

航空发动机低压转子系统的动力学相似设计方法

缪 辉, 臧朝平

(南京航空航天大学 能源与动力学院

航空发动机热环境与热结构工业和信息化部重点实验室, 南京 210016)

摘 要: 提出了航空发动机转子系统动力学相似设计方法,以便采用模型替代实际结构对其动力学特性进行研究。基于转子系统的动力学等效原则,通过动力学优化方法建立全尺寸原型的相似等效模型。综合采用方程分析和量纲分析推导转子系统的动力学相似准则,并根据转子设计参数的相似关系建立相似等效模型的缩比模型。基于模型修正方法对三维设计模型的相似误差进行修正,得到预测精度较高的动力学相似模型。以双转子发动机低压转子试验模型的动力学相似设计为例,通过有限元仿真对动力学相似设计方法的有效性进行了验证。结果表明:在设计转速范围内,通过该方法得到的动力学相似模型能够有效预测全尺寸原型的临界转速和不平衡响应,前三阶临界转速的相似误差分别为 3.09%、1.75%和 0.31%,对应振型的相关性均大于 0.93。该方法具有较高的实用价值,可为发动机整机动力学相似设计提供参考。

关 键 词: 动力学相似; 转子系统; 模型试验; 相似准则; 相似关系; 模型修正

中图分类号: V231.96; TH113.1 **文献标志码:** A

Dynamic similarity design method for aero-engine low-pressure rotor system

MIAO Hui, ZANG Chaoping

(Aero-engine Thermal Environment and Structure Key Laboratory of

Ministry of Industry and Information Technology,

College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: Dynamic similarity design of an aero-engine rotor system was presented to study its dynamic characteristics using the design model instead of the real structural system. Firstly, the similar equivalent model of the rotor full scale prototype, based on the dynamic equivalence principle of the rotor system, was established by dynamic optimization. Then, the dynamic similarity criterions of the rotor system were derived by equation analysis combined with dimensional analysis, and the reduced-scale model of the similar equivalent model was constructed according to the similarity relations of the rotor design parameters. Finally, using the model updating method, the dynamic similarity model of high prediction accuracy was obtained by updating the similarity error of the three-dimensional design model. Taking

收稿日期: 2019-10-23

基金项目: 国家自然科学基金委员会与中国工程物理研究院联合基金(U1730129)

作者简介: 缪辉(1987—),男,博士生,主要从事发动机结构强度与振动研究。

通信作者: 臧朝平(1963—),男,教授、博士生导师,博士,主要从事结构动力学与测试方面的研究。E-mail: c. zang@nuaa.edu.cn

引用格式: 缪辉,臧朝平. 航空发动机低压转子系统的动力学相似设计方法[J]. 航空动力学报, 2020, 35(4): 766-776. MIAO Hui, ZANG Chaoping. Dynamic similarity design method for aero-engine low-pressure rotor system[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(4): 766-776.

the dynamic similarity design for the low-pressure rotor of the dual-rotor aero-engine as an example, the effectiveness of the dynamic similarity design method was validated by finite element simulation. Results showed that the dynamic similarity model obtained by this method could effectively predict the critical speeds and unbalance responses of the full scale prototype within the design operation speed. The similarity errors for the first three critical speeds were 3.09%, 1.75% and 0.31%, respectively, and the corresponding modal assurance criterion values were all above 0.93. This method has great value for practical application, and provides a reference for dynamic similarity design of the whole aero-engine.

Key words: dynamic similarity; rotor system; model test; similarity criterion; similarity relationship; model updating

航空发动机作为飞机的动力装置,在运行时会受到机械激振、气动激振、热场影响等作用,其振动问题十分突出。振动超标是引起发动机故障的主要原因之一,据统计,航空发动机 70% 以上的故障由振动导致或与振动相关^[1]。发动机结构非常复杂,现有的计算方法难以准确分析其整机动力学特性,而当前技术条件下对物理样机的振动测试十分有限,导致对其复杂动力学特性认识不足^[2]。由于受到制造成本、试验条件、数据分析等多方面因素的影响,开展发动机整机动力学试验研究仍然存在很大的困难。

对此,工程中采取的解决方法是,运用相似理论设计和制造与原型样机物理相似的模型,通过模型试验再现原型的物理特征,从而揭示原型的物理本质和规律^[3]。相似理论是模型试验的理论基础,主要表述为“相似三定理”^[4];其中第一定理规定了相似的必要条件,即相似现象必须具有的性质;第二定理为 π 定理,通过该定理能够把模型试验结果推广到原型中去;第三定理为判定定理,建立了相似的充分和必要条件。随着相似理论在实践应用中的不断深入和发展,基于相似理论的模型试验,因其成本低、准确性高及可预测性好等优点被应用于水力学、热力学、传热学和空气动力学等诸多领域。

在过去的几十年里,相似理论在结构动力学领域取得了长足的进步。科研人员将动力学相似理论应用于板、梁、壳等结构的动力学相似问题研究^[5-6],解决了包括海洋结构、土建结构及动力装备结构的动力学相似试验模型的设计问题^[7]。在国外,动力学相似理论的研究和应用起步较早,如美国国家航空和航天局(NASA)曾对土星 5 号运载火箭和大力神号运载火箭进行相似缩尺模型的动力学试验研究^[8]。在国内,基于动力学相似理

