

基于切齿高阶运动的螺旋锥齿轮齿面修缘方法

张卫青^{1,2}, 文怿恺¹, 郭晓东^{1,2}, 黄刚¹

(1. 重庆理工大学 机械工程学院

机器人与智能制造技术重庆市高校重点实验室, 重庆 400054;

2. 南京工业大学 机械与动力工程学院

江苏省工业装备数字制造及控制技术重点实验室, 南京 211816)

摘 要: 提出了一种利用机床柔性使用常规直刃刀具进行螺旋锥齿轮修缘的方法。根据不同刀具建立了螺旋锥齿轮修缘齿面的求解方程,并以此建立了螺旋锥齿轮啮合分析有限元模型分析对比了不同刀具修形对应修缘齿面的传动性能。根据对比结果选取圆弧刃刀具作为切齿高阶运动齿面修缘的优化目标,在齿面方程引入高阶运动系数并建立了基于高阶切齿运动的修缘齿面逼近优化计算模型,求解获得新的切齿调整参数得到近似修缘齿面。采用有限元分析和滚动检查实验对优化获得的修缘齿面和未修缘齿面进行了传动性能验证,其结果表明:切齿高阶运动逼近的修缘齿面啮合时的1阶振动幅值减小约16.6%,可以有效提高齿轮副的传动性能。

关 键 词: 螺旋锥齿轮; 齿面修缘; 齿面方程; 切齿高阶运动; 啮合性能

中图分类号: V232.8; TH132.4

文献标志码: A

Tooth surface relief method of spiral bevel gear based on high-order cutting motion

ZHANG Weiqing^{1,2}, WEN Yikai¹, GUO Xiaodong^{1,2}, HUANG Gang¹

(1. Key Laboratory of Robot and Intelligent Manufacturing Technology,
Education Commission of Chongqing, School of Mechanical Engineering,
Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China;

2. Industrial Equipment Digital Manufacturing and Control Key Laboratory of
Jiangsu Province, School of Mechanical and Power Engineering,
Nanjing Tech University, Nanjing 211816, China)

Abstract: A method of approximate tooth surface relief in use of standard cutting tool was proposed with the advantage of machine flexibility. The tooth surface equation was established according to different types of modified cutting tool, the relived tooth surface was solved and the meshing FEA model was established. According to the gear meshing simula-

收稿日期: 2017-12-02

基金项目: 国家自然科学基金(51775073); 江苏省工业装备数字制造及控制技术重点实验室开放课题(DM2015002); 重庆理工大学研究生创新基金(YCX2016108)

作者简介: 张卫青(1983—),副教授,博士,主要从事复杂曲面零件的数字化制造技术的研究。E-mail:wqzhang@cqut.edu.cn

通讯作者: 郭晓东(1961—),教授,硕士,主要从事螺旋锥齿轮的设计加工及检测技术的研究。E-mail:xdguo@cqut.edu.cn

引用格式: 张卫青,文怿恺,郭晓东,等. 基于切齿高阶运动的螺旋锥齿轮齿面修缘方法[J]. 航空动力学报,2019,34(1):238-247.
ZHANG Weiqing, WEN Yikai, GUO Xiaodong, et al. Tooth surface relief method of spiral bevel gear based on high-order cutting motion[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(1): 238-247.

tion of the FEA method, the transmission performances of different relived tooth surfaces were compared, and the arc-edged cutting tool was chosen as the optimization target according to the result. The higher order cutting motion was introduced, and the optimization model of tooth surface approaching was established according to the optimization target. The transmission performances of optimal tooth surface and unrelieved tooth surface were compared. Results showed that the first-order vibration amplitude decreased approximately 16.6% when optimal tooth surface was meshed, and the gear transmission performance was effectively improved.

Key words: spiral bevel gear; tooth surface relief; tooth surface equation; high-order cutting motion; meshing performance

螺旋锥齿轮的振动和噪声主要来源于啮合时轮齿刚度的周期性变化以及啮入啮出时由于齿顶干涉产生的啮合冲击,其在航空领域的高速重载环境下表现得尤为明显,例如直升机的减速器和固定翼飞机的附件齿轮传动。因此在设计上需要改善螺旋锥齿轮传动性能,对齿轮副在啮合过程中的传动误差和啮合冲击进行控制。在传动误差的控制方面已有的研究相对完善,Litvin、Fuentes等研究发现将传动误差曲线设计为抛物线并对其幅值进行限制可有效降低螺旋锥齿轮的噪声水平^[1-3];Astoul等通过优化齿面接触压力和传动误差控制螺旋锥齿轮的振动和噪声^[4];苏进展、方宗德等提出将螺旋锥齿轮的传动误差曲线设计为高阶抛物线以减少传动噪声^[5-6]。在降低齿轮副啮合冲击方面针对圆柱齿轮的研究较多,常用的方法是对齿轮的齿顶及齿根进行适当的修缘以减轻啮入啮出的干涉同时改善齿面接触应力分布,Ghosh等研究了圆柱齿轮齿廓修缘对系统整体动力学的影响^[7]。马辉等研究了齿顶修缘量对圆柱齿轮啮合刚度以及静态传动误差突变的影响^[8-9]。针对螺旋锥齿轮的修缘研究相对较少,已有的工业应用中多通过刀刃修形来实现齿顶齿根的修缘,但何种刀刃修形方式更利于改善齿轮副的接触特性却鲜有人研究。另一方面通过刀具修形实现齿面修缘需要定制专门的刀具进行加工,其价格昂贵且定制周期长,在实际的生产实践中应用受到限制。

随着螺旋锥齿轮加工机床的逐渐数控化,其较好的运动柔性为螺旋锥齿轮齿面的修缘提供了更多的可能性。由齿轮啮合原理可知,刀具代表的产形轮形状以及产形轮与被加工齿轮的相对运动是决定齿面形状的两大大因素。为了获得更好的齿面修缘效果本文研究了不同修缘齿面对螺旋锥齿轮啮合冲击的影响,同时提出利

