

涡轮叶片来流角扰动不确定性量化分析

夏志恒¹, 罗佳奇²

(1. 北京大学 工学院, 北京 100871;

2. 浙江大学 航空航天学院, 杭州 310027)

摘 要: 为了高效精确量化来流条件变化对涡轮叶片性能的影响,发展了一种基于自适应抽样技术的非嵌入式多项式混沌(NIPC)模型,并通过函数试验对自适应 NIPC 模型进行了验证。在不同尺度来流角变化下,用该模型量化涡轮叶栅能量损失系数的不确定性变化,同时与直接蒙特卡洛模拟和灵敏度分析进行对比。通过流场统计分析揭示来流角变化对气动不确定性的影响机理。结果表明:自适应 NIPC 在不同尺度来流角扰动下均能快速准确量化能量损失系数变化;能量损失系数不确定性变化对来流角扰动是非线性依赖关系;叶片通道内的激波对来流角变化最为敏感,是引起能量损失系数不确定性变化的主要因素。

关 键 词: 来流角; 自适应; 气动不确定性; 多项式混沌模型; 直接蒙特卡洛模拟

中图分类号: V231.3 **文献标志码:** A

Uncertainty quantification of inlet incidence angle variation for turbine blade

XIA Zhiheng¹, LUO Jiaqi²

(1. College of Engineering, Peking University, Beijing 100871, China;

2. School of Aeronautics and Astronautics,
Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: A non-intrusive polynomial chaos (NIPC) model was proposed to efficiently and accurately quantify turbine blade performance change caused by flow variations, and verified by function model. It was used to quantify the change of energy loss coefficient for transonic turbine cascade when the inlet incidence angle varied at different scales. Meanwhile, it was compared with the direct Monte Carlo simulation (MCS) and sensitivity-based evaluation method. The flow solutions were statistically analyzed to reveal the impact mechanism of inlet incidence angle variation. The results showed that the adaptive NIPC quantified the uncertainty of energy loss coefficient with high performance at different scales perturbation of inlet incidence angle. Besides, the energy loss coefficient variation was nonlinearly dependent on the inlet incidence perturbation. Moreover, the shock wave in blade passage was most sensitive to the inlet incidence angle variation, becoming the most contribution to energy loss coefficient uncertainty for the transonic turbine cascade.

收稿日期:2019-08-31
基金项目:国家自然科学基金(51676003,51976183);中央高校基本科研业务费专项资金(2019QNA4058)
作者简介:夏志恒(1993—),男,博士生,主要从事叶轮机机械鲁棒优化设计研究。E-mail: xiazhiheng@pku.edu.cn
通信作者:罗佳奇(1981—),男,研究员、博士生导师,博士,主要从事叶轮机机械气动热力学、计算流体力学、多学科设计优化研究。
E-mail: jiaqil@zju.edu.cn

引用格式:夏志恒,罗佳奇. 涡轮叶片来流角扰动不确定性量化分析[J]. 航空动力学报,2020,35(3):519-531. XIA Zhiheng, LUO Jiaqi. Uncertainty quantification of inlet incidence angle variation for turbine blade[J]. Journal of Aerospace Power,2020, 35(3):519-531.

Key words: inlet incidence angle; adaptive; aerodynamic uncertainty; polynomial chaos model; direct Monte Carlo simulation

输入参数、系统参数、工作环境的变化均会对系统性能及鲁棒性产生影响。考虑系统影响因素的随机性,这类问题称为不确定性问题,相关研究开展较早^[1-4]。在空气动力学领域,不确定性影响因素较多且对气动外形的性能产生重要影响,如:加工偏差、装配偏差、工况变化、使用损耗等。开展气动不确定性统计研究并实现精确量化,对气动外形的鲁棒优化设计具有重要意义。

早在 21 世纪初,Huyse 等^[5]开展了来流马赫数对翼型性能的不确定性影响研究,并实现鲁棒优化设计。Putko 等^[6]开展了一维喷管在气动外形和来流扰动下的鲁棒优化设计研究。Garzon 等^[7]采用数值计算方法对叶轮机叶片加工偏差气动不确定性进行蒙特卡洛模拟(MCS)。相对于早期的试验研究所面临的周期长、成本高的不足^[8-9],MCS 方法能够进行精确快速的气动不确定性量化(UQ)。随着气动外形及不确定性因素的不断复杂化,为了进一步提升 MCS 效率,模型方法和灵敏度分析方法在近十年内得到了飞速发展。Cinnella 等^[10]、Luo 等^[11]发展了基于二阶灵敏度分析的气动 UQ 方法并得到应用,与 MSC 结果进行对比发现:基于灵敏度分析的气动 UQ 具有明显的高精度、高效率优势。然而,该方法只适用于小尺度不确定性问题。对于受飞行姿态及工作环境影响的工况变化,将对气动性能产生大尺度不确定性影响。对于这类大尺度气动不确定性问题,模型方法由于具有全局性的特点,将更具有优势。

在气动 UQ 中得到广泛应用的模型方法主要是多项式混沌(PC)模型方法。PC 模型分为嵌入式多项式混沌(IPC)和非嵌入式多项式混沌(NIPC)模型。IPC 模型较为繁琐,而 NIPC 集成了数值仿真工具,针对给定的输入参数能够快速输出响应,实现较为方便。Hosder 等^[12]采用 NIPC 研究了三维机翼在来流马赫数和来流角扰动下升力、阻力系数的不确定性变化。此外,Hosder 等^[13]还采用 NIPC 研究了在来流运动黏度扰动下一维平板流动边界层参数变化及二维翼型在来流角变化下表面压力的不确定性变化。颜勇等^[14]开展了基于 NIPC 的涡轮叶片加工偏差气动不确定性影响研究。高丽敏等^[15]开展了基于 NIPC 的二维压气机叶片加工偏差气动不确定性影响研究。

NIPC 本质上是一种模型方法,在构造模型之前需要进行抽样,样本数随模型输入参数的增加一般呈指数增长。当不确定性影响参数较多时,提高模型构造效率是需要首先解决的问题。稀疏网格技术已经得到了广泛应用,并被认为是打破“高维诅咒”、降低样本数的有效手段^[16]。本文首先介绍一种自适应稀疏网格技术,在抽样空间内动态地增加网格节点,满足插值精度要求的同时尽可能减少网格节点数,并进行验证。之后,采用该抽样技术构造自适应 NIPC 模型,并开展二维跨声速叶栅 HS1A(High Speed 1A)气动 UQ 研究,在考虑来流角变化时对叶片能量损失系数不确定性变化进行量化,分析不同尺度的来流角变化对叶片能量损失系数不确定性变化的影响。

1 自适应 NIPC 基本原理

1.1 自适应稀疏网格

Smolyak 算法^[17]是稀疏网格技术的核心,其基本原理是采用一维插值张量乘积的线性组合来构建多维插值公式,且满足以下条件:只有节点相对较少的乘积公式将被采用;对于多维问题,一维插值要保留^[16]。定义

$$\Delta^i = u^i - u^{i-1}, \quad u^0 = 0, \quad |i| = i_1 + \cdots + i_d \tag{1}$$

其中 d 表示维度, u^i 为一维插值, Δ^i 为不同层插值函数之间的差值。Smolyak 算法可以写成如下形式:

$$A(q,d) = \sum_{|i| \leq q} (\Delta^{i_1} \otimes \cdots \otimes \Delta^{i_d}) \tag{2}$$

其中网格层数 $q = d + k$, k 表示稀疏网格阶数。式(2)也可写成^[18]

$$A(q,d) = \sum_{k+1 \leq |i| \leq q} (-1)^{q-|i|} \cdot \binom{d-1}{q-|i|} \cdot (u^{i_1} \otimes \cdots \otimes u^{i_d}) \tag{3}$$

由式(3)可知 Smolyak 算法只依赖以下网格:

$$H(q,d) = \bigcup_{k+1 \leq |i| \leq q} (\mathbf{Y}^{i_1} \times \cdots \times \mathbf{Y}^{i_d}) \subset [-1,1]^d \tag{4}$$

故又被称为“稀疏网格”。颜勇等^[14]的近期工作对比了稀疏网格与全张量积在二维条件下的计算节点分布发现:相对于 MCS,稀疏网格技术能显著减少节点数。由于具有易实现的优势,

