

文章编号:1000-8055(2019)11-2478-12

doi:10.13224/j.cnki.jasp.2019.11.020

扭转刚度对功率分流传动系统 均载特性的影响

靳广虎, 任 薇, 朱如鹏
(南京航空航天大学 直升机传动技术重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 考虑齿侧间隙、齿轮副间的时变啮合刚度、齿轮偏心误差、轴的扭转以及支撑刚度等,构建了面齿轮-圆柱齿轮两次功率分流传动的动力学模型。利用传动构型的力封闭特点以及将轴的扭转角位移当量转化成线位移的方法,消除了系统方程中的刚体位移。采用 Runge-Kutta 数值仿真法求解了动力学方程,获得了传动系统的均载系数,并研究了各传动轴扭转刚度对均载系数的影响。结果表明:输入、输出轴的扭转刚度对系统各传动级均载特性几乎没有影响;均载系数对左、右分扭轴和双联轴的扭转刚度较敏感。在双联轴满足强度要求且扭转刚度取较小值时,左、右分扭轴扭转刚度的合理匹配可进一步提高系统的动力学均载特性。

关 键 词: 均载系数; 动态响应; 分流传动; 齿轮传动; 扭转刚度

中图分类号: V233.1; TH132.4 **文献标志码:** A

Influence of torsional stiffness on load sharing characteristics of power split transmission system

JIN Guanghu, REN Wei, ZHU Rupeng

(National Key Laboratory of Science and Technology on Helicopter Transmission, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Considering factors such as the backlash, time-variant mesh stiffness, eccentricity errors, shaft torsion and support stiffness, a dynamic model of the system was developed. The rigid body displacement in the kinetic equation was eliminated by using the force closure feature of the transmission configuration and the method of converting the torsional angular displacement equivalent of the shaft into a linear displacement. The dynamic equations were solved by Runge-Kutta numerical simulation method, and the load-sharing coefficients of the system were obtained. The influence of the torsional stiffness of transmission shaft on the load sharing performance was studied. Results showed that torsional stiffness of input shaft and output shaft had little influence on load sharing performance of each transmission stage of the system; the load sharing coefficients were sensitive to the torsional stiffness of the compound shaft and the spilt torque shafts. Once the compound shaft met the strength requirement and the torsional stiffness took a small value, rationally configuring the torsional stiffness of left-branch and right-branch spilt torque shafts can improve dynamic load sharing performance of system.

收稿日期:2019-05-19

基金项目:国家自然科学基金(51475226)

作者简介:靳广虎(1971—),男,副教授、硕士生导师,博士,主要从事直升机传动技术研究。E-mail:meeghjin@nuaa.edu.cn

引用格式:靳广虎,任薇,朱如鹏. 扭转刚度对功率分流传动系统均载特性的影响[J]. 航空动力学报,2019,34(11):2478-2489. JIN Guanghu,REN Wei,ZHU Rupeng. Influence of torsional stiffness on load sharing characteristics of power split transmission system[J]. Journal of Aerospace Power,2019,34(11):2478-2489.

Key words: load sharing coefficient; dynamic response; split transmission; gear transmission; torsional stiffness

锥齿轮传动对制造安装误差很敏感,且需要防止错位设计,因此对锥齿轮的制造、安装要求很高。为此,20 世纪 90 年代,在美国的“先进旋翼机传动系统”计划中^[1-2],提出输入级采用面齿轮替代锥齿轮传动的分流传动构型。研究表明:与锥齿轮传动相比,面齿轮分流传动能同时实现换向和功率分流,且具有减速比大、支承结构简单、减振降噪以及对误差不敏感等优点。

受结构、强度以及传动效率制约,现役直升机传动系统中的行星齿轮传动的传动比较小。为适应高速重载直升机对传动系统提出的性能要求,满足整个传动系统的传动比、高可靠性以及承载需求,提出了圆柱齿轮分流传动构型:即第二级采用圆柱齿轮分流传动,最后一级采用功率汇流传动。采用该传动构型能降低轮齿承受的载荷,减小齿轮的节圆直径,这不仅能有效降低齿轮线速度,还能减轻传动轮系的质量,对传动及其有利。White、Segade 等^[3-6]的研究结果表明:相对于行星齿轮传动构型而言,当采用圆柱齿轮分流传动构型时,最后一级的减速比较大,可显著降低传动系统的质量;所有轮系都为定轴传动,支承结构简单,零部件数量少,具有传动效率高、可靠性好等优点。

对分流传动构型来说,两分支传递的载荷大小要相等,否则将发生偏载,甚至会引发断齿现象。鉴于均载特性在分流传动构型的重要性,国内外学者对此开展了广泛研究。针对圆柱齿轮分流传动,Kish^[7]提出采用弹性材料的齿轮腹板,通过弹性材料的较大阻尼和较小扭转刚度来实现均载。Majid 等^[8]和 Krantz^[9]提出采用平衡梁法实现均载。结果表明:平衡梁法并非十分有效,除非其摩擦因数小于 0.003。为此,Krantz 等^[10-11]又提出同步角的均载方法,即通过预制轮系间的角度差来实现均载。为进一步提高分流传动的均载特性及工程应用的可行性,有学者^[12-14]应用空心嵌套轴的方法,利用柔性轴承载条件下产生的较大变形来协调分支间的载荷,从而实现均载。为满足 CH-53K 重型直升机对主减速器传动系统提出的要求,Yuriy 等^[15-17]提出了具有两次圆柱齿轮功率分流的主减速器传动构型,并分析了弹性轴对传动系统均载特性的影响。目前,该传动构型的原理性样机已通过 200 h 的耐久性试验,验证了弹性轴实现均载的有效性,技术成熟度达

到 6 级。基于变形协调的方法,董皓等^[18]研究了双功率分流传动系统的静力学均载特性。李楠等^[19]构建了功率四分支的传动系统动力学模型,研究了传递误差对动载荷系数的影响。桂永方等^[20]以双输入分流传动系统为研究对象,分析了各结构参数对动力学均载特性的影响。此外,相关学者还研究了圆柱齿轮分扭传动系统的优化^[21]、动力学以及影响均载的敏感性参数^[22-23]。在面齿轮功率分流传动研究领域,陈广艳等^[24]建立了面齿轮功率分流传动系统的动力学模型,分析了激励对系统动态特性的影响。Hu 等^[25]、雷敦财等^[26]、杨振等^[27]、王延忠等^[28]还就面齿轮传动的振动特性开展了研究。

根据直升机传动系统的特点,利用面齿轮、圆柱齿轮功率分流传动构型的优点,提出具有两次功率分流特点的面齿轮-圆柱齿轮传动构型;基于集中质量法,考虑齿轮的时变啮合刚度、间隙、偏心误差、轴的扭转和支撑刚度等,建立了弯扭耦合的传动系统动力学模型;采用 Runge-Kutta 数值仿真法,获得了各分支均载系数变化规律,研究了轴的扭转刚度与均载系数间的关系,为传动系统均载特性的优化提供了参考依据。

1 传动系统动力学模型

面齿轮-圆柱齿轮两次分流传动系统的结构示意图如图 1 所示。由图可见,两次功率分流传动系统共有 3 个传动级。其中,第一级为面齿轮

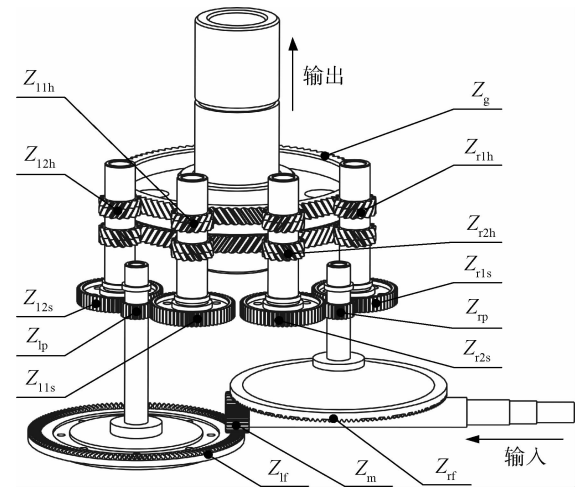


图 1 两次分流传动系统结构示意图
Fig. 1 Sketch of twice power split transmission system

功率分流,定义为输入级;第二级为圆柱齿轮功率分流,定义为分扭级;第三级为人字齿轮功率汇流,定义为并车级。图中, Z_m 和 Z_{it} 分别表示输入级小齿轮和面齿轮; Z_{ip} 和 Z_{js} 分别表示分扭级小齿轮和大齿轮; Z_{jh} 和 Z_g 分别表示并车级小齿轮和大齿轮(i 为 1,r,分别表示左、右; $j=1,2$)。其中,联接 Z_{it} 和 Z_{ip} 的传动轴定义为分扭轴;联接 Z_{js} 和 Z_{jh} 的传动轴定义为双联轴。图 2 所示为各

