

航空发动机涡轮特性转换方法

陈贞来, 苏三买, 李 荣
(西北工业大学 动力与能源学院, 西安 710072)

摘 要: 针对以落压比为横坐标, 流量与效率为纵坐标, 并按不同等转速线区分所表示的涡轮特性在涡轮处于临界状态时换算流量几乎保持不变, 使得在航空发动机数学模型中应用该形式涡轮特性通过插值求解共同工作点时存在计算效率降低的不足, 根据相似理论及等熵条件下涡轮膨胀功与落压比对应关系, 推导了涡轮落压比、涡轮效率与涡轮当量功的关系, 并结合抛物线插值方法给出了向以转速为横坐标, 涡轮当量功与效率为纵坐标, 并按不同等流量线区分所表示的涡轮特性转换方法。实例转换计算表明: 采用所提出的转换计算方法, 可有效解决以往涡轮特性插值流量基本不变的局限, 并且两种格式的涡轮特性转换相对误差小于 0.65%, 满足工程要求。

关 键 词: 燃气涡轮发动机; 涡轮特性; 相似转换方法; 坐标变换; 抛物线插值

中图分类号: V233.7 **文献标志码:** A

Turbine characteristics conversion method of aeroengine

CHEN Zhenlai, SU Sanmai, LI Rong
(School of Power and Energy,
Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: For the turbine characteristics expressed by taking the nozzle pressure ratio as the abscissa, the corrected mass flow and efficiency as the ordinate, and differentiated by different equal rotation speed lines, when the turbine works at critical state, the corrected mass flow of this form of turbine characteristics almost remain unchanged, and had the disadvantage of reducing computational efficiency in solving common working point when it was used in aeroengine mathematical model by interpolation of turbine characteristics. According to similarity theory and the corresponding relationship between turbine expansion work and nozzle pressure ratio under isentropic conditions, the calculation formula between turbine nozzle pressure ratio, turbine efficiency and turbine equivalent work was derived; combined with the parabolic interpolation method, a method for transforming turbine characteristics expressed in the above form was presented, the converted turbine characteristics were expressed by the equal rotation speed as the abscissa, the turbine equivalent work and efficiency as the ordinate, and differentiated by different equal corrected mass flow lines. The conversion calculation shows that with the proposed conversion calculation method, the relative error is less than 0.65% between two forms of turbine characteristics, which meets the engineering requirements, and can effectively avoid the disadvantage of previous turbine characteristics.

收稿日期: 2019-07-02
作者简介: 陈贞来(1993—), 男, 硕士生, 主要从事航空发动机建模研究。

引用格式: 陈贞来, 苏三买, 李荣. 航空发动机涡轮特性转换方法[J]. 航空动力学报, 2020, 35(3): 651-657. CHEN Zhenlai, SU Sanmai, LI Rong. Turbine characteristics conversion method of aeroengine[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(3): 651-657.

Key words: gas turbine engine; turbine characteristics; similarity conversion method; coordinate transformation; parabolic interpolation

涡轮是航空燃气涡轮发动机的一个主要部件,其功能是把高温高压燃气的气动能转化为驱动发动机转子旋转的机械能,其中反映涡轮转速、涡轮功、流量、效率等参数之间函数关系的涡轮特性是航空燃气涡轮发动机数学模型建模的基础^[1-2]。涡轮特性的质量及形式直接影响基于发动机数学模型的发动机设计、性能评估、控制律设计、故障诊断与健康监控质量^[3-4]。

实际工程中,涡轮特性通过实验或气动计算获取,通常是以落压比为横坐标,流量与效率为纵坐标,并按不同等转速线区分的一族曲线表示^[5-7]。根据涡轮工作原理可知,随着落压比增加,涡轮喷嘴环将处于临界工作状态,上述形式表示的涡轮特性中,流量随着落压比的增大而基本保持不变^[5-7]。

基于部件特性建立燃气涡轮发动机数学模型,通常采用共同工作原理按迭代方法求解,其中对于涡轮部件,是在发动机工作点附近选取一组落压比和流量作为独立变量初值,然后在涡轮特性图上通过二元线性插值计算对应的涡轮转速和效率用于模型计算。当涡轮工作状态发生较大变化时,由于上述涡轮特性曲线流量基本不变的特点,使的整个迭代过程对涡轮参数变化不敏感,模型计算效率变差,甚至出现迭代失败,从而引起发动机数学模型计算不收敛^[8-11]。