用切齿加工机床调整参数的高阶运动来实现由刀具修形产生的齿面修缘效果,可使螺旋锥齿轮的修缘更为便捷。

1 基于刀刃修形的修缘齿面求解

现有的刀刃修形方式主要有突端修形和圆弧修形两种。为了对比不同修形刀具所得修缘齿面对传动性能的影响,为基于高阶运动的齿面修缘确定目标齿面,需要根据修形刀具几何特性建立修缘齿面方程的解算模型。以左旋齿轮为例,建立切齿加工运动的坐标系统^[10-11]如图 1 所示,其中 $\Sigma=(O,i,j,k)$ 为机床坐标系, iOj 是摇台平面, k 为摇台轴线,坐标原点 O 为摇台轴线与摇台平面的交点; $\Sigma_c=(O_c,i_c,j_c,k_c)$ 为刀盘坐标系,原点在刀盘中心, k_c 为刀盘轴线; $\Sigma_b=(O_b,i_b,j_b,k_b)$ 为齿轮坐标系,原点在齿轮轴错交点上。 V_p 是轮坯回转轴线, S_1 为径向刀位, X_p 、 X_b 、 X_c 分别为水平轮位、床位、和垂直轮位, i 、 j 为刀倾角和刀转角。

则由图 1 可将切齿啮合时的共轭接触点在齿轮坐标系 Σ_b 中的径矢表示为

$$R_l = R_{ro} + V_1 \tag{1}$$

$$R_{ro} = M[k,q)(M(k'_c,\theta)M(j_c,j)M(i_c,i)t_c + S] \tag{2}$$

$$k'_c = M(k_c,j)M(i_c,i)k_c \tag{3}$$

$$S = S_1(\cos q, -\sin q, 0) \tag{4}$$

$$V_1 = X_pV_p - X_bk - X_cj \tag{5}$$

式中的 $M(a,b)$ 表示某矢量绕矢量 a 旋转角度 b 的旋转矩阵, $M(j_c,j)$ 、 $M(i_c,i)$ 分别为刀倾方向旋转矩阵、刀倾角旋转矩阵, $M(k,q)$ 、 $M(k'_c,\theta)$ 为摇台旋转矩阵和刀盘自转矩阵,其中 q 为摇台转角, θ 为刀盘相位角,由这两个参数可以确定切齿过程中刀盘上任意一个刀刃位置。 t_c 为刀刃上任

意一点在刀盘坐标系下的径矢。考虑刀刃的不同修形,以内刀为突端修形,外刀为圆弧修形为例, t_c 可由如图 2 所示的刀刃几何示意图求得。

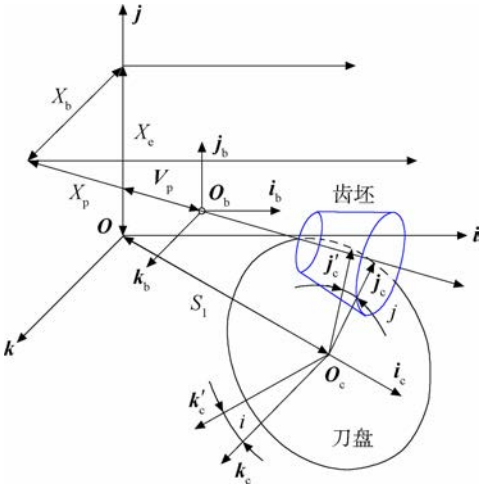


图 1 螺旋锥齿轮切齿加工运动的坐标系
Fig. 1 Coordinate system of spiral bevel gear cutting motion

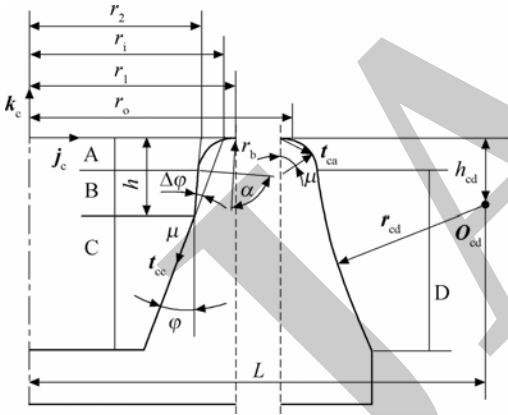


图 2 刀具示意图
Fig. 2 Tool diagram

则内刀主切削刃 C 上 t_c 表示为

$$t_{cc} = (0, r_i - \mu \sin \varphi, -\mu \cos \varphi) \quad (6)$$

式中 μ 是切齿参考点沿刀刃直线的长度变量, r_i 为内刀半径, φ 为刀刃压力角。

内刀主切削刃上刀刃法矢 n_c 表示为

$$n_{cc} = (0, \cos \varphi, \sin \varphi) \quad (7)$$

内刀齿根圆角区域 A 的刀刃径矢和法矢可表示为

$$t_{ca} = [0, r_1 - r_b \sin \mu, -r_b (1 - \cos \mu)] \quad (8)$$

$$n_{ca} = (0, \sin \mu, -\cos \mu) \quad (9)$$

突端修缘区域 B 刀刃径矢和法矢为

$$t_{cb} = [0, r_2 - \mu \sin(\varphi - \Delta\varphi), -\mu \cos(\varphi - \Delta\varphi)] \quad (10)$$

$$n_{cb} = [0, \cos(\varphi - \Delta\varphi), -\sin(\varphi - \Delta\varphi)] \quad (11)$$

其中

$$r_1 = r_2 + r_b \tan \frac{\alpha}{2} \quad (12)$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} - (\varphi - \Delta\varphi) \quad (13)$$

$$r_2 = r_i - h [\tan \varphi - \tan(\varphi - \Delta\varphi)] \quad (14)$$

式中的 μ 在圆弧部分时表示该区域上任意刀刃径矢到区域顶部的角度差值, r_b 为刀尖圆角半径, α 为圆角相位角, h 为修缘起始点到刀顶的高度, $\Delta\varphi$ 为修缘区域 B 的压力角和理论压力角 φ 的差值, r_1 为 A 部分起始半径, r_i 为理论内刀半径, r_2 为以 B 部分压力角计算的刀盘半径。