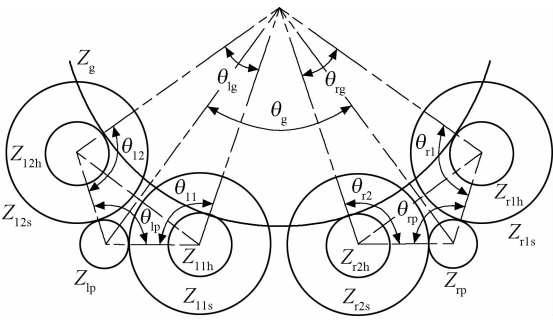


图 2 齿轮间的安装角度关系图

Fig. 2 Installation angle relation between gear pairs

齿轮的安装角度关系图。图中, θ_{ip} 、 θ_{ij} 、 θ_{ig} 及 θ_g 分别为各齿轮之间的安装角。

面齿轮-圆柱齿轮功率分流传动的动力学模型如图 3 所示。模型中,用等效弹簧模拟齿轮的啮合刚度、支撑刚度和轴的扭转刚度。输入级、分扭级和并车级齿轮副间的时变啮合刚度分别用 K_{imf} 、 K_{inps} 和 K_{ingjh} 表示;啮合阻尼、侧隙和偏心误差分别用 c 、 b 和 e 并配合对应的下标表示,其下标和相应的啮合刚度一致。 K_{dm} 、 K_{ip} 、 K_{ijsjh} 和 K_{go} 分别表示输入轴、 i 端分扭轴、 i 端双联轴分支 j 和输出轴的扭转刚度,其相应的阻尼分别用 c_{dm} 、 c_{ip} 、 c_{ijsjh} 和 c_{go} 表示。 K_{mx} 和 K_{mz} 分别表示输入轴沿 X 方向和 Z 方向的支撑刚度; K_{ipx} 、 K_{ipy} 和 K_{ipz} 分别表示分扭轴沿 X 、 Y 与 Z 方向的支撑刚度; K_{ijx} 与 K_{ijy} 、 K_{gx} 与 K_{gy} 分别表示双联轴分支 j 和输出轴沿 X 与 Y 方向的支撑刚度,其相应支撑刚度阻尼用 c 表示,下标与相应支撑刚度一致。

面齿轮-圆柱齿轮功率分流传动系统共有 34 个自由度,可以用广义向量 Y 表示,即

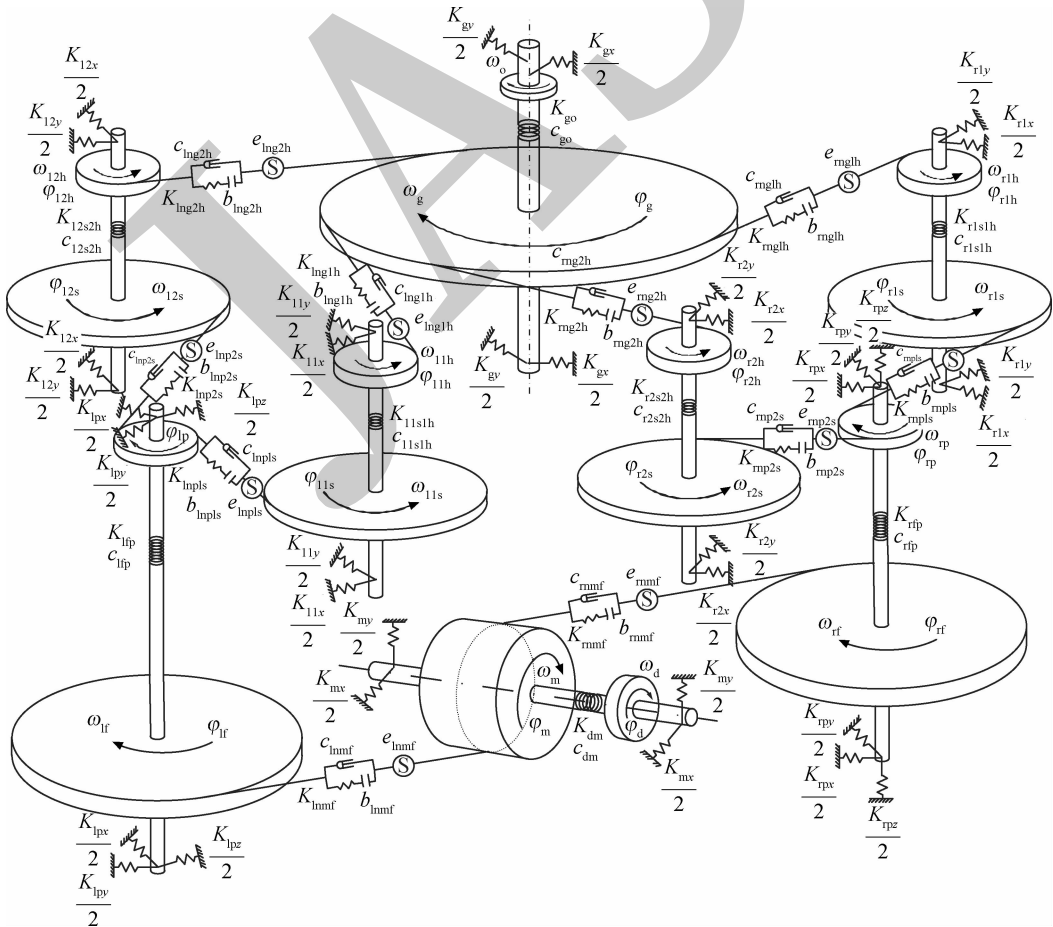


图 3 两次分流传动系统的动力学模型

Fig. 3 Dynamic model of twice split transmission system

$$\mathbf{Y} = (\varphi_d, \varphi_m, \varphi_{rl}, \varphi_{rp}, \varphi_{rls}, \varphi_{r2s}, \varphi_{rlh}, \varphi_{r2h},$$
$$\varphi_{lf}, \varphi_{lp}, \varphi_{lls}, \varphi_{l2s}, \varphi_{llh}, \varphi_{l2h}, \varphi_g, \varphi_o,$$
$$X_{nm}, Z_{nm}, X_{rnp}, Y_{rnp}, Z_{rnp}, X_{rl}, Y_{rl}, X_{r2}, Y_{r2},$$
$$X_{lnp}, Y_{lnp}, Z_{lnp}, X_{ll}, Y_{ll}, X_{l2}, Y_{l2}, X_g, Y_g) \quad (1)$$

式中 φ_m 和 φ_{rl} 分别表示输入级主、从动齿轮的扭转微位移; φ_{lp} 和 φ_{l2s} 分别表示分扭级主、从动齿轮的扭转微位移; φ_{ijh} 和 φ_g 分别表示并车级主、从动齿轮的扭转微位移; φ_d 和 φ_o 分别表示输入端和输出端的扭转微位移; X_{nm} 和 Z_{nm} 分别表示输入轴的横向和轴向微位移; X_{inp} 、 Y_{inp} 和 Z_{inp} 分别表示分

扭轴的横向、纵向和轴向微位移; X_{ij} 和 Y_{ij} 分别表示双联轴分支 j 横向和纵向微位移; X_g 和 Y_g 分别表示输出轴的横向和纵向微位移。

