

基于深度学习的混合翼型前缘压力分布预测

廖鹏^{1,2}, 姚磊江¹, 白国栋^{1,2}, 赵航^{1,2}

(1. 西北工业大学 无人机特种技术重点实验室, 西安 710072;

2. 西北工业大学 航空学院, 西安 710072)

摘 要: 提出了一种基于深度学习的混合翼型前缘压力分布预测方法,通过对翼型几何特征提取、压力分布曲线的参数化,建立了卷积神经网络模型(CNN),并利用计算流体力学(CFD)的计算结果作为其训练样本,实现对混合翼型前缘压力分布的预测。结果表明:两种方法计算结果的拟合优度大于0.98,基于深度学习的计算方法耗时1.7s,CFD方法耗时大于50s,计算时间大大缩短。该方法能够在满足计算精度的条件下提高计算效率并可应用于其他的翼型设计过程。

关键词: 混合翼型; 深度学习; 卷积神经网络(CNN); 参数化方法; 压力分布

中图分类号: V211.3

文献标志码: A

Prediction of hybrid airfoil leading edge pressure distribution based on deep learning

LIAO Peng^{1,2}, YAO Leijiang¹, BAI Guodong^{1,2}, ZHAO Hang^{1,2}

(1. Laboratory of Science and Technology on UAV,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. School of Aeronautics,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: A prediction model on the leading edge pressure distribution of the hybrid airfoil based on deep learning was proposed. A convolutional neural network model (CNN) was established on the basis of the geometric feature extraction of the hybrid airfoil and the parameterization of the pressure distribution curve. A group of hybrid airfoils with different trailing edges were analyzed by a verified CFD method. The CFD results were used as the training set of the CNN. Results show that the goodness of fit of the calculation results of the two methods exceeds 0.98. The proposed prediction method based on deep learning takes 1.7 s and CFD method takes more than 50 s, computation time is greatly reduced. The proposed method can improve the computational efficiency with satisfying the calculation accuracy and it can be applied to the design processes of other airfoils.

Key words: hybrid airfoil; deep learning; convolutional neural network(CNN); parameterization method; pressure distribution

收稿日期: 2019-01-21

作者简介: 廖鹏(1996—),男,硕士生,主要从事计算空气动力学和飞行器设计的研究。

引用格式: 廖鹏,姚磊江,白国栋,等. 基于深度学习的混合翼型前缘压力分布预测[J]. 航空动力学报, 2019, 34(8): 1751-1758.
LIAO Peng, YAO Leijiang, BAI Guodong, et al. Prediction of hybrid airfoil leading edge pressure distribution based on deep learning[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(8): 1751-1758.

飞机机翼结冰改变了飞机的气动外形,会对飞机的空气动力学特性产生不利影响,从而给飞机的安全飞行带来严重的安全隐患,机翼结冰已经成为迫切需要解决的问题^[1-6]。机翼的冰风洞实验是研究机翼结冰问题的重要方法,通过机翼的冰风洞实验,可以较为真实地模拟机翼的结冰过程。全尺寸翼型的冰风洞实验可以最为真实的反应机翼的结冰情况,但是对冰风洞的尺寸提出了较高的要求,由于积冰的堵塞效应,现有的冰风洞难以满足全尺寸翼型的实验条件。由于尺度效应,几何缩比翼型与原始翼型的结冰特性完全不同,因此不能利用几何缩比模型代替实际翼型进行冰风洞试验。解决办法是设计1种和全尺寸翼型具有相似结冰特性的混合翼型。混合翼型需要实现在相同的条件下产生和全尺寸翼型相似的水滴撞击区域和结冰特性。由于结冰主要发生在机翼前缘,且前缘压力分布是影响结冰的最重要的因素,因此混合翼型^[7]保留了全尺寸翼型的前缘,但尾部更短,以满足冰风洞的尺寸要求,同时保证前缘压力分布与全尺寸翼型的完全一致。

混合翼型的设计是通过反向设计方法,设计出1种与全尺寸翼型的前缘压力分布匹配的翼型。现有的方法是通过CFD软件,对不同的混合翼型进行计算,逐步筛选^[8-11]。但是翼型庞大的数量以及CFD建模和计算的复杂性会使得设计过程变得繁琐与费时。