对于外刀圆弧修形部分区域 A 刀尖圆角的径矢和法矢可以将内刀半径 r_i 替换为外刀半径 r_o , 同理求得

$$t_{ca} = [0, r_1 + r_b \sin \mu, -r_b (1 - \cos \mu)] \quad (15)$$

$$n_{ca} = (0, -\sin \mu, -\cos \mu) \quad (16)$$

圆弧齿面区域 D 的刀刃径矢和法矢表示为

$$t_{cd} = (0, L - r_{cd} \cos \mu, -h_{cd} - r_{cd} \sin \mu) \quad (17)$$

$$n_{cd} = (0, -\cos \mu, -\sin \mu) \quad (18)$$

将上述刀刃径矢方程带入式(1)中, 即可得到对应的产形面方程。

若将齿面进行网格划分, 设其上的齿面离散点到齿坯轴线上的距离作为 R , 到齿轮副轴交错点的距离为 L , 则齿面点的径矢可由下式求解:

$$\begin{cases} |R_1 \cdot V_p| = L \\ |R_1 \times V_p| = R \\ n \cdot v^{12} = 0 \end{cases} \quad (19)$$

其中 $n \cdot v^{12} = 0$ 为啮合方程。

n 为产形面单位法矢, 可由上述刀刃法矢进行相应的坐标变换得到, 其计算方式为

$$n = M(k, q) M(k'_c, \theta) M(j_c, j) M(i_c, i) n_c \quad (20)$$

v^{12} 为刀盘和齿坯的相对运动速度, 可以通过下式计算:

$$v^{12} = \omega_g \times R_{ro} - \omega_b \times R_l \quad (21)$$

$$\omega_g = R_{aq} k \quad (22)$$

$$\omega_b = -V_p \quad (23)$$

其中 ω_g 是产形面角速度, ω_b 是齿坯角速度, R_{aq} 为机床滚比值。

2 不同修缘齿面的接触特性对比

为了分析不同齿面修形方式对齿轮副传动性能的影响,采用有限元对齿轮副传动过程中啮合冲击及接触应力进行分析。以取一对 11×41 的微型面包车螺旋锥齿轮为例,其基本参数如表 1 所示。

表 1 齿轮副基本参数
Table 1 Basic parameters of gear set

参数	数值及详情	
	小轮	大轮
齿数	11	41
模数/mm	4.02	4.02
平均压力角/(°)	19.00	19.00
螺旋角/(°)	49.48	32.07
齿宽/mm	27.62	24.00
偏置距/mm	23.00	
旋向	左旋	右旋
轮副轴交角/(°)	90	

参考 Gleason 的 CAGE 软件刀具库中推荐的修缘量,选取了表 2 中刀具参数。

表 2 刀具参数
Table 2 Tool parameters

刀刃类型	参数	数值
突端刀刃	压力角差值/(°)	2
	突端高度/mm	1.62
	齿根圆弧半径/mm	0.75
	齿根圆角半径/mm	0.75
圆弧刀刃	齿面圆弧半径/mm	66.07
	位置参数/mm	127.22
	位置参数/mm	13.29

根据文中第 1 节所述方法以齿轮副工作面为例,将机床调整参数和刀具参数代入后求解出大轮齿面以及不同刀具修形对应的修缘小轮齿面,进而根据齿坯参数建立齿坯模型制作齿轮的三维模型。考虑螺旋锥齿轮齿面扭曲较大,在 Hypermesh 软件中选择网格扭曲对分析精度影响较小的线性缩减积分单元(C3D8R)进行计算以确保有限元分析^[12-13]的精度。考虑传动过程中多齿同时啮合时重合度的影响,分析时采用五齿有限

元模型以保证能够得到至少一个完整的啮合周期。由于螺旋锥齿轮每个齿的几何特征完全相同,故采用单齿剖分的方式来划分网格。首先在轮齿凹凸两面以及端面的不同规划区域上进行二维四边形网格划分,并将端面网格沿齿长方向扫描可获得得到规则的单齿六面体网格,然后进行多次单齿网格划分则得到多齿网格模型综合考虑分析精度及计算时间网格划分时齿长方向划分 60 个单元,齿高方向划分 20 个单元,齿根圆角划分 3 个单元,齿厚方向划分 8 个单元。

将三维模型截断为五齿模型,再进行上述网格剖分,可以分别构建大轮和小轮的五齿有限元模型,将小轮放在局部坐标系下调整和大轮的相对位置,并将大小轮的刚性参考点设定在各自轴线上。

将分别构建的大轮和小轮的五齿有限元模型按照其啮合状态调整其相对位置,大小轮的坐标系原点及刚性参考点设定在各自的轴错交点上,并将齿轮模型与刚性参考点耦合齿轮材料为合金钢,设置弹性模量为 2.068×10^5 MPa,泊松比为 0.30,材料密度为 7900 kg/m³。首先采用动态有限元接触分析方法计算齿轮副啮合时的接触应力。约束除大小轮绕其自身轴线旋转以外的其他自由度。在小轮上施加 100 rad/s 的转速,大轮上施加 820 N·m 的反向负载转矩。为了小轮的转速为线性加载,并大致计算五齿啮合全过程所需时间,将其设定为分析时间进行计算。计算完毕提取第 3 个啮合对的每一啮合瞬时的接触压应力最大值。按照上述方法分别计算普通直刃(基准值)、突端、圆弧刃刀具对应齿轮模型的动态接触应力曲线对比如图 3 所示。

为了保证完全的啮合过程,对五齿模型中第 3 对齿的啮合过程进行考察,其中将普通直刃刀具对应的模型作为基准组,将突端刀具、圆弧刃刀具作为对照组,可以提取不同啮合位置上的最大应力以作对比,以小轮为例,提取出某一瞬时的最大接触应力值对比如图 4。

在分析齿轮副的动态接触应力同时,可提取出第 3 齿对大轮齿面的接触力与时间的历程曲线,则齿面接触力开始产生的时刻即为该齿面进入啮合的时刻。根据进入啮合时刻以及齿轮传动比,计算出大小轮的变换角度将其变换到刚好在第 3 个齿对进入啮合的位置进行啮合冲击分析。首先确定冲击速度,提取基准组齿轮副动态啮合时大轮理论转速与实际转速的最大偏差,并由此