Newton-Cotes 网格点和分段线性基函数^[19]在本文的自适应稀疏网格技术中得到应用。

定义函数精确值与上层插值函数之间的误差为分层余量。如果函数光滑, 随着网格层数的增加, 分层余量很快趋于零, 也即插值函数能够很快拟合原始函数; 如果函数非光滑并存在间断, 则需要在间断处增加节点数, 同时在光滑段减少节点数, 这就是自适应技术。定义节点数组 Ω_a 、 Ω_o 、 Ω_u , $q_{\max}$ 为最大网格层数, n_a 为新增加的节点数, ϵ 为插值误差容许, 自适应技术实现如下:

步骤 1 将 $q=2$ 的节点作为初始节点, 进行插值得到初始插值函数;

步骤 2 生成 $q=q+1$ 层的节点, 并放在数组 Ω_a 中;

步骤 3 判断 $q < q_{\max}$ 及 $n_a > 0$ 是否同时成立, 如果有一个不成立, 插值结束;

步骤 4 令 $\Omega_o = \Omega_a$, 并计算 Ω_o 中的分层余量 w ;

步骤 5 若 $w > \epsilon$, 则在相应节点处生成新的节点, 并放入 Ω_a 中; 若 $w < \epsilon$, 将该节点放入 Ω_u 中, 并用 Ω_u 中的节点构造新的插值函数;

步骤 6 $q=q+1$, 转到步骤 3。

步骤 5 中生成的新网格点位于 $q+1$ 层, 而且为了保证稀疏网格的平衡性, $w < \epsilon$ 节点会被保留^[20-21]。

1.2 函数试验

本文首先通过稀疏网格技术来拟合双极值函数, 并评估自适应稀疏网格技术在插值精度、减少样本数方面的优势。函数表达式为

$$f(x_1, x_2) = -\frac{0.0001}{[(x_1 - 0.3)^2 + 0.01][(x_2 - 0.3)^2 + 0.01]} - \frac{0.0001}{[(x_1 - 0.7)^2 + 0.015][(x_2 - 0.7)^2 + 0.015]}$$

(5)

其中 x_1 、 x_2 取值为 $[0, 1]$, 函数极值分别为 -1.003 和 -0.4479 。函数插值的最大误差 $e_{\max}$ 和平均误差 e_{ave} 分别定义如下:

$$e_{\max} = \max |f(x_1^i, x_2^i) - \tilde{f}(x_1^i, x_2^i)|,$$
$$i = 1, \dots, N$$
$$e_{\text{ave}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |f(x_1^i, x_2^i) - \tilde{f}(x_1^i, x_2^i)| \quad (6)$$

其中 f 与 $\tilde{f}$ 分别表示函数的精确解和插值解; N 为测试样本数目。分别采用自适应和静态稀疏网格技术进行函数插值。表 1 给出了基于自适应和

静态稀疏网格技术的函数试验结果, 由表可知: 自适应稀疏网格技术需要的节点比静态稀疏网格要少, 前者最大插值误差约是后者的 10%。此外, 自适应稀疏网格在极值点的插值解与精确解误差约为 0.4%, 而静态稀疏网格的插值解误差约为 3.1%。

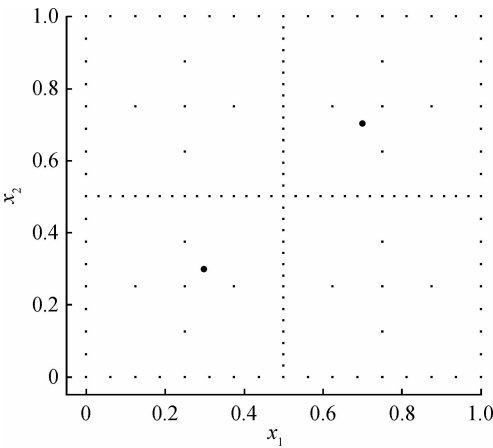
表 1 不同稀疏网格技术的函数试验结果
Table 1 Results of function experiments by different sparse grid methods

参数	稀疏网格技术	
	自适应	静态
$e_{\max}$	3.700×10^{-3}	2.963×10^{-2}
e_{ave}	1.961×10^{-4}	7.574×-4
q	11	9
节点数	1493	1537
极值	-0.9993	-0.9718

图 1 是稀疏网格点在插值空间内的动态分布, 其中黑点和较大黑点分别代表稀疏网格点和函数的两个极小值点, 网格点主要是在极值点附近加密, 直至达到精度要求。表 1 和图 1 结果表明: 相对于静态稀疏网格, 自适应稀疏网格在函数极值处动态加密抽样点, 整体上用较少的样本点构造出精度更高的插值函数, 较好地证实了自适应稀疏网格技术的高效性; 此外, 由表 1 可知: 自适应抽样技术确定的函数最小值更接近于理论解, 证实了自适应稀疏网格技术的精确性。

1.3 自适应 NIPC

NIPC 模型源于 Wiener^[22] 提出的齐次混沌展开, 将服从正态分布的随机变量用 Hermite 多项式来表示。对于随机变量 X , PC 展开为如下形式:



(a) 第 4 层网格点

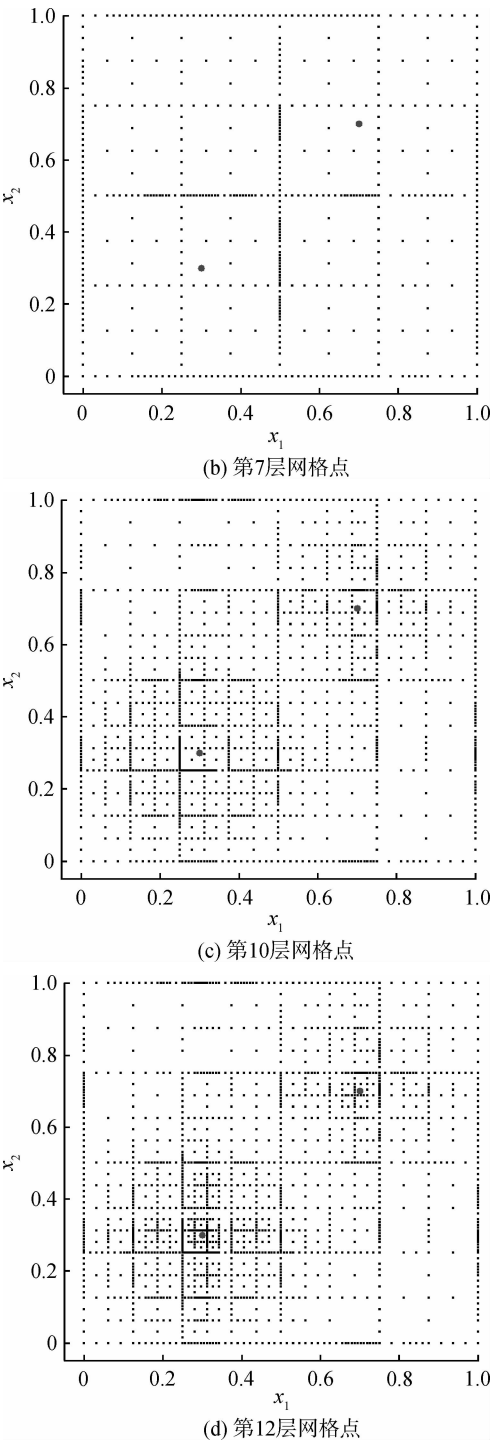


图 1 函数试验的自适应稀疏网格动态演化
Fig.1 Evolution of adaptive sparse grids for function experiment

$$\begin{aligned} X(\theta) = & a_0 H_0 + \sum_{i_1=1}^{\infty} a_{i_1} H_1[\chi_{i_1}(\theta)] + \\ & \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} a_{i_1 i_2} H_2[\chi_{i_1}(\theta), \chi_{i_2}(\theta)] + \\ & \sum_{i_1=1}^{\infty} \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} a_{i_1 i_2 i_3} H_3[\chi_{i_1}(\theta), \chi_{i_2}(\theta), \chi_{i_3}(\theta)] + \dots \end{aligned} \quad (7)$$

