对钢球列载荷分布的影响
Fig. 8 Effect of radial force on loading distribution of steel ball row

在径向载荷变化过程中,钢球列全部承载,同时由于轴向载荷 F_a 的综合作用,第 1 个钢球为 4 点接触状态,且随着径向载荷的增加,接触对 2 法向接触载荷逐渐下降,而接触对 1 法向接触载荷不断上升,以抵抗芯轴挠曲产生的附加力矩。

图 9 和图 10 给出了径向载荷对轴连轴承各滚动体列主刚度的影响比较。可以看出

1) 随着径向载荷的增加,左右端滚子列径向和角主刚度呈非线性增加趋势,且左侧列主刚度高于右侧列主刚度。 F_r 较小时,左右两侧主刚度相差明显,但随着 F_r 增加,主刚度逐渐靠近,相差减小。由此可以看出,对于所分析轴连轴承在正常工况条件下,滚子列径向主刚度在 10^5 N/mm 数量级,而角主刚度在 10^6 N · mm · rad⁻¹ 数量级。

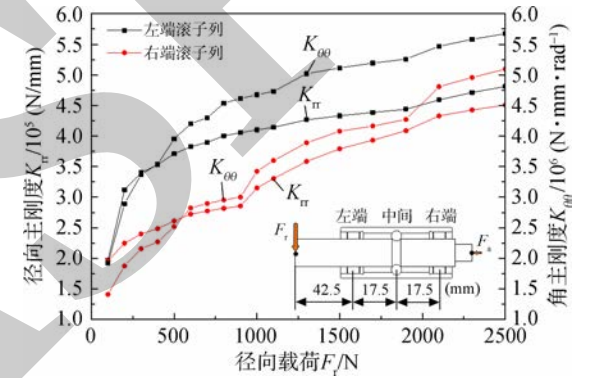


图 9 径向载荷对滚子列主刚度的影响
Fig. 9 Effect of radial force on main stiffness of roller row

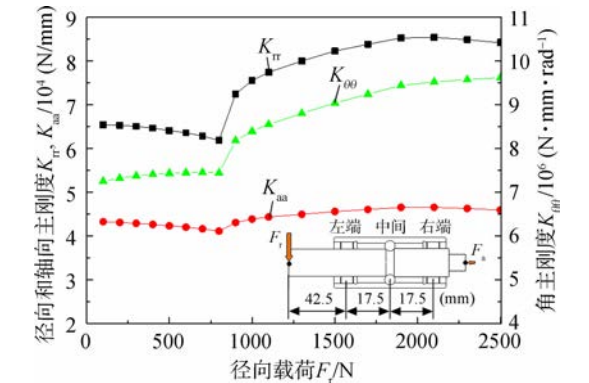


图 10 径向载荷对钢球列主刚度的影响
Fig. 10 Effect of radial force on main stiffness of steel ball row

2) 中间钢球列的径向、轴向和角主刚度变化趋势基本一致:在径向载荷小于 800 N 区间内,主刚度随着径向载荷增大而稍微下降;而在 800 N

到 2500 N 区间内,随着径向载荷的增加,主刚度又明显上升,最后基本趋于稳定。由分析结果可以看出,钢球列的径向和轴向主刚度为 10^4 N/mm 数量级,且径向刚度明显高于轴向刚度,钢球列的角主刚度为 10^6 N · mm · rad⁻¹ 数量级。

4.3 载荷作用位置的影响分析

泵用轴连轴承工作时,由前述分析可知带轮径向载荷 F_r 对轴连轴承影响明显。同时,带轮与芯轴的连接位置也会影响芯轴挠曲变形,从而影响轴承承载性能。下面在轴连轴承正常工况(径向载荷 F_r 为 2500 N,轴向载荷 F_a 为 200 N)下,分析带轮位置变化对轴承载荷分布和刚度的影响。