求得小轮冲击从动轮的速度约为 10.8 rad/s。此时将小轮转速的线型速度加载取消,并将该冲击速度施加在小轮上,大轮仍然施加反向转矩进行分析,并提取大轮齿面上的接触力曲线。在相同的冲击速度和负载转矩下,可得 3 组齿轮副的冲击力曲线如图 5 所示。

由图 4 和图 5 可见,经过突端刀刃和弧线刀

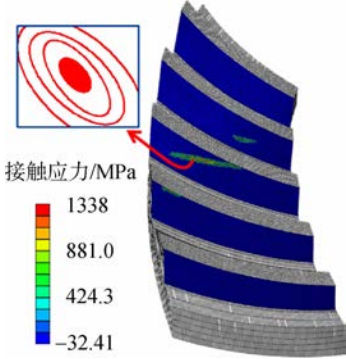


图 3 最大接触应力提取

Fig. 3 Maximum contact stress extraction

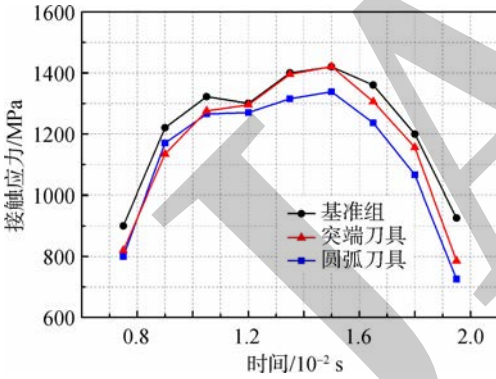


图 4 小轮接触应力曲线

Fig. 4 Curves of pinion contact stress

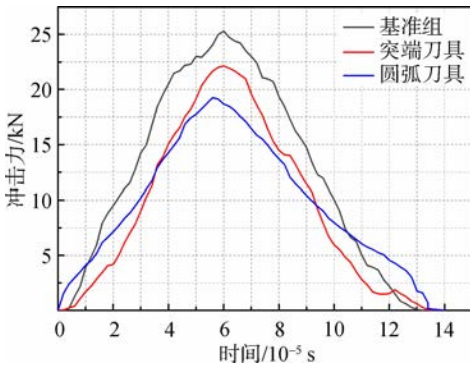


图 5 冲击力对比

Fig. 5 Comparisons of impact force

刃修缘后的齿轮副的啮合冲击力相比未修缘的基准组均有明显下降,其中突端刃修缘的下降约 12%,圆弧刃修缘的下降更为明显达到 25%。在接触应力方面,突端刃修缘的齿轮副的最大接触应力与基准组基本一致,但在进入刚啮合的一段时间里接触应力有明显的下降;圆弧刃修缘的齿轮副的接触应力则在整个啮合周期内均有显著下降,下降幅值达到 6%。可见经过修缘后的齿轮传动性能具有所提升,圆弧刃修缘的效果尤其显著,由此确定将圆弧刃修缘的齿面作为后续高阶运动修缘的目标齿面。

3 高阶运动对修缘齿面的逼近

3.1 高阶运动下齿面方程求解

在全数控机床上加工螺旋锥齿轮,其反映齿轮和刀具相对位置及相对运动的切齿调整参数不是通过机械装置实现,而是通过运动控制数学模型体现为五轴联动的运动轨迹^[14]。因此其切齿调整参数可不为常量,而将其表达为以摇台角为变量的多项式,这样可引入更多的因变量对齿面形状进行修正。另外将调整参数表达为多项式,其高阶运动理论上不改变齿面中部参考点的几何特征,而只是对齿面的局部进行修正恰好适用于逼近局部修形的修缘齿面。首先要求解高阶运动下的齿面方程。引入高阶运动^[15]后机床的调整参数可以写成如下式:

$$\begin{cases} S_1 = S_{10} - \Delta q K_{s1} + \frac{\Delta q^2}{2} K_{s2} - \frac{\Delta q^3}{3} K_{s3} \\ X_p = X_{p0} - \Delta q K_{p1} + \frac{\Delta q^2}{2} K_{p2} - \frac{\Delta q^3}{3} K_{p3} \\ X_b = X_{b0} - \Delta q X_{b1} + \frac{\Delta q^2}{2} K_{b2} - \frac{\Delta q^3}{3} K_{b3} \\ X_e = X_{e0} - \Delta q X_{e1} + \frac{\Delta q^2}{2} K_{e2} - \frac{\Delta q^3}{3} K_{e3} \\ \Delta q = q - q_0 \end{cases} \quad (24)$$

其中 S_{10} 、 X_{p0} 、 X_{b0} 、 X_{e0} 为初始加工参数, K_{s1} 、 K_{s2} 、 K_{s3} 为径向刀位的机床 1、2、3 阶运动系数,其余调整参数的高阶运动系数同理。 $\Delta q = q - q_0$ 为摇台角差值, q_0 为基本摇台角, q 为加工时的瞬时摇台角,由于切齿运动是摇台由切齿起始角度旋转到切齿完成角度的运动过程,因此可将摇台转角 q 作为时间变量。

引入调整参数的高阶运动系数后,切齿过程中的相对运动参数随着改变,其计算公式如下:

$$\mathbf{v}^{12} = \boldsymbol{\omega}_g \times \mathbf{R}_{ro} - \boldsymbol{\omega}_b \times \mathbf{R}_l - \mathbf{v}_{re} \quad (25)$$

$$\mathbf{v}_{re} = \mathbf{m}' + \mathbf{r}' \quad (26)$$

$$\mathbf{m}' = \frac{dX_p}{dq} \mathbf{V}_p - \frac{dX_b}{dq} \mathbf{k} - \frac{dX_e}{dq} \mathbf{j} \quad (27)$$

$$\mathbf{r}' = -\frac{1}{R_{aq}} (-K_{s1} + K_{s2} \Delta q - K_{s3} \Delta q^2) \mathbf{S} \quad (28)$$