本文提出一种基于深度学习的混合翼型前缘压力分布预测方法,以翼型设计参数和压力分布曲线作为学习对象,通过神经网络建立预测模型,对翼型的压力系数进行预测,避免繁琐的数值计算流程。利用这种方法,可以在保证与CFD方法计算精度一致,同时大大降低计算所用的时间,提高了混合翼型的设计效率。

1 混合翼型压力分布深度学习算法

1.1 深度学习算法模型

机器学习技术近几年取得了重大突破^[12],其中深度学习以计算快速和较高的准确性,已经成为其中重要的一种方法。许多学者已经采用机器学习方法建立预测模型,Andre等通过支持向量机方法预测具有不同几何参数机翼的升力、阻力和力矩^[13],Santos等通过人工神经网络用迎角、马赫数和翼型几何形状对翼型的气动系数进行预测^[14]。以往的预测模型大多采用回归预测、支持

向量机、人工神经网络等方法,但其在进行模型训练和预测时都难免存在一些问题。回归预测虽然操作简单,但其准确性较低,而支持向量机在大规模训练样本时难以实施。人工神经网络具有良好的预测准确性,但其在图形识别领域可操作性较差。本文在人工神经网络的基础上,通过设计适合翼型几何特征提取的卷积层优化神经网络,提出适合混合翼型前缘压力分布预测方法。

深度学习算法首先要使模型能够识别混合翼型的几何特征。卷积神经网络能够直接将图像作为输入,通过边缘检测卷积核函数对翼型轮廓进行检测^[15-16],垂直和水平卷积核函数能很好的检测翼型的几何特征^[17]。因此特别适合作图像特征提取。在做图像分析时,输入的是类似矩阵数据的灰度图像,因此我们可以采用这种方法搭建浅层的神经网络。

计算机在处理CFD计算时通过一系列的数学运算,将翼型参数输入计算机中计算,进而得到压力分布曲线。在深层神经网络中我们采用Identity函数、PReLU函数和其他激活函数,模仿这一映射过程。通过训练使得网络中的神经元参数具有相同的功能,即输入参数后得到压力分布曲线。

在深度学习中,目标值 Y 一般在低维度时才有较高的学习效率,因此应该对要预测的压力分布曲线 Y 进行优化,用较少参数去尽可能好的表示压力分布曲线。Fourier拟合可以拟合任意曲线^[18],且精度较高,因此通过对压力系数进行Fourier拟合,得到一组傅里叶系数,这样就建立了由图像与傅里叶系数构成的样本作为学习对象。

在输出层,要输出若干个傅里叶参数来还原压力分布曲线,这些拟合参数是相互关联的,因此可以采用多任务学习的方法同时学习这些参数。选择大量样本对神经网络进行训练,使其具有同时预测多个参数值的能力。

1.2 压力分布曲线参数化

混合翼型设计重点关注前缘的压力系数分布,取原尺寸翼型0.2倍弦长的上下表面压力系数进行学习。Matlab软件中的自带的工具箱可以对任意曲线进行拟合,图1为18个随机散点的Fourier拟合曲线图。

可以看出拟合效果很好。因此可以通过Fourier拟合的方法分别拟合翼型上下表面的压力分布曲线,得出Fourier系数,上表面压力分布曲线可记为

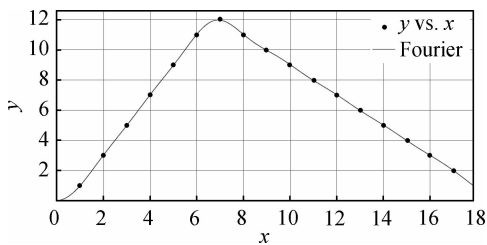


图 1 Fourier 拟合

Fig. 1 Fourier fitting

$$\mathbf{Y}_{upper} = [a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_8, b_8]^T \quad (1)$$

其中 $a_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_8, b_8$ 为拟合得到的 Fourier 系数。

1.3 多任务学习

多任务学习是一种推导迁移学习方法,涉及多个相关的任务同时并行学习,梯度同时反向传播,多个任务通过底层的共享表示来互相帮助学习,提升泛化效果。简单来说多任务学习把多个相关的任务放在一起学习,学习过程中通过 1 个在浅层的共享表示来互相分享、互相补充学习到的领域相关的信息,互相促进学习,提升泛化的效果^[19]。多任务学习的示意图如图 2 所示。