为了克服上述不足,许多文献在航空发动机基于部件法建模时,在不改变涡轮特性本身的前提下对涡轮特性曲线做适当的处理,如文献[12-15]采用辅助 β 线方法,即在上述涡轮特性曲线上,引入并构造一族 β 线与涡轮特性线的每一条等转速线相交,每条 β 线有唯一对应的 β 值,且按 β 线的总条数在 $0\sim 1$ 之间进行等距赋值。由此,涡轮的流量、落压比和效率可表示为转速和 β 的函数,当建模时独立变量选择改为转速和 β 时,可确定出唯一的插值节点流量,能有效解决涡轮特性中流量基本保持不变而不利于插值求解的问题。然而该方法只是引入计算辅助 β 线,而涡轮特性形式没有改变,涡轮特性曲线中流量基本保持不变的事实依然存在,插值过程中因流量基本不变而导致插值不敏感的问题依然没能很好的解决。美国国家航空航天局(NASA)刘易斯研究中心开发的发动机数学模型 DYNGEN 和

DIGTEM^[16-17]及国内童凯生^[18]在航空发动机建模及性能数值仿真模型程序设计中,所采用的发动机涡轮特性与上述表示方法不同,其特点是以转速为横坐标,涡轮功和效率为纵坐标,并按不同等流量线区分的一族曲线表示,涡轮特性的该种表示方法使得每条等流量线在各个转速下相互区分开来,可有效避免当涡轮处于临界状态时,涡轮特性图上流量基本保持不变使得模型插值求解失败问题。但包括上述文献的现有文献中,只给出模型中所采用涡轮特性形式及数据本身,并没有给出这种涡轮特性是如何获取,或如何通过前述特性转换而来。

综上,本文根据相似原理,在不改变涡轮特性实质的情况下,分析研究以落压比为横坐标,流量与效率为纵坐标,并按不同等转速线区分的一族曲线表示的涡轮特性(以下简称涡轮的原始特性)向上述以转速为横坐标,涡轮功和效率为纵坐标,并按不同等流量线区分的一族曲线表示的涡轮特性(以下简称涡轮的变换特性)转换的计算机理,并针对具体转换计算实现过程中的难点提出采用抛物线插值处理的转换方法,最后对转换结果进行仿真验证。

1 涡轮特性形式及其特点

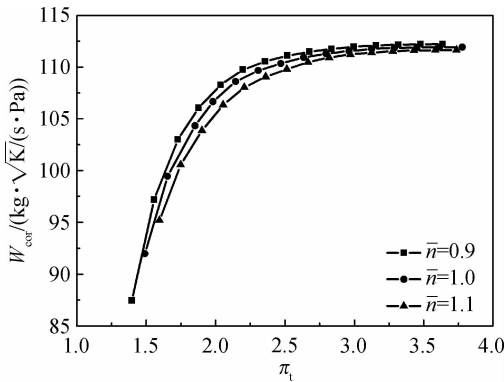
为了探究涡轮特性上述两种不同描述形式之间的关系,并作为后续转换计算的依据,有必要对涡轮特性及其工作特点作进一步说明。实际工程中通过实验或气动计算方法获取的涡轮特性数据为物理参数,根据涡轮工作原理,受外界环境条件影响,不同涡轮进口温度与进口压力条件下所得到的涡轮特性是不同的,也即所获得的涡轮特性不具备通用性。为了提供一种能反映外界条件变化的通用特性,工程上通常采用按相似参数表示的涡轮换算转速、当量涡轮功、换算流量,效率之间的函数关系来形成通用的涡轮特性,具体理论为:燃气在涡轮中流动相似时,分别满足几何相似、运动相似及动力相似,几何相似由尺寸比例决定,运动相似由速度三角形保证,因此只要保证动力相似,涡轮工作则相似。动力相似,核心是马赫数相等,也即周向马赫数 Ma_u 和轴向马赫数 Ma_a 对应相等。 Ma_u 对应于转速相似参数 $n/\sqrt{T_i^*}$, Ma_a 对应于流量相似参数 $m_g\sqrt{T_i^*}/p_i^*$,并且当渦

轮中的流动状态相似时,反映涡轮工作状态的落压比 π_t 和效率 η_t 等无因次参数也分别相等。由此可得到按式(1)描述的涡轮特性。

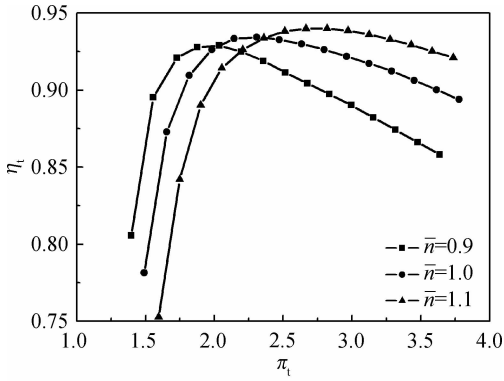
$$\begin{cases} m_g \sqrt{T_4^*}/p_4^* = f_1(n/\sqrt{T_4^*}, \pi_t) \\ \eta_t = f_2(n/\sqrt{T_4^*}, \pi_t) \end{cases} \quad (1)$$