其中 $\mathbf{v}_{re}$ 是高阶运动引发的产形面和齿坯的相对运动速度,将式(25)替换式(21),可得高阶运动下的齿面方程。

3.2 修缘齿面逼近目标函数建立

修缘齿面能够改善啮合性能的主要原因是小轮齿根对应与大轮齿顶啮合的部位相对基准齿面去除了更多的材料,从而减少了与大轮齿顶的干涉,均化了齿间载荷分配。因此通过适量修正切齿调整参数基本值并引入其高阶运动逼近修缘齿面时,并不一定需要在整个齿面上让逼近齿面与修缘齿面严格一致^[16-17]。而应将工作齿面分为两部分进行考虑建立不同的优化目标。如图 6 所示,在小轮齿面的 D1 区域对应大轮齿顶进入啮合的部位,希望获得的是与修缘齿面趋势类似的齿面负修形(即去除更多材料);齿面 D2 区域是啮合中间部位,为了使修缘不会过多的影响预先设计的接触传动特性,该区域应该尽量保持与基准齿面一致。图中 D2 区域被划分为沿齿长方向 m 行,沿齿高方向 n 列的网格点, d_{11} 、 d_{12} 、 r_1 、 r_3 为 D1 区域的四个角点, r_2 为齿根中点。

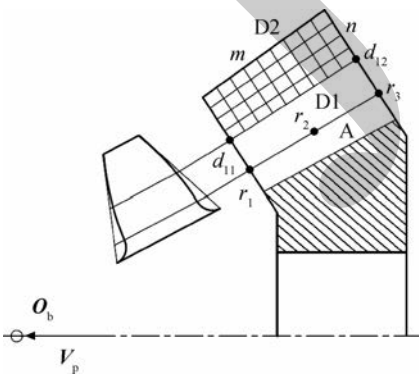


图 6 齿面分区

Fig. 6 Tooth surface division

基于以上两点因素, D2 区域优化的总偏差函数可按如下方式建立:

$$\begin{cases} F_2 = \sum_{i=1}^{m \times n} |d_i| \\ d_i = \mathbf{n}_0 \cdot (\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_{D2}) \end{cases} \quad (29)$$

其中 $\mathbf{R}_0$ 、 $\mathbf{n}_0$ 为基准齿面网格点上的径矢和法矢, $\mathbf{R}_{D2}$ 为 D2 区域上逼近齿面径矢, F_2 为总偏差值。

D1 区域 4 个角点的偏差函数可由下式表示:

$$\begin{cases} F_1 = \sum_{j=1}^4 |d_j| \\ d_j = \mathbf{n}_0 \cdot (\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_{D1}) \end{cases} \quad (30)$$

其中 $\mathbf{R}_{D1}$ 为 D1 区域四个角点的逼近齿面径矢。D1 区域的修形趋势约束可由下式表示:

$$\begin{cases} \delta e_j < d_j < e_j \\ e_j = \mathbf{n}_0 \cdot (\mathbf{R}_0 - \mathbf{R}_l) \end{cases} \quad (31)$$

其中 $\mathbf{R}_l$ 为 D1 区域四个角点的修缘齿面径矢, δ 为控制修缘范围的比例值, e_j 为单个角点上基准齿面和修缘齿面的偏差值。

同时考虑齿面逼近时,切齿调整参数的调整会影响齿轮的齿根深度及根锥角度,不合适的齿深及根锥参数可能导致与配合齿轮的干涉必须避免,因此优化逼近时还需对齿根参数进行限制。由图 2 所示,当刀刃位置参数 $\mu = 0$ 时,可得齿根点的径矢,根据齿根点的 L 值,齿根点的径矢 $\mathbf{R}_r$ 可由下式求解:

$$\begin{cases} |\mathbf{R}_r \cdot \mathbf{V}_p| = L \\ \mu = 0 \end{cases} \quad (32)$$

利用径矢到齿坯轴线的距离 R , 可控制齿根深度

$$\Delta h = |\mathbf{R}_r \times \mathbf{V}_p| - R \quad (33)$$

其中 R 为基准齿面齿根线上的点到轴线的距离, Δh 为优化齿面到基准齿面的齿根深度差值,则 r_1 、 r_2 、 r_3 三点的总齿根偏差约束可由下式表示:

$$\begin{cases} \Delta < \Delta_1 \\ \Delta = \sum_{i=1}^3 |\Delta h_i| \end{cases} \quad (34)$$

其中 Δ_1 为齿根深度总差值的容许范围。齿根线的角度偏差约束可由下式表示:

$$\begin{cases} \chi < \chi_1 \\ \chi = \arccos \frac{(\mathbf{R}_{r3} - \mathbf{R}_{r1}) \cdot (\mathbf{R}_{03} - \mathbf{R}_{01})}{|\mathbf{R}_{r3} - \mathbf{R}_{r1}| \cdot |\mathbf{R}_{03} - \mathbf{R}_{01}|} \end{cases} \quad (35)$$

其中 $\mathbf{R}_{r1}$ 、 $\mathbf{R}_{r3}$ 为齿根上的角点 r_1 、 r_3 位置的逼近齿面点径矢, $\mathbf{R}_{01}$ 、 $\mathbf{R}_{03}$ 为 r_1 、 r_3 处的基准齿面径矢, χ_1 为角度偏差容许值。