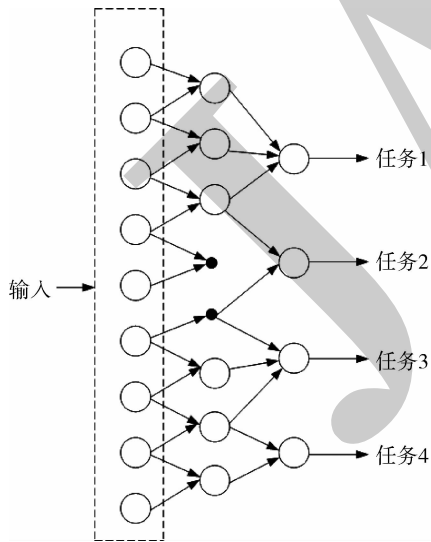


图 2 多任务学习

Fig. 2 Multitasking learning

本文中,可以运用多任务学习方法,同时训练标签 $\mathbf{Y}$ (压力分布曲线)中的多个傅里叶级数,加快深度学习的效率。

2 混合翼型前缘压力分布预测模型

2.1 翼型图像输入

本文以翼型图像作为输入数据,图 3 中随机

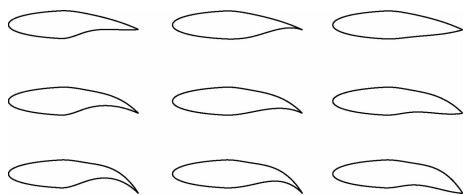


图 3 基于 NACA0012 混合翼型图

Fig. 3 Hybrid airfoil diagram based on NACA0012

给出了 9 个翼型图像。

原尺寸翼型的弦长定义为 $C=1\text{ m}$ 。本文用于仿真的翼型图像通过固定原尺寸翼型 $0.2C$ 的前缘和变弯度、变厚度的后缘生成,其弦长为 $0.5C$ 。选取的原尺寸基准翼型为 NACA0012,计算条件如下:迎角为 4° ,来流速度为 80 m/s ,雷诺数为 2.7×10^6 ,采用 CFD 求解器 FLUENT 进行计算。

2.2 预测模型结构设计

本文采取翼型图片作为输入层,前缘压力分布曲线作为输出,构建如图 4 所示的神经网络结构。在浅层网络的搭建中,我们采用鲁棒性更好的 sobel 核函数进行卷积处理^[20],同时并行设计多个卷积探测器,浅层神经网络主要捕获翼型的几何特征,第一层并行设计了 4 个几何特征感知器,通过卷积运算分别捕获图像的水平、竖直、 $\pm 45^\circ$ 线条。第二层网络在第一层捕获的初步几何特征基础上,在捕获翼型的厚度、相对位置、曲率、切线方向等复杂的几何特征。在卷积之后数据量很大,但是其中很多参数都包含重复的信息,因此在卷积层后,我们设计最大池化层,在不影响信息量的同时对信息进行压缩^[21]。接下来用 PReLU 函数作为深层的激活函数,原有 ReLU 函数在输入负数时网络时会直接归零,而改进后的 PReLU 函数,使得输出具有良好的鲁棒性^[22]。在输出

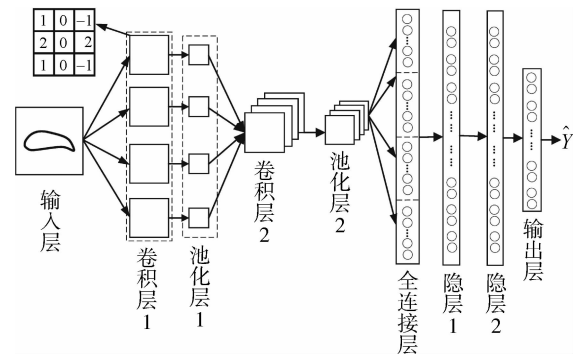


图 4 深度学习结构图

Fig. 4 Diagram of deep leaning structure

层,我们要输出 33 个参数去用傅里叶级数还原压力分布曲线,而一般的神经网络使用 softmax 函数在处理多参数输出时效果较差^[23]。因此,在输出层我们应该多任务学习,即同时学习傅里叶级数的各参数。

1) 输入层。输入层读取混合翼型的图像,图像的分辨率越高包含的信息越多,但是对于翼型而言主要是几何参数,因此选择适当的分辨率就可以充分表示其几何特征。本文采用的混合翼型图像为 128 像素×128 像素的灰度图片。