论的应用得到了进一步发展,周颖等^[9]提出了轨道-路基体系一致动力学相似设计方法,并开展了不同激振频率工况下模型体系的动力学试验研究。陈常松等^[10]利用相似理论建立了岳阳洞庭湖大桥模型的动力学相似关系,通过相似模型桥的模式试验结果推出了实桥的动力学特性。刘财芝等^[11]基于动力学相似理论设计了运载火箭 1/5 动力学缩比相似模型。

近年来,基于相似理论的转子动力学研究受到了国内外学者的广泛关注与重视。Wu^[12]采用量纲理论建立了转子系统的完全几何相似模型,并通过转子模型预测了原型的振动特性,其研究表明完全相似模型与原型的频率和振动响应具有明确的比例关系。Young^[13]推导了自适应复合材料船用燃机转子缩比模型和原型的动力学相似关系,并对相似缩比模型的尺寸效应进行了研究。Baxi 等^[14]建立了反应堆燃气涡轮转子的几何畸变相似模型,设计目标是使相似模型在工作转速范围内的临界转速的个数与数值与全尺寸原型一致。Motley 等^[15]研究了自适应复合材料船用螺旋桨转子的水弹性响应和潜在失效机理的动力学相似关系。殷杰等^[16]研究了燃气轮机拉杆转子的动力学相似问题,建立了畸变补偿模型与原型的动力学相似准则。罗忠等^[17]在考虑轴承刚度的基础上,建立了与转子原型固有特性一致的几何畸变相似模型。王永亮等^[18]推导了考虑陀螺力矩的转子-简单支承系统的相似准则,通过仿真验证了相似转速下缩尺模型与原型临界转速的相似性。

通常,几何相似是物理现象相似的先决条件,但是完全几何相似对于动力学相似模型的设计是没有必要的,不仅会增加试验模型设计、制造和装配的困难,还会由于细小结构特征的缩比,给模型测试带来不确定的因素,增加测试难度。对于航

空发动机这类大型复杂转子系统,采用完全几何相似的缩比模型进行试验,可能导致强度无法满足要求。此外,由于几何尺寸的缩比,模型的临界转速随之增加,这将给高转速驱动和动平衡带来很大困难。对此,期望能够获得几何尺寸和临界转速同时缩比,且结构简化的动力相似模型进行试验。目前,关于转子系统的动力学相似设计问题已经开展了一些研究,但这些研究大多基于实验室的简单转子系统,针对工程中的复杂转子系统动力学相似问题的研究还不够完善。对于发动机转子系统的动力学相似设计问题,至今仍然缺乏有效且实用的解决方法。

为此,本文提出了航空发动机转子系统动力学相似设计方法,通过该方法能够快速获得预测精度较高的动力学相似模型。首先,确定了发动机转子系统动力学相似设计目标,提出了实现动力学相似设计的策略,即三步法;接着,对三步法的相关理论进行了介绍,包括动力学等效建模、相似缩比模型的建立以及动力学相似模型的修正和评价方法;然后,以双转子航空发动机的低压转子为例,详细介绍了本文方法对其动力学相似模型的设计过程,并通过有限元仿真验证了方法的有效性;最后,给出了研究的主要结论。

1 发动机转子动力学相似设计方法

1.1 设计目标与策略

为搭建转子试验台模拟实际发动机转子系统的动力学特性,要求转子试验模型与全尺寸原型必须满足动力学相似条件。由模型试验中动力学相似的定义可知:模型和原型在工作状态下的动力学固有特性、模态振型、及动力学响应行为等,在一定范围内一致或成固定比例关系。而对于发动机转子系统而言,动力学相似必须具备两个最基本的原则:一是临界转速相似;二是振型相似。因此,发动机低压转子系统动力学相似设计的目标为:在设计转速范围内,模型的临界转速与原型一致或成固定比例,且模型的振型分布与原型一致,并具有较高的相关性。此外,在满足设计目标的前提下,应尽量使模型结构简单,制作材料容易获得,易于制造、装配和试验操作。

针对以上设计目标,提出了如图 1 所示的三步法作为发动机转子系统动力学相似设计的基本策略。第一步是相似等效模型的建立。对发动机转子系统的全尺寸原型进行动力学等效建模,以全尺寸原型的动力学特性为基准,基于动力学等

效原则,采用动力学优化方法获得动力学相似且结构简化的相似等效模型。第二步是相似缩比模型的建立。对第一步得到的相似等效模型进行缩比设计,采用相似理论推导转子系统的动力学相似准则,通过设计参数的动力学相似关系建立相似缩比模型。第三步是动力学相似模型的获取。采用模型修正方法对第二步得到的相似缩比模型的三维设计模型进行修正,以获得较高预测精度的动力学相似模型。在整个设计过程中,每一步获得的设计模型与参考原型都是动力学相似的,从而保证最终设计模型与原型动力学相似。