其中 θ 为随机事件, $\chi_{i_1}, \dots, \chi_{i_n}$ 是独立随机变量, $H_n(\chi_{i_1}, \dots, \chi_{i_n})$ 是 n 阶多项式, a 为多项式系数。值得注意的是不同的随机分布对应不同的多项式基函数,如:均匀分布对应的基函数为 Legendre PC, Gamma 分布对应的基函数为 Laguerre PC。在本文的研究中,来流角变化满足高斯随机分布,相应的基函数为 Hermite PC^[23]。 $X(\theta)$ 也可以写成如下形式:

$$X(\theta) = \sum_{j=0}^{\infty} \hat{a}_j \Psi_j(\boldsymbol{\chi}) \quad (8)$$

其中 $\Psi_j(\boldsymbol{\chi})$ 为基函数,和式(7)中的 $H_n(\chi_{i_1}, \dots, \chi_{i_n})$ 相互对应; $\hat{a}_j$ 为基函数系数,和式(7)中的系数 a 相互对应。PC 在高斯随机变量 L_2 空间内构成完备正交基

$$\langle \Psi_i, \Psi_j \rangle = \langle \Psi_i^2 \rangle \delta_{ij} \quad (9)$$

其中 δ_{ij} 是 Kronecker delta 函数,当 $i=j$ 时, $\delta_{ij}=1$; 当 $i \neq j$ 时, $\delta_{ij}=0$ 。在实际使用时,根据随机变量的有限数量和展开式的有限阶数,式(9)截断为

$$X(\theta) \approx \sum_{j=0}^P \hat{a}_j \Psi_j(\boldsymbol{\chi}), \quad P+1 = \frac{(n+p)!}{n!p!} \quad (10)$$

其中 P 表示基函数个数, p 代表随机变量个数, n 代表 Hermite 多项式阶数。

通过自适应抽样确定一系列网格节点并进行数值模拟后,系统的输入和函数响应均可以给定。为了构造完整的 NIPC 模型,需要求解 PC 展开中的未知系数。目前常用的方法有 Galerkin 投影和线性回归方法。Galerkin 投影主要是求解以下积分:

$$\hat{a}_j = \frac{\langle X, \Psi_j \rangle}{\langle \Psi_j^2 \rangle} = \frac{1}{\langle \Psi_j^2 \rangle} \int X \Psi_j(\boldsymbol{\chi}) W(\boldsymbol{\chi}) d\boldsymbol{\xi} \quad (11)$$

其中 $W(\boldsymbol{\chi})$ 表示不确定输入参数的联合概率密度函数。

确定所有多项式系数后,该 NIPC 模型即可以用于系统的函数响应。给定系统空间内的输入,可以快速响应确定函数值。根据 PC 的正交性,可方便求解随机变量 X 的统计均值 μ 和均方差 σ , 计算公式如下:

$$\mu_X = E(X) = \hat{a}_0 \quad (12)$$

$$\sigma_X^2 = E(X - \mu_X)^2 = \sum_{j=1}^P \left(\hat{a}_j^2 \langle \Psi_j^2 \rangle \right) \quad (13)$$

由上文介绍可知:自适应 NIPC 的核心是自适应稀疏网格技术,辅以模型方法基本原理,即可

完成模型构造并用于函数响应及不确定性统计分析。图 2 为自适应 NIPC 模型的构造流程。

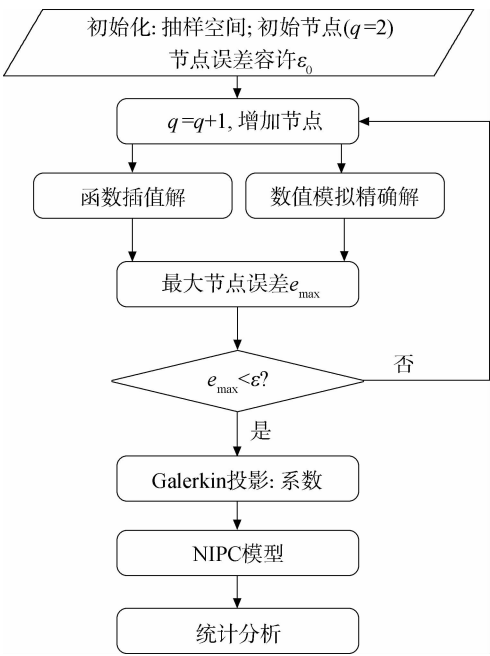


图 2 自适应 NIPC 构造流程

Fig. 2 Flowchart of construction of adaptive NIPC

为了验证本文所发展的自适应 NIPC 方法在高维气动 UQ 中的有效性,接下来将开展基于自适应 NIPC 方法的高维函数试验,函数形式如下:

$f(x_1, \cdots, x_6) = 0.05 \cdot$

$$\left[\sum_{i=1}^6 (x_i + x_i^2 + x_i^3 + x_i^4) + \sum_{i=1}^5 \sum_{j=i+1}^6 x_i x_j \right]$$

(14)

其中 $x_i \in [-1, 1], i = 1, \cdots, 6$ 是相互独立的高斯随机变量。基于自适应 NIPC、静态 NIPC、MCS 方法的函数统计结果如表 2 所示,其中:NIPC-A、NIPC-B、NIPC-C 是自适应 NIPC 统计结果,对应的自适应 NIPC 模型的误差容许分别为 1.0×10^{-4} 、 1.0×10^{-3} 、 1.0×10^{-2} ; NIPC-S 是静态 NIPC 统计结果;MCS 是直接 MCS 结果,作为精确解用于对比分析,当统计值变化在 100 步以内小于 1.0×10^{-5} 时,认为 MCS 样本收敛; μ 、 σ 、 N_i 分别表示函数的统计均值、均方差、函数计算次数; N_1 表示构造 NIPC 模型所需要的训练样本数; N_2 表示统计分析所需要的统计样本数; e_{ave} 、 e_{std} 分别表示 NIPC 模型函数响应的平均误差、均方差,定义如下:

$$e_{ave} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |f(x_1^i, \cdots, x_6^i) - \tilde{f}(x_1^i, \cdots, x_6^i)|$$
$$e_{std} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |f(x_1^i, \cdots, x_6^i) - \tilde{f}(x_1^i, \cdots, x_6^i)|^2}$$

(15)

表 2 高维函数试验结果
Table 2 Results of high-dimension function experiment

参数	MCS	NIPC-A	NIPC-B	NIPC-C	NIPC-S
μ	0.1364	0.1364	0.1369	0.1416	0.1369
σ	0.1350	0.1350	0.1350	0.1352	0.1352
e_{ave}		5.15×10^{-5}	4.89×10^{-4}	5.20×10^{-3}	5.36×10^{-4}
e_{std}		5.16×10^{-5}	4.90×10^{-4}	5.28×10^{-3}	5.67×10^{-4}
N_1		3845	1325	461	4865
N_2	80000	80000	80000	80000	80000

通过与 MCS 结果的对比发现:采用 NIPC 方法可以在保证统计精度的同时显著降低样本数。此外,对比三种不同误差容许的自适应 NIPC 统计结果可以发现:随着模型精度的提高(由 NIPC-C 到 NIPC-A),模型构造所需的样本数增加;相应地,NIPC 模型的函数响应精度、函数统计结果更精确。整体上,通过与静态 NIPC 的对比可以发现:自适应 NIPC 模型可以用更少的样本获得更高的统计精度,表明本文所发展的自适应 NIPC 模

型在高维气动 UQ 问题中的有效性和高效性。

2 气动 UQ

本小节研究来流角变化对二维跨声速叶栅 HS1A 能量损失系数的影响。HS1A 叶栅几何参数如表 3 所示^[24],能量损失系数定义如下:

$$\xi = \frac{H_2 - H_{2s}}{H_{02} - H_2} = \frac{1 - (p_2/p_{01})^{(\gamma-1)/\gamma}}{1 - (p_2/p_{02})^{(\gamma-1)/\gamma}} - 1$$

(16)

其中 H_2 、 H_{2s} 、 H_{02} 分别表示出口静焓、出口等熵静焓、出口总焓; p_2 、 p_{01} 、 p_{02} 分别表示出口静压、进口总压、出口总压; γ 为比热比, 是气体常数, 文中 $\gamma=1.4$ 。

