

基于灰色估计和多项式变异理论的附件传动系统在随机载荷作用下的疲劳寿命预测

梁 松, 闫 明, 陈 卓, 孙自强
(沈阳工业大学 机械工程学院, 沈阳 110870)

摘 要: 针对航空发动机附件传动系统在随机疲劳载荷作用下的寿命预测问题,提出了综合灰色估计和多项式变异理论的疲劳寿命预测方法。运用灰色模型和多项式变异理论,得到二维载荷谱及等幅疲劳中值曲面。以平行轴-齿轮传动结构为例,基于 Miner 疲劳累积损伤理论,危险点的疲劳中值寿命计算值约为 1.35×10^7 次。验证试验中采用等效应力状态的 40Cr 标准试件,工艺流程依据 GB3077-82 可满足航空传动轴强度要求。定时截尾寿命试验的样本容量是 45,试验样本寿命的均值约为 1.42×10^7 次,结构疲劳中值寿命的试验值略高于计算值,证明该计算方法是可靠并偏于保守的,为提升附件传动系统疲劳寿命提供理论参考和数

关 键 词: 二维载荷谱; Weibull 分布; 灰色估计; 多项式变异; Miner 疲劳累积损伤理论
中图分类号: V233.1 **文献标志码:** A

Fatigue life prediction under random loading for accessory transmission system based on grey estimation and polynomial mutation theory

LIANG Song, YAN Ming, CHEN Zhuo, SUN Ziqiang
(School of Mechanical Engineering,
Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

Abstract: Considering the problem of life prediction of aero-engine accessory drive system under random fatigue load, a method of fatigue life prediction based on grey estimation and polynomial variation theory was proposed. Based on the grey model and polynomial variation theory, two-dimensional load spectrum and equal amplitude fatigue median surface were obtained. Taking parallel shaft-gear transmission structure as an example, the fatigue median life of the risk point was about 1.35×10^7 using Miner fatigue cumulative damage theory. During the verifying test, standard 40Cr-workpieces were under condition of equivalent stress state. The processing process could satisfy the strength standard for aero transmission

收稿日期:2019-06-19
基金项目:国家自然科学基金(51775354); 航空科学基金(201404Q5001)
作者简介:梁松(1986—),男,博士后,主要从事机械系统振动与冲击动力学研究。E-mail:liangsong_me@sut.edu.cn
通信作者:闫明(1978—),男,教授,博士,主要从事振动与冲击力学的研究。E-mail:yanming7802@163.com
引用格式:梁松,闫明,陈卓,等.基于灰色估计和多项式变异理论的附件传动系统在随机载荷作用下的疲劳寿命预测[J].航空动力学报,2020,35(2):432-439. LIANG Song, YAN Ming, CHEN Zhuo, et al. Fatigue life prediction under random loading for accessory transmission system based on grey estimation and polynomial mutation theory[J]. Journal of Aerospace Power, 2020,35(2):432-439.

shaft in conformance to GB3077-82. In life test with equal censored time, the number of samples was 45. Median life for samples was about 1.42×10^7 . As the result, the calculated value of fatigue median life was slightly less than the test value. The proposed method is reliable and conservative for improving the fatigue life of accessory drive system.

Key words: two-dimensional load spectrum; Weibull distribution; gray theory; polynomial mutation; Miner's fatigue cumulative damage theory

附件传动系统是一个典型的多级数、多分支、含非平行轴的齿轮耦合复杂转子系统,它的内部有多对高速齿轮啮合传动。航空发动机附件(主燃油泵、燃油增压泵、滑油泵、喷油口泵等)排列在机匣前、后两侧。经由与径向传动轴相连的一对锥齿轮,动力从发动机主轴传输至各平行配置的圆柱齿轮,并为附件装置提供动力。附件机匣作为航空发动机的重要部件之一,在发动机启动时为其提供扭矩,在发动机工作时,从发动机提取功率用于驱动飞机和发动机附件,保证飞机电子设备等部件正常工作,其重要性已超越传统的附件意义。针对航空发动机附件传动系统在冲击载荷作用下,容易发生断裂事故,降低发动机的可靠性这类问题,对附件传动系统的零部件进行疲劳寿命预测旨在减少发动机附件传动系统断裂类恶性事故的发生,积累动态疲劳设计的经验和基础数据。而在随机载荷的作用下,载荷幅值与均值都是随机变化的,大多数机械零部件的疲劳寿命实际上由载荷幅值和均值共同控制。目前在一维载荷研究的基础上,利用雨流计数法预测疲劳寿命得到了广泛的应用,因为在许多工程实际中往往只能求得材料的疲劳中值应力循环幅值-疲劳失效循环数值(S-N)曲线。