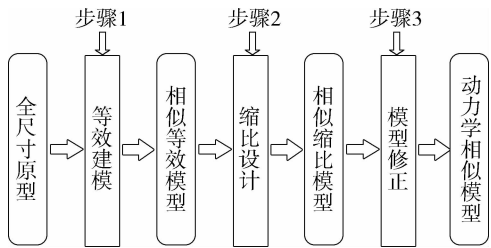


图 1 航空发动机转子系统动力学相似设计策略
Fig. 1 Dynamic similarity design strategy for
aero-engine rotor system

1.2 相似等效模型的建模

由于航空发动机转子系统的复杂性,设计和制造几何完全等比例的相似模型进行试验研究,将耗费大量的资金和人力。为了提高试验研究的效率,降低模型制造和试验的难度,对发动机转子原型进行动力学等效建模,获得能够模拟原型动力学特性且结构简化的相似等效模型,并为下一步缩比模型设计提供参考原型。

动力学等效建模的原则主要包括:①质量和转动惯量分布相似,相似等效模型与原型的质量沿转子轴向分布一致,转动惯量空间分布一致,且质心始终在轴线上;②刚度分布相似,主要考虑相似等效模型与原型的转轴抗弯刚度分布一致;③边界条件相似,即保持支承方案一致,相似等效模型与原型的支承刚度和支承位置保持一致。基于上述原则,分别对发动机转子系统主要结构特征的几何部件进行动力学等效。对于转轴,通过改变轴的内、外径实现与原型抗弯刚度分布一致;对于轮盘,通过调整其形状和位置实现与原型质量和转动惯量分布相似;对于叶片,将其质量和转动惯量等效到轮盘;对于支承系统,通过保持支承方案一致和改变支承刚度实现动力学等效。由于连接件的力学特性非常复杂,为了简化和近似,在

等效模型设计中采用刚性连接对其进行处理。

为了提高分析的效率,转子系统的相似等效模型可通过有限元一维模型建立。该建模的简化有:①转轴用梁单元模拟,考虑转动惯量、陀螺力矩和连续质量的影响;②盘用集中质量单元模拟,其质量和转动惯量通过盘的密度与形状换算;③支承用弹簧阻尼单元模拟,主要考虑支承的刚度,忽略阻尼的影响。相似等效模型主要考虑转子的横向振动特性,对于转子有限元一维模型,约束转子沿轴向和绕轴向的转动自由度,支承接地端为全约束。

实际上,从结构设计角度来看,动力学等效建模主要是在动力学相似的基础上进行结构的几何特征设计。由于相似等效模型对实际结构进行了大量简化,因而无法建立动力学特性完全相似的简化模型,该模型只是对原型的一种近似。在这种情况下,可在正向设计的基础上采用优化方法求解结构反问题,从而设计满足要求的相似等效模型。因此,动力学等效建模工作可转化为结构动力学优化问题进行处理,其数学形式表达为

$$\begin{cases} \min & g(\mathbf{x}) = \|\mathbf{W}(\mathbf{f}_p - \mathbf{f}_m(\mathbf{x}))\|_2^2 \\ \text{s. t.} & \mathbf{x}^l \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^u \\ & s_m^l(\mathbf{x}) \leq s_m(\mathbf{x}) \leq s_m^u(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (1)$$

式中 $g(\mathbf{x})$ 为目标函数, $\mathbf{W}$ 为加权系数矩阵,下标 m 和 p 分别表示模型和原型, $\mathbf{f}_p$ 与 $\mathbf{f}_m$ 分别为原型参考向量和模型预测向量,主要由临界转速和振型组成, $\mathbf{x} = [D_i, D_o, D_d, T_d, L_d, k_b]^T$ 为待优化的设计变量,对应转子系统的结构参数, D_i 和 D_o 分别为轴的内径和外径, D_d 、 T_d 和 L_d 分别为盘的直径、厚度及位置, k_b 为支承刚度, $s_m(\mathbf{x})$ 是模型设计变量的状态函数,通过约束状态函数的变化范围提高最优解的收敛效率,上角标 u 和 l 分别表示变量的上界和下界。

采用子问题逼近法^[19]将式(1)中约束的优化问题转换为无约束的优化问题,目标函数表达为

$$F(\mathbf{x}, q_k) = g(\mathbf{x}) + g_o q_k \left[\sum_{i=1}^n P(x_i) + \sum_{i=1}^m Q(s_i) \right] \quad (2)$$

式中 P 为设计变量的罚函数, Q 为状态变量的罚函数, g_o 为设计变量为初始值时参考目标函数值, $F(\mathbf{x}, q_k)$ 为无约束的目标函数,是设计变量 $\mathbf{x}$ 和响应面参数 q_k 的函数。设计变量的每次迭代都采用序列无约束极小化对方程进行求解,并通过调整响应面参数 q_k 获得满足目标函数收敛公差收敛解。

1.3 相似缩比模型的建立

在相似等效模型的基础上,进行相似缩比模型设计。相似缩比模型设计的目的是通过缩比设计减小试验模型的尺寸和质量,从而进一步降低模型试验的成本和难度。通过相似理论推导转子系统的动力学相似准则,继而建立模型与原型结构设计参数的相似关系,此处的原型指的是相似等效模型。通过设计参数的相似关系建立相似等效模型的缩比模型,该模型必须保证与发动机转子全尺寸原型动力学相似,且满足试验模型的设计要求。