式中 n 为涡轮的物理转速, m_g 为涡轮的物理流量, T_4^* 为涡轮前燃气总温, p_4^* 为涡轮前燃气总压, f_1 、 f_2 表示涡轮效率 η_t 与流量相似参数 $m_g \sqrt{T_4^*}/p_4^*$ 是涡轮转速相似参数 $n/\sqrt{T_4^*}$ 与落压比 π_t 的函数。

式(1)描述的涡轮特性,是以落压比为横坐标,流量与效率为纵坐标,并按不同等转速线区分的一族曲线,即前述的涡轮原始特性,其典型的特性(W_{cor})曲线如图 1 所示,图中 $\bar{n}$ 为涡轮相对换算转速,即涡轮工作点换算转速与设计状态换算转速的比值,是一个无量纲参数。



(a) 落压比-流量特性



(b) 落压比-效率特性

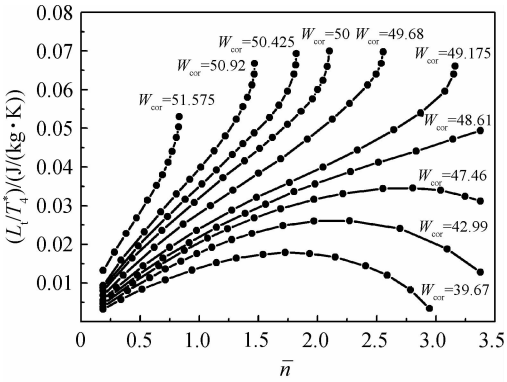
图 1 典型的涡轮原始特性(部分)

Fig.1 Typical original characteristics of turbine (partial)

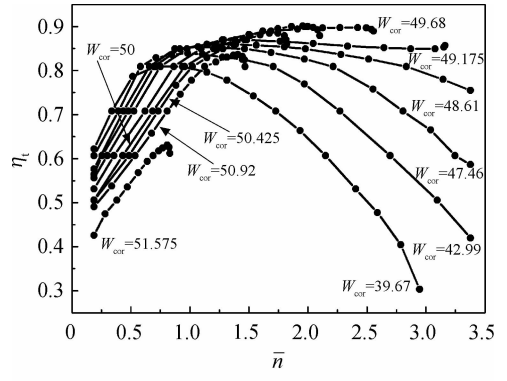
发动机在全程大范围工作时,相应的涡轮工作状态变化较大,当处于大转速工作范围时,根据涡轮工作原理,涡轮通常处于临界或超临界状态,涡轮喷嘴环喉部流动呈阻塞状态,再增大落压比

(比如降低出口反压),流量相似参数基本保持不变,此时式(1)所表示的涡轮特性虽然仍符合相似原理,但已经不能良好反映涡轮工作状态的变化,正如图 1 特性曲线所示,在发动机部件法建模采用该类型涡轮特性进行插值时,当涡轮工作状态变化,会存在因流量不变而导致整个迭代过程对涡轮参数变化不敏感,甚至出现迭代失败引起发动机数学模型计算不收敛的不足。

文献[15-17]中采用的涡轮特性,即前述的涡轮变换特性,其典型的特性(W_{cor})曲线如图 2 所示,特征是以相对换算转速 $\bar{n}$ 为横坐标,当量涡轮功 L_t/T_4^* 和效率 η_t 为纵坐标,并按不同等换算流量线区分的一族曲线。



(a) 转速-涡轮功特性



(b) 转速-效率特性

图 2 典型的涡轮变换特性

Fig.2 Typical transformation characteristics of turbine

相比较图 1 涡轮原始特性,图 2 涡轮变换特性是将当量涡轮功和涡轮效率转换为涡轮转速相似参数和流量相似参数的函数,并且将等转速线转换为等流量线的形式,类比式(1),图 2 所示涡轮变换特性的函数表达式可以用式(2)进行描述。

$$\begin{cases} L_t/T_4^* = f_3(n/\sqrt{T_4^*}, m_g \sqrt{T_4^*}/p_4^*) \\ \eta_t = f_4(n/\sqrt{T_4^*}, m_g \sqrt{T_4^*}/p_4^*) \end{cases} \quad (2)$$