表 3 HS1A 叶栅几何参数

Table 3 Geometric parameters for HS1A cascade

参数	数值
弦长/mm	40.0
轴向弦长 C_x /mm	36.98
叶型前缘角/(°)	50.5
叶型后缘角/(°)	59.0
叶型安装角/(°)	25.1
几何进口角/(°)	46
栅距/mm	29.14

研究中采用团队开发的程序求解 Euler 方程计算流场。流场边界条件设置为: 来流角为 46° ; 进口总压、总温分别为 101 325.0 Pa、288.15 K; 出口等熵马赫数 $Ma=1.05$ 。该工况也是本文研究的基准工况。

图 3(a) 是总压比(π)和能量损失系数(ξ)的收敛曲线。由图可知: 当网格单元超过 10 000 时, 总压比和能量损失系数基本收敛, 本文研究中将单元数为 11 520 的网格作为目标网格用于数值计算, 其轴向和周向网格单元分别为 160 和 72。图 3(b) 对比了数值计算结果与试验结果。由图可知: 单元数为 15 360 的网格所对应的叶片表面等熵马赫数(Ma)沿轴向弦长方向(x/C_x)分布, 与目标网格的等熵马赫数分布基本重合, 而单元数为 3 840 的网格所对应的等熵马赫数分布与前两套网格偏差较远, 结果表明: 目标网格的等熵

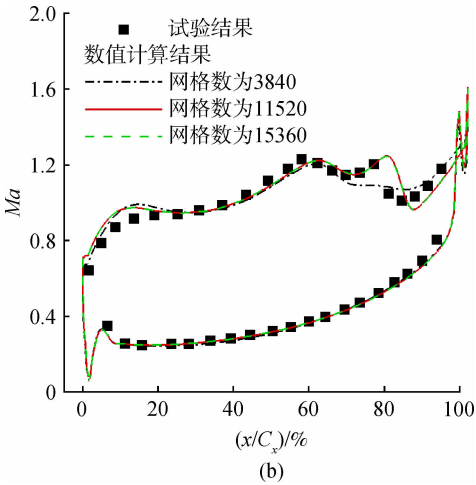


图 3 网格收敛验证曲线

Fig. 3 Grid convergence verified plots

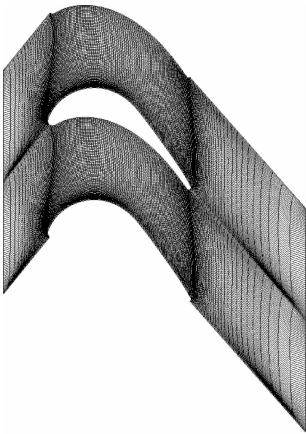
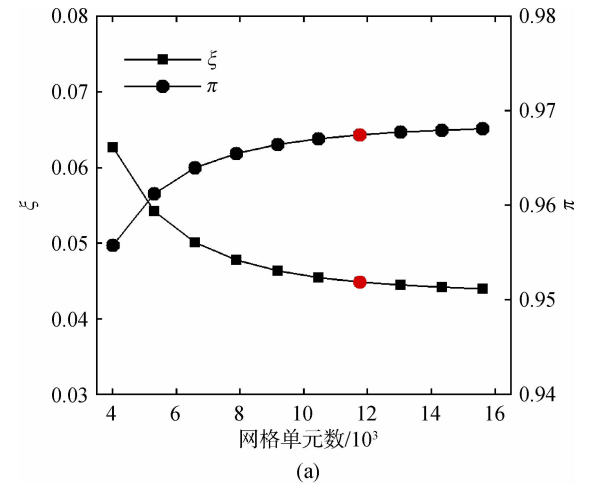
马赫数分布收敛。相对于试验结果, 在吸力面前缘附近数值计算结果偏大, 在 80% 弦长处激波位置略微偏后, 除此之外, 计算结果与试验结果吻合较好。

图 4 为目标网格的拓扑结构以及叶片通道内等熵马赫数云图。该单块 H 型网格在壁面附近正交性较好。由图 3 和图 4 可知: 通道内存在明显的双激波结构, 流体在吸力面前半段加速至超声速, 在经过 60% 弦长处的弱激波后速度降低; 之后再加速并在 80% 弦长处产生强激波。基准工况的能量损失系数 $\xi_0=4.49\%$ 。

此外, 为了揭示 NIPC 模型在不同尺度气动 UQ 中的优势, 本文还对比了基于 NIPC 模型与灵敏度分析的气动 UQ 结果。采用直接差分法计算出口能量损失系数对来流角的灵敏度, 一阶、二阶灵敏度如下:

$$\frac{\partial \xi}{\partial \alpha} = -2.25 \times 10^{-4}, \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial \alpha^2} = -4.54 \times 10^{-5}$$

(17)



(a) 网格拓扑结构

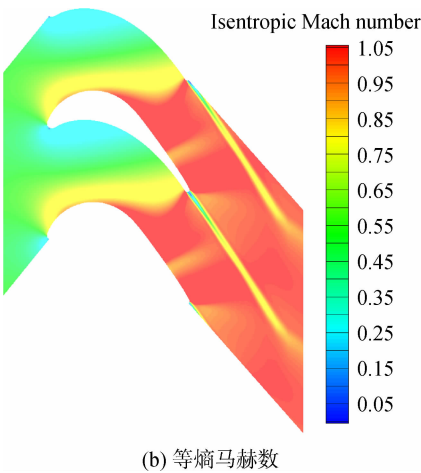


图 4 网格拓扑结构和等熵马赫数云图

Fig. 4 Grid topology and contour of isentropic Mach number

其中一阶、二阶灵敏度分别由中心差分 and 五点差分确定; α 为来流角。基于灵敏度分析的气动 UQ 可参考前期工作^[11], 其基本原理如下:

$$\xi \approx \xi_0 + \frac{\partial \xi}{\partial \alpha} \delta \alpha + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 \xi}{\partial \alpha^2} (\delta \alpha)^2 \tag{18}$$

由式(18)所示的 Taylor 展开可以快速计算每个统计样本的能量损失系数, 最后由 MCS 确定均值及均方差。

定义来流角变化为 z , 并满足高斯分布:

$$f(z) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right), & z \in [-E, E] \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$
$$z = \frac{\alpha - \alpha_{\text{ref}}}{\sigma_\alpha} \tag{19}$$

其中 $\alpha_{\text{ref}} = 46^\circ$, $E = 1.0$; σ_α 表示来流角不确定性变化的公差, 公差是指不确定性参数变化的标准差。由式(19)可知: 来流角变化大小与公差 σ_α 相关。MCS 结果将作为气动 UQ 的精确解, 与 NIPC 模型和灵敏度分析结果进行对比。为了分析不同尺

度来流角变化对叶片能量损失系数变化的影响, 本文设置了两个来流角不确定性变化公差, 公差较小($\sigma_\alpha = 4$)称为小尺度气动 UQ, 公差较大($\sigma_\alpha = 8$)称为大尺度气动 UQ。同时, 为了分析 NIPC 模型函数响应精度对气动 UQ 结果的影响, 将研究两种不同插值误差容许的自适应 NIPC 模型: NIPC-A 和 NIPC-B 其对应的误差容许分别为 1.0×10^{-4} 、 1.0×10^{-3} 。下文中, 统计值收敛的判别标准是: 100 步以内均值与标准差绝对变化量均小于 1×10^{-5} 。基于 MCS、灵敏度分析以及 NIPC 模型方法的气动 UQ 结果如表 4 和表 5 所示, 其中 NIPC-S 表示静态 NIPC 模型, μ_ξ 和 σ_ξ 分别表示能量损失系数相对变化的均值和标准差, 能量损失系数相对变化的定义如下式所示:

$$\delta \xi = \left(1 - \frac{\xi}{\xi_0}\right) \times 100\% \tag{20}$$

表 4 中, 相对于 MCS 统计结果, 基于一阶灵敏度分析的统计均值为零, 这是由于一阶灵敏度只能描述函数的线性变化; 基于二阶灵敏度分析的统计均值与 MCS 结果较为接近; 基于 NIPC 的统计均值精度略低于二阶灵敏度分析, 但统计标准差精度远高于二阶灵敏度分析。表 5 中基于灵敏度分析的统计均值、标准差均偏离 MCS 较远; 基于 NIPC 的统计均值、标准差均与 MCS 结果较为接近。由此可知: 对于小尺度气动 UQ 问题, 二阶灵敏度分析可以较为精确地量化能量损失系数变化的均值; 对于大尺度气动 UQ 问题, 灵敏度分析方法失效; 而 NIPC 方法在不同尺度的气动 UQ, 尤其是大尺度气动 UQ 中具有较好的量化精度。此外, 与 MCS 相比, 自适应 NIPC 和静态 NIPC 均只需要很少的训练样本就能得到和 MCS 较为接近的统计结果, 表明了 NIPC 方法在气动 UQ 中的高效性。进一步比较自适应 NIPC