首先,推导转子系统的动力学相似准则。以图 2 中的带支承的简单变截面转子系统为例,建立转子系统设计参数的动力学相似关系。在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中,取转子轴向微元 dx 为研究对象,微元横向变形 z 表达成复数形式 $z = u + iv$, u 和 v 分别为微元沿坐标轴 Oy 和 Oz 方向的变形。基于欧拉-伯努利梁理论^[20],转子运动方程表达为

$$EI \frac{\partial^4 z}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} - J_d \left(\frac{\partial^4 z}{\partial x^2 \partial t^2} - 2i\omega \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial t} \right) = \rho A \omega^2 r e^{i\omega t} \quad (3)$$

式中 E 为轴的弹性模量, I 为轴的截面惯性矩, ρ 为密度, A 为截面积, t 为时间, ω 为模态频率, J_d 为单位长度质量的直径转动惯量, r 为不平衡质量偏心距。

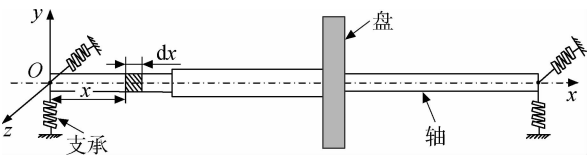


图 2 转子-支承系统示意图

Fig. 2 Schematic diagram of rotor-bearing system

由 Buckingham π 定理可知,一个用 N 个基本变量表示的具有 n 个变量 $v_1, v_2, \dots, v_n$ 的物理方程,可表达为 $\phi(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_i, \dots, \pi_{n-N}) = 0$,其中 π_i 为独立的无量纲量, $\pi_i = a_i v_1^{b_1} v_2^{b_2} \dots v_n^{b_n}$ (b_n 为有理数)。由相似第三定理,即相似的充分条件,可知,缩比模型和原型相似必须满足单值条件相似,且由单值条件组成的同名相似准则的数值相同,即 $(\pi_i)_m = (\pi_i)_p$ 。因此,式(3)还必须补充单值条件以保证相似准则在数值上相等。对转子系统,补充的单值条件意味着转子系统的边界条件相似,即支承位置一致,且支承作用于转子系统的

力保持相似。若支承的质量为 M_b , 支承刚度为 k_b , 转子作用于支承的谐波激振力的幅值为 Q , 则支承的运动方程为

$$M_b \ddot{z} + k_b z = Q \sin(\omega t)$$

(4)

采用相似变换法推导式(3)和式(4), 得到转子系统相似的 π 群

$$\begin{cases} \pi_1 = \omega t, & \pi_2 = EIz/(x^4 \rho A \omega^2 r) \\ \pi_3 = \rho A x^2/J_d, & \pi_4 = \rho A z/t^2 \\ \pi_5 = M_b \omega^2 z/Q, & \pi_6 = k_b/M_b \omega^2 \end{cases}$$

(5)

基于量纲理论, 对式(5)中变量的因次进行分析, 得到如下关系式:

$$\begin{cases} [t] = [\omega^{-1}], & [I] = [R^4], & [A] = [R^2] \\ [G] = [\rho g R^2 x], & [r] = [z] \\ [J_d] = [J_p x^{-1}], & [M_b] = [\rho R^2 x] \end{cases}$$

(6)

式中 $[\cdot]$ 表示变量的因次, R 表示半径, G 表示重力, J_p 为极转动惯量, g 表示重力加速度。

将式(6)中变量的因次代入式(5), 对式(5)中转子系统相似的 π 群进行变换, 可得

$$\begin{cases} \pi_1 = \omega t, & \pi_2 = ER^2/(\rho x^4 \omega^2) \\ \pi_3 = J_p(\rho R^2 x^3), & \pi_4 = g(z \omega^2) \\ \pi_5 = \rho g R^2 x/Q, & \pi_6 = k_b x^3/ER^4 \end{cases}$$

(7)

选择弹性模量 E 、半径 R 、轴向长度 x 和密度 ρ 作为基本变量, 则其余设计参数的相似关系通过相似准则推导获得。定义模型和原型的设计参数的相似比为

$$C_\epsilon = \epsilon_m/\epsilon_p$$

(8)

式中 C_ϵ 为设计参数 ϵ 的相似比。

将式(8)代入式(7), 由相似的充分条件, 式(7)中各个 π 项的数值必须相等, 即 $(\pi_i)_m = (\pi_i)_p$, 得到设计变量的相似比为

$$\begin{cases} C_G = C_\rho C_g C_R^2 C_x \\ C_\omega = C_R/C_x^2 \sqrt{C_E/C_\rho} \\ C_r = C_\rho C_x^4/(C_E C_R^2) \\ C_{J_p} = C_\rho C_R^2 C_x^3 \\ C_Q = C_\rho C_g C_R^2 C_x \\ C_{k_b} = C_E C_R^4/C_x^3 \end{cases}$$

(9)

当转子模型与原型的轴向尺寸和径向尺寸按同一比例缩放, 称模型为几何完全相似模型, 反之, 则称为畸变相似模型。在此, 定义转子畸变相似模型的畸变率为

$$\eta = C_x/C_R$$

(10)