基于上述分析,可构造综合优化目标函数

$$F = w_1 F_1 + w_2 F_2 \quad (36)$$

其中 w_1 、 w_2 为齿面 D1、D2 区域偏差的权重,以式(31)作为优化后的修形趋势约束,以式(33)、式

(34)作为优化后的齿根约束,可以构建优化流程如图 7 所示。

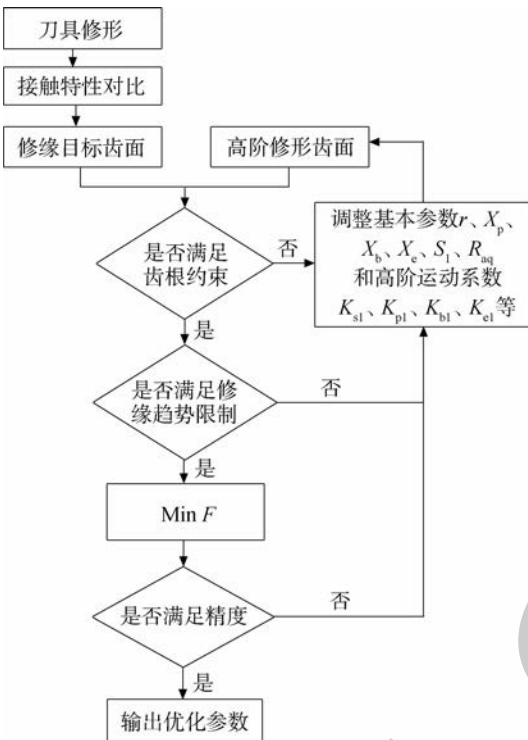


图 7 齿面优化过程

Fig. 7 Tooth surface optimization process

4 优化计算及加工检测实例

以文中第 2 节所述的齿轮副为例,运用文中第 1、第 2 节所述方法建立小轮凹面的基准齿面及修缘目标齿面,采用文中第 3 节所述方法通过切齿调整参数及其高阶运动系统的调整进行优化计算,其优化后的加工参数如表 3 所示。

分析采用优化计算得到的近似修缘齿面与基准齿面的偏差如图 8 所示,可见其修形趋势与圆弧刃的修缘齿面的修形趋势基本一致。在齿根部位呈现明显的负修形,修形幅值有所减小。在中部及齿顶部位啮合的中心区域,齿形误差与基准齿面基本一致。

为了验证逼近齿面的传动效果,按文中第 2 节所述有限元方法分析其齿面接触应力和啮合冲击力与基准组进行对比,可见逼近齿面亦可以有效降低齿面接触应力和啮合冲击力,如图 9 所示,接触应力最大值约减小了 3.5%,啮合冲击力约下降了 16%,达到了预期目的。

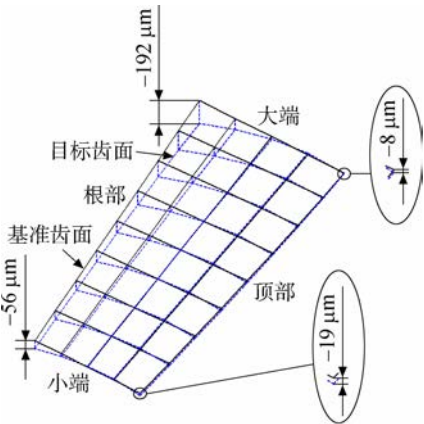
为了进一步验证通过切齿高阶运动获得的修缘齿面的传动效果,在天津第一机床总厂生产的

表 3 切齿调整参数对比

Table 3 Comparisons of gear cutting setting parameters

参数	小轮凹面加工参数	优化加工参数
刀尖半径/mm	62.4409	63.4232
刀具压力角/(°)	14.0	14.0
工件安装角/(°)	-2.0	-2.0
基本摇台角/(°)	64.26	64.26
床位/mm	11.8264	11.9071
垂直轮位/mm	-20.4030	-20.1119
水平轮位/mm	-1.6124	-1.5594
刀倾角/(°)	22.04	22.04
刀转角/(°)	325.14	325.14
径向刀位/mm	63.2972	63.4418
滚比	3.4914	3.4838
1 阶修正系数 K_{s1}	0	-0.0134
1 阶修正系数 K_{p1}	0	0.5415
1 阶修正系数 K_{b1}	0	-0.1892
1 阶修正系数 K_{e1}	0	0.7856
2 阶修正系数 K_{s2}	0	-0.0535
2 阶修正系数 K_{p2}	0	-0.2957
2 阶修正系数 K_{b2}	0	-0.0896
2 阶修正系数 K_{e2}	0	-0.0109
3 阶修正系数 K_{p3}	0	0.0630
3 阶修正系数 K_{b3}	0	0.0439
3 阶修正系数 K_{e3}	0	-0.0584

全数控螺旋锥齿轮铣齿机 YKH2235 上对计算实例所述的 11×41 螺旋锥齿轮大小轮进行切齿加工实验如图 10(a)所示,其中小轮加工时按照表 3 所示的两组切齿调整参数对其凹面进行加工,分别获得未修缘和修缘的两种状态。将两种状态的