2 传动系统振动微分方程

2.1 坐标转换

图 4 所示为两次分流传动系统的局部坐标与广义坐标图。图中,局部坐标用带 * 号的上标表示; $Y(Y^*)$ 方向和相应齿轮副之间的啮合线方向一致。

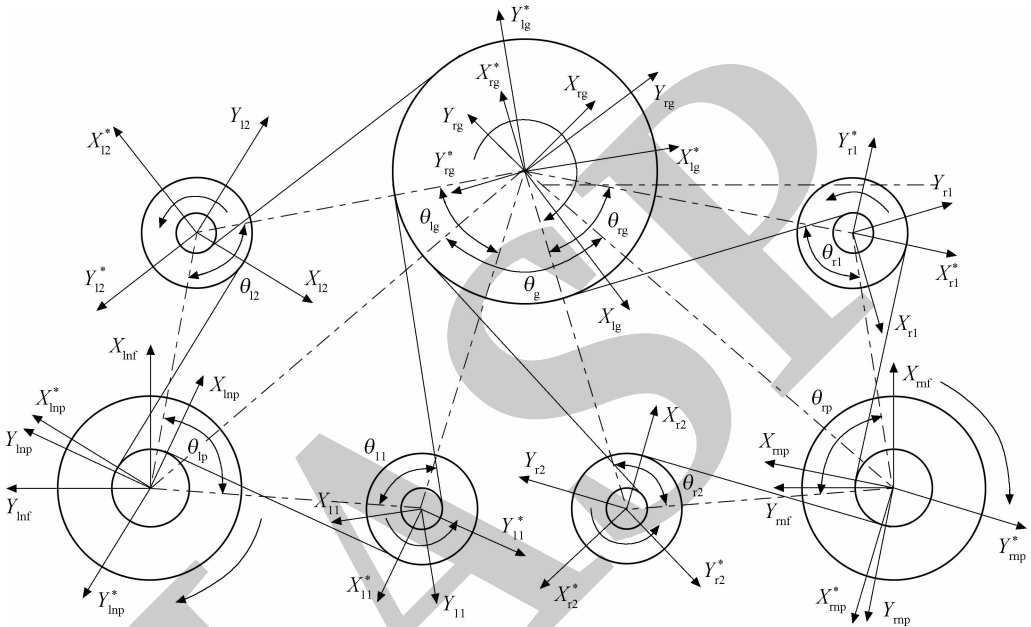


图 4 广义坐标和局部坐标之间的关系图
Fig. 4 Relationship between generalized coordinates and local coordinates

圆柱齿轮的啮合原理表明,当一个齿轮与两个齿轮同时啮合时,齿轮中心线间的交角等于两啮合线之间的交角。设分扭级中的双联轴坐标为 X_{inp} 、 Y_{inp} 和 X_{inp}^* 、 Y_{inp}^* ; 并车级输出齿轮上的坐标

为 X_{ig} 、 Y_{ig} 和 X_{ig}^* 、 Y_{ig}^* 。则根据分扭级两路输入系统的结构对称关系,可获得分流级主动齿轮和并车级输出齿轮上的广义坐标和局部坐标间的变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} X_{inp}^* \\ Y_{inp}^* \\ X_{ig}^* \\ Y_{ig}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{ip} & \sin\theta_{ip} & 0 & 0 \\ -\sin\theta_{ip} & \cos\theta_{ip} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_{ig} & \sin\theta_{ig} \\ 0 & 0 & -\sin\theta_{ig} & \cos\theta_{ig} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{inp} \\ Y_{inp} \\ X_{ig} \\ Y_{ig} \end{bmatrix} \quad (2)$$

为获得双联齿轮轴上的广义坐标和局部坐标间的关系,对图 4 中的坐标及角度关系进行细化,可获得图 5 所示的右分支分扭级和并车级间的关系。假设相应齿轮副压力角的余角为 γ ,则可得右分支相应齿轮副压力角的余角,用 γ_{rng1h} 、 γ_{rng2h} 、

γ_{rnp1s} 和 γ_{rnp2s} 表示。

由图 4 可知,两路分流级具有结构对称性,因此每路分流级中的左、右两分支的坐标变换矩阵相似。则分流级左、右分支上的广义坐标和局部坐标间的坐标变换矩阵为

$$\begin{bmatrix} X_{i1}^* \\ Y_{i1}^* \\ X_{i2}^* \\ Y_{i2}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta'_{i1} & \sin\theta'_{i1} & 0 & 0 \\ -\sin\theta'_{i1} & \cos\theta'_{i1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta'_{i2} & \sin\theta'_{i2} \\ 0 & 0 & -\sin\theta'_{i2} & \cos\theta'_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{i1} \\ Y_{i1} \\ X_{i2} \\ Y_{i2} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中 θ'_{i1} 和 θ'_{i2} 分别为 $(\theta_{r1} - \gamma_{inp1s} - \gamma_{ing1h})$ 和 $(\theta_{i2} + \gamma_{inp2s} - \gamma_{ing2h})$ 。

图6为输入级的坐标系。图中Y方向、Z方向分别与输入级主、从动齿轮的轴向一致。为获得广义坐标,需建立输入端在分扭级上的广义坐

$$\begin{bmatrix} X_{inf} \\ Y_{inf} \\ X_{rg} \\ Y_{rg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{if} & \sin \theta_{if} & 0 & 0 \\ -\sin \theta_{if} & \cos \theta_{if} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_g & \sin \theta_g \\ 0 & 0 & -\sin \theta_g & \cos \theta_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{inp} \\ Y_{inp} \\ X_{lg} \\ Y_{lg} \end{bmatrix} \quad (4)$$

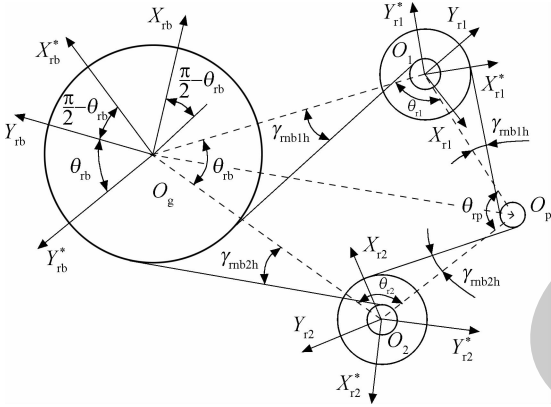


图5 右分支分扭级和并车级间的坐标关系

Fig. 5 Coordinate relationship of right-branch split torque stage and confluence stage

为保持符号上的统一,令 X_g, Y_g 为输出轴上的广义坐标,即 $X_g = X_{lg}, Y_g = Y_{lg}$ 。则系统中各齿轮的全局和局部坐标间的关系为

$$\begin{bmatrix} X_{inf} \\ Y_{inf} \\ Z_{inf} \\ X_{inp}^* \\ Y_{inp}^* \\ X_{ij}^* \\ Y_{ij}^* \\ X_{ig}^* \\ Y_{ig}^* \\ X_{rg} \\ Y_{rg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{inp} \cos \theta_{if} + Y_{inp} \sin \theta_{if} \\ -X_{inp} \sin \theta_{if} + Y_{inp} \cos \theta_{if} \\ Z_{inp} \\ X_{inp} \cos \theta_{ip} + Y_{inp} \sin \theta_{ip} \\ -X_{inp} \sin \theta_{ip} + Y_{inp} \cos \theta_{ip} \\ X_{ij} \cos \theta'_{ij} + Y_{ij} \sin \theta'_{ij} \\ -X_{ij} \sin \theta'_{ij} + Y_{ij} \cos \theta'_{ij} \\ X_{ig} \cos \theta_{ig} + Y_{ig} \sin \theta_{ig} \\ -X_{ig} \sin \theta_{ig} + Y_{ig} \cos \theta_{ig} \\ X_{lg} \cos \theta_g + Y_{lg} \sin \theta_g \\ -X_{lg} \sin \theta_g + Y_{lg} \cos \theta_g \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中 θ_{ri} 和 θ_{li} 分别为 $(\frac{\theta_{rp}}{2} - \frac{\theta_g}{2} - \alpha_{rnp1s})$ 和 $(\frac{\theta_{lp}}{2} + \frac{\theta_g}{2} - \alpha_{lnp1s})$; α 表示相应齿轮副的压力角。

2.2 齿轮副啮合点沿啮合线方向的相对位移

由系统的动力学模型和图4坐标关系图,可得各齿轮副啮合点沿啮合线方向的相对位移为

标变换矩阵。图4中,定义输出轴的广义坐标为 X_{lg} 和 Y_{lg} ,根据输入端和输出端的几何参数特点,则可获得面齿轮和分扭级主动齿轮广义坐标以及输出齿轮广义坐标间的变换矩阵为