图 11 和图 12 给出了径向载荷作用位置变化对轴连轴承各滚动体列载荷分布的曲线对比图。可以看出

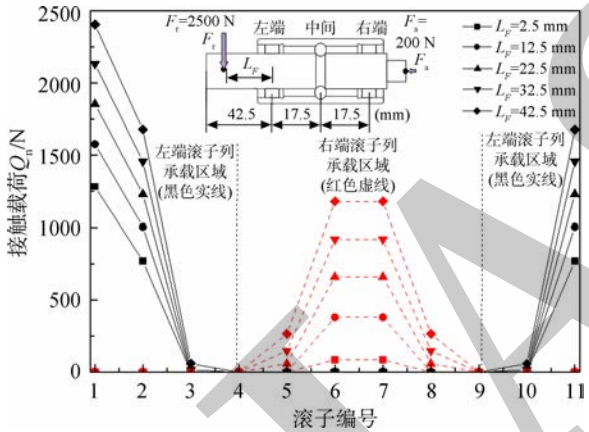


图 11 载荷作用位置对滚子列载荷分布的影响
Fig. 11 Effect of radial force position on loading distribution of roller row

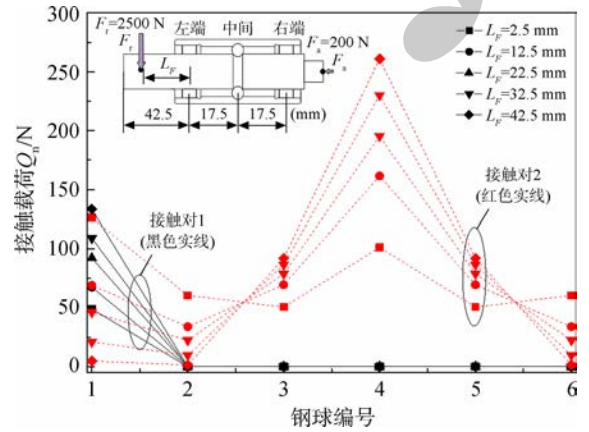


图 12 载荷作用位置对钢球列载荷分布影响
Fig. 12 Effect of radial force position on loading distribution of steel ball row

1) 随着加载位置变化,左右端滚子列的承载区域保持不变,随着加载位置靠近左侧列,左右端滚子列接触载荷逐渐下降,其中右侧列接触载荷下降明显高于左侧列。主要原因是:随着径向加载距离的减少,芯轴挠曲变形和在左右滚子列支承点位置产生的附加力矩减少,此时径向载荷主要由靠近载荷加载端的左侧滚子列承担。

2) 在径向载荷作用位置变化过程中,中间列滚动体全部受载,第 1 个钢球为四点接触状态。但随着径向加载距离的减少,钢球列载荷分布趋于均匀,最大接触载荷快速下降,第 1 个钢球的四点接触状态也基本转变为两点接触。说明随着加载距离的减小,钢球列由复合承载状态逐渐转换成主要承担外部载荷的轴向载荷 F_a ,且各个钢球分担载荷接近一致。

图 13 和图 14 给出了径向载荷位置变化对轴连轴承各滚动体列主刚度的影响比较。可以看出

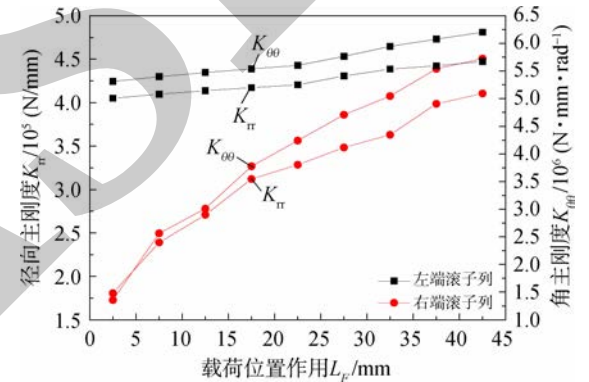


图 13 载荷作用位置对滚子列主刚度的影响
Fig. 13 Effect of radial force position on the main stiffness of roller row

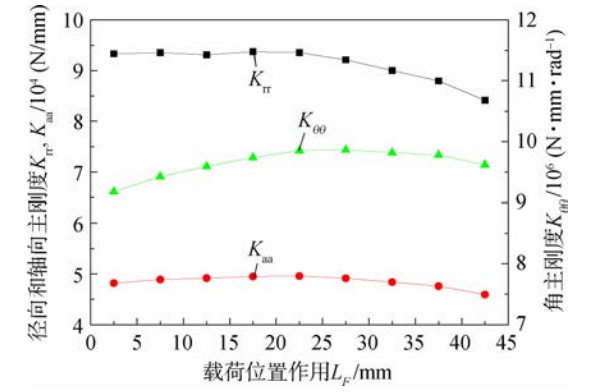


图 14 载荷作用位置对钢球列主刚度的影响
Fig. 14 Effect of radial force position on the main stiffness of steel ball row