2) 卷积层 1。不同的 kernel 函数具有不同的识别优势,翼型的主要几何特征为样条曲线,因此可以采用多个探测器(卷积 kernel 函数),来探测图形的几何特征。本文采用 sobel 核函数作为探测器,对图形进行卷积运算,得到分辨率为 126 像素×126 像素的特征图。

3) 池化层 1。池化层可以减少图形的分辨率,但是过大的池化区域和步长都会导致信息丢失,同时不同的池化方式也会导致信息丢失。因此本文采取均值池化方法,池化大小为 2×2,池化步长为 1。

4) 卷积层 2。采用卷积核大小为 5×5,增大卷积函数的感受面积,步长为 2。

5) 池化层 2。仍然采取均值池化方法,池化大小为 2×2,池化步长为 2。

6) 全连接层。设置全连接层接受 4 个并行的数据。

7) 隐层 1 和隐层 2,设置含有神经元数量均为 1024 隐层 1 和隐层 2,用于映射关系拟合,其激活函数为 PReLU 函数,如图 5 所示。

激活函数 PReLU 的表达式为

$$y = \begin{cases} 0.1x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

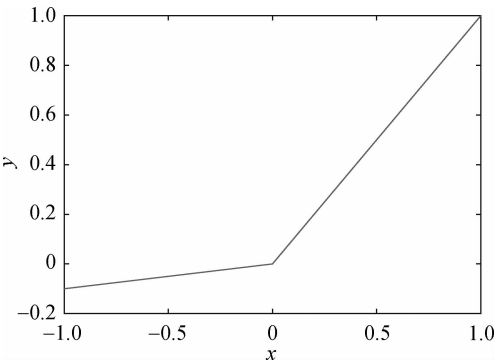


图 5 PReLU 激活函数

Fig. 5 PReLU activation function

8) 输出层。输出层采用多任务学习方法,以向量 $\hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{Y}}_{upper} \\ \hat{\mathbf{Y}}_{lower} \end{bmatrix}$ 作为输出得到傅里叶级数系数,进而绘制前缘处的压力分布曲线。其中 $\hat{\mathbf{Y}}$ 为预测压力分布曲线, $\hat{\mathbf{Y}}_{upper}$ 为翼型上表面预测压力分布曲线, $\hat{\mathbf{Y}}_{lower}$ 为翼型下表面预测压力分布曲线。

2.3 压力分布曲线参数化

混合翼型主要研究原尺寸翼型前缘 0.2 倍弦长的压力分布曲线,分别将上表面和下表面压力分布曲线用两个傅里叶级数进行拟合。对于上表面压力分布曲线,将其曲线上的数据点 $(x_1, y_1, x_2, y_2, \dots, x_n, y_n)$ 用傅里叶级数拟合。建立坐标系,可以得到其数学表达式为 $y_{upper}(x) = \frac{a_0}{2} +$

$\sum_{n=1}^8 (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$ 表示上表面压力分布曲线。同理,可用

$$\mathbf{Y}_{lower} = [a'_0, a_9, b_9, a_{10}, b_{10}, \dots, a_{16}, b_{16}]^T \quad (3)$$

表示翼型下表面压力分布曲线。

$$\mathbf{Y} = [a_0, a'_0, a_1, b_1, a_2, b_2, \dots, a_{16}, b_{16}]^T = [Y^{(1)}, \dots, Y^{(j)}, \dots, Y^{(34)}]^T \quad (4)$$

$$1 \leq j \leq 34$$

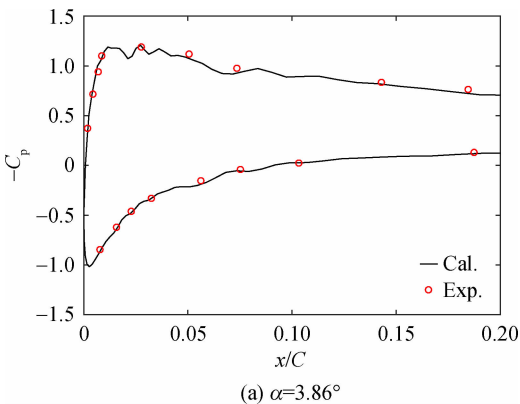
表示成机翼前缘处的压力分布曲线,作为深度学习的标签,其中 $Y^{(j)}$ 为 Fourier 系数对应的压力分布曲线标签。

3 模型训练与结果分析

3.1 标模验证

本文用标模 NACA0012 翼型进行多个状态下 CFD 计算并与实验值进行了对比^[24],取前 0.2C 的压力系数曲线进行对比,如图 6 所示。 α 为来流迎角。