国内外学者针对附件传动系统的动态特性分析和疲劳寿命预测问题开展了广泛的研究,并取得了若干研究成果。Kahle^[1]对直升机的附件传动系统进行了疲劳断裂失效分析;文献[2-4]对发动机附件传动系统的损伤进行了计算;Nagesh等^[5]对燃气轮机发动机的附件传动系统进行了动态性能分析;黄寿伟等^[6]通过有限元分析计算了某发动机附件的应力;郭梅等^[7-8]应用有限元分析软件对附件机匣中齿轮进行了校核计算,并随后研究了附件机匣壳体的振动特性;张再德^[9]对附件机匣中高速协撑超越离合器进行了结构设计,并通过静态分析给出了飞机俯冲爬升状态下附件机匣的应力分布;陈卓^[10]对附件传动系统中的关键零件进行了寿命计算。文献[11]对 GM(1,1)

灰色预测模型的必要性和有效性条件进行了分析;文献[12-13]提出了改进的 GM(1,1)模型以及 GM(1,n)模型。熊峻江等^[14]研究了具有可靠度与置信度的等幅疲劳 S_a-S_m-N 曲面,并给出了曲面的极大似然估计式;倪侃等^[15]建立了便于工程应用的等幅疲劳 $P-S_a-S_m-N$ 曲面族方程,并给出了其成立的力学及概率统计前提。目前文献中应用较多的是 S-N 曲线,其优点是易获得,工程实际上比较方便,但是没有考虑载荷均值的影响,会使得疲劳寿命预测结果偏大,并降低系统寿命预测的可靠性。采用基于二维载荷谱的疲劳寿命预测的研究文献较为少见,这种预测方法较为合理,结果可靠性高,具有较高的工程应用价值前景。

本文首先采用随机载荷的幅值和均值建立二维载荷谱,并运用灰色理论估计概率分布参数。然后,运用多项式变异方法确定计算参数并建立等幅疲劳中值曲面方程。其次,从 Miner 疲劳累积损伤理论出发,基于二维载荷谱和等幅疲劳中值曲面,给出随机载荷作用下的系统疲劳寿命估算的一般方法。最后,将文中提出的计算方法用于求解航空发动机附件传动系统中典型传动结构的疲劳寿命预测问题。

1 基于灰色估计方法的结构二维载荷谱分析

1.1 幅值和均值的联合概率密度函数

利用雨流计数法可以把随机载荷时间历程处理成为包含幅值和均值全部信息的雨流矩阵,选取幅值和均值作为两个随机变量,采用二维随机变量的统计分析理论,建立二维概率密度函数,从而得到二维载荷谱^[16]。但文献[16]中并未提及如何求幅值 S_a 服从的 Weibull 分布的三个参数,对于 Weibull 分布的参数有许多种求法,本文采用灰色估计方法中的 GM(1,1)模型求解。两个随机变量相互独立且互不影响情况下,幅值 S_a 和均值 S_m 的联合概率密度函数为

$$f(S_a, S_m) = \frac{\beta(S_a - \gamma)^{\beta-1}}{\eta^\beta} \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ - \left[\left(\frac{S_a - \gamma}{\eta} \right)^\beta + \frac{(S_m - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] \right\} \quad (1)$$

式中 β 为 S_a 的形状参数, η 为尺度参数, γ 为位置参数, μ 为 S_m 的均值, σ 为 S_m 的标准差。研究表明, 通常情况下幅值 S_a 服从三参数 Weibull 分布, 均值 S_m 服从正态分布, Weibull 分布的概率密度函数为

$$f(S_a) = \frac{\beta(S_a - \gamma)^{\beta-1}}{\eta^\beta} \exp \left[- \left(\frac{S_a - \gamma}{\eta} \right)^\beta \right]$$