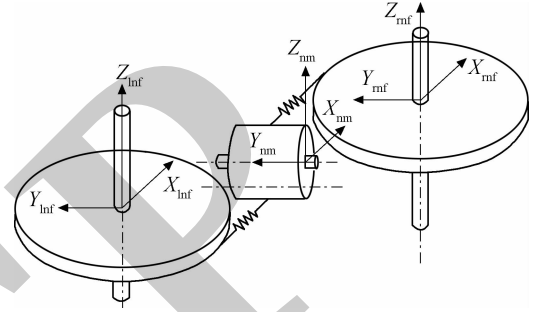


图6 输入级的坐标关系

Fig. 6 Coordinate relationship of input stage

$$\begin{cases} Y_{rnmf} = (r_m \varphi_m - r_{if} \varphi_{if} + X_{nm} - X_{rnf}) \cos \alpha_{rnmf} + (Z_{nm} - Z_{rnf}) \sin \alpha_{rnmf} - e_{rnmf} \\ Y_{lnmf} = (r_m \varphi_m - r_{lf} \varphi_{lf} - X_{nm} + X_{lnf}) \cos \alpha_{lnmf} + (-Z_{nm} + Z_{lnf}) \sin \alpha_{lnmf} - e_{lnmf} \\ Y_{inp1s} = (-Y_{inp} + r_{ibp} \varphi_{ip}) - (Y_{i1}^* + r_{ib1s} \varphi_{i1s}) - e_{inp1s} \\ Y_{inp2s} = (-Y_{inp}^* + r_{ibp} \varphi_{ip}) - (Y_{i2} + r_{ib2s} \varphi_{i2s}) - e_{inp2s} \\ Y_{ing1h} = (-Y_{i1} + r_{ib1h} \varphi_{i1h}) - (Y_{ig}^* + r_{bg} \varphi_g) - e_{ing1h} \\ Y_{ing2h} = (-Y_{i2}^* + r_{ib2h} \varphi_{i2h}) - (Y_{ig} + r_{bg} \varphi_g) - e_{ing2h} \end{cases} \quad (6)$$

式中 $Y_{inmf}, Y_{inpjs}, Y_{ingjh}$ 分别为输入级、分扭级、并车级啮合齿轮副沿啮合线方向的位移; $r_m, r_{ibp}, r_{ibjs}, r_{ibjh}$ 和 r_{bg} 分别为齿轮 $Z_m, Z_{ip}, Z_{ijs}, Z_{ijh}$ 和 Z_g 的基圆半径; r_{if} 为面齿轮 Z_{if} 的等效啮合半径。

2.3 传动系统的受力分析

令输入级、分扭级和并车级啮合齿轮副间的动态啮合力为 F_{inmf}, F_{inpjs} 和 F_{ingjh} ,则齿轮副间的啮合力 F_l 可表示为

$$F_l = K_l f_l(Y_l) + c_l \dot{Y}_l \quad (7)$$

式中 $f_l(Y_l), K_l$ 和 c_l 分别表示间隙函数、啮合刚度和啮合阻尼;下标 l 为 $inmf, inpjs$ 和 $ingjh$ 。

为便于计算并模拟真值,采用傅里叶变换法获得了拟合的综合啮合刚度变化曲线。采用傅里叶级数方法处理的时变啮合刚度可近似表示为

$$K = k_m + 2k_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_j \cos(j\omega t) + \sum_{j=1}^n b_j \sin(j\omega t) \right] \quad (8)$$

式中 k_m 为齿轮副的平均啮合刚度; k_0 为啮合刚度的变化幅值。其中, 正交面齿轮副的刚度均值依据文献[29]的方法进行计算; 直齿轮副的刚度均值由 GB3480-83 中的计算公式求得; 人字齿轮副啮合刚度的均值按双斜齿并联计算获得。

令齿轮副之间的平均间隙为 $2b_l$, 则间隙函数 $f_l(Y_l)$ 可表示为

$$f_l(Y_l) = \begin{cases} Y_l - b_l & Y_l > b_l \\ 0 & 0 \leq Y_l \leq b_l \\ Y_l + b_l & Y_l < -b_l \end{cases} \quad (9)$$

面齿轮传动可当量成齿轮与齿条的啮合传动^[29], 如图 7 所示。图 7 中的面齿轮传动坐标系方向与图 6 相同。则面齿轮传动的齿间法向啮合力 F_{inmf} 沿坐标轴的分力可表示为

$$\begin{cases} F_{rfx} = F_{rnmf} \cos \alpha_{rnmf} \\ F_{rfy} = 0 \\ F_{rfz} = F_{rnmf} \sin \alpha_{rnmf} \\ F_{lfx} = -F_{lnmf} \cos \alpha_{lnmf} \\ F_{lfy} = 0 \\ F_{lfz} = -F_{lnmf} \sin \alpha_{lnmf} \end{cases} \quad (10)$$

式中 F_{ifx} 、 F_{ify} 和 F_{ifz} 分别表示面齿轮沿坐标系方向的分力。为便于计算分析, 当下标 i 为 r 时, n 取偶数; i 为 l 时, n 取奇数。为便于推导动力学方程, 将其他齿轮副间的啮合力沿相应轴的广义坐标进行分解, 则得

$$\begin{cases} F_{mx} = (F_{lnmf} - F_{rnmf}) \cos \alpha_{inmf} \\ F_{mz} = (F_{lnmf} - F_{rnmf}) \sin \alpha_{inmf} \\ F_{ipx} = -F_{inp2s} \sin \theta_{ip} + F_{ifx} \cos \theta_{if} - F_{ify} \sin \theta_{if} \\ F_{ipy} = F_{inp2s} \cos \theta_{ip} + F_{inp1s} + F_{ifx} \sin \theta_{if} + F_{ify} \cos \theta_{if} \\ F_{ipz} = F_{ifz} \\ F_{i1x} = -F_{inp1s} \sin \theta'_{i1} \\ F_{i1y} = F_{inp1s} \cos \theta'_{i1} + F_{ing1h} \\ F_{i2x} = -F_{ing2h} \sin \theta'_{i2} \\ F_{i2y} = F_{ing2h} \cos \theta'_{i2} + F_{inp2s} \\ F_{gx} = -F_{rng1h} \sin(\theta_{rg} + \theta_g) - F_{rng2h} \sin \theta_g - F_{lng1h} \sin \theta_{lg} \\ F_{gy} = F_{rng1h} \cos(\theta_{rg} + \theta_g) + F_{rng2h} \cos \theta_g + F_{lng1h} \cos \theta_{lg} + F_{lng2h} \end{cases} \quad (11)$$

式中 F_{mx} 、 F_{mz} 分别为输入轴 X 、 Y 方向的受力; F_{ipx} 、 F_{ipy} 和 F_{ipz} 分别为分扭轴 X 、 Y 和 Z 方向的受

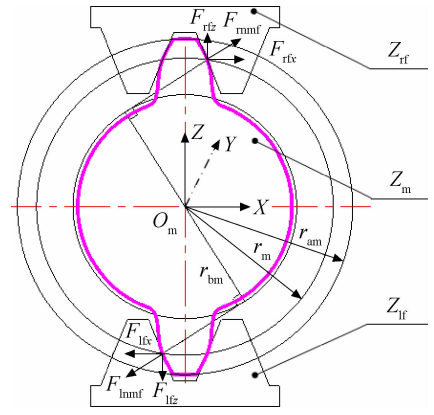


图 7 面齿轮传动啮合关系示意图

Fig. 7 Sketch of meshing relationship of face gear transmission

力; F_{ijx} 、 F_{ijy} 分别为双联轴分支 j 的 X 、 Y 方向的受力; F_{gx} 、 F_{gy} 分别为输出轴 X 、 Y 方向的受力。