1) 随着径向载荷作用距离的减少,左右端滚子列径向和角主刚度近似呈线性下降趋势,其中右侧列主刚度下降比较明显,承载能力减弱,而左侧列主刚度稍有下降,承载能力变化不大。在径向力作用距离较小时,左右两端滚子列主刚度相差变大,但随着径向力作用距离增加,主刚度逐渐趋近,相差减小。由分析结果可知,正常工况条件下,随着力距离减小,左右滚子列主刚度数量级一致,但右侧列径向主刚度由 $3.7 \times 10^5 \text{ N/mm}$ 降低到 $1.7 \times 10^5 \text{ N/mm}$,角主刚度由 $5.7 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1}$ 下降到 $1.2 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1}$ 。

2) 随着力作用距离的减小,中间钢球列的径向、轴向主刚度呈非线性增大趋势,而角主刚度呈先上升、后下降变化趋势,在加载距离为 22 mm 时达到最大。加载距离变化对钢球列主刚度的影响不大,由分析结果可以知,钢球列的径向主刚度在 $(8.5 \sim 9.5) \times 10^4 \text{ N/mm}$ 、轴向主刚度 $(4.5 \sim 5.0) \times 10^4 \text{ N/mm}$,角主刚度为 $(9.0 \sim 10.0) \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{mm} \cdot \text{rad}^{-1}$ 。

4.4 径向游隙的影响分析

泵用轴连轴承工作环境温度高,为避免配合游隙变化过大,发生轴承卡死,采用正游隙设计。此外,为提高轴承承载能力,工作时左右两端滚子列承担外部主要载荷,而钢球列承担外部次要载荷。因此,正游隙设计时,滚子列游隙比钢球列游隙要小。下面在轴连轴承正常工况下(径向载荷 F_r 为 2500 N,轴向载荷 F_a 为 200 N),主要改变滚子列径向游隙,而钢球列径向游隙保持为 0.03 mm 不变,分析游隙变化对轴承载荷分布和刚度的影响。图 15 和图 16 给出了游隙变化对轴连轴承各滚动体列载荷分布的曲线对比图。可以看出

1) 随着滚子列径向游隙的增大,左右端滚子列最大接触载荷逐渐增大,但增加趋势逐渐下降。左右端滚子列的承载区域明显减小,左侧列承载滚子由 0 游隙的 5 个下降到 0.05 mm 游隙时的 3 个,右侧列承载滚子由 0 游隙的 6 个下降到 0.05 mm 游隙时的 4 个,载荷分布均匀性下降,轴承局部接触压力增大,疲劳寿命会大幅下降。

2) 随着滚子列径向游隙增加,中间钢球列最大接触载荷不断增加,但变化幅度不大,说明游隙对钢球列载荷分布的影响不明显。此外,在游隙变化过程中,钢球列有 4 个滚动体承载,都处于两点接触状态。