正态分布概率密度函数为

$$f(S_m) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[- \frac{(S_m - \mu)^2}{2\sigma^2} \right]$$

1.2 基于 GM(1,1)灰色模型的 Weibull 概率分布参数估计

三参数 Weibull 分布函数为

$$F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - \gamma}{\eta} \right)^\beta \right] \quad x \geq \gamma \quad (2)$$

采用灰色模型 GM(1,1)确定 Weibull 分布的参数^[17-18], GM(1,1)模型是关于 x 和 t_i 的公式 $x = ce^{-at_i} + b$, 其中 a, b, c 是模型参数。记 $R(x) = 1 - F(x)$, 两边取自然对数有

$$\ln \ln \frac{1}{R(x)} = \beta \ln \left(\frac{x - \gamma}{\eta} \right)$$

变换得

$$x = \eta e^{\frac{1}{\beta} \ln \left[\ln \frac{1}{R(x)} \right]} + \gamma$$

令

$$t_i = - \ln \left[\ln \frac{1}{R(x_i)} \right]$$

则

$$x_{t_i} = \eta e^{-\frac{1}{\beta} t_i} + \gamma \quad (3)$$

记 $a = \frac{1}{\beta}, b = \gamma, c = \eta$ 。GM(1,1)模型可表示为 $Z_n = Bu$, 具体操作方法如下: 通过实验, 得到 Weibull 分布的试验寿命数据, 将各寿命按从小到大的次序排列, 得到顺序统计量 $(x_{t_1} \leq x_{t_2} \leq \dots x_{t_n})$ 。对原始数据做一次累加, 构造数据矩阵 B 及数据向量 Z_n 。

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}[x(t_1)] + x(t_2) & 1 \\ -\frac{1}{2}[x(t_2)] + x(t_3) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x(t_{n-1}) + x(t_n)] & 1 \end{pmatrix}$$

$$Z_n = \begin{pmatrix} \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} \\ \frac{x(t_3) - x(t_2)}{t_3 - t_2} \\ \vdots \\ \frac{x(t_n) - x(t_{n-1})}{t_n - t_{n-1}} \end{pmatrix} \quad (4)$$

计算

$$\hat{a} = [a \quad u]^T = (B^T B)^{-1} B^T Z_n$$

建立模型

$$\frac{dx(t)}{dt} + ax(t) = u \quad t \in R$$

综上所述, 微分方程的时间响应模型为

$$\hat{x}(t) = \left[x(t_1) - \frac{u}{a} \right] e^{-at} + \frac{u}{a}, \quad t \in R \quad (5)$$

于是得到 Weibull 分布参数 β, η, γ

$$\beta = \frac{1}{a}, \quad \eta = c = x(t_1) - \frac{u}{a}, \quad \gamma = b = \frac{u}{a} \quad (6)$$

2 基于多项式变异理论的等幅疲劳中值曲面的计算方法

由一般材料的 S-N 曲线, 经等幅疲劳试验及相关的推导, 可知均值 S_m , 幅值 S_a 与对应的等幅疲劳寿命 N 满足一个方程, 称为等幅中值曲面方程。文献[15]中并未给出曲面方程中三个参数的计算方法。本文从线性回归分析方法确定的相关系数出发, 建立关于变量参数 S_0 的数学优化模型, 并采用多项式变异优化方法求解得到参数 S_0 , 从而确定曲面方程参数 m 和 C 。