2.4 传动系统的非线性动力学方程

根据传动系统的动力学模型、承载分析以及牛顿定律, 则可推导出该传动系统的非线性振动微分方程为

$$\begin{cases} I_d \ddot{\varphi}_d = T_d - K_{dm}(\varphi_d - \varphi_m) - c_{dm}(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_m) \\ I_m \ddot{\varphi}_m = K_{dm}(\varphi_d - \varphi_m) + c_{dm}(\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_m) - F_{rnmf} r_{bm} - F_{lnmf} r_{bm} \\ m_m \ddot{X}_{nm} = F_{mx} - K_{mx} X_{nm} - c_{mx} \dot{X}_{nm} \\ m_m \ddot{Z}_{nm} = F_{mz} - K_{mz} Z_{nm} - c_{mz} \dot{Z}_{nm} \\ I_{if} \ddot{\varphi}_{if} = F_{inmf} r_{ibf} - K_{ifp}(\varphi_{if} - \varphi_{ip}) - c_{ifp}(\dot{\varphi}_{if} - \dot{\varphi}_{ip}) \\ I_{ip} \ddot{\varphi}_{ip} = K_{ifp}(\varphi_{if} - \varphi_{ip}) + c_{ifp}(\dot{\varphi}_{if} - \dot{\varphi}_{ip}) - F_{inp1s} r_{ibp} - F_{inp2s} r_{ibp} \\ (m_{if} + m_{ip}) \ddot{X}_{inp} = F_{ipx} - K_{ipx} X_{inp} - c_{ipx} \dot{X}_{inp} \\ (m_{if} + m_{ip}) \ddot{Y}_{inp} = F_{ipy} - K_{ipy} Y_{inp} - c_{ipy} \dot{Y}_{inp} \\ (m_{if} + m_{ip}) \ddot{Z}_{inp} = F_{ipz} - K_{ipz} Z_{inp} - c_{ipz} \dot{Z}_{inp} \\ I_{ijs} \ddot{\varphi}_{ijs} = F_{injps} r_{ibjs} - K_{ijsjh}(\varphi_{ijs} - \varphi_{ijh}) - c_{ijsjh}(\dot{\varphi}_{ijs} - \dot{\varphi}_{ijh}) \\ I_{ijh} \ddot{\varphi}_{ijh} = K_{ijsjh}(\varphi_{ijs} - \varphi_{ijh}) + c_{ijsjh}(\dot{\varphi}_{ijs} - \dot{\varphi}_{ijh}) - F_{ingjh} r_{ibjh} \\ (m_{ijs} + m_{ijh}) \ddot{X}_{ij} = F_{ijx} - K_{ijx} X_{ij} - c_{ijx} \dot{X}_{ij} \\ (m_{ijs} + m_{ijh}) \ddot{Y}_{ij} = F_{ijy} - K_{ijy} Y_{ij} - c_{ijy} \dot{Y}_{ij} \\ I_g \ddot{\varphi}_g = (F_{rng1h} + F_{rng2h} + F_{lng1h} + F_{lng2h}) r_{bg} - K_{go}(\varphi_g - \varphi_o) - c_{go}(\dot{\varphi}_g - \dot{\varphi}_o) \\ I_o \ddot{\varphi}_o = K_{go}(\varphi_g - \varphi_o) + c_{go}(\dot{\varphi}_g - \dot{\varphi}_o) - T_o \\ m_g \ddot{X}_g = F_{gx} - K_{gx} X_g - c_{gx} \dot{X}_g \\ m_g \ddot{Y}_g = F_{gy} - K_{gy} Y_g - c_{gy} \dot{Y}_g \end{cases} \quad (12)$$

式中 m_m 、 m_{if} 、 m_{ip} 、 m_{ijs} 、 m_{ijh} 和 m_g 分别为 Z_m 、 Z_{if} 、 Z_{ip} 、 Z_{ijs} 、 Z_{ijh} 和 Z_g 的集中质量； I_m 、 I_{if} 、 I_{ip} 、 I_{ijs} 、 I_{ijh} 和 I_g 分别为 Z_m 、 Z_{if} 、 Z_{ip} 、 Z_{ijs} 、 Z_{ijh} 和 Z_g 的转动惯量； T_d 为输入扭矩； T_o 为负载。

将轴的角位移和轴的等效半径相乘，则角位移可转化为线位移，从而可将式(12)中的位移统一用线位移表示，消除刚体位移以及简化方程。令 r_{dm} 、 r_{ifp} 、 r_{ijsj} 和 r_{go} 分别表示输入轴、分扭轴、双联轴分支 j 和输出轴的等效半径，则得上述轴的线位移为

$$\begin{cases} Y_{dm} = r_{dm}(\varphi_d - \varphi_m) \\ Y_{ifp} = r_{ifp}(\varphi_{if} - \varphi_{ip}) \\ Y_{ijsj} = r_{ijsj}(\varphi_{ijs} - \varphi_{ijh}) \\ Y_{go} = r_{go}(\varphi_g - \varphi_o) \end{cases} \quad (13)$$

经上述变换后，系统的自由度变为 36 个。联立式(6)与式(13)可知，线位移 Y_{lng2h} 可用其他线位移表示为

$$\begin{aligned} Y_{rng2h} &= Y_{rng1h} + Y_{r1} + Y_{rg}^* + e_{rng1h} - Y_{r2}^* - \\ &Y_{rg} - e_{rng2h} - \frac{r_{rb2h}}{r_{r2s2h}}Y_{r2s2h} + \frac{r_{rb1h}}{r_{r1s1h}}Y_{r1s1h} + \\ &\frac{r_{rb1h}}{r_{rb1s}}(Y_{rnp1s} + Y_{rnp} + Y_{r1}^* + e_{rnp1s}) - \\ &\frac{r_{rb2h}}{r_{rb2s}}(Y_{rnp2s} + Y_{rnp}^* + Y_{r2} + e_{rnp2s}) \end{aligned} \quad (14)$$

同理，可求得 Y_{lng2h} 和 Y_{lnmf} 的表达式。联立式(2)~式(12)，并进行合并简化处理，可获得无刚体位移的 33 个微分方程。鉴于方程的复杂性，因此仅给出其中的一个方程。

$$\begin{aligned} \ddot{Y}_{rnmf} &= \frac{F_{m,x} + K_{m,x}X_{nm} + c_{m,x}\dot{X}_{nm}}{m_m}\cos\alpha_{rnmf} - \\ &\left[\frac{F_{rpx} - K_{rpx}X_{rnp} - c_{rpx}\dot{X}_{rnp}}{(m_{rf} + m_{rp})}\cos\theta_{rf} + \right. \\ &\left.\frac{F_{rpy} - K_{rpy}Y_{rnp} - c_{rpy}\dot{Y}_{rnp}}{(m_{rf} + m_{rp})}\sin\theta_{rf}\right]\cos\alpha_{rnmf} + \\ &\frac{F_{mz} - K_{mz}Z_{nm} - c_{mz}\dot{Z}_{nm}}{m_m}\sin\alpha_{rnmf} - \\ &\frac{F_{rpz} - K_{rpz}Z_{rnp} - c_{rpz}\dot{Z}_{rnp}}{(m_{rf} + m_{rp})}\sin\alpha_{rnmf} + \\ &\frac{r_m}{I_m}\left(\frac{P_{dm}}{r_{dm}} - F_{rnmf}r_{bm} - F_{lnmf}r_{bm}\right)\cos\alpha_{rnmf} - \\ &\left(F_{rnmf}r_{rbf} - \frac{P_{rfp}}{r_{rfp}}\right)\cos\alpha_{rnmf} - \ddot{e}_{rnmf} \end{aligned} \quad (15)$$

上述非线性动力学方程中，各变量之间的数量级差别很大，会影响动力学方程的求解精度，因此还需要对方程开展量纲一化处理，此处不再赘述。

3 均载系数的计算

本文采用变步长 Runge-Kutta 数值仿真法求解上述非线性振动微分方程，可获得系统的位移响应和速度响应。将求解结果代入式(7)中，则可获得各齿轮副间的动态啮合力 $F_{inmf}(t)$ 、 $F_{inpps}(t)$ 和 $F_{ingh}(t)$ 。令 $\Omega_{imf}(t)$ 、 $\Omega_{ijs}(t)$ 和 $\Omega_{ijh}(t)$ 分别表示输入级 i 端、分扭级 i 端分支 j 和并车级 i 端分支 j 的动态均载系数，则系统各分支的动态均载系数^[30]可表示为

$$\begin{cases} \Omega_{imf}(t) = \frac{2F_{inmf}(t)}{F_{rnmf}(t) + F_{lnmf}(t)} \\ \Omega_{ijs}(t) = \frac{2F_{inpps}(t)}{F_{inpls}(t) + F_{inps2s}(t)} \\ \Omega_{ijh}(t) = \frac{2F_{ingjh}(t)}{F_{ing1h}(t) + F_{ing2h}(t)} \end{cases} \quad (16)$$