将式(10)代入式(9), 得到转子畸变相似模型与原型的频率相似关系为

$$C_\omega = \sqrt{C_E}/(\eta C_x \sqrt{C_\rho})$$

(11)

假设模型的材料与原型一致, 即 $C_E = C_\rho = 1$, 则得到 $C_\omega = 1/(\eta C_x)$ 。当模型缩比不发生几何畸变, 即 $\eta = 1$, 则 $C_\omega = 1/C_x$ 。可知, 模型的几何尺寸按同一比例缩小后, 频率升高。对转子系统而言, 频率升高意味着试验转速升高, 这将对转子结构制造和装配精度提出更高的要求, 给试验研究带来困难。因此, 通过调整模型畸变率对转子进行缩比设计, 能够有效降低转子的试验转速, 减小试验难度。畸变相似模型与原型的设计参数的相似比如表 1 所示。

表 1 转子系统畸变相似模型设计参数的相似比

Table 1 Similarity ratios for design parameters of distorted similarity model of rotor system

设计参数	相似比符号	表达式
轴向长度	C_x	β
半径	C_R	β/η
弹性模量	C_E	1
密度	C_ρ	1
频率	C_ω	$1/(\beta\eta)$
临界转速	C_Ω	$1/(\beta\eta)$
转动惯量	C_{J_p}	β^5/η^2
质量	C_m	β^3/η^2
支承刚度	C_{k_b}	β/η^4
激励力	C_Q	β^3/η^2

1.4 相似模型的修正和评价

在第一步设计中, 转子系统的相似等效模型是基于有限元一维模型建立的。由于一维模型在建模中的简化和假设, 可能导致相似等效模型与实际结构的动力学特性存在一定的误差。而在第二步设计中, 因为缩比模型畸变的影响, 也可能造成相似缩比模型与相似等效模型无法完全满足动力学相似条件。这两步设计误差的累积, 可能导致最终的动力学相似模型与原型的误差较大。因此, 需对这两步设计产生的误差进行检验, 必要时应对设计模型进行修正, 以提高试验模型的预测精度。

对设计模型进行修正时, 修正参数的变化必须满足动力学相似的约束条件, 因而模型修正问题也可看成是一类约束优化问题, 其数学形式与式(1)类似, 因此, 该问题同样可采用优化方法进行求解。在修正过程中, 修正参数的选择对结果

的合理性至关重要,通常,根据误差的来源选择合理的修正参数。对于第一步设计的误差,主要考虑一维模型由于盘-轴耦合产生的误差。而对于第二步设计,主要考虑缩比模型的畸变率对动力学特性的影响。设计模型的修正参数主要包括转子结构的几何尺寸和支承参数。通过修正得到动力学相似模型后,还需要进一步判定其与原型的动力学相似程度。对于转子系统,主要是临界转速和振型相似性的评价。

临界转速的相似程度评价是通过相似关系对转子相似模型的临界转速进行换算,得到转子原型的临界转速预测值,并与原型的参考值进行对比。相似误差定义为

$$E_{\Omega} = \frac{|\Omega_m \cdot C_{\Omega} - \Omega_p|}{\Omega_p} \times 100\% \tag{12}$$

式中 E_{Ω} 为临界转速的相似误差, C_{Ω} 为临界转速的相似比, Ω_m 为相似模型的临界转速, Ω_p 为原型的临界转速。

转子振型的相似程度是采用模态置信准则 MAC(modal assurance criterion, 量符号记为 C_{mac}) 评估转子系统相似模型与原型振型的相似程度。MAC 定义^[21] 为

$$C_{mac}(\phi_{p,i}, \phi_{m,j}) = \frac{|\phi_{p,i}^H \phi_{m,j}|^2}{(\phi_{p,i}^H \phi_{p,i})(\phi_{m,j}^H \phi_{m,j})} \tag{13}$$

式中 $\phi_{p,i}$ 为原型第 i 阶振型向量, $\phi_{m,j}$ 为模型第 j 阶振型向量, H 表示厄米特转置。 $C_{mac} = 1$ 表示模型与参考原型振型完全相关, $C_{mac} = 0$ 表示不相关, C_{mac} 的值越接近 1, 两者的相关性越好。

2 实例分析

2.1 发动机低压转子原型

作为参考原型的双转子航空发动机低压转子系统如图 3 所示,主要由 3 级压气机转子、2 级涡轮转子和支承系统组成。转子部分主要由轮盘、叶片和转轴组成,在结构形式上表现为鼓筒式;支承部分包含 3 个支承,每个支承主要由轴承、弹性支承和机匣等静子部件组成。转子原型的动力学特性,刚度和质量分布特性以及支承刚度等参数由发动机制造厂家提供。在关心的转速范围内,低压转子共有 3 阶临界转速,分别为 3 399、5 818 r/min 和 16 982 r/min,对应的前三阶振型如图 4 所示。从图 4 中可以发现,第一、第二两阶临界转速的振型表现为俯仰振型,可视作为刚体振动模式,第三阶临界转速的振型表现为弯曲振型。