2.1 等幅疲劳中值曲面方程

一般测定出的材料的 S-N 曲线可由以下幂函数公式表示^[15]

$$N(S_a + S_m - S_0)^m = C$$

常规等幅疲劳试验一般是在循环应力均值 S_m 取某一定值的情况下, 得到与循环应力幅值 S_a 相对应的等幅疲劳寿命 N , N 通常为服从对数正态分布的随机变量。令 N_c 代表 N 的中值, S_{-1} 为对称循环 ($S_m = 0$) 时的应力幅值, 则可用如下方程表示:

$$N_c(S_{-1} - S_0)^m = C$$

式中 S_0 为中值等幅疲劳应力极限 ($N_c = \infty$); m, C 为待求参数。常规等幅疲劳试验的另一任务是要得到等寿命曲线, 当等幅疲劳寿命 $N \in (10^4, 10^7)$ 时, 一般等寿命曲线均可用 Morrow 曲线表示, Morrow 曲线的表达式为

$$\frac{S_a}{S_{eq}} + \frac{S_m}{\sigma_c} = 1$$

式中 S_{eq} 为应力均值为 0 时等效对应于中值寿命 N_c 的等幅疲劳应力; σ_c 为材料的断裂强度。求得 S_{eq} 并将其替代 S_{-1} 。综上所述,即可建立等幅中值 S_a - S_m - N 曲面如下:

$$N_c \left(\frac{\sigma_c S_a}{\sigma_c - S_m} - S_0 \right)^m = C \tag{7}$$

2.2 基于多项式变异理论的等幅中值曲面参数的计算方法

设材料的 S-N 曲线可表达为关于参数 S_0 、 m 、 C 的函数关系式^[19]

$$N(S - S_0)^m = C$$

对方程两边取对数,可以将其转化成关于变量 X 和 Y 的线性关系式

$$X = d + e \cdot Y$$

其中 $d = \lg C, e = -m, X = \lg N, Y = \lg(S - S_0)$ 。对于给定材料的一组应力和寿命试验数据, n 是样本量,有

$$N = \{N_i\} = \{N_1, N_2, \dots, N_n\}$$

$$S = \{s_i\} = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$$

于是有 $x_i = \lg N_i, y_i = \lg(s_i - S_0), i = 1, 2, \dots, n$ 。进而计算线性相关系数 ρ_{xy} 的计算公式

$$\rho_{xy} = \frac{|L_{xy}|}{\sqrt{L_{xx} \cdot L_{yy}}} \in [0, 1] \tag{8}$$

其中 $E(\cdot)$ 是数学期望算子

$$L_{xx} = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$L_{yy} = E(Y^2) - [E(Y)]^2$$

$$L_{xy} = E(XY) - E(X)E(Y)$$

以相关系数 ρ_{xy} 构造目标函数,以参数 S_0 作为设计变量,建立关于变量 S_0 的数学优化模型

$$\begin{aligned} \min \quad & f(S_0) = 1 - \rho_{xy}(S_0) \\ \text{s. t.} \quad & S_0 \in [0, s_{i, \min}] \end{aligned} \tag{9}$$

以多项式变异算子为理论基础,设计优化计算方法求解数学优化问题。当相关系数 ρ_{xy} 取得最大值时,得到该优化问题在可行域中的最优解 S_0^* ,作为 S-N 曲线中参数 S_0 的计算值。进而得到

$$e = \frac{L_{xy}}{L_{yy}} \quad d = E(X) - e \times E(Y)$$

于是得到中值曲面参数 m 和 C

$$C = 10^d \quad m = -e \tag{10}$$

2.3 多项式变异优化方法

基于多项式变异的优化方法的基本思想是,利用多项式变异算子 (polynomial mutation oper-

ator, PMO) 对当前点施加扰动,并以一定的概率接受劣化解,并且劣化解的接受概率随着时间的推移逐渐降低。在搜索后期,多项式变异算子变异产生的新点逐渐逼近当前点,以提升优化算法的局部搜索精度。构造含固定边界约束的多项式变异算子^[20]当前点 p 得到变异新点 x 的计算公式是

$$x = p + \delta(x_u - x_l) \tag{11}$$

其中满足 $x, p \in [x_l, x_u]$, 扰动因子 $\delta = \frac{x - p}{x_u - x_l}$ 。

扰动因子 δ 的计算公式是

$$\begin{aligned} \bar{\delta} = & \begin{cases} [2u(1-2v) + 2v]^{1/(\theta+1)} - 1 & u \in [0, 0.5] \\ 1 - [2u(2v-1) + 2(1-v)]^{1/(\theta+1)} & u \in (0.5, 1] \end{cases} \end{aligned} \tag{12}$$