(a) 圆弧刃修缘齿面与基准齿面偏差

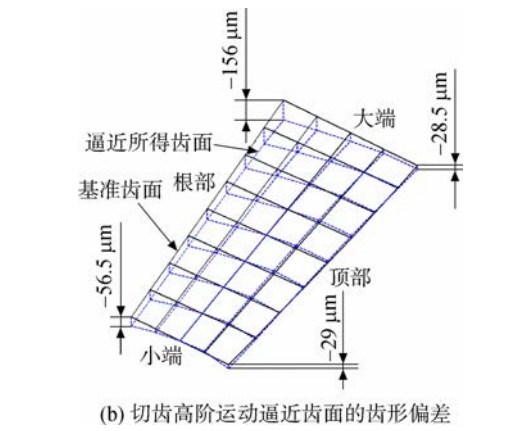


图 8 齿形偏差对比

Fig. 8 Comparisons of tooth profile deviation

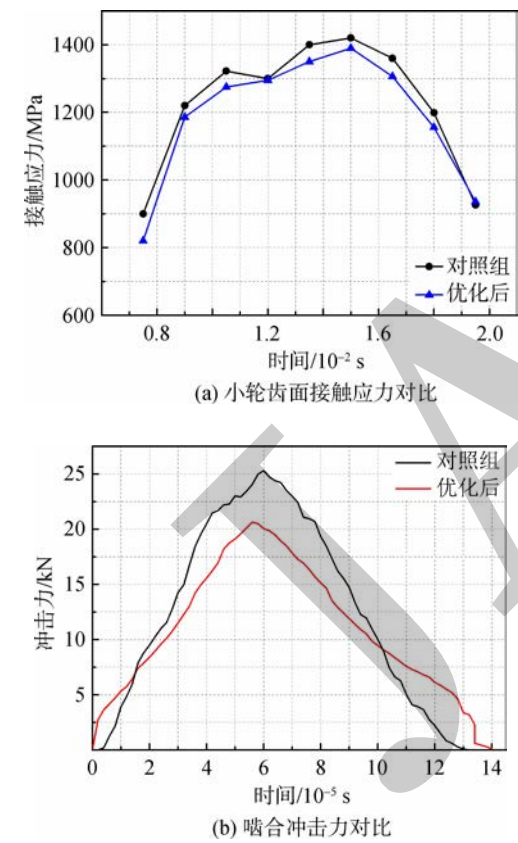


图 9 齿面优化后应力和啮合冲击力对比

Fig. 9 Comparisons of stress and meshing impact force before and after optimization of tooth surface

小轮与标准大轮进行滚齿检查实验如图 10(b) 所示。

滚动检查时用加速度传感器在机床主轴上采集两组齿轮副啮合时的振动信号,如图 11 所示。

将图 11 所示的啮合振动原始信号进行快速傅里叶变换(FFT)^[18],可得振动信号的阶次频谱如图 12 所示。

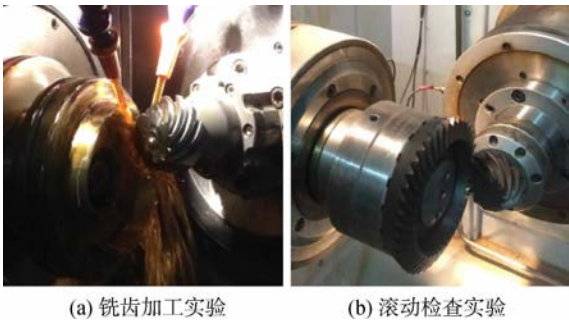


图 10 齿轮切齿及滚动检查实验

Fig. 10 Gear cutting and rolling inspection experiments

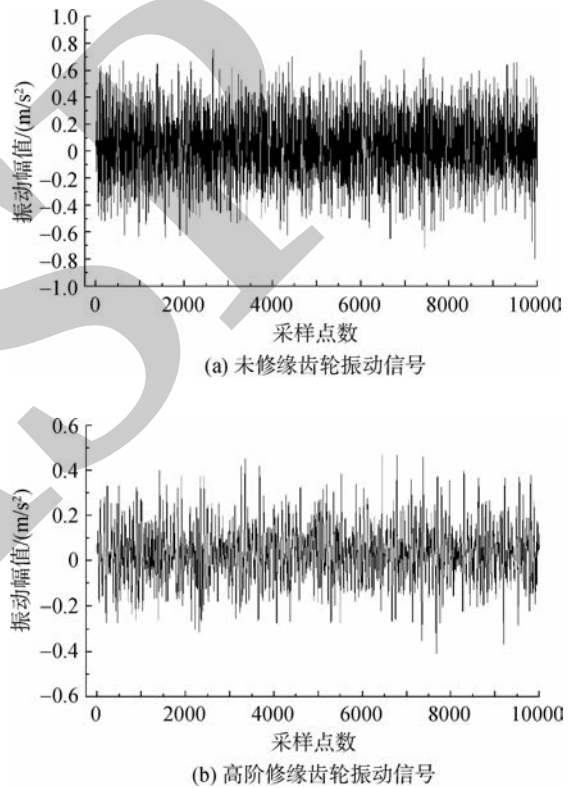
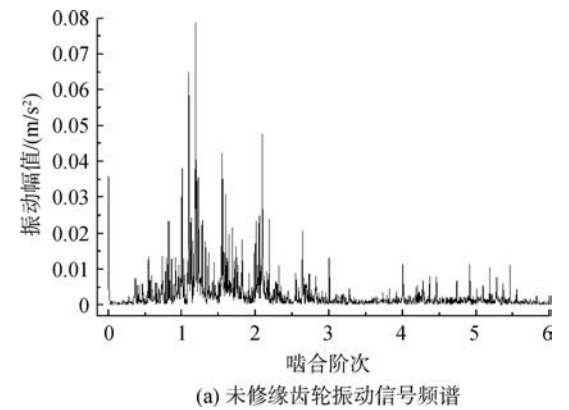


图 11 齿轮振动信号对比

Fig. 11 Comparison of vibration signal of gear



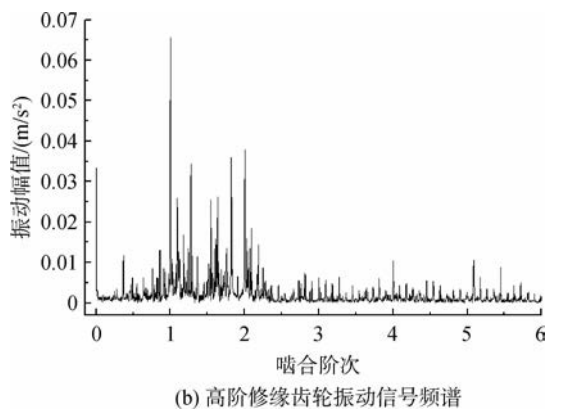


图 12 齿轮振动信号频谱对比

Fig. 12 Comparison of vibration signal spectrum of gear

分别提取图 11、图 12 中两组齿轮啮合振动信号的特征值对比如表 4 所示,可见经过切齿高阶运动修缘后的小轮相比未修缘的小轮其啮合时的振动幅值减小约 43.4%,且各啮合阶次幅值也有不同程度下降,其中 1 阶幅值下降明显,达到 16.6%,获得明显的减振降噪效果。

表 4 振动幅值对比
Table 4 Comparison of vibration amplitude

参数	未修缘 齿轮	高阶修缘 齿轮	幅值减小 百分比/%
原始信号振动 副值/(m/s ²)	1.552 698	0.879	43.4
1 阶振动幅值/ (m/s ²)	0.0788	0.0657	16.6
2 阶振动幅值/ (m/s ²)	0.0476	0.0379	20.4
3 阶振动幅值/ (m/s ²)	0.0131	0.0062	52.7
4 阶振动幅值/ (m/s ²)	0.0113	0.0104	7.9