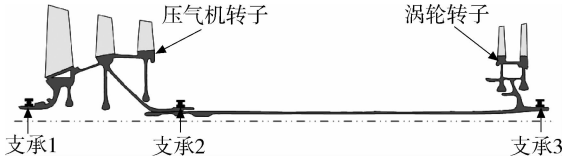


图 3 航空发动机低压转子系统
Fig. 3 Low-pressure rotor system of aero-engine

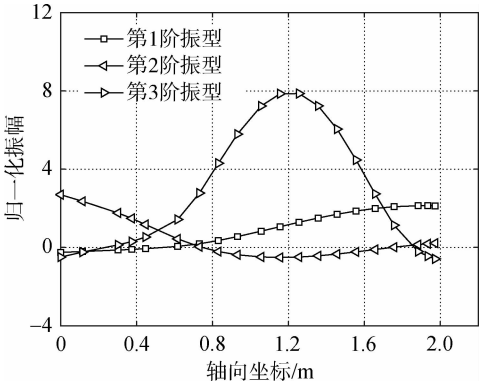


图 4 低压转子原型的前三阶振型
Fig. 4 First three mode shapes of low-pressure rotor prototype

2.2 相似等效模型的建立

第一步是建立发动机低压转子系统的相似等效模型,主要考虑保持动力学相似和结构的尽量简化。基于动力等效建模原则,结构简化方案初步设定为:①鼓筒式转子结构等效为盘-轴式转子结构;空心转轴等效为实心轴;忽略叶片结构,将其质量、转动惯量等效到轮盘;压气机盘由 3 个缩减为 2 个,涡轮盘由 2 个缩减为 1 个;②支承边界条件一致,即相似等效模型与原型的支承方案一致,模型不采用机匣结构,而实际结构中机匣组件对支承刚度的贡献等效到弹性支承的刚度;③转轴的材料采用 30CrMnSi,盘的材料采用 45 钢。

结构简化方案实现后,需要保证相似等效模型与原型的前三阶临界转速和振型保持相似。已知转子原型的第 3 阶临界转速为 16 982 r/min,若相似等效模型与原型按照临界转速相似比为 1 进行设计,则模型的试验转速较高,导致试验难度增加。如果通过相似等效模型的设计能够有效降低转子的试验转速,那么对于电动机驱动、轴承润滑和冷却、结构装配及调试都是有益的。

为此,在模型与原型临界转速和振型相似的前提下,通过调整转轴抗弯刚度、轮盘的质量和转动惯量分布、以及支承参数以降低相似等效模型

的临界转速,对应调整的结构参数包括转轴半径,轮盘半径、厚度和位置,以及支承刚度。在初始动力学等效建模的基础上,采用有限元一维建模方法建立转子系统的动力学参数化模型,并借助子问题逼近法对相似等效模型进行优化。优化的目标函数表达为

$$g(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^3 \tau w_i (1 - C_{\text{mac}}^i)^2 + \sum_{j=1}^3 \tau w_j \left(\frac{1}{2} - \frac{\Omega_{\text{m}}^j}{\Omega_{\text{p}}^j} \right)^2$$

(14)

式中 C_{mac}^i 为相似等效模型与原型第 i 阶振型的相关性, Ω_{m}^j 为相似等效模型第 j 阶临界转速, Ω_{p}^j 为原型第 j 阶临界转速,目标函数 $g(\boldsymbol{x})$ 表达为振型相关性 C_{mac} 和临界转速 Ω 的函数,相似等效模型的前三阶临界转速都设定为原型的 $1/2$,对应振型的相关性都设为 1 ,加权系数 τw_i 和 τw_j 都设为 1 ,目标函数 $g(\boldsymbol{x})$ 的收敛公差 τ 设为 0.01 。

图 5 给出了通过优化获得的相似等效模型,可见,优化后的转子结构得到了很大简化。表 2 给出了相似等效模型与全尺寸原型的动力学特性对比。由表 2 可知,相似等效模型与全尺寸原型的前三阶临界转速的相似比分别为 0.50 、 0.52 和 0.50 ,模型与原型临界转速的最大相似误差为 3.3% ,平均相似误差为 1.47% 。相似等效模型与原型的前三阶振型的相关性均大于 0.92 ,两者相关性较好。图 6 给出了两种模型的振型对比,同样表明了相似等效模型的振型分布与全尺寸原型基本一致。这说明通过动力学优化得到的相似等效模型与全尺寸原型是动力学相似的,该模型可进一步用于相似缩比模型的设计。

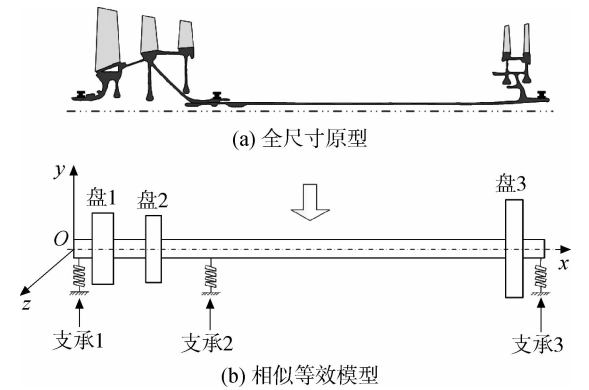


图 5 全尺寸原型转化相似等效模型示意图
Fig. 5 Schematic diagram of full scale prototype transformed into similar equivalent model