其中随机数 u 满足 $[0, 1]$ 区间的均匀分布并记作 $u \sim U(0, 1), v = 0.5(1 - \alpha)^{\theta+1}$, 常数 α 的计算公式是

$$\alpha = \frac{\min(p - x_l, x_u - p)}{x_u - x_l}$$

θ 是分布常数

$$\theta = \frac{t}{t_{\max}} \times \theta_{\max}$$

一般取 $\theta_{\max} = 30.0 \sim 50.0$ 。图 1 是含有固定

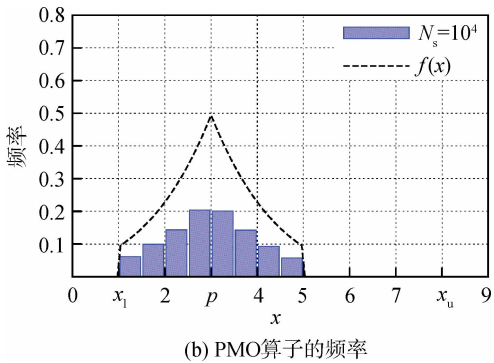
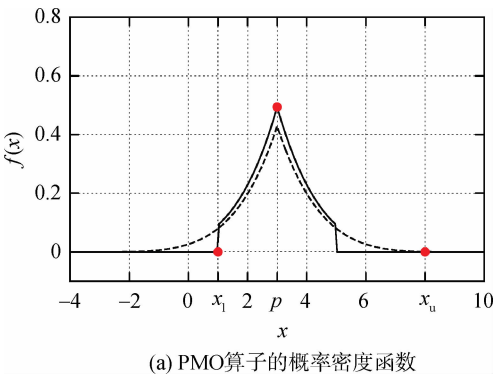


图 1 多项式变异算子的概率密度函数曲线
Fig. 1 Probability density function of PMO

化次数 t 的演化过程,在演化计算后期,相关系数 ρ_{xy} 逐渐收敛。如表 2 所示,确定计算参数 S_0 、 m 、 C 。

表 1 载荷的幅值和均值
Table 1 Amplitudes and means of load

序号 i	S_{ai}	S_{mi}	序号 i	S_{ai}	S_{mi}
1	350.0	558.0	11	550.0	493.0
2	381.0	517.0	12	569.0	484.0
3	400.0	528.0	13	571.0	468.0
4	430.0	479.0	14	601.0	510.0
5	449.0	490.0	15	630.0	506.0
6	472.0	495.0	16	650.0	501.0
7	480.0	522.0	17	670.0	473.0
8	500.0	494.0	18	728.0	523.0
9	520.0	514.0	19	770.0	507.0
10	539.0	459.0	20	840.0	494.0

表 2 疲劳寿命公式计算参数
Table 2 Parameters in fatigue life prediction formulas

参数	数值
形状参数 β	2.2146
尺度参数 η	-280666
位置参数 γ	281016
均值 μ /MPa	500
标准差 σ /MPa	20
S_0 /MPa	538.0144
m	1.1481
$C/10^7$	2.6269
断裂强度 σ_c /MPa	1120.0

表 3 35CrMo 钢的疲劳试验数据表
Table 3 Fatigue life test data for 35CrMo

序号 i	应力幅值 S /MPa	平均对数疲劳寿命 $X=\lg N$
1	604.0	5.3371
2	579.0	5.5539
3	561.0	5.8659
4	549.0	6.2227