5 结 论

本文推导了刀具修形及切齿调整参数存在高阶运动参数情况下螺旋锥齿轮的齿面方程求解的数学模型,以此为基础采用有限元法对比了不同齿面修缘方式对齿轮副齿面接触应力以及啮合冲击力影响,通过对比表面采用圆弧刃的齿面修缘可更好地改善齿轮副的啮合性能。以圆弧刃的修缘齿面为目标,建立了基于高阶运动的修缘齿面逼近的优化模型,利用全数控螺旋锥齿轮切齿机

床的运动柔性,引入切齿调整参数的高阶运动与其基本值一并作为优化变量进行解算。通过优化逼近实例表明,通过切齿调整参数及其高阶运动系统的调整可获得与圆弧刃修缘非常近似的修缘效果。该方法通过增加相对运动柔性替代刀具修形到达类似的齿面修缘效果,为螺旋锥齿轮的齿面修缘提供了一种思路。

参考文献:

[1] LITVIN F L, FUENTES A, FAN Q, et al. Computerized design, simulation of meshing, and contact and stress analysis of face-milled formate generated spiral bevel gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 124(5): 441-459.

[2] LITVIN F L, WANG A G, HANDSCHUH R F. Computerized generation and simulation of meshing and contact of spiral bevel gears with improved geometry[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1998, 158(1/2): 35-64.

[3] FUENTES A, LITVIN F L, MULLINS B R. Design and stress analysis of low-noise adjusted bearing contact spiral bevel gears[J]. Journal of Mechanical Design, 2002, 124(3): 524-532.

[4] ASTOUL J, MERMOZ E, SARTOR M, et al. New methodology to reduce the transmission error of the spiral bevel gears[J]. Manufacturing Technology, 2014, 63(1): 165-168.

[5] SU J Z, FANG Z D, CAI X W. Design and analysis of spiral bevel gears with seventh-order function of transmission error[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2013, 26(5): 1310-1316.

[6] 方宗德, 刘涛, 邓效忠. 基于传动误差设计的弧齿锥齿轮啮合分析[J]. 航空学报, 2002, 13(3): 226-230.

FANG Zongde, LIU Tao, DENG Xiaozhong. Tooth contact analysis of spiral bevel gears based on the design of transmission error[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2002, 13(3): 226-230. (in Chinese)

[7] GHOSH S S, CHAKRABORTY G. On optimal tooth profile modification for reduction of vibration and noise in spur gear pairs[J]. Mechanism and Machine Theory, 2016, 105(11): 145-163.

[8] 马辉, 逢旭, 宋溶泽, 等. 考虑齿轮-转子系统振动响应的最佳修形曲线研究[J]. 振动与冲击, 2015, 34(11): 17-22.

MA Hui, FENG Xu, SONG Rongze, et al. Optimal profile modification curves for spur gears considering vibration responses of a gear-rotor system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2015, 34(11): 17-22. (in Chinese)

[9] 马辉, 逢旭, 宋溶泽, 等. 考虑齿顶修缘的齿轮-转子系统振动响应分析[J]. 机械工程学报, 2014, 50(7): 39-45.

MA Hui, FENG Xu, SONG Rongze, et al. Vibration response analysis of a geared rotor system considering the tip relief[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2014, 50(7): 39-45. (in Chinese)

[10] 吴序堂. 齿轮啮合原理[M]. 北京: 机械工业出版社, 1982.

[11] LITVIN F L. Gear geometry and applied theory[M]. 2nd ed. New York:Cambridge University Press,2004.

[12] 汪中厚,王杰,王巧玲,等. 基于有限元法的螺旋锥齿轮传动误差研究[J]. 振动与冲击,2014,33(14):165-170.
WANG Zhonghou, WANG Jie, WANG Qiaoling, et al. Transmission error of spiral bevel gear based on finite element method[J]. Journal of Vibration and Shock,2014,33(14):165-170. (in Chinese)

[13] GONZALEZ I P,FUENTES A. Implementation of a finite element model for stress analysis of gear drives based on multi-point constraints[J]. Mechanism and Machine Theory,2017,117(11):35-47.

[14] 张卫青,张明德,郭晓东,等. 全数控锥齿轮铣齿机运动控制方法及切齿实验研究[J]. 中国机械工程,2009,20(22):2733-2737.
ZHANG Weiqing,ZHANG Mingde,GUO Xiaodong, et al. Research on the kinematic control method of CNC hypoid cutting machine and the cutting experiments[J]. China Mechanical Engineering,2009,20(22):2733-2737. (in Chinese)

[15] 郑昌启. 弧齿锥齿轮和准双曲面齿轮[M]. 北京:机械工业出版社,1988.

[16] 聂少武,邓静,邓效忠,等. 弧齿锥齿轮齿面拓扑修形及加工参数计算[J]. 航空动力学报,2017,32(8):2009-2016.
NIE Shaowu,DENG Jing,DENG Xiaozhong, et al. Tooth surface topology modification and processing parameters calculation for spiral bevel gears[J]. Journal of Aerospace Power,2017,32(8):2009-2016. (in Chinese)

[17] 苏进展,郭晓东,刘永生,等. 刀倾法准双曲面小轮粗切优化及验证[J]. 华南理工大学学报,2016,44(11):84-89.
SU Jinzhan, GUO Xiaodong, LIU Yongsheng, et al. Optimization and validation of hypoid pinion roughing summary based on tilted method[J]. Journal of South China University of Technology,2016,44(11):84-89. (in Chinese)

[18] 周建星,刘更,马尚君. 内激励作用下齿轮箱动态响应与振动噪声分析[J]. 振动与冲击,2011,30(6):234-238.
ZHOU Jianxing, LIU Geng, MA Shangjun. Vibration and noise analysis of gear transmission system[J]. Journal of Vibration and Shock,2011,30(6):234-238. (in Chinese)

(编辑:王碧珩)