图 17 和图 18 给出了滚子列径向游隙变化对

轴连轴承各滚动体列主刚度的影响比较。可以看出

1) 随着滚子列径向游隙增大,游隙在 0 ~

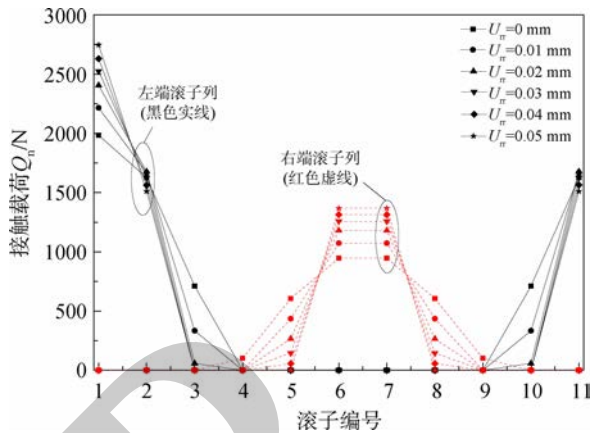


图 15 径向游隙对滚子列载荷分布的影响

Fig. 15 Effect of radial clearance on loading distribution of roller row

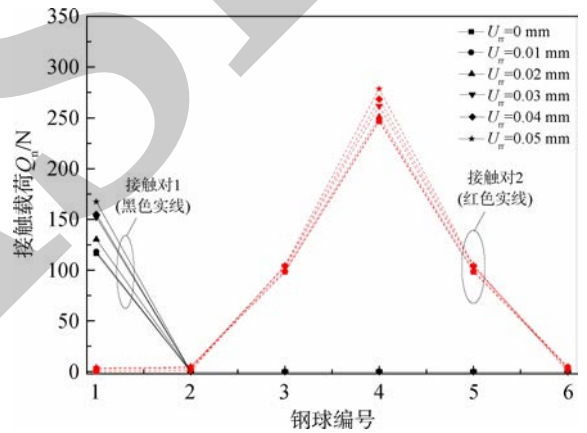


图 16 径向游隙对钢球列载荷分布的影响

Fig. 16 Effect of radial clearance on loading distribution of steel ball row

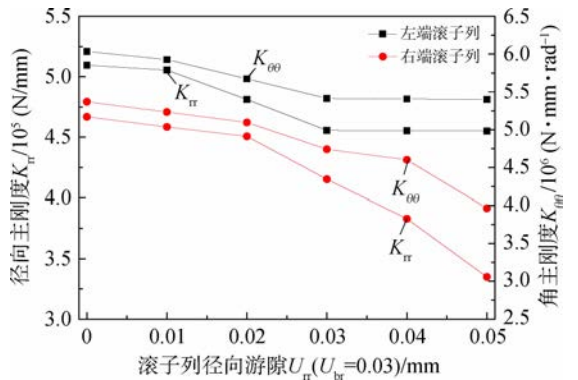


图 17 径向游隙对滚子列主刚度的影响

Fig. 17 Effect of radial clearance on the main stiffness of roller row

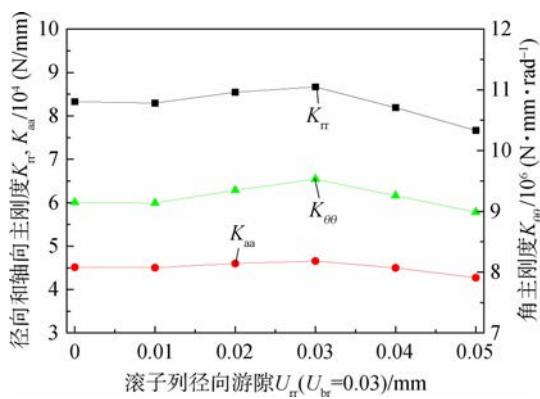


图 18 径向游隙对钢球列主刚度的影响

Fig. 18 Effect of radial clearance on the main stiffness of steel ball row

0.03 mm 区间内时,左侧列主刚度下降比较明显,随后基本保持稳定,而右侧列主刚度呈非线性下降趋势,且下降幅度逐渐增大,承载能力下降明显。从分析结果可以看出,要保持左右滚子列较高承载能力,对于本分析轴连轴承其滚子列径向游隙要小于 0.03 mm,且在满足设计游隙要求条件下,要尽量减少游隙值。

2) 在滚子列径向游隙变化过程中,钢球列主刚度变化不大,承载能力基本不变。在滚子列径向游隙为 0.03 mm 时,钢球列径向、轴向和角主刚度达到最大值。

5 结果对比验证

为验证计及芯轴挠曲变形对轴连轴承承载能力的影响,在表 1 结构参数和图 6 所示加载条件,采用本文模型计算结果与商用软件 KISSsoft 的计算结果进行对比验证。因 KISSsoft 商用软件没有组合轴承模块,采用单列轴承组合方式建立仿真模型,见图 19。本文模型计算结果与 KISSsoft 仿真结果的芯轴挠度曲线如图 20 所示。