式中 f_3 、 f_4 表示当量涡轮功 L_t/T_4^* 与效率 η_t 是涡轮转速相似参数 $n/\sqrt{T_4^*}$ 与流量相似参数 $m_g\sqrt{T_4^*}/p_t^*$ 的函数。

图 2 所示的涡轮变换特性, 每条等流量线在各个转速下相互区分开来, 有效避免了当涡轮处于临界状态时, 涡轮特性图上换算流量基本保持不变使得模型插值求解失败的问题, 但如何通过涡轮原始特性(式(1))推导得到式(2)涡轮变换特性, 包括前述文献的现有文献中, 还未见相关转换的理论说明及具体转换实现方法。

2 涡轮特性转换方法及具体实现

2.1 涡轮特性转换的计算方法

由涡轮特性形式及其特点可知, 上述两种形式的涡轮特性区别在于: 式(1)表示的涡轮特性反映了在等转速下涡轮落压比、流量、效率间的关系, 而式(2)则反映了在等流量下涡轮功、转速、效率间的关系。两种涡轮特性间转换计算方法如下。

涡轮等熵膨胀状态下的膨胀功为^[5-6,19]

$$L_{ad,t} = \frac{\kappa}{\kappa - 1}RT_4^* \left[1 - \frac{1}{\pi_t^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}} \right] \tag{3}$$

由涡轮效率定义, 得到涡轮的实际功为

$$L_t = L_{ad,t} \cdot \eta_t \tag{4}$$

式(3)与式(4)中, 落压比 π_t 、效率 η_t 是相似参数, 等熵指数 κ 和气体常数 R 为常数, 因此将式(3)代入式(4)中并推导得涡轮功相似参数为

$$\frac{L_t}{T_4^*} = \frac{\kappa}{\kappa - 1}R \left[1 - \frac{1}{\pi_t^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}} \right] \eta_t \tag{5}$$

由此可得到涡轮落压比和涡轮功相似参数(涡轮功)之间的对应关系。根据式(5)转换关系, 以图 1 涡轮原始特性中转速 $\bar{n}$ 为 0.9 的等转速线为例(如图 3), 对如何从涡轮原始特性(式(1))转换得到式(2)涡轮变换特性进行说明。

图 3 中等转速线上实点为涡轮原始特性通过实验或气动计算得到的数据点, 每一点对应当前转速下的落压比、流量、效率已知。以图 3 中等转速线上点 A 为例, 由该点已知的落压比 π_t 、效率 η_t , 即可根据式(5)计算对应的涡轮功 $\frac{L_t}{T_4^*}$ 为 135.32 J/(kg · K)。由等转速线的转速为横坐标, 以上述计算的涡轮功和已知的效率分别为纵坐标, 即可得到如图 4 以上述 A 点流量为等流量线流量的涡轮变换特性上点 A', 由此实现了两种特性转换。

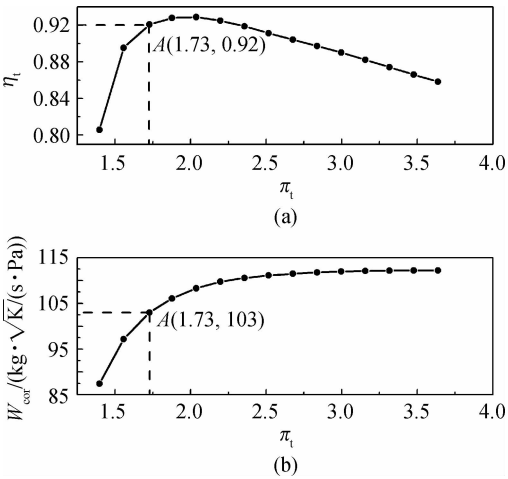


图 3 涡轮原始特性等转速线 ($\bar{n}=0.9$)
Fig. 3 Equal speed line of turbine original characteristics ($\bar{n}=0.9$)

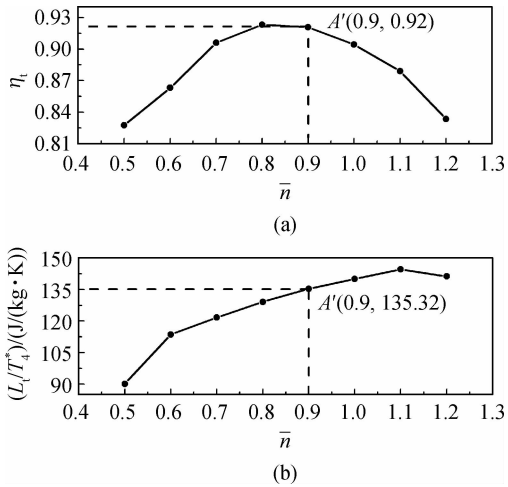


图 4 涡轮变换特性等流量线
($W_{cor}=103\text{ kg}\cdot\sqrt{\text{K}}/(\text{s}\cdot\text{Pa})$)