由式(14)得到附件传动系统子结构中,危险点处的疲劳寿命可以由关于 S_a 和 S_m 的二重积分

确定,即

$$N_v = \frac{\sqrt{2\pi}\sigma C \eta}{\beta} \times \frac{1}{I}$$

其中 $I = \iint_D g(S_a, S_m) dD$ 。积分区域 D 如图 4 所示。

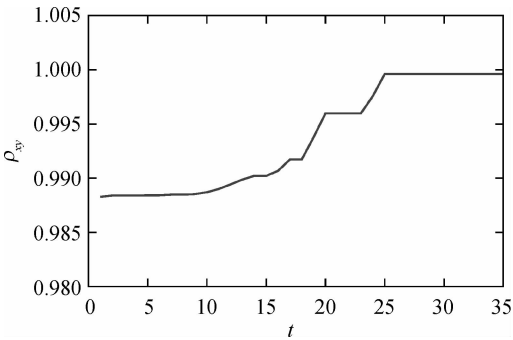


图 3 相关系数 ρ_{xy} 的演化曲线
Fig. 3 Evolutionary process of Correlation Coefficient ρ_{xy}

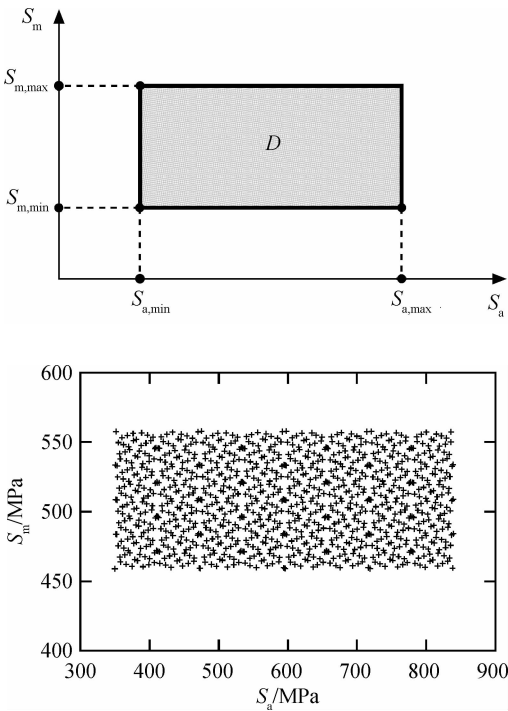


图 4 积分区域 D 和其中的二维 Sobol 序列
Fig. 4 Domain D with its two-dimension Sobol sequences

在积分区域 D 中生成均匀分布的二维 Sobol 序列如图 4 所示,则二重积分 I 的 Monte Carlo 法计算公式是

$$\hat{I}_{fmc} = \frac{A_D}{N} \sum_{i=1}^N g(X_i)$$

其中 $X_i = (S_{ai}, S_{mi})$, $(i=1, 2, \cdots, N)$, N 是 Sobol

序列的样本数,这里 $N=1024, A_D$ 是积分区域 D 的面积。采用二维拟随机 Sobol 序列样本,可以显著提升 Monte Carlo 积分方法的计算效率和计算精度。

将积分区域 D 等分成 $2n_1 \times 2n_2$ 个区域,则二重积分 I_f 的复化 Simpson 计算公式是

$$\hat{I}_{\text{isp}} = \frac{\Delta_1 \Delta_2}{9} \sum_{i,j=0}^{n_1-1,n_2-1} [(g_{2i,2j} + g_{2i+2,2j} + g_{2i,2j+2} + g_{2i+2,2j+2}) + 4 \times (g_{2i+1,2j} + g_{2i+2,2j+1} + g_{2i+1,2j+2} + g_{2i,2j+1}) + 16 \times g_{2i+1,2j+1}]$$

本文中采用 $n_1 = n_2 = 32, g_{i,j} = g(S_{ai}, S_{mj}), S_{ai} = S_{a,\min} + i \times \Delta_1 (i = 0, 1, \cdots, 2n_1), S_{mj} = S_{m,\min} + j \times \Delta_2 (j = 0, 1, \cdots, 2n_2)$ 。

采用 Monte Carlo 法和复化 Simpson 法的积分计算得到危险点的疲劳中值寿命预测值分别是

$$N_{v,mc} = 1.3507794 \times 10^7$$
$$N_{v,simp} = 1.3497061 \times 10^7$$

复化 Simpson 方法得到的计算结果略小,这是由积分算法引起的数值差异,中值寿命值满足工程设计精度要求。

由于试验条件所限,本文采用相同应力载荷状态条件的标准试件作为研究对象。试件材料是 40Cr,根据 GB3077-82 标准加工和热处理,满足航空传动轴强度标准。采用定时截尾寿命试验,截止时间是 $t_{\max} = 1.5 \times 10^7$,剔除异常数据后的有效样本量是 45。疲劳寿命分布如图 5 所示,有 8 个样本在截止时刻并未失效,其寿命记为 $t_{\max}$,试验样本均值是 $N_{v,\text{test}} = 1.4192121 \times 10^7$ 。