表 4 小尺度气动 UQ 统计结果

Table 4 Statistics results of small-scale aerodynamic UQ

分析方法	$\mu_\xi / \%$	$\sigma_\xi / \%$	e_{ave}	e_{std}	N_1	N_2	ϵ	n
MCS	0.25	1.31				3000		
一阶灵敏度分析	0	1.18			2	3000		
二阶灵敏度分析	0.24	1.20			5	3000		
NIPC-A	0.28	1.31	9.65×10^{-6}	3.30×10^{-6}	7	3000	1×10^{-4}	5
NIPC-B	0.30	1.34	2.20×10^{-5}	1.57×10^{-5}	5	3000	1×10^{-3}	5
NIPC-S	0.29	1.35	1.80×10^{-5}	1.85×10^{-5}	7	3000		5

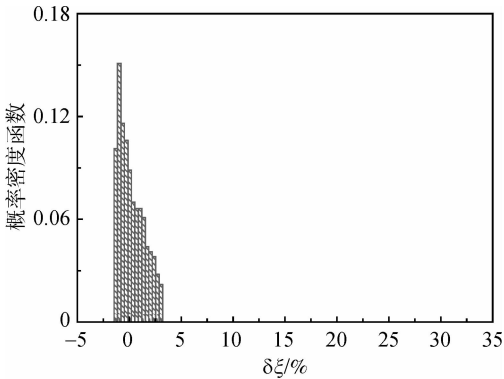
表 5 大尺度气动 UQ 统计结果

Table 5 Statistics of large-scale aerodynamic UQ

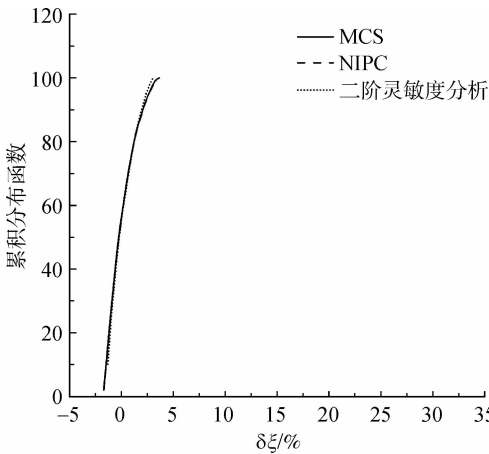
分析方法	$\mu_{\xi}/\%$	$\sigma_{\xi}/\%$	e_{ave}	e_{std}	N_1	N_2	ϵ	n
MCS	2.12	5.95				3000		
一阶灵敏度分析	0	0.24			2	3000		
二阶灵敏度分析	0.99	0.26			5	3000		
NIPC-A	2.14	5.95	9.64×10^{-6}	7.28×10^{-6}	23	3000	1×10^{-4}	9
NIPC-B	2.23	6.04	3.80×10^{-5}	1.35×10^{-5}	9	3000	1×10^{-3}	9
NIPC-S	2.14	5.97	1.09×10^{-5}	1.15×10^{-5}	33	3000		9

模型 NIPC-A 和静态 NIPC 模型 NIPC-S 发现:前者能够在不增加训练样本数(小尺度气动 UQ)甚至降低训练样本数(大尺度气动 UQ)的同时提高函数响应精度和气动 UQ 精度。上述结果充分表明:相对于静态 NIPC,自适应 NIPC 具有高效性、精确性的优势。下文中的自适应 NIPC 均指 NIPC-A。

图 5、图 6 分别为小尺度、大尺度气动 UQ 的 HS1A 能量损失系数相对变化的概率密度函数和累积分布函数值。由图 5、图 6 的概率密度函数值可知:能量损失系数变化与来流角变化呈强非线性关系,这也是表 4、表 5 中基于一阶灵敏度分析的统计结果与 MCS 偏差太远的主要原因。在



(c) 基于二阶灵敏度分析的概率密度函数

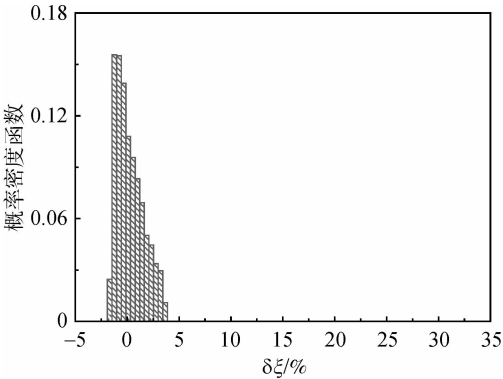


(d) 基于MCS、NIPC和二阶灵敏度分析的累积分布函数

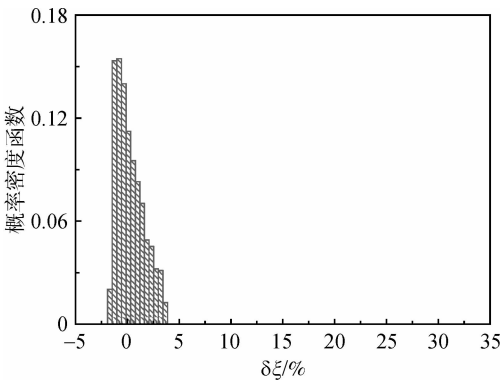
图 5 小尺度气动 UQ 的概率密度函数和累积分布函数

Fig. 5 Probability density function and cumulative distribution fuction of small-scale aerodynamic UQ

图 5 和图 6 中,基于 NIPC 和 MCS 的概率密度函数值基本一致,且两者的累积分布函数值几乎完全重合,结果表明:NIPC 方法在不同尺度的气动 UQ 中均具有较高的统计精度;基于二阶灵敏度分析的概率密度函数值、累积分布函数值只在小尺度气动 UQ 中与 MCS 结果较为接近,在大尺度气动 UQ 中偏离 MCS 较远。上述结果进一步



(a) 基于MCS的概率密度函数



(b) 基于NIPC的概率密度函数

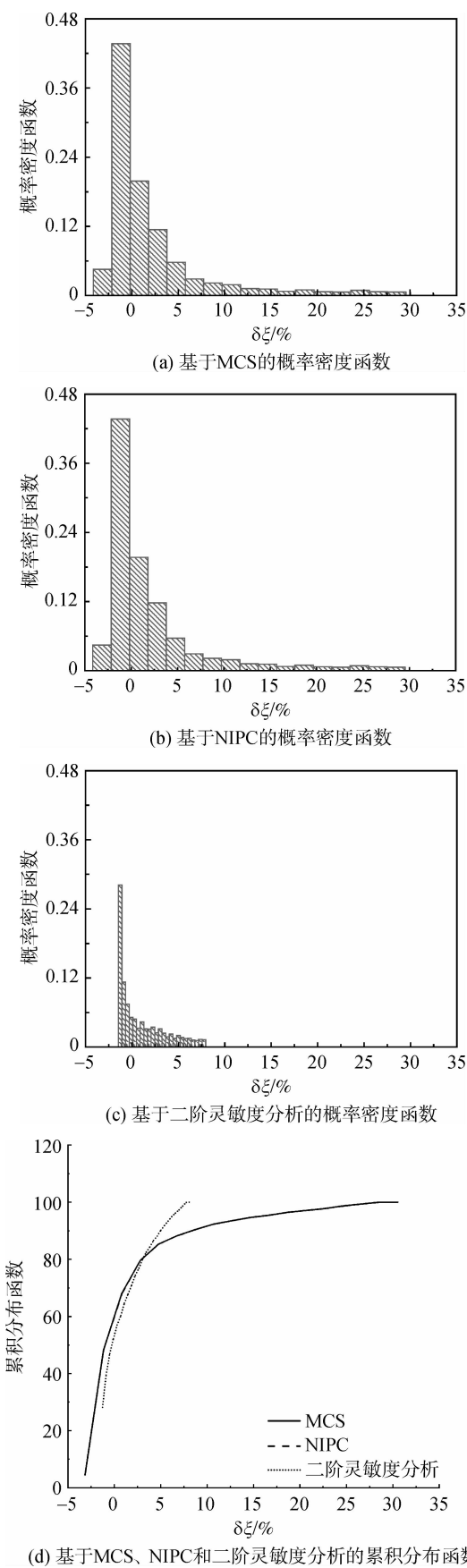


图 6 大尺度气动 UQ 的概率密度函数和累积分布函数
Fig. 6 Probability density function and cumulative distribution fuction of large-scale aerodynamic UQ