结果表明,本文 CFD 计算结果与实验值拟合较好,说明了本文 CFD 计算方法的准确性。



(a) $\alpha=3.86^\circ$

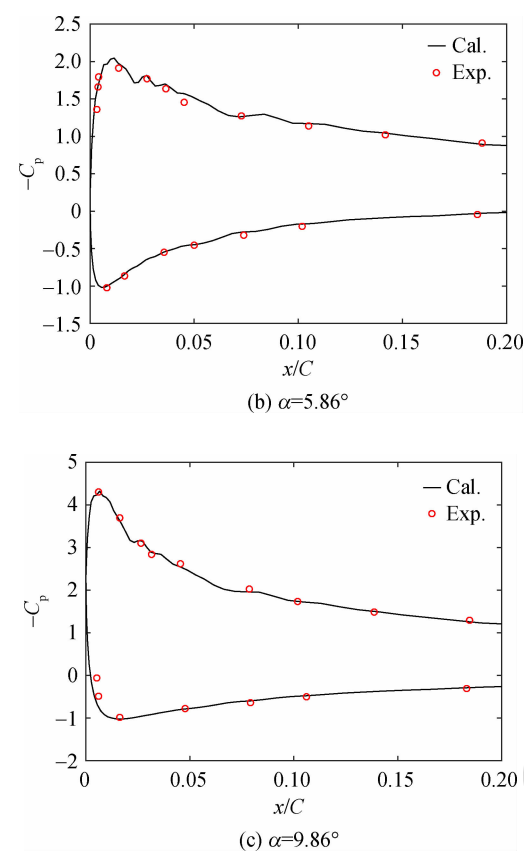


图 6 压力分布对比图($Ma=0.3$)

Fig. 6 Comparison of pressure distribution ($Ma=0.3$)

3.2 模型训练

定义 $(\mathbf{X}, \mathbf{Y})_i$ 为第*i*个样本数据,其中 $\mathbf{X}$ 为翼型图像, $\mathbf{Y}$ 为压力分布曲线。将总共 1000 个样本中 60%作为训练集,20%作为验证集,20%作为测试集。按照下面的流程图进行模型训练和预测,如图 7 所示。

本文用于建模和仿真的计算机配置为: Intel Core i5-8400 2.8 G/Hz CPU, 16 GB 内存、NVIDIA GeForce GTX 1060 3 GB 显卡,进行如下的训练参数。模型训练时间约为 8 min,通过训练好的模型进行单样本预测仅需 1.7 s。这相较于 CFD 计算时繁杂的建模、运算和数据处理过程,有明显的效率优势。

从图 8 可以看出,随着训练样本数量增加,预测值与标签值的均方误差呈现下降趋势,当样本量达到 200 时就已经趋于稳定。

在评估的时候采用代价函数

$$J = \frac{1}{34} \sum_{j=1}^{34} (\hat{Y}^{(j)} - Y^{(j)})^2 \tag{6}$$

作为评判依据,归一化后若 $J \leq 0.05$,则可以认为预测值能够正确预测标签值。通过对模型的训练,可以得到如图 9 所示的模型 ROC(receiver