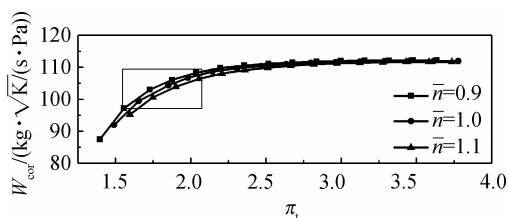
Fig. 4 Equal flow line of turbine transformation characteristics ($W_{cor}=103\text{ kg}\cdot\sqrt{\text{K}}/(\text{s}\cdot\text{Pa})$)

2.2 涡轮特性转换的实现

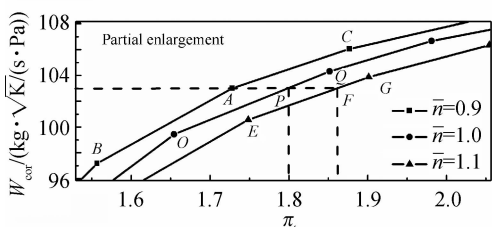
根据文中第 2.1 节的转换方法, 虽然实现了两种特性线上点对点转换, 然而要转换形成一条类似图 4 等流量线, 在具体实现时又面临数据不协调问题。仍以图 3 为例, 采用上述方法可将图 3 等转速线上的 A 点, 转换为图 4 等流量线的 A' 点, 当取图 3 曲线上的另外任意一点, 其对应的流量与 A 点流量不同, 根据上述转换原理, 因此将无法转换到图 4 同一条等流量线上。

为了得到类似图 4 等流量特性线, 可行的方法是以“等流量”为准则在图 1 涡轮原始特性上取点进行转换。以图 1 涡轮原始特性中转速 $\bar{n}$ 为

0.9、1.0、1.1 三条等转速线为例,其落压比-流量特性如图 5(a)所示,对方框部分局部放大如图 5(b)所示。仍采用上述转换中所取 $\bar{n}=0.9$ 线上 A 点为“等流量”的基准点,过 A 点做横坐标的平行线,与 $\bar{n}=1.0$ 、 $\bar{n}=1.1$ 两条线交点分别为点 P、S。通常通过实验获取涡轮特性时,并不刻意取不同转速状态使得测取点流量相等,因此上述按“等流量”在特性曲线上截取的 P、S 点并不完全是特性曲线上的原始数据点,其对应落压比与效率未知,因此无法通过式(5)转换为类似图 4 的涡轮变换特性。



(a) 落压比-流量特性



(b) 落压比-流量特性局部放大图

图 5 涡轮原始特性局部放大图 ($\bar{n}=0.9, 1.0, 1.1$)

Fig. 5 Partial enlargement drawing of turbine original characteristics ($\bar{n}=0.9, 1.0, 1.1$)

在图 5 中,虽然 P、S 点对应的落压比与效率未知,但同一条等转速线上相邻点 O、Q 和 E、G 是特性曲线上的原始数据点,其对应的参数已知。为了求取 P、S 对应的落压比与效率,以其相邻点为参考,本文采用抛物线插值^[20]方法进行求解,具体解法如下:

给定 n 个插值结点 $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ 及对应的函数值 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 。为了计算指定插值点 t_m ($m < n$, 其中 $x_1 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_m \leq x_n$) 处的函数近似值,选取最靠近插值点 t_m 的 3 个结点。如果 $x_k < t_m < x_{k+1}$, 则当 $|x_k - t_m| > |t_m - x_{k+1}|$ 时,取 3 个结点为 x_k, x_{k+1}, x_{k+2} ; 而当 $|x_k - t_m| < |t_m - x_{k+1}|$ 时,取 3 个结点为 x_{k-1}, x_k, x_{k+1} 。然后用如式(6)抛物线插值公式计算 t_m 点的函数近似值,即

$$y = \sum_{i=m}^{m+2} y_i \prod_{\substack{j=m \\ j \neq i}}^{m+2} [(t_m - x_j) / (x_i - x_j)] \quad (6)$$