证实:灵敏度分析方法只适用于小尺度气动 UQ 问题。此外,相对于图 5 的小尺度气动 UQ,大尺度气动 UQ 中能量损失系数相对变化约为小尺度气动 UQ 的 7 倍,结果表明:随着不确定性变化公差 的增大,能量损失系数变化与来流角变化间的非线性关系进一步增强。

为了进一步比较 NIPC 方法、灵敏度分析方法在不同尺度气动 UQ 中的精确性,图 7 给出了不同来流角变化条件下的能量损失系数相对变化曲线。由图 7 可知:当来流角变化在 $[-4^{\circ},4^{\circ}]$ 区间时,能量损失系数随来流角变化非线性不强,二阶灵敏度分析与 NIPC 结果能够很好吻合累积分布函数;当来流角在区间 $[-8^{\circ},8^{\circ}]$ 变化时,能量损失系数对来流角扰动非线性显著增强,此时基于二阶灵敏度分析的结果精度较低,但基于 NIPC 与累积分布函数的能量损失系数变化曲线仍然较为接近。以上结果表明:来流角小扰动时,

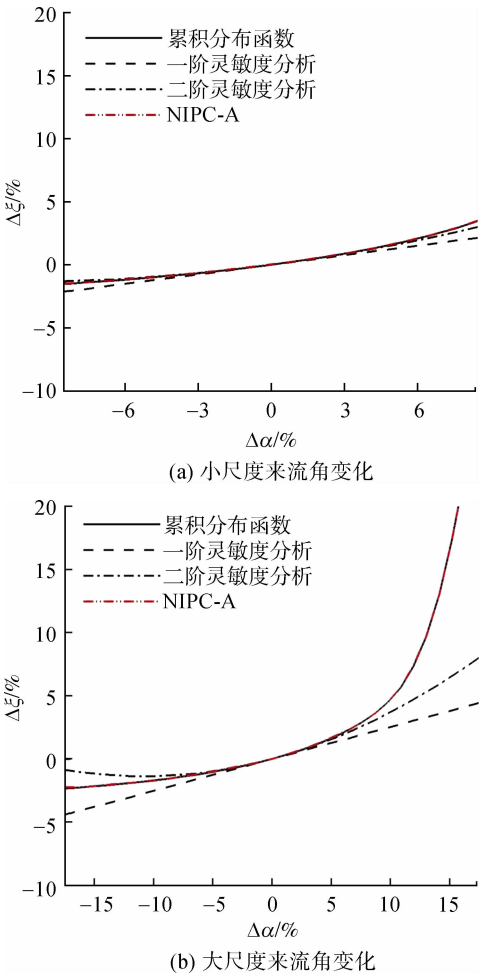


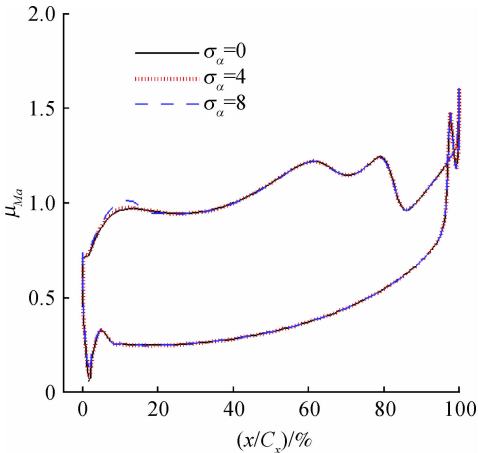
图 7 不同来流角变化的能量损失系数相对变化曲线
Fig. 7 Relative change of energy loss coefficient varying with different inlet incidence angle variations

能量损失系数变化非线性不强,二阶灵敏度和 5 阶 NIPC 模型精度足够拟合能量损失系数变化;但在来流角大扰动情况下,能量损失系数变化非线性较强,需要高阶灵敏度方法与 NIPC 模型才能较好捕捉能量损失系数变化,此时二阶灵敏度方法失效,但 9 阶 NIPC 模型仍然可以很好吻合 CFD 结果。

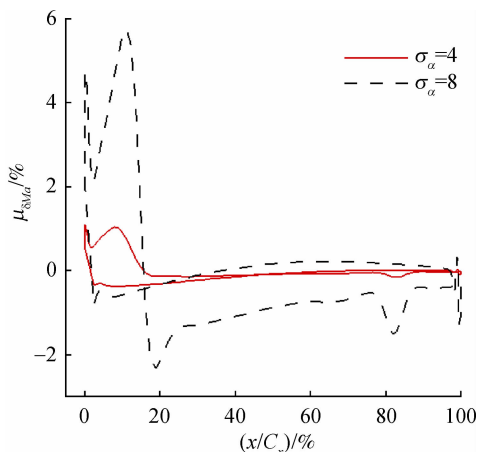
3 流场统计分析

虽然 NIPC 方法能够有效地统计叶片能量损失系数变化的统计特性,但是来流角不确定性变化对能量损失系数变化的影响机理需要进一步探索。接下来将通过流场统计分析揭示来流角变化对叶片表面、通道内部流动的影响规律。流场统计分析采用 MCS 方法,统计样本数为 3 000。图 8 比较了不同尺度来流角变化条件下等熵马赫数统计结果在叶片表面的分布,其中 $\sigma_\alpha=0$ 表示不考虑来流角变化影响。图 8(a) 比较了等熵马赫数统计均值 μ_{Ma} 在叶片表面的分布,在吸力面 10% 弦长处可以观察到等熵马赫数均值发生明显变化,来流角变化公差越大,等熵马赫数偏离 $\sigma_\alpha=0$ 越远;在大尺度条件下($\sigma_\alpha=8$),吸力面 10% 弦长处甚至出现局部超声速流动。为了定量描述叶片表面等熵马赫数的变化,图 8(b) 和图 8(c) 分别给出了等熵马赫数相对变化(δMa)的统计均值($\mu_{\delta Ma}$)和标准差($\sigma_{\delta Ma}$)在叶片表面的分布, δMa 的定义与式(20)类似。除了叶片前缘附近,压力面上 δMa 统计均值和标准差均接近于零,表明来流角变化对压力面流动影响较小。吸力面上,来流角变化对 δMa 统计均值和标准差的影响较为明显,从前缘到 15% 弦长处,来流角变化导致 δMa 统计均值增加, δMa 统计标准差也远高于其他区域,结果表明:吸力面前缘附近流动加速过程对来流角变化较为敏感。相对于小尺度来流角变化,大尺度条件下 δMa 的统计均值和均方差显著增加,结果表明:随着来流角变化公差的增大,吸力面前缘附近流动加速过程更剧烈。此外,在吸力面 80% 弦长附近, δMa 的统计均值、标准差均出现极值,且随着来流角变化公差增大,极值增大。由图 4(b) 和图 8(a) 可知:在吸力面 80% 弦长处存在强激波,结果表明:来流角变化对激波强度影响较大,来流角变化公差越大,激波强度受到的影响越大。

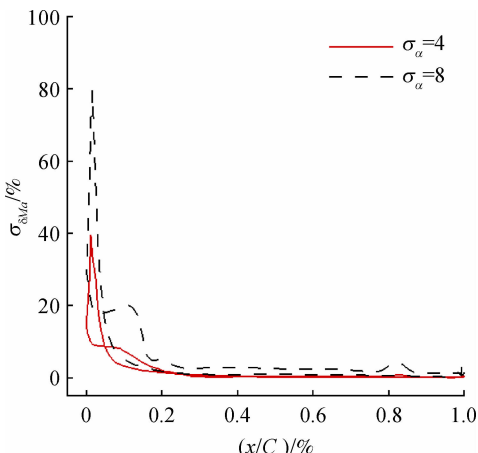
为了深入研究来流角变化对能量损失系数的影响,图 9 给出了两种来流角变化时的叶片表面等熵马赫数分布。图 9(a) 中,来流角变化分别为