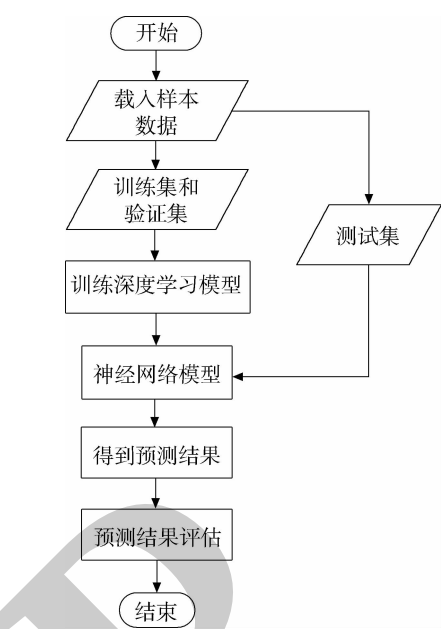


图 7 模型训练流程图

Fig. 7 Model training flow chart

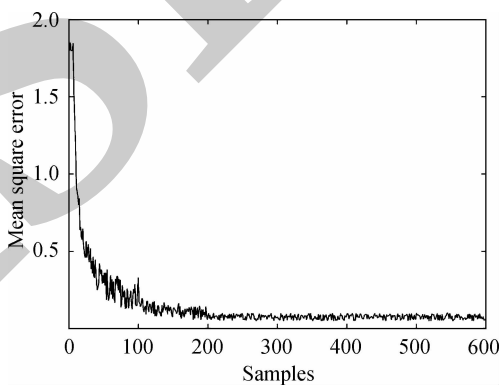


图 8 均方误差图

Fig. 8 Diagram of prediction error

operating characteristics) 曲线,横坐标为负正类率 FP rate(false positive rate),纵坐标为真正类率 TP rate(true positive rate),从图中我们可以看到模型能够很好的进行预测。

3.3 压力分布预测结果

如图 10 所示,以两个随机选取的翼型为例,先进行传统的 CFD 计算。

训练完成后,把这两个随机选取的测试翼型的图像作为训练好的深度学习网络的输入,预测压力分布曲线,如图 11 所示预测的压力分布曲线与样本中的压力分布曲线趋势完全一致,并且在各弦长处压力系数非常接近。上文的深度学习网络模型预测值与标签值的均方误差小于 5%,因此可以认为,基于人工智能的混合翼型前缘压力分布曲线预测模型能够与 CFD 计算出的压力分

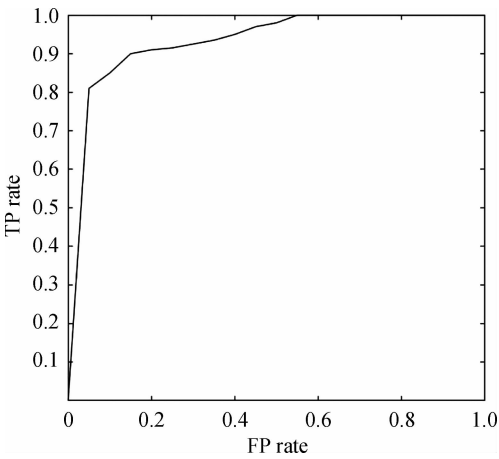


图 9 ROC 曲线
Fig.9 ROC curve

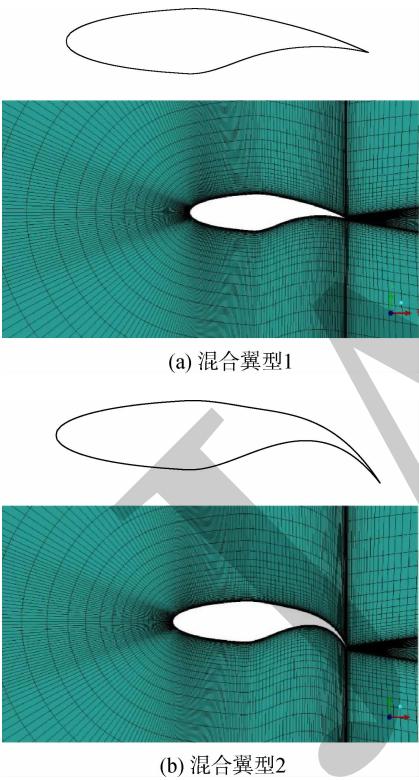


图 10 CFD 模型与网格图
Fig. 10 Diagram of CFD model and grid

布曲线具有一致性。深度学习模型能够方便快捷预测混合翼型的压力分布曲线。

本文使用 R-square(记为 R^2) 指标来衡量深度学习所预测的压力分布与 CFD 计算得到的压力分布之间的拟合度。

R^2 指标为回归平方和 SSR(sum of squared regression)与总平方和 SST(sum of squared total)的比值。一般认为 R^2 大于 0.98 即代表拟合度较好,经过计算,得到两个混合翼型的 R^2 值混合翼型 1 和混合翼型 2 的 R^2 值如表 1 所示。