计算试验中样本零件的均值寿命,本文的计算方法得到的疲劳中值寿命略小于试验值。定时截尾寿命试验其寿命估计结果偏于保守。综上所述,本文的疲劳寿命预测方法给出的中值寿命是可靠的,并偏于保守。

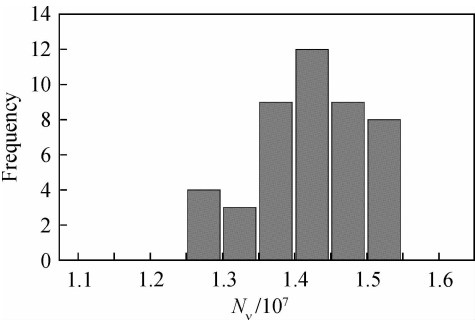


图 5 样本的疲劳寿命分布直方图

Fig. 5 Histogram of fatigue life distribution for samples

5 结 论

本文给出一种基于灰色估计和多项式变异理论的结构随机载荷疲劳寿命的预测方法,并将其应用于航空发动机附件传动系统的典型子结构的疲劳寿命预测问题。

1) 由雨流计数法将随机载荷时间历程转化成包含全部幅值和均值信息的雨流矩阵,通过 GM(1,1)灰色模型确定载荷幅值的 Weibull 分布参数,建立载荷幅值和载荷均值的联合二维概率密度函数和二维载荷谱。

2) 由应力和寿命试验数据,通过线性回归分析确定相关系数 ρ_{ry} ,基于多项式变异理论构造数学模型确定参数 S_0 ,进而得到 m 和 C ,进一步建立材料等幅疲劳中值曲面方程。

3) 以 Miner 疲劳累积损伤理论为基础,结合二维载荷谱和等幅疲劳中值曲面得到疲劳寿命的预测公式。以航空发动机附件传动系统中典型的平行轴-齿轮传动结构为研究对象,开展系统的疲劳寿命预测。计算结果表明,基于灰色估计和多项式变异理论随机载荷疲劳寿命预测方法,可以为附件传动系统疲劳寿命预测研究提供理论参考。

参考文献:

[1] KAHLE V E. Failure analysis of a helicopter accessory drive[J]. Journal of Failure Analysis and Prevention, 2006,6(4):38-43.

[2] FORTH T, ANTCHAK J, FOUGHT M, et al. Optimized engine accessory drive resulting in vehicle FE improvement [J]. SAE(Society of Automotive Engineers) International Journal of Engines, 2009,1(1):1294-1302.

[3] TATUR M, TOMAZIC D, GOVINDAWAMY K, et al. Reduction of parasitic losses in front-end accessory drive systems: Part 2[J]. SAE(Society of Automotive Engineers) International Journal of Engines, 2018,11(6):1123-1137.

[4] VOGELGESANG F, STIEF H, SANTOS D, et al. Investigations on friction losses within front end accessory drives [J]. SAE(Society of Automotive Engineers) International Journal of Engines, 2010,6(3):78-87.

[5] NAGESH S, JUNAID B A M, SINGH T D. Dynamic performance analysis of high speed flexible coupling of gas turbine engine transmission system[J]. Journal of Mechanical Science and Technology, 2015,29(1):173-179.

[6] 黄寿伟,宋迎东. 某型发动机附件传动机匣应力分析[J]. 航空发动机, 2008,34(4):30-33.