其中当 $|x_k - t_m| > |t_m - x_{k+1}|$ 时, $m = k$; 当 $|x_k - t_m| < |t_m - x_{k+1}|$ 时, $m = k - 1$ 。当插值点 t_m 位于包含 n 个结点的区间外时,则取区间某端的 2 个结点进行外延插值。在插值过程中,当出现流量近乎不变时,人为引入一个微小修正量 δ 来使插值可以顺利进行。

通过上述计算方法获得 P、S 点对应落压比与效率,进而通过式(5)可计算获得对应的涡轮功,并按图 4 所示横纵坐标进行曲线绘制,从而实现特性曲线转换。

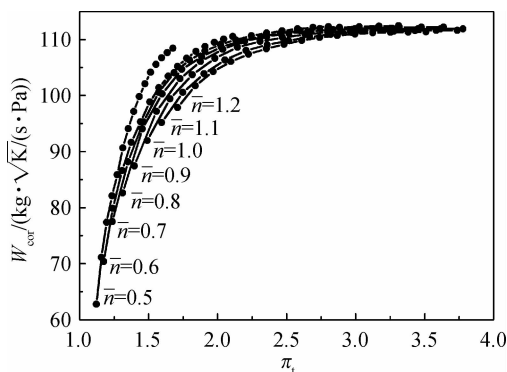
对于一个完整的涡轮特性,其特性转换过程是上述方法的扩展,具体可以概括为:首先根据需要确定出涡轮变换特性中等流量线条数及每条流量线上的流量值;然后在涡轮原始特性中找出这些流量下的每条等转速线上对应的涡轮落压比和效率,并由式(5)计算得到涡轮功;最后以转速为横坐标,相同流量下的涡轮功和效率分别为纵坐标,转换得到按不同等流量线区分的一族曲线表示的涡轮特性,即获得涡轮的变换特性。

3 算例及结果分析

采用上述转换计算方法进行涡轮特性转换,其中图 6 为某发动机完整的涡轮原始特性,图 7 为转换后得到的涡轮变换特性。

对比图 6 与图 7,可以看出,转换后获得的涡轮特性可有效解决发动机建模时涡轮特性插值流量基本不变的不足。

为验证所采用转换方法及转换后获得的涡轮变换特性的正确性,用图 6 原始特性 $\bar{n}=0.6$ 和 $\bar{n}=0.7$ 两条等转速线原始数据点进行验证。特性线上各个点对应的流量、落压比、转速、效率已知,根据式(5),可计算获得对应点的涡轮功,以各点对应流量为横坐标,计算获得的涡轮功和效率为纵坐标,绘制曲线如图 8 标记黑色部分所示。



(a) 落压比-流量特性

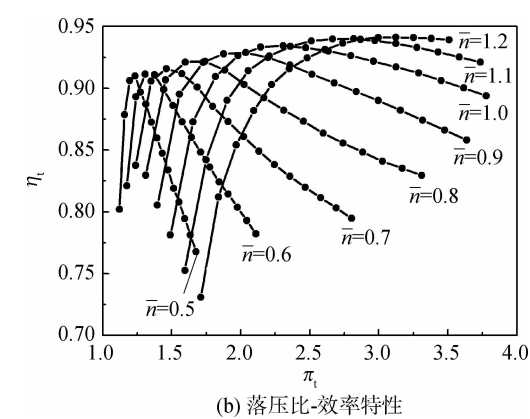


图 6 某发动机完整的涡轮原始特性
Fig. 6 Complete turbine original characteristics of an aero-engine

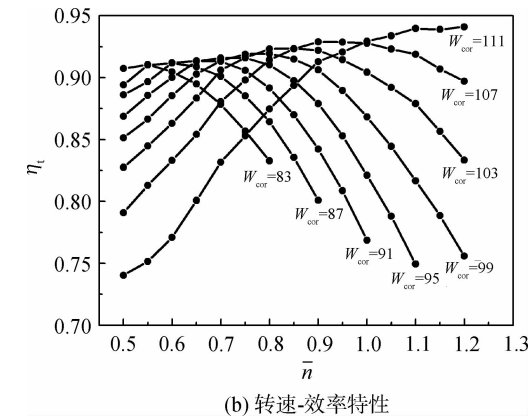
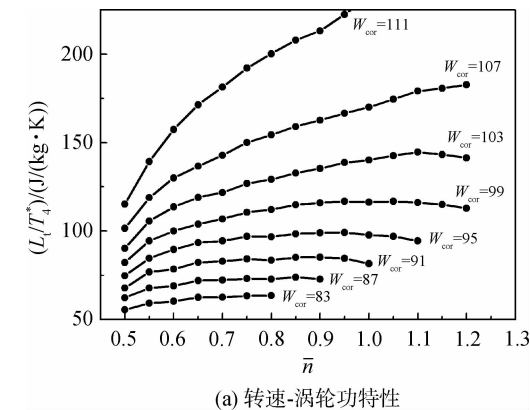