定义各传动级的最大均载系数为其均载系数。令 Ω_{mf} 、 Ω_{is} 和 Ω_{ih} 分别表示输入级、分扭级和并车级的均载系数，则各传动级的均载系数为

$$\begin{cases} \Omega_{mf} = [\Omega_{rmi}(t), \Omega_{lmi}(t)]_{\max} \\ \Omega_{is} = [\Omega_{ris}(t), \Omega_{lis}(t)]_{\max} \\ \Omega_{ih} = [\Omega_{rih}(t), \Omega_{lih}(t)]_{\max} \end{cases} \quad (17)$$

4 扭转刚度对均载特性的影响分析

根据分流传动的互换性配齿条件，以体积最小对系统的设计参数进行优化^[31]，获得了面齿轮-圆柱齿轮两次分流传动系统的基本参数，如表 1 所示。

表 1 两次分流传动系统基本参数

Table 1 Basic parameters of twice split transmission system

参数	数值
输入功率 P/kW	1 000
输入转速 $n/(\text{r}/\text{min})$	20 900
输入级、分扭级、并车级齿轮模数 m/mm	3, 3.4, 5
输入级齿轮齿数 Z_m 、 Z_{if}	28, 140
分扭级齿轮齿数 Z_{ip} 、 Z_{ijs}	20, 59
并车级齿轮齿数 Z_{ijh} 、 Z_g	15, 100
输入级、分扭级、并车级齿轮压力角 $\alpha_{nmf}/(^{\circ})$	20, 25, 25
并车级齿轮螺旋角 $\beta/(^{\circ})$	33.5
输入级、分扭级、并车级齿宽 mm	28, 32, 72
安装角度 θ_p 、 θ_j 、 θ_{ig} 、 $\theta_g/(^{\circ})$	108, 108, 36, 70

4.1 各分支均载系数分析

图 8 所示为系统各分支均载系数随时间的变化曲线。由图 8(a)~图 8(e)可知,各传动级两分支均载系数并不相等。其中,输入级最大均载系

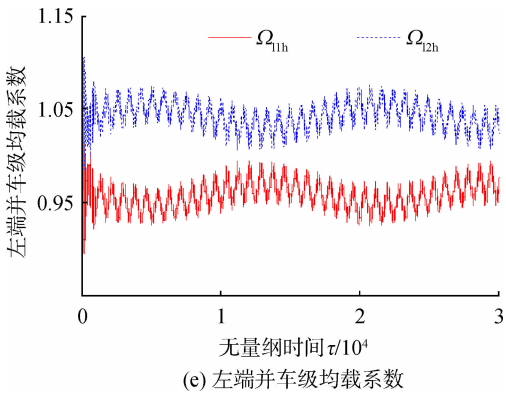
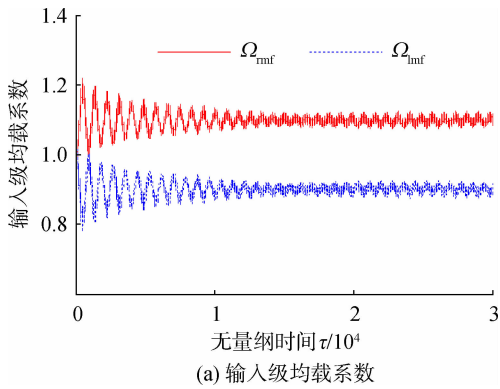


图 8 系统各分支均载系数随时间变化曲线
Fig. 8 Time history of load sharing coefficients of each branch of the system

数出现在右端;左、右端分扭级和并车级最大均载系数均出现在分支 2。当系统在稳定运行状态时,均载系数近似为周期性变化。

4.2 传动轴扭转刚度的影响分析

4.2.1 输入、输出轴的影响

输入、输出轴的扭转刚度对各传动级均载系数影响的变化关系曲线分别如图 9 和图 10 所示。由图可知,输入轴和输出轴的扭转刚度对各传动级的均载系数几乎没有影响。

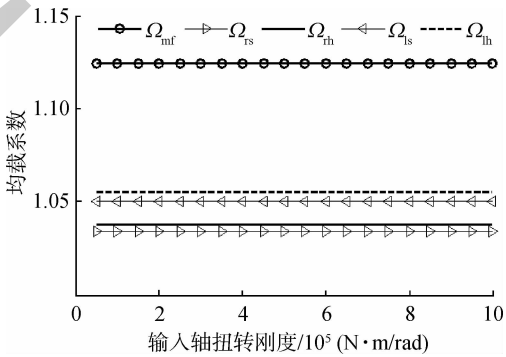
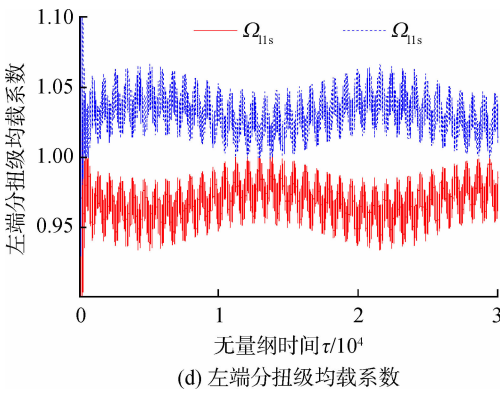
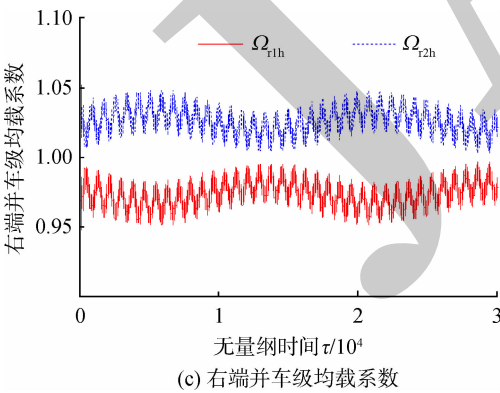
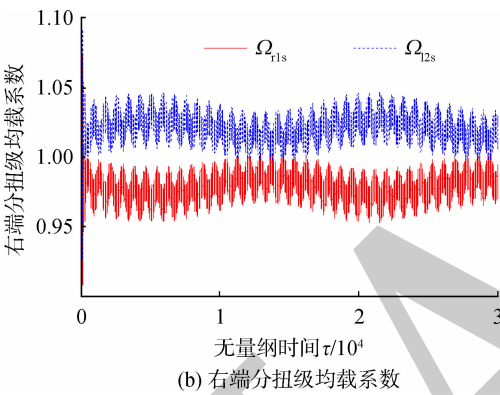


图 9 输入轴的扭转刚度对均载特性的影响
Fig. 9 Influence of input shaft torsional stiffness on load sharing characteristics

4.2.2 双联轴的影响

双联轴扭转刚度对各传动级均载系数影响的变化关系曲线如图 11 所示。由图可见:各传动级均载系数对双联轴扭转刚度的变化较敏感,逐渐增大双联轴的扭转刚度,输入级的均载系数减小,而分扭级、并车级的增大^[10]。

以左分支分扭级和并车级为例,尽管几何结构具有对称性,但是啮合齿轮副之间的啮合力并不对称,使得齿轮中心的横向位移以及其导致的

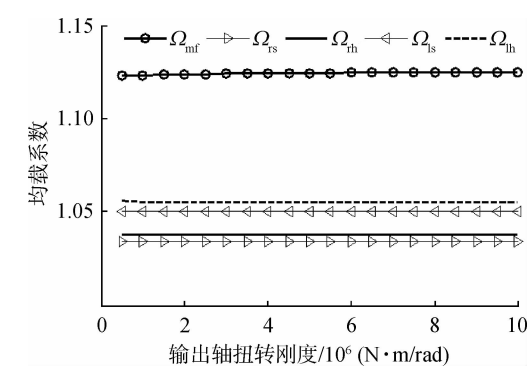


图 10 输出轴的扭转刚度对均载特性的影响
Fig. 10 Influence of output shaft torsional stiffness on load sharing characteristics

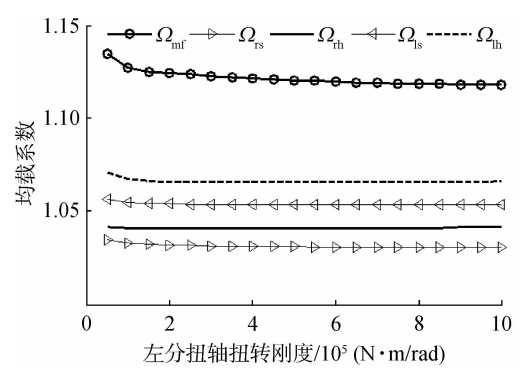


图 12 左分扭轴扭转刚度对均载特性的影响
Fig. 12 Influence of left-branch split torque shaft torsional stiffness on load sharing characteristics