通过对比试验可以看到,本文提出的计算模型得到的芯轴挠度曲线与商用软件计算结果有较好的一致性,但因 KISSsoft 软件建模中受限,如无法选择确定的游隙值;轴承类型和内部结构尺寸为系统默认,无法修改;系统默认材料参数无法设置等,使得模拟计算结果与本计算结果存在一定差异。此外,本文提出的新型 W2R 型轴连轴承结构,KISSsoft 中也没有对应结构类型可供选择,因此在验证芯轴挠曲变形建模过程中是采用结构类型相似的单列轴承进行组合,其对计算结果精度也会造成一定影响。

表 2 给出在不同径向加载条件下本模型计算得到的各滚动体列的变形量。由表 2 的比较结果可以看出,本文提出的计算模型可以很好地考虑芯轴挠曲变形对轴承力学性能的影响,并在模型

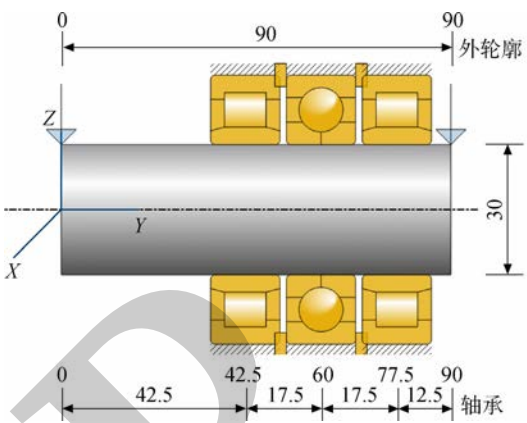


图 19 KISSsoft 组合轴承仿真模型(单位:mm)

Fig. 19 KISSsoft combined bearing simulation model (unit:mm)

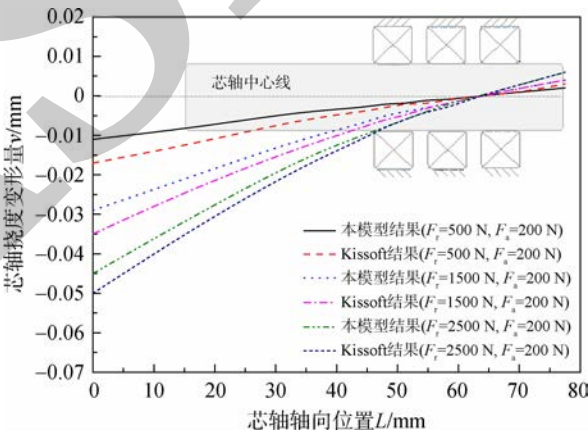


图 20 芯轴挠度曲线比较

Fig. 20 Comparison of integral shaft deflection curves

表 2 不同径向载荷下各滚动列的变形量

Table 2 Deformation of rollingrows under different radial loads

径向 载荷 F_r/N	左端滚子列		中间刚球列			右端滚子列	
	$\delta_{R_1 r}/\mu\text{m}$	$\theta_{R_1}/\mu\text{rad}$	$\delta_{Br}/\mu\text{m}$	$\delta_{Ba}/\mu\text{m}$	$\theta_B/\mu\text{rad}$	$\delta_{R_2 r}/\mu\text{m}$	$\theta_{R_2}/\mu\text{rad}$
500	14.5	0.3	19.3	-47.3	2.0	-12.5	0.2
1000	17.1	0.4	22.9	-46.1	2.5	-14.2	0.4
1500	19.6	0.5	23.7	-45.9	2.6	-15.7	0.5
2000	22.0	0.7	24.2	-45.7	2.7	-17.2	0.5
2500	24.2	0.9	24.6	-45.4	2.8	-18.4	0.5

中充分考虑轴承内部结构参数和加载条件因素,可用于新型轴连轴承结构的结构参数优化和精确性能评估。

6 结 论

W2R 型轴连轴承通过两端滚子线接触提高轴承承载能力,提升轴承工作寿命。在轴承使用时,通过控制加载载荷、载荷作用位置,以及工作游隙,可以改善轴承载荷分布和承载性能。通过分析得到主要结论如下:

1) 由左右两侧滚子列和中间钢球列受载情况可以看出,左右滚子列起主要承载作用,而中间钢球列起次要承载作用。随着径向载荷增加,左右侧滚子列的承载载荷不断增大,以抵抗芯轴在滚子列支承位置产生的径向分力和力矩。