HUANG Shouwei, SONG Yingdong. Stress analysis of transmission case of an engine accessory[J]. Aeroengine, 2008,34(4):30-33. (in Chinese)

[7] 郭梅,邢彬,史妍妍.航空发动机附件机匣结构设计及齿轮强度分析[J].航空发动机,2012,38(3):9-11.
GUO Mei,XING Bin,SHI Yanyan. Structural design and gear strength analysis of aeroengine accessory casing[J]. Aeroengine,2012,38(3):9-11. (in Chinese)

[8] 郭梅,陈聪慧,王建军,等.发动机附件机匣结构系统振动特性[J].航空动力学报,2013,28(7):1607-1612.
GUO Mei,CHEN Conghui,WANG Jianjun,et al. Vibration characteristics of engine accessory casing structural system[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(7): 1607-1612. (in Chinese)

[9] 张再德.航空发动机高速附件传动系统研究和设计[D].南京:南京航空航天大学,2007.
ZHANG Zaide. Research and design of high speed accessory transmission system for aeroengine[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics,2007. (in Chinese)

[10] 陈卓.航空发动机附件传动系统关键零部件的疲劳定寿研究[D].南京:南京航空航天大学,2009.
CHEN Zhuo. Fatigue life determination of key components of aeroengine accessory transmission system[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2009. (in Chinese)

[11] CHEN C I,HUANG S J. The necessary and sufficient condition for GM(1,1) grey prediction model[J]. Applied Mathematics and Computation,2013,219(11):6152-6162.

[12] TIEN T L. A new grey prediction model FGM(1,1)[J]. Mathematical and Computer Modelling,2009,49(7):1416-1426.

[13] TIEN T L. A research on the grey prediction model GM(1,n)[J]. Applied Mathematics and Computation,2012,218(9):4903-4916.

[14] 熊峻江,武哲,高镇同.疲劳可靠性设计中的 γ - P - S_a - S_m - N 曲面理论与二维可靠性 Miner 公式[J].应用数学和力学,1999,20(7):50-55.
XIONG Junjiang,WU Zhe,GAO Zhentong. γ - P - S_a - S_m - N surface theory in fatigue reliability design and two-dimensional reliability miner formula[J]. Applied Mathematics and Mechanics,1999,20(7):50-55. (in Chinese)

[15] 倪侃,高镇同.二维等幅加载下疲劳可靠性分析 P - S_a - S_m - N 曲面族[J].强度与环境,1996(4):8-15.
NI Kan,GAO Zhentong. Fatigue reliability analysis of P - S_a - S_m - N surface family under two-dimensional equal amplitude loading[J]. Strength and Environment,1996(4):8-15. (in Chinese)

[16] 武澄,谢里阳.基于二维载荷谱的疲劳寿命估算[J].机械制造,2011,49(2):26-29.
WU Ying,XIE Liyang. Fatigue life estimation based on two-dimensional load spectrum[J]. Machinery Manufacturing,2011,49(2):26-29. (in Chinese)

[17] 赵冰锋,吴素君.三参数威布尔分布参数估计方法[J].金属热处理,2007,32(Suppl. 1):443-446.
ZHAO Bingfeng, WU Sujun. Three-parameter Weibull distribution parameter estimation method[J]. Heat Treatment of Metals,2007,32(Suppl. 1):443-446. (in Chinese)

[18] 郑荣跃,严剑松.威布尔分布参数估计新方法研究[J].机械强度,2002,24(4):599-601.
ZHENG Rongyue,YAN Jiansong. A new method for estimating weibull distribution parameters [J]. Mechanical Strength,2002,24(4):599-601. (in Chinese)

[19] 高镇同,傅惠民,梁美训. S-N 曲线拟合法[J].北京航空航天大学学报,1987(1):115-119.
GAO Zhentong,FU Huimin,LIANG Meixun. S-N curve fitting method[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,1987(1):115-119. (in Chinese)

[20] DEB K,GOYAL M. A combined genetic adaptive search (geneas) for engineering design[J]. Computer Science and Informatics,1996,26(4):30-45.

[21] 刘长文.金属材料疲劳性能曲线的研究[J].铁道学报,1999,21(2):118-121.
LIU Changwen. Study on fatigue performance curve of metal materials[J]. Journal of Railway,1999,21(2):118-121. (in Chinese)

(编辑:张 雪)