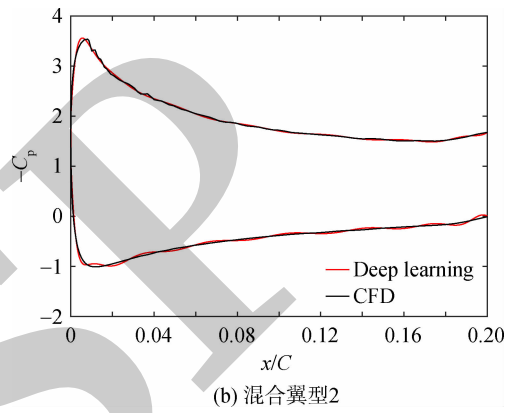
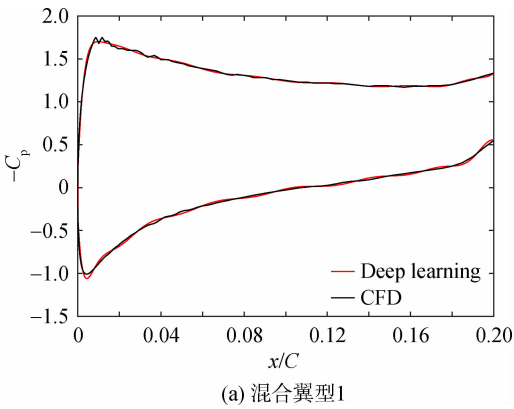


图 11 前缘压力分布曲线对比图
Fig. 11 Comparison of leading edge pressure distribution curves

表 1 R^2 值
Table 1 R^2 value

参数	混合翼型 1	混合翼型 2
R^2	0.9882	0.9903

如表 2 所示对于 1 个翼型,本文 CFD 计算设置收敛步为 500 步,配置为 Intel Core i5-8400 2.8G/Hz CPU,16G 内存的计算机需要计算 50 s,加上采用 PONTWISE 批处理划分网格所消耗的时间,总时间超过 50 s。而采用深度学习预测模型,计算时间为 1.7 s。在混合翼型的设计中,往往需要对大量的翼型进行迭代计算,以找到满足要求的翼型,因此相比 CFD 计算,基于深度学习的预测模型,能够大大提高混合翼型设计的效率。

表 2 计算时间对比
Table 2 Comparison of computation time

参数	CFD 计算方法	深度学习方法
CPU 时间/s	大于 50	1.7

4 结 论

本文提出了一种基于深度学习的结冰试验混合翼型的前缘压力分布预测模型,对比目前计算压力分布普遍使用的 CFD 数值模拟技术,本文提出的方法能够在满足计算精度的条件下对压力分布做出快速的预测。

1) 本文的参数化方法可以有效的对压力分布曲线进行参数化,用傅里叶级数对曲线进行拟合,将所得到的 Fourier 拟合系数构建神经网络,提高了计算效率。

2) 本文提出的基于深度学习技术的混合翼型前缘压力分布预测方法避免了传统 CFD 方法复杂费时的建模和计算,只需将翼型图像输入到神经网络,就可以预测出和 CFD 计算结果非常吻合的压力分布曲线。同时,该方法的计算时间与 CFD 计算相比有明显的优势,提高了计算效率。该方法可以应用于不同翼型在不同状态下混合翼型的设计,为混合翼型设计提供了新的方法。

参考文献:

- [1] 易贤,朱国林,王开春,等.翼型积冰的数值模拟[J].空气动力学学报,2002,20(4):428-433.
YI Xian,ZHU Guolin,WANG Kaichun,et al. Numerically simulating of ice accretion on airfoil[J]. Acta Aerodynamica Sinica,2002,20(4):428-433. (in Chinese)
- [2] 钟国华,孙晓峰.基于浸入式边界方法的二维结冰机翼的数值模拟[J].航空动力学报,2009,24(8):1752-1758.
ZHONG Guohua,SUN Xiaofeng. Numerically simulation of two dimension iced airfoil using immersed boundary-method[J]. Journal of Aerospace Power,2009,24(8):1752-1758. (in Chinese)
- [3] 张大林,陈维建.飞机机翼表面霜状冰结冰过程的数值模拟[J].航空动力学报,2004,19(1):137-141.
ZHANG Dalin,CHEN Weijian. Numerically simulation of rime ice accretion process on airfoil[J]. Journal of Aerospace Power,2004,19(1):137-141. (in Chinese)
- [4] CEBECI T,KAFYEKE F. Aircraft icing[J]. Annual Review of Fluid Mechanics,2003,35:11-21.
- [5] KOOMULLIL R P,THOMPSON D S,SONI B K. Iced airfoil simulation using generalized grids[J]. Applied Numerical Mathematics,2003,46(3/4):319-330.
- [6] PAN J,LOTH E. Reynolds-averaged Navier-Stokes simulations of airfoils and wings with ice shapes[J]. Journal of Aircraft,2004,41(4):879-891.
- [7] 陈海,钱炜祺,何磊.基于深度学习的翼型气动系数预测[J].空气动力学学报,2018,36(2):294-299.
CHEN Hai,QIAN Weiqi,HE Lei. Aerodynamic coefficient prediction of airfoils based on deep learning[J]. Acta Aerodynamica Sinica,2018,36(2):294-299. (in Chinese)
- [8] SAEED F,SELIG M S,BRAGG M B. Design of subscale airfoils with full-scale leading edges for ice accretion testing[J]. Journal of Aircraft,1997,34(1):94-100.
- [9] SAEED F,SELIG M S,BRAGG M B. Hybrid airfoil design method to simulate full-scale ice accretion throughout a given a range[J]. Journal of Aircraft,1998,35(2):233-239.
- [10] SAEED F,SELIG M S,BRAGG M B. Hybrid airfoil design procedure validation for full-scale ice accretion simulation[J]. Journal of Aircraft,1999,36(5):769-776.
- [11] SAEED F. Hybrid airfoil design methods for full-scale ice accretion simulation[D]. Champaign-Urbana, US: University of Illinois at Urbana-Champaign,1999.
- [12] HE K,ZHANG X,REN S,et al. Deep residual learning for image recognition[C]//2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). Las Vegas, US:IEEE Computer Society,2016:770-778.
- [13] ANDRES E,SALCEDO-SANZ S,MONGE F,et al. Efficient aerodynamic design through evolutionary programming and support vector regression algorithms[J]. Expert Systems with Applications,2012,39(12):10700-10708.
- [14] SANTOS M C,MATTOS B S,GIRARDI R M. Aerodynamic coefficient Prediction of airfoils using neural networks[R]. AIAA 2008-887,2008.
- [15] YOSINSKI J,CLUNE J,BENGIO Y,et al. How transferable are features in deep neural networks[C]//Advances in Neural Information Processing Systems 27 (NIPS 2014). Montreal,Canada:NIPS Foundation,2014:3320-3328.
- [16] 许可.卷积神经网络在图像识别上的应用的研究[D].杭州:浙江大学,2012.
XU Ke. Study of convolutional Neural Network Applied on Image Recognition[D]. Hangzhou: Zhejiang University,2012. (in Chinese)
- [17] 尹宝才,王文通,王立春.深度学习研究综述[J].北京工业大学学报,2015,41(1):48-59.
YIN Baocai,WANG Wentong,WANG Lichun. Review of deep learning[J]. Journal of Beijing University Of Technology,2015,41(1):48-59. (in Chinese)
- [18] 欧阳洁,聂玉峰,车刚明,等.数值分析[M].北京:高等教育出版社,2009.
- [19] 浦剑.多任务学习算法研究[D].上海:复旦大学,2013.
PU Jian. Research on multitasking learning algorithm[D]. Shanghai:Fudan University,2013. (in Chinese)
- [20] 袁春兰,熊宗龙,周雪花,等.基于 Sobel 算子的图像边缘检测研究[J].激光与红外,2009,39(1):85-87.
YUAN Chunlan,XIONG Zonglong,ZHOU Xuehua,et al. Study of infrared image edge detection based on sobel operator[J]. Laser and Infrared,2009,39(1):85-87. (in Chinese)
- [21] 李阳,张亚非,徐玉龙,等.基于深度特征与非线性降维的图像数据集可视化方法[J].计算机应用研究,2017,34(2):621-625.

LI Yang,ZHANG Yafei,XU Yulong,et al. Image dataset visualization method based on deep features and nonlinear dimension reduction[J]. Computer Applications and Research,2017,34(2):621-625. (in Chinese)

[22] 邵丽鹏,郑辉. 基于 PReLU-Softplus 非线性激励函数的卷积神经网络[J]. 沈阳工业大学学报,2018,40(1):54-59.

GAO Lipeng,ZHENG Hui. Convolution neural network based on PReLU-Softplus nonlinear excitation function [J]. Journal of Shenyang University of Technology,2018,40(1):54-59. (in Chinese)

[23] BASALYGA G,SALINAS E. When response variability increases neural network robustness to synaptic noise[J]. Neural Computation,2014,18(6):1349-1379.

[24] HARRIS C. Two-dimensional aerodynamic characteristics of the NACA0012 airfoil in the Langley 8-foot transonic pressure tunnel[R]. NASA TM-81927,1981.

(编辑:李岩梅、张 雪)