2) 径向载荷作用距离的减小,芯轴在各滚动体列产生的附加力矩减小,各滚动体列的承载载荷明显下降,钢球列的载荷分布趋于均匀,有助于轴连轴承的工作寿命的提高。而滚子列径向游隙的增加,各滚动体列的最大接触载荷增大,承载区域减小,载荷分布均匀性下降,轴承疲劳寿命会大幅下降。对于所分析轴连轴承其滚子列径向游隙要小于 0.03 mm。

3) 所分析轴连轴承在正常工况条件下,滚子列径向主刚度在 10^5 N/mm 数量级,角主刚度在 10^6 N·mm·rad⁻¹ 数量级,钢球列的径向和轴向主刚度为 10^4 N/mm 数量级,角主刚度为 10^6 N·mm·rad⁻¹ 数量级。其中随着径向载荷增大,各滚动体列主刚度明显上升,而径向力作用距离减小和滚子列径向游隙增加,会造成各滚动体列主刚度一定程度下降。

参考文献:

[1] 蔡亚新. 双列球型水泵轴连轴承的设计[J]. 轴承, 1999(2):4-7.
CAI Yaxin. Design of double row ball type pump shaft bearing[J]. Bearing, 1999(2):4-7. (in Chinese)

[2] 中华人民共和国工业和信息化部. 滚动轴承 水泵轴连轴承:JB/T8563-2010[S]. 北京:中国标准出版社, 2010.

[3] CHEN Guanci, JIA Ping, HE Jiangqiang. Effects of geometric parameters on static load capacity of a double-row four-point contact ball bearing[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2013, 27(4):1053-1061.

[4] 王艳霜,袁倩倩,曹佳伟,等. 特大型双排四点接触球轴承

承载能力的研究[J]. 机械工程学报, 2014, 50(9):65-70
WANG Yanshaung, YUAN Qianqian, CAO Jianwei, et al. Research on static load-carrying capacity of large size double row four-point contact ball bearings[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(9):65-70. (in Chinese)

[5] 马方波,纪鹏,安琦. 双列球面滚子轴承力学分析及滚子受载计算方法[J]. 华东理工大学学报, 2015, 41(1):111-117.
MA Fangbo, JI Peng, AN Qi. Double row spherical roller bearing mechanical analysis and rollers load calculation [J]. Journal of East China University of Science and Technology, 2015, 41(1):111-117. (in Chinese)

[6] REN Xiaoli, ZHAI Jia, RE Ge. Calculation of radial load distribution on ball and roller bearings with positive, negative and zero clearance[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2017, 131/132:1-7.

[7] WANG Hua, HE Pieyu, PANG Bitao et al. A new computational model of large three-row roller slewing bearings using nonlinear springs[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2017, 231(20):3831-3839.

[8] LI Zhengmei, ZHOU Qiong, AN Qi, et al. Influences of eccentric unbalances on loads and life of auto water pump bearing[J]. Mechanism and Machine Theory, 2011, 46(3):253-263.

[9] NOEL D, RITOU M, FURET B. Complete analytical expression of the stiffness matric of angular contact ball bearings[J]. Journal of Tribology, 2013, 135(4):1101-1109.

[10] WU Wenwu, HONG Jun, LI Yang et al. Investigation of non-uniform preload effect on stiffness behavior of angular contact ball bearings[J]. Advances in Mechanical Engineering, 2017, 9(3):1-9.

[11] YANG Zhaohui, CHEN Hui, YU Tianxiang. Effects of rolling bearing configuration on stiffness of machine tool spindle[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 2017, 232(5):775-785.

[12] LI Baotong, LIU Jun, LIU Zhifeng. Stiffness design of machine tool structures by a biologically inspired topology optimization method[J]. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 2014, 84(6):33-44.

[13] ZHANG Jinhua, FANG Bin, HONG Jun et al. A general model for preload calculation and stiffness analysis for combined angular contact ball bearings[J]. Journal of Sound and Vibration, 2017, 411:435-449.

[14] TONG V C, HONG S W. Study on the stiffness and fatigue life of tapered roller bearings with roller diameter error[J]. Journal of Engineering Tribology, 2017, 231(2):176-188.

[15] TONG V C, HONG S W. The effect of angular misalignment on the stiffness characteristics of tapered roller bearings[J]. Journal of Engineering Tribology, 2017, 231(4):712-727.

(编辑:李岩梅)