图 7 转换获得的某发动机完整涡轮变换特性
Fig. 7 Complete turbine transformation characteristics of an aero-engine obtained by conversion

取图 7 变换特性中横坐标 $\bar{n}=0.6, 0.7$ 时对应各等流量线上的点,以各点“等流量”的流量为横坐标,对应点的涡轮功和效率为纵坐标,绘制曲线如图 8 标记红色部分所示。

图 8 中黑色部分曲线的点是涡轮原始特性转换计算得到的,满足一对一关系,没有插值,因此是原始特性的准确变换。图 8 中红色部分曲线的

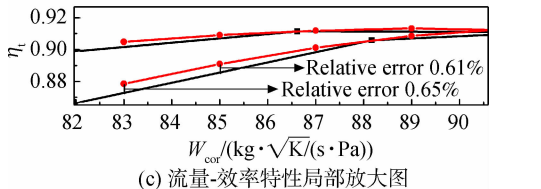
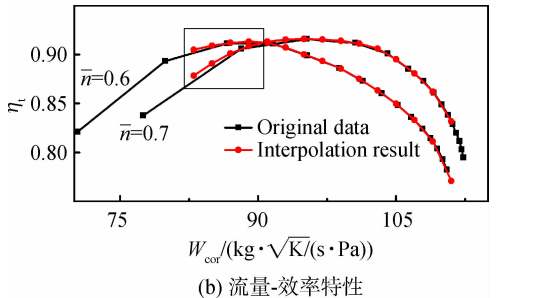
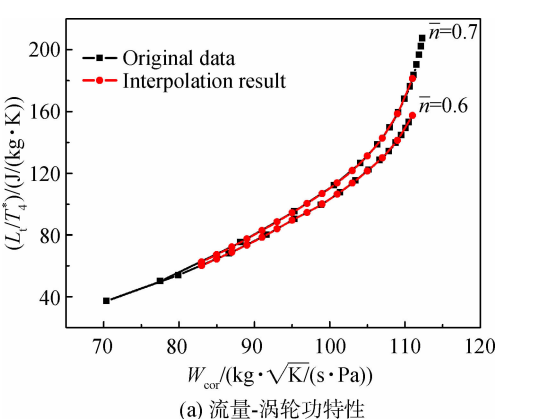


图 8 转换结果与原始数据对比分析
Fig. 8 Comparison of conversion results with original data

点是涡轮原始特性经过前述转换方法并经插值处理后得到点变换而来的。

从图 8 曲线对比可以看出,由图 6 涡轮原始特性和图 7 涡轮变换特性共同转换为以流量为横坐标,涡轮功和效率为纵坐标表示的涡轮特性近乎重合,其中在原始数据中流量较小的特性起始段,由于原始数据点数较少,存在一定的转换处理误差。由图 8(b)流量-效率特性,从局部放大图对比计算可知,涡轮特性转换的相对误差不超过 0.65%,表明本文所推导并提出的涡轮特性转换方法及转换后获得的涡轮特性是正确的,可满足工程要求。

4 结 论

针对以落压比为横坐标,流量与效率为纵坐标,并按不同等转速线区分所表示的涡轮原始特性在涡轮处于临界状态时流量基本保持不变而使得通过特性插值方法确定共同工作点的发动机模型计算可能不收敛的不足,开展了涡轮特性形式

转换方法研究,结论如下:

1) 以转速为横坐标,涡轮当量功与效率为纵坐标,并按不同等流量线区分所表示的涡轮变换特性,虽然与涡轮原始特性描述形式不同,但两者本质是一样的,且能有效克服涡轮原始特性曲线流量基本不变的不足。通过对涡轮原始特性进行转换,可获得涡轮变换特性,核心转换机理是根据相似原理及等熵条件下涡轮膨胀功与落压比对应关系,获得涡轮落压比、涡轮效率与涡轮当量功的关系。

2) 基于“等流量”原则对涡轮原始特性等转速线进行截取,可实现整个涡轮特性的转换,其中针对非原始数据点,可通过抛物线插值获取较高的转换精度,其转换的相对误差不超过 0.65%,可满足工程要求。

参考文献:

[1] 王波,唐海龙,仲如浩,等.可视化航空发动机性能 仿真模型[J].航空动力学报,2009,24(3):602-607.
WANG Bo,TANG Hailong,ZHONG Ruhao,et al. Visual simulation model of aeroengine performance[J]. Journal of Aerospace Power,2009,24(3):602-607. (in Chinese)