表 2 相似等效模型与全尺寸原型的动力学特性对比
Table 2 Comparison of dynamic characteristics between similar equivalent model and full scale prototype

参数	阶次		
	1	2	3
临界转速/全尺寸原型	3 399	5 818	16 982
(r/min)相似等效模型	1 705	3 005	8 424
相似比	0.50	0.52	0.50
相似误差/%	0.32	3.30	0.79
C_{mac}	0.99	0.92	0.98

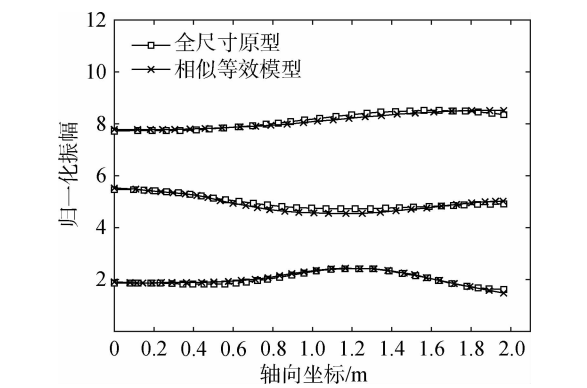


图 6 相似等效模型与全尺寸原型的振型对比
Fig. 6 Comparison of mode shapes between similar equivalent model and full scale prototype

2.3 相似缩比模型的建立

第二步是在相似等效模型的基础上进一步建立相似缩比模型,主要考虑动力学的相似关系。在这一步设计中,相似等效模型为参考原型,相似缩比模型为待设计模型。相似缩比模型选用的材料与相似等效模型相同,则材料密度和弹性模量的相似比 $C_{\rho} = C_E = 1$ 。考虑到转子试验件的制造成本、安装尺寸及工作转速的限制,设定转子轴向长度相似比 $C_x = 4/5$,临界转速相似比 $C_{\Omega} = 1$,则转子模型的畸变率 $\beta = 5/4$ 。其余设计参数的相似比,可通过表 1 中的相似关系换算获得,转轴半径的相似比 $C_R = (4/5)^2$,质量相似比 $C_m = (4/5)^5$,转动惯量相似比 $C_{J_p} = (4/5)^7$,支承刚度的相似比 $C_{k_b} = (4/5)^5$ 。通过尺寸缩比后,相似缩比模型的质量约为缩比前的 33% ,缩比后的模型质量明显减小。

接着,由相似缩比模型的设计参数建立有限元一维模型,并进行动力学分析。表 3 给出了相

表 3 相似缩比模型分别与相似等效模型和全尺寸原型的动力学特性对比

Table 3 Comparison of dynamic characteristics between similar reduced-scale model and similar equivalent model, full scale prototype respectively

阶次	临界转速/(r/min)			相似缩比模型与全尺寸原型的相似比	相似缩比模型与相似等效模型的相似比	相似缩比模型与全尺寸原型的相似误差/%	相似缩比模型与相似等效模型的相似误差/%	相似缩比模型与全尺寸原型的 C_{mac}	相似缩比模型与相似等效模型的 C_{mac}
	全尺寸原型	相似等效模型	相似缩比模型						
1	3 399	1 705	1 706	0.50	1.00	0.38	0.06	0.99	1.00
2	5 818	3 005	3 007	0.52	1.00	3.37	0.07	0.91	1.00
3	16 982	8 424	8 448	0.50	1.00	0.51	0.28	0.98	1.00

似缩比模型分别与相似等效模型和全尺寸原型的动力学特性对比。由表 3 可知,按照动力学相似关系缩比后,相似缩比模型与参考原型的临界转速基本满足相似比为 1 的关系,与理论推导结果基本一致。两者的最大相似误差为 0.28%,平均相似误差为 0.14%,误差主要由于模型的畸变所致,在本例中,可以忽略不计。相似缩比模型与参考原型的 C_{mac} 都接近于 1,具有很高的相关性。因此,相似缩比模型与全尺寸原型保持良好的动力学相似性,前三阶临界转速的相似比都接近于 1/2,相似误差均小于 3.37%, C_{mac} 均大于 0.91。综上所述,通过相似关系获得的相似缩比模型满足动力学相似设计要求。注意到,相似缩比模型的畸变率对设计结果具有一定的影响,因此设计时需对相似缩比模型的合理性进行检验。

2.4 相似三维模型的修正

由于第一步和第二步设计是基于有限元一维简化模型完成的,设计结果会存在一定的误差。相比于二维模型,三维模型在很大程度上保留了设计结构的完整性,其预测结果更接近于模型试验的结果。基于一维模型的设计参数,通过逆向建模生成相似缩比模型的有限元三维模型,如图 7 所示。表 4 给出了三维模型分别与相似缩比模型和全尺寸原型的动力学特性对比。由表 4 可知,三维模型与相似缩比模型的前三阶临界转速的相似比分别为 1.02、1.09 和 0.98。相比较于相似缩比模型的设计结果,三维模型的临界转速分析结果偏大,其中第二阶临界转速相似误差最大,为 9.44%。三维模型与全尺寸原型的前三阶临界转速的相似比分别为 0.51、0.57 和 0.49,可知,第二阶临界转速的误差较大,最大相似误差为 13.13%。由文中第 2.3 节可知,第二步缩比设计得到的设计模型误差很小。因此,误差主要来源