(a) 等熵马赫数均值



(b) 等熵马赫数相对变化的统计均值



(c) 等熵马赫数相对变化的统计标准差

图 8 叶片表面等熵马赫数分布

Fig. 8 Distributions of isentropic Mach number on blade surface

$-4^\circ(\alpha=42^\circ)$ 和 $4^\circ(\alpha=50^\circ)$, 相应的能量损失系数随之降低、升高,如图 7 所示;图 9(b) 中,来流角变化分别为 $-8^\circ(\alpha=38^\circ)$ 和 $8^\circ(\alpha=54^\circ)$ 。由图可知:随着来流角增加,前缘吸力峰不断增加,流动损失增加;当来流角达到 50° 和 54° 时,前缘出现

超声速区,流动损失将显著增加。因而,当来流角小于基准工况时,能量损失系数降低;当来流角大于基准工况时,能量损失系数增加。相对于前缘吸力峰变化引起的流动损失变化,80%弦长处激波强度和位置的变化较小,其对能量损失系数的变化影响相对较小;在小尺度来流角变化条件下激波强度和位置变化几乎可以忽略不计。上述结果表明:当来流角发生变化时,前缘流动变化对能量损失系数变化的影响占主导作用。

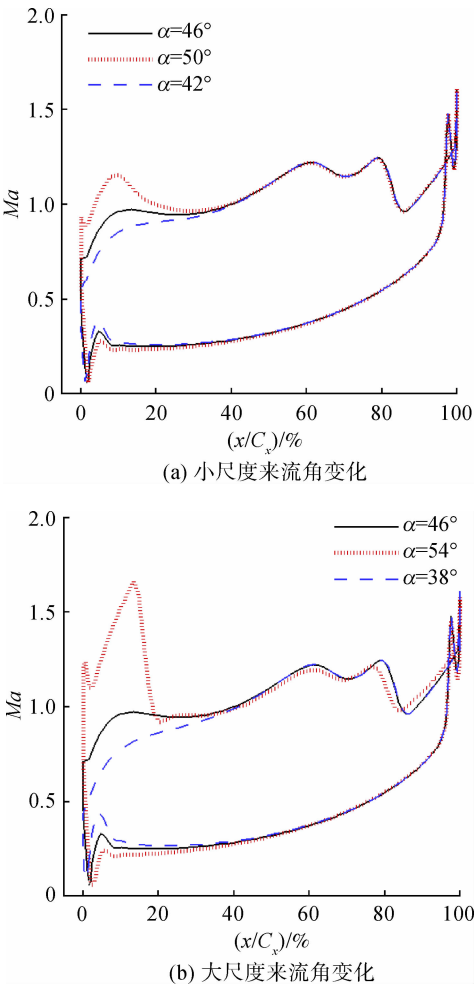


图 9 不同来流角变化条件下叶片表面等熵马赫数分布
Fig. 9 Distributions of isentropic Mach number on the blade surface with different inlet incidence angle variations

图 10 是不同尺度来流角变化条件下等熵马赫数统计均值云图,图 11、图 12 分别为不同尺度来流角变化条件下 δMa 的统计均值和均方差云图。图 10 中,等熵马赫数统计均值在叶片吸力面前缘变化明显,在大尺度条件下,流动在叶片吸力面前缘附近加速至超声速,如图 10(b)所示;相应地, δMa 的统计均值和标准差在叶片吸力面前缘

附近远高于其他区域,分别如图 11、图 12 所示。此外,由图 11(b)、图 12(b)所示,在吸力面尾缘激波附近, δMa 的统计均值和标准差也远高于其他区域。上述结果表明:来流角变化会显著改变叶片吸力面前缘附近的流动,在大尺度来流角变化条件下甚至会在吸力面前缘附近产生激波;同时,来流角变化对叶片尾缘附近的激波也有比较大的影响,在大尺度来流变化条件下,这种影响更明显。

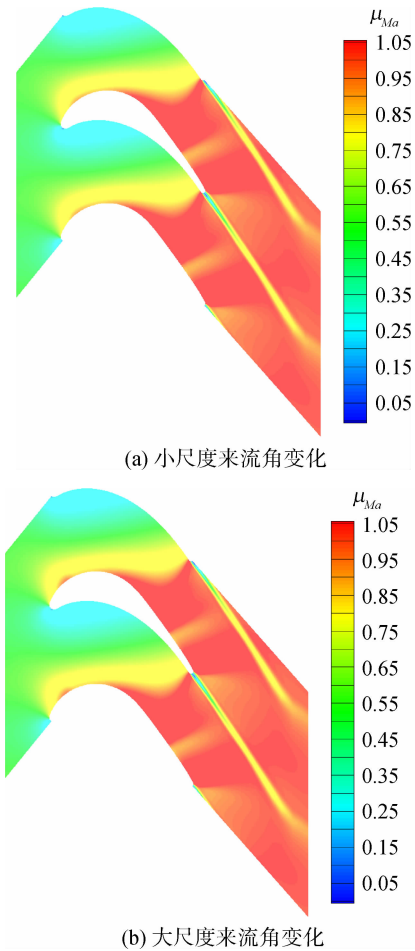
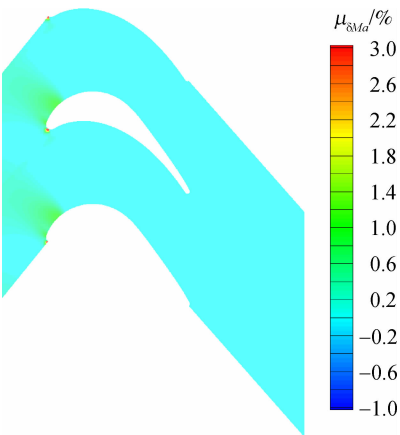
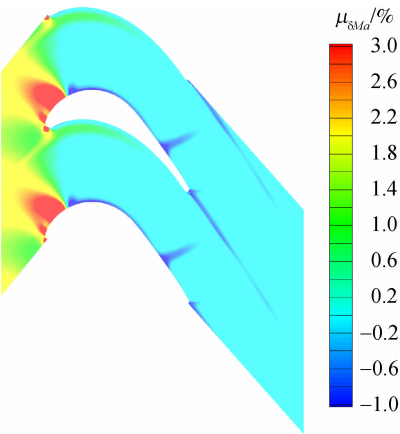


图 10 等熵马赫数统计均值云图
Fig. 10 Contours of statistical average of isentropic Mach number

本文的气动不确定性研究忽略了流体黏性影响,HS1A 跨声速叶栅激波强度的改变是影响能量损失系数的主要原因。以上结果表明:叶片前缘和尾缘处流动对来流角扰动比较敏感。在前缘处,来流角扰动会影响气流加速过程,当扰动后来流角大于基准工况时,吸力面流动进一步加速,甚至会形成超声速区,继而产生激波,流动损失增加。当扰动后来流角小于基准工况时,吸力面流动加速减慢,在这种情况下,无法形成激波。因而,前缘附近流动变化将不可避免地增加能量损



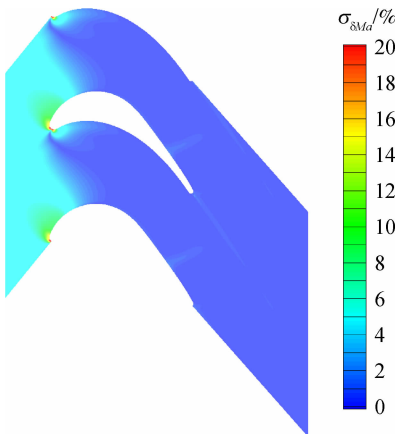
(a) 小尺度来流角变化



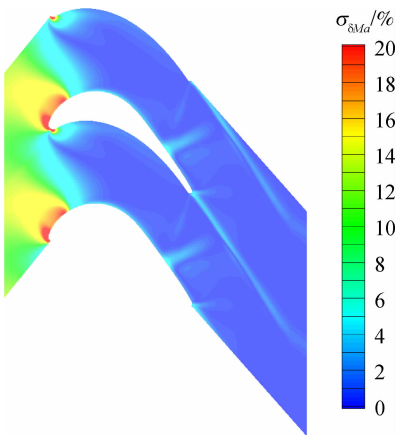
(b) 大尺度来流角变化

图 11 等熵马赫数相对变化的统计均值云图
Fig. 11 Contours of statistical average for relative isentropic Mach number variation