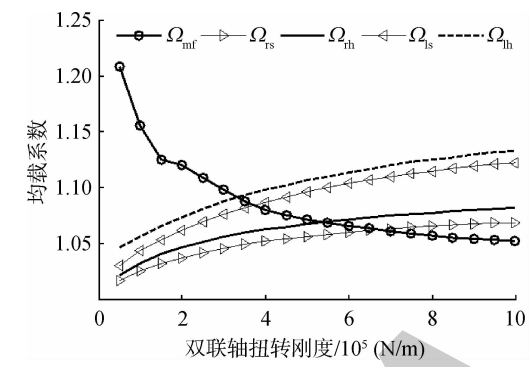


图 11 双联轴扭转刚度对均载特性的影响
Fig. 11 Influence of torsional stiffness of compound shafts on the load sharing characteristics

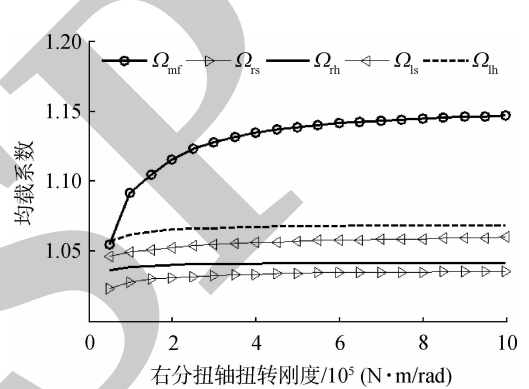


图 13 右分扭轴扭转刚度对均载特性的影响
Fig. 13 Influence of right-branch split torque shaft torsional stiffness on load sharing characteristics

齿轮扭转微位移出现差异,因此分扭级的两分支均载系数会发生变化。当双联轴的扭转刚度逐渐增大时,分扭轴的柔性相对增大,因此其变形量也相应增大,而齿轮中心横向微位移引起的齿轮扭转微位移在整个系统中的变形量比例逐渐减小,使得变形协调能力发生变化,因此输入级的均载特性获得很大改善,而分扭级和并车级的均载系数逐渐增大。

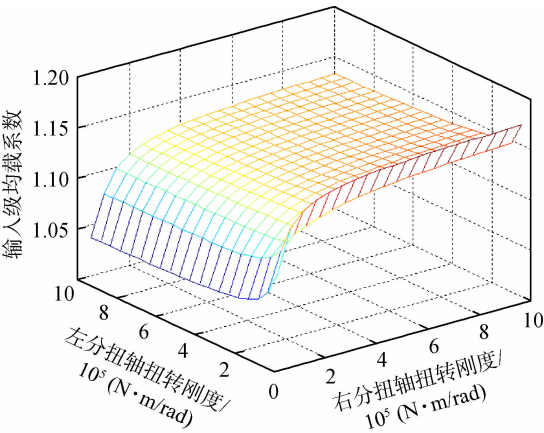
4.2.3 分扭轴的影响

左右分扭轴扭转刚度对各传动级均载系数影响的变化关系曲线分别如图 12 和图 13 所示。由图可见,左右分扭轴的扭转刚度对均载系数的影响有差异。由图 12 可知,随着左分扭轴扭转刚度的增大,系统各传动级均载系数变小,但变化范围不大。由图 13 可知,各传动级均载系数随右分扭轴扭转刚度的增大而变大。其中,输入级均载系数变化最为明显,分扭级和并车级的变化很小。主要原因在于:虽然面齿轮的分布具有一定的几何对称性,但是

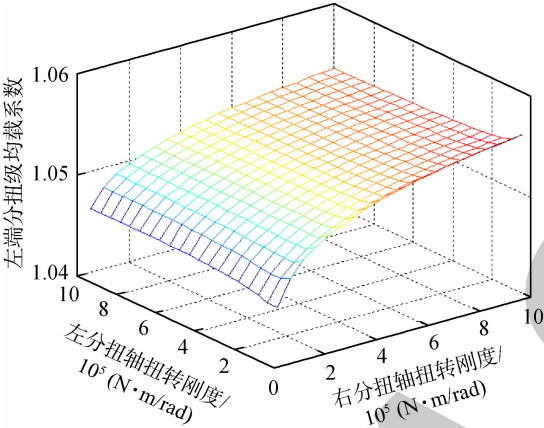
输入轴的转动方向使得分扭轴上齿轮副间的啮合力方向存在差异,导致弹性结构件的变形量及其引起的轮系偏转角不等,因此均载特性出现较大差异。

4.3 分扭轴扭转刚度对均载影响的综合分析

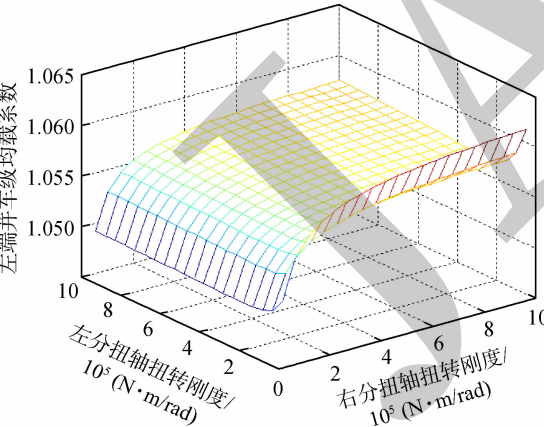
为进一步研究分扭轴刚度变化对均载特性的影响,令分扭轴的扭转刚度为变量,而其他参数不变,对左、右分扭轴扭转刚度对均载系数的影响进行了综合分析。均载系数与左、右分扭轴扭转刚度变化的三维曲线如图 14 所示。由图可知:右分扭轴扭转刚度不变,当左分扭轴的扭转刚度在 $2 \times 10^5 \sim 10 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m/rad}$ 区间内变化时,各传动级的均载系数几乎无变化;但是,当左分扭轴扭转刚度不变,增大右分扭轴的扭转刚度会导致各传动级的均载系数增大。可见,在该传动系统的设计中,为获得较好的均载系数,需要开展左、右分扭传动轴的扭转刚度参数匹配设计。



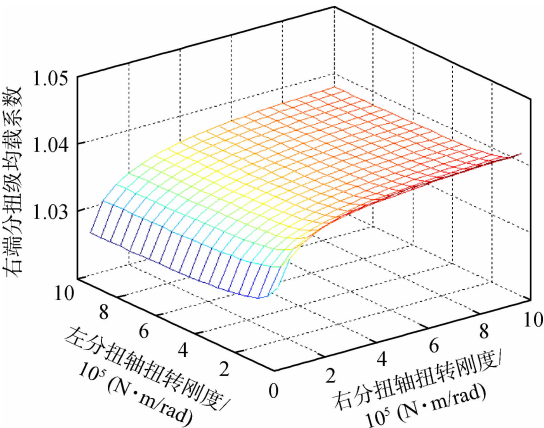
(a) 输入级均载系数与扭转刚度间的三维曲线图



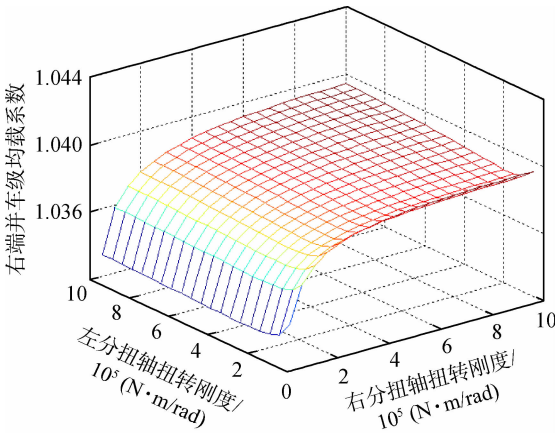
(b) 左端分扭级均载系数与扭转刚度间的三维曲线图



(c) 左端并车级均载系数与扭转刚度间的三维曲线图



(d) 右端分扭级均载系数与扭转刚度间的三维曲线图



(e) 右端并车级均载系数与扭转刚度间的三维曲线图

图 14 分扭轴扭转刚度对均载特性的影响
Fig. 14 Influence of split torque shaft torsional stiffness on load sharing characteristics