[2] 胡伟波,程邦勤,陈志敏,等.面向对象的通用航空发动机建模技术研究[J].航空动力学报,2015,30(10):2539-2545.
HU Weibo,CHENG Bangqin,CHEN Zhimin,et al. Research on object-oriented general aeroengine modeling technology[J]. Journal of Aerospace Power,2015,30(10):2539-2545. (in Chinese)

[3] 胡宇,张世英,罗雷,等.基于自适应容积卡尔曼滤波方法的涡扇发动机气路部件故障诊断[J].航空动力学报,2016,31(5):243-250.
HU Yu,ZHANG Shiyong,LUO Lei,et al. Fault diagnosis of pneumatic components of turbofan engine based on adaptive volumetric Kalman filter method[J]. Journal of Aerospace Power,2016,31(5):243-250. (in Chinese)

[4] 贾惟,赵福佳,王伟.基于数学模型的航空发动机控制系统安全性评估方法[J].科学技术与工程,2018,18(31):91-98.
JIA Wei,ZHAO Fujia,WANG Wei. Safety evaluation method of aeroengine control system based on mathematical model[J]. Science and Technology and Engineering,2018,18(31):91-98. (in Chinese)

[5] 廉筱纯,吴虎.航空发动机原理[M].西安:西北工业大学出版社,2005.

[6] 楚武利,刘前智,胡春波.航空叶片机原理[M].西安:西北工业大学出版社,2009.

[7] 《航空发动机设计手册》总编委会.航空发动机设计手册:第 10 册 涡轮[M].北京:航空工业出版社,2001.

[8] 陈玉春,徐思远,杨云铠,等.改善航空发动机特性计算收敛性的方法[J].航空动力学报,2008,23(12):2242-2248.

CHEN Yuchun,XU Siyuan,YANG Yunkai,et al. A method for improving the convergence of aeroengine characterization[J]. Journal of Aerospace Power,2008,23(12):2242-2248. (in Chinese)

[9] 陈玉春,徐思远,屠秋野,等.求解航空发动机非线性方程组的变步长牛顿法[J].航空计算技术,2009,39(1):39-41.
CHEN Yuchun,XU Siyuan,TU Qiuye,et al. Variable step size newton method for solving nonlinear equations of aeroengine[J]. Aviation Computing Technology,2009,39(1):39-41. (in Chinese)

[10] 黄旭,王占学,张晓博.基于 Broyden 改进算法的航空发动机性能模拟研究[J].科学技术与工程,2012,12(21):5231-5234.
HUANG Xu,WANG Zhanxue,ZHANG Xiaobo. Simulation of aeroengine performance based on Broyden improved algorithm[J]. Science Technology and Engineering,2012,12(21):5231-5234. (in Chinese)

[11] 苏三买,陈永琴.航空发动机数学模型中方程解法与局限性分析[J].航空计算技术,2006,36(6):13-15.
SU Sanmai,CHEN Yongqin. Solution and limitation analysis of equations in aeroengine mathematical model[J]. Aviation Computing Technology,2006,36(6):13-15. (in Chinese)

[12] KURZKE J. How to get component maps for aircraft gas turbine performance calculations[R]. ASME Paper 96-GT-164,1996.

[13] KURZKE J. Propulsion and power: An exploration of gas turbine performance modeling[M]. Berlin: Springer Verlag,2018.

[14] SHAUN R G. Development of a dynamic modeling and control system design methodology for gas turbines[D]. Ottawa: Carleton University Ottawa,2007.

[15] BYERLEY A R,ROUSER K P,O'DOWD D O. Exploring GasTurb 12 for supplementary use on an introductory propulsion design project[R]. ASME Paper GT2017-63465,2017.

[16] SELLERS J F,DANIELE C J. DYNGEN: a program for calculating steady-state and transient performance of turbojet and turbofan engines[R]. NASA-TND-7901,1975.

[17] DANIELE C J,KROSEL S M,SZUCH J R. DIGTEM-digital computer program for generating dynamic turbofan engine models[R]. NASA TM-83446,1983.

[18] 童凯生.航空涡轮发动机性能变比热计算方法[M].北京:航空工业出版社,1991.

[19] 陈伟博.压气机和涡轮特性的转换、修正及扩展研究[D].西安:西北工业大学,2015.
CHEN Weibo. Study on the transformation, modification and expansion of compressor and turbine characteristics [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University,2015. (in Chinese)

[20] 徐士良.常用算法程序集(C/C++描述)[M].5 版.北京:清华大学出版社,2013.