失系数的统计均值和方差。在尾缘激波处,来流角扰动会影响激波位置以及激波强度。当扰动后来流角大于基准工况时,激波强度下降且位置前移;当扰动后来流角小于基准工况时,激波强度增加且位置后移,但是变化并不明显。在这种情况下,尾缘附近流动变化也不可避免地影响能量损



(a) 小尺度来流角变化



(b) 大尺度来流角变化

图 12 等熵马赫数相对变化的统计标准差云图
Fig. 12 Contours of statistical variance for relative isentropic Mach number change

失系数的统计均值和方差,但是相对于前缘附近流动变化的影响,尾缘附近流动变化的影响较小。

4 结 论

本文开展了基于自适应 NIPC 方法的气动 UQ 研究,在不同尺度的来流角变化条件下对某二维跨声速叶栅的能量损失系数不确定性变化进行了量化,通过流场统计分析揭示了来流角变化对能量损失系数变化的影响机理。主要结论如下:

1) 采用自适应稀疏网格技术可以在插值精度较低的区域动态地增加新的网格节点,最终使整个空间的插值精度满足要求;通过函数试验发现自适应稀疏网格技术能够有效减地少网格节点,提高 NIPC 模型的构造效率;而且在高维问题中,自适应 NIPC 仍可以用较少的点来得到精度很高的统计值。

2) 通过对比基于 MCS、灵敏度分析和自适应 NIPC 的气动 UQ 统计结果发现基于自适应 NIPC 的统计结果与 MCS 较为接近,同时所需要的训练样本数显著减少;在不同尺度的来流角变化条件下,基于一阶灵敏度分析的量化结果与 MCS 偏差较远,基于二阶灵敏度分析的量化结果只在小尺度问题中与 MCS 结果较为接近;而自适应 NIPC 在不同尺度的气动 UQ 中均具有较高的统计精度。

3) 二维跨声速叶栅的能量损失系数变化与来流角变化呈非线性关系,来流角变化尺度越大,非线性影响越强。通过基于 MCS 的流场统计分析发现来流角变化会影响叶片吸力面前缘附近的流动,甚至会在吸力面前缘附近产生激波;通过对

比等熵马赫数相对变化的统计均值和标准差发现激波对来流角变化非常敏感,是跨声速叶栅能量损失系数发生不确定性变化的主要影响因素。

参考文献:

[1] 张伟昊,邹正平,李维,等. 叶型偏差对涡轮性能影响的非定常数值模拟研究[J]. 航空学报,2010,31(11):2130-2138.
ZHANG Weihao,ZOU Zhengping,LI Wei,et al. Unsteady numerical simulation investigation of effect of blade profile deviation on turbine performance[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2010,31(11):2130-2138. (in Chinese)

[2] 李宇,邹正平,刘火星,等. 叶片安装角偏差对涡轮通道内热斑迁移的影响[J]. 工程热物理学报,2009,30(6):944-948.
LI Yu,ZOU Zhengping,LIU Huoxing. Influence of blade-stagger departure on the migration of hot streak in turbine passage[J]. Journal of Engineering Thermophysics,2009,30(6):944-948. (in Chinese)

[3] 高丽敏,蔡宇桐,郝燕平,等. 加工误差对压气机叶片气动性能影响试验研究[J]. 推进技术,2017,38(8):1761-1766.
GAO Limin,CAI Yutong,HAO Yanping,et al. Application and comparative analysis of orthogonal polynomials in uncertain rotor dynamic response calculation[J]. Journal of Propulsion Technology,2017,38(8):1761-1766. (in Chinese)

[4] 高丽敏,蔡宇桐,徐浩亮,等. 压气机叶片加工误差影响不确定分析[J]. 航空动力学报,2017,32(9):2253-2259.
GAO Limin,CAI Yutong,XU Haoliang,et al. Uncertainty analysis of machining error influence of compressor blade [J]. Journal of Aerospace Power,2017,32(9):2253-2259. (in Chinese)

[5] HUYSE L,LEWIS R M,LI W,et al. Probabilistic approach to free-form airfoil shape optimization under uncertainty[J]. AIAA Journal,2002,40(9):1764-1772.

[6] PUTKO M M,TAYLOR A C III,GREEN L L. Uncertainty propagation and robust design in CFD using sensitivity derivatives[J]. Journal of Fluids Engineering,2002,124(1):60-69.

[7] GARZON V E,DARMOFAL D L. Impact of geometric variability on axial compressor performance[J]. Journal of Turbomachinery,2003,125(4):692-703

[8] BAMMERT K,SANDSTEDTE H. Influences of manufacturing tolerances and surface roughness of blades on the performance of turbines[J]. Journal of Engineering for Power,1976,98(1):29-36.

[9] ROELKE R,HAAS J. The effect of rotor blade thickness and surface finish on the performance of a small axial flow turbine[J]. Journal of Engineering for Power,1983,105(2):377-382.

[10] CINNELLA P,PINI M. Hybrid adjoint-based robust optimization approach for fluid dynamic problems[R]. AIAA-2013-1814,2013.

[11] LUO J,LIU F. Statistical evaluation of performance impact of manufacturing variability by an adjoint method[J]. Aerospace Science and Technology,2018,77(1):471-484.

[12] HOSDER S,WALTERS R W,PEREZ R. A non-intrusive polynomial chaos method for uncertainty propagation in CFD simulations[R]. AIAA-2006-891,2006.

[13] HOSDER S,WALTERS R W,BALCH M. Efficient sampling for non-intrusive polynomial chaos applications with multiple uncertain input variables[R]. AIAA-2007-1939,2007.

[14] 颜勇,祝培源,宋立明,等. 基于非平稳高斯过程的叶栅加工误差不确定性量化[J]. 推进技术,2017,38(8):1767-1775.
YAN Yong,ZHU Peiyuan,SONG Liming,et al. Uncertainty quantification of cascade manufacturing error based non-stationary Gaussian process[J]. Journal of Propulsion Technology,2017,38(8):1767-1775. (in Chinese)

[15] 高丽敏,蔡宇桐,马驰,等. 基于 NIPC 的压气机叶片加工误差不确定性分析[J]. 工程热物理学报,2017,38(3):490-498.
GAO Limin,CAI Yutong,MA Chi,et al. Uncertainty quantification on compressor blade considering manufacturing error based on NIPC method[J]. Journal of Engineering Thermophysics,2017,38(3):490-498. (in Chinese)

[16] BARTHELMANN V,NOVAK E,RITTER K. High dimensional polynomial interpolation on sparse grids[J]. Advances in Computational Mathematics,2000,12(4):273-288.

[17] BUNGARTZ H J,GRIEBEL M. Sparse grids[J]. Acta Numerica,2004,13:147-269.

[18] WASILKOWSKI G W,WOZNIAKOWSKI H. Weighted tensor product algorithms for linear multivariate problems[J]. Journal of Complexity,1999,15(3):402-447.

[19] KLIMKE A,WOHLMUTH B. Algorithm 847: spinterp: piecewise multilinear hierarchical sparse grid interpolation in MATLAB[J]. ACM Transactions on Mathematical Software,2005,31(4):561-579.

[20] MA X,ZABARAS N. An adaptive hierarchical sparse grid collocation algorithm for the solution of stochastic differential equations[J]. Journal of Computational Physics,2009,228(8):3084-3113.

[21] GRIEBEL M. Adaptive sparse grid multilevel methods for elliptic PDEs based on finite differences[J]. Computing,1998,61(2):151-179.

[22] WIENER N. The homogeneous chaos[J]. American Journal of Mathematics,1938,60(4):897-936.

[23] XIU D,KARNIADAKIS G E. Modeling uncertainty in flow simulations via generalized polynomial chaos [J]. Journal of Computational Physics,2003,187(1):137-167.

[24] JOUINI D B M. Experimental investigation of two transonic linear turbine cascades at off-design conditions[D]. Ottawa,Canada:Carleton University,2000.