5 结 论

结合面齿轮和圆柱齿轮的功率分流传动优点,提出了面齿轮-圆柱齿轮两次功率分流的传动系统构型。根据集中质量法,建立了弯扭耦合的非线性动力学方程,并采用数值仿真法进行了求解,获得了各传动级均载系数,以及传动轴扭转刚度对均载系数的影响,主要结论如下:

- 1) 输入、输出轴的扭转刚度对各传动级的均载系数几乎没有影响。
- 2) 双联轴的扭转刚度对均载系数有较明显的影响。逐渐增大双联轴的扭转刚度,输入级的均载系数获得改善,而分扭级、并车级的均载系数变差。在一定范围内,减小双联齿轮轴的扭转刚度可提高系统的均载特性。
- 3) 增大右分扭轴的扭转刚度,各传动级均载特性获得改善,尤其是输入级,其均载系数对分扭轴的扭转刚度较敏感。
- 4) 相对而言,均载系数对右分扭轴的扭转刚度较敏感。在双联轴扭转刚度较小且满足强度的情况下,为获得较好的动力学均载系数,需合理配置左、右分扭轴的扭转刚度。

参考文献:

[1] HEATH G F, BOSSLER J R B. Advanced rotorcraft transmission (ART) program-final report [R]. NASA CR-191057, 1993.
[2] HANDSCHUH R E, LEWICKI D G, HEATH G F, et al. Experimental evaluation of face gears for aerospace drive system applications [R]. NASA TM-107227, 1996.
[3] WHITE G. New family of high-ratio reduction gear with

- multiple drive paths[J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, 1974, 188(1): 281-288.
- [4] WHITE G. Design study of a 375 kW helicopter transmission with split-torque epicyclic and bevel drive stages[J]. Journal of Mechanical Engineering Science, 1983, 197(4): 213-224.
- [5] WHITE G. Design study of a split-torque helicopter transmission[J]. Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2): 117-123.
- [6] SEGADÉ R A, VILÁN V J A, LÓPEZ L M, et al. Split torque gearboxes: requirements, performance and applications[J]. Mechanical Engineering, 2012, 58: 56-74.
- [7] KISH J G. Sikorsky aircraft advanced rotorcraft transmission (ART) program-final report[R]. NASA CR-191079, 1993.
- [8] MAJID R, TIMOTHY K. Dynamics of a split torque helicopter transmission[R]. NASA TM-105681, 1992.
- [9] KRANTZ T L. Dynamics of a split torque helicopter transmission[R]. NASA TM-106410, 1994.
- [10] KRANTZ T L. A method to analyze and optimize the load sharing of split path transmissions[R]. NASA TM-107201, 1996.
- [11] KRANTZ T L, DELGADO I R. Experimental study of split-path transmission load sharing[R]. NASA TM-107202, 1996.
- [12] COCKING H. The design of an advanced engineering gearbox[J]. Vertica, 1986, 10(2): 213-225.
- [13] SMIRNOV G. Multiple-power-path nonplanetary main gearbox of the Mi-26 heavy-lift transport helicopter[J]. Vertiflite, 1990, 36(3): 20-23.
- [14] WHITE G. Design study of a split-torque helicopter transmission[J]. Journal of Aerospace Engineering, 1998, 212(2): 117-123.
- [15] YURIY G, SHULIN H, GREGORY B, et al. Load sharing test of the CH-53K split torque main gearbox[C]// Proceedings of the American Helicopter Society 65th Annual Forum. Grapevine, Texas, USA; the American Helicopter Society International Incorporation, 2009: 977-986.
- [16] YURIY G, WOOD B. Multi-path rotary wing aircraft gearbox; US7918146B2[P]. 2011-04-05.
- [17] YURIY G, MATTHEW A, PETER P, et al. Design and development of a modern transmission; baseline configuration of the CH-53K drive system[C]// Proceedings of American Helicopter Society 67th Annual Forum. Virginia Beach, Virginia, USA; the American Helicopter Society International Incorporation, 2011: 2323-2334.
- [18] 董皓, 方宗德, 王宝宾, 等. 基于变形协调和间隙浮动的双路功率分流系统均载特性分析[J]. 航空动力学报, 2013, 28(4): 872-877.
- DONG Hao, FANG Zongde, WANG Baobin, et al. Load sharing characteristics analysis of power split system based on deflection compatibility and clearance floating[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(4): 872-877. (in Chinese)
- [19] 李楠, 王三民, 杜佳佳. 功率四分支齿轮传动系统的固有特性与动载系数[J]. 航空动力学报, 2013, 28(2): 445-451.
- LI Nan, WANG Sanmin, DU Jiajia, et al. Natural characteristics and dynamic load coefficient of power from em-branchments gear transmission[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(2): 445-451. (in Chinese)
- [20] 桂永方, 朱如鹏, 扶碧波, 等. 扭转刚度对双输入齿轮分流传动系统动力学均载系数的影响[J]. 航空动力学报, 2014, 29(9): 2265-2268.
- GUI Yongfang, ZHU Rupeng, FU Bibo, et al. Impact of torsional stiffness on dynamic load sharing of cylindrical gear split-torque transmission system[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(9): 2265-2268. (in Chinese)
- [21] FU C, ZHAO N, ZHAO Y. Load sharing multi-objective optimization design of a split torque helicopter transmission[EB/OL]. [2015-5-18]. <http://dx.doi.org/10.1155/2015/381010>.
- [22] JIN G H, XIONG Y P, GUI Y F, et al. Sensitive parameter and its influence law on load sharing performance of double input split torque transmission system[J]. Journal of Vibration Engineering and Technologies, 2017, 5(6): 584-595.
- [23] JING H, YANG H Y, ZHU R P. Tooth surface friction and its influence on dynamic transmission error of double power input transmission system[J]. Journal of Vibroengineering, 2018, 20(5): 1937-2901.
- [24] 陈广艳, 陈国定, 李永祥, 等. 含有面齿轮的传动系统动态响应特性研究[J]. 航空动力学报, 2009, 24(10): 2391-2396.
- CHEN Guangyan, CHEN Guoding, LI Yongxiang, et al. Dynamic response analysis of gear drive with face-gears[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(10): 2391-2396. (in Chinese)
- [25] HU Z, TANG J, CHEN S, et al. Effect of mesh stiffness on the dynamic response of face gear transmission system[J]. Journal of Mechanical Design, 2013, 135(7): 071005. 1-071005. 7.
- [26] 雷敦财, 唐进元. 一种面齿轮传动时变啮合刚度数值计算方法[J]. 中国机械工程, 2014, 25(17): 2300-2304.
- LEI Duncai, TANG Jinyuan. A calculation method of mesh stiffness for face gear transmission system[J]. China Mechanical Engineering, 2014, 25(17): 2300-2304. (in Chinese)
- [27] 杨振, 王三民, 范叶森, 等. 正交面齿轮传动系统非线性振动特性研究[J]. 振动与冲击, 2010, 29(9): 218-221.
- YANG Zhen, WANG Sanmin, FAN Yesen, et al. Nonlinear dynamics of face-gear transmission system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(9): 218-221. (in Chinese)
- [28] 王延忠, 唐文, 兰州, 等. 基于载荷当量安装误差的面齿轮振动特性[J]. 航空动力学报, 2018, 33(4): 989-998.
- WANG Yanzhong, TANG Wen, LAN Zhou, et al. Vibration characteristic for face gear based on load equivalent

installation errors[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(4):989-998. (in Chinese)

[29] 靳广虎. 正交面齿轮传动的强度及动力学特性分析研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2012.

JIN Guanghu. Research on strength and dynamic characteristics of orthogonal face gear drives[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2012. (in Chinese)

[30] 朱增宝, 朱如鹏, 鲍和云, 等. 偏心与齿频误差对封闭差动人字齿轮传动系统动态均载特性的影响分析[J]. 航空动力学报, 2011, 26(11):2601-2609.

ZHU Zengbao, ZHU Rupeng, BAO Heyun, et al. Impact of run out and meshing frequency errors on dynamic load-sharing for encased differential herringbone train[J]. Journal of Aerospace Power, 2011, 26(11):2601-2609. (in Chinese)

[31] 任薇. 面齿轮-圆柱齿轮两次分流传动系统的设计及均载特性研究[D]. 南京:南京航空航天大学, 2017.

REN Wei. Design and load sharing analysis of twice split-torque transmission system with face gears and cylindrical gears[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2017. (in Chinese)

(编辑:王碧琚)