于有限元建模误差,即第一步设计产生的误差。由于三维模型能够近似考虑盘与轴的耦合刚度,相当于增加了轴的刚性,从而使临界转速升高,而一维模型无法直接考虑这一因素的影响,因此,三维模型的临界转速结果偏大。表 4 还给出了振型的对比结果,可知,建模误差对振型的影响较小,振型的 MAC 值均大于 0.9,满足动力学相似设计要求。

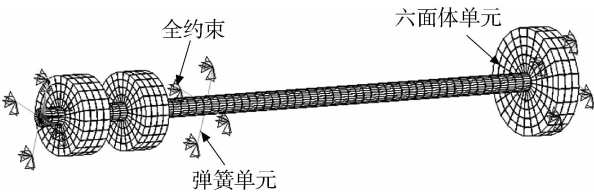


图 7 相似缩比模型的有限元三维模型

Fig. 7 Three-dimensional finite element model for similar scaling model

为了提高动力学相似模型的预测精度,采用模型修正的方法对三维模型的临界转速进行修正。由于一维模型中盘的质量和转动惯量的简化对转子临界转速的影响较小,因此,在三维模型修正时不改变盘的形状参数,选择支承刚度作为修正变量,通过改变支承刚度修正一维模型的建模误差,最终获得预测精度较高的动力学相似模型。表 5 给出了动力学相似模型的设计结果,可知,经过修正的动力学相似模型与全尺寸原型的前三阶临界转速的相似比更接近设计值 1/2,最大相似误差由 13.13%下降到 1.75%,平均相似误差由 6.06%下降到 1.72%,因此修正后模型的预测精度得到了较大改善。通过对比修正前后的振型变化可知,修正后的 C_{mac} 均接近于 1,变化很小。表 6 给出了修正参数的收敛结果,可知,修正后 3 个支承的刚度都发生了不同程度的降低,修正后支

表 4 三维模型分别与相似缩比模型和全尺寸原型的动力学特性对比

Table 4 Comparison of dynamic characteristics between three-dimensional model and similar reduced-scale model, full scale prototype respectively

阶次	临界转速/(r/min)			三维模型 与全尺寸 原型的 相似比	三维模型 与相似 缩比模型 的相似比	三维模型 与全尺寸 原型的 相似 误差/%	三维模型 与相似 缩比模型 的相似 误差/%	三维模型 与全尺寸 原型的 C_{mac}	三维模型 与相似缩比 模型的 C_{mac}
	全尺寸 原型	相似 等效 模型	三维 模型						
1	3 399	1 706	1 736	0.51	1.02	2.15	1.76	1.00	1.00
2	5 818	3 007	3 291	0.57	1.09	13.13	9.44	0.93	0.99
3	16 982	8 448	8 246	0.49	0.98	2.89	2.39	0.95	0.99

表 5 修正前后三维模型与全尺寸原型的动力学特性对比

Table 5 Comparison of dynamic characteristics of three-dimensional model and full scale prototype before and after updating

阶次	临界转速/(r/min)		修正前的 相似比	修正后的 相似比	修正前的 相似 误差/%	修正后的 相似 误差/%	修正前 C_{mac}	修正后 C_{mac}
	全尺寸 原型	修正的 三维模型						
1	3 399	1 647	0.51	0.48	2.15	3.09	1	0.99
2	5 818	2 960	0.57	0.51	13.13	1.75	0.93	0.93
3	16 982	8 517	0.49	0.50	2.89	0.31	0.95	0.96

表 6 修正参数的收敛结果

Table 6 Convergence values of the updating parameters

修正参数	初始值	收敛值	变化率/%
支承 1 刚度/(N/mm)	2 358	1 488	36.90
支承 2 刚度/(N/mm)	78 834	56 240	28.66
支承 3 刚度/(N/mm)	1 630	1 444	11.41

承 1、支承 2 和支承 3 的刚度变化率分别为 36.9%、28.66% 和 11.44%。虽然修正后支承 1 和支承 3 的刚度分别降低到 1 488 N/mm 和 1 444 N/mm,但仍能够满足实际工程的需求,可通过采用鼠笼弹性支承实现转子支承的设计。由以上结果可知,采用的模型修正方法是合理的,通过该方法得到的设计模型不仅满足与全尺寸原型的动力学相似,而且有效提高了试验模型临界转速的预测精度。

2.5 动力学相似模型的验证

为了对动力学相似设计方法的有效性进行验证,通过动力学相似模型预测了全尺寸原型的临界转速和不平衡响应,并与全尺寸原型的仿真结果进行对比和分析。首先,对动力学相似模型进

行谐响应分析,获得不平衡响应曲线;然后,根据相似关系对全尺寸原型的不平衡响应进行预测,即根据径向振动位移的相似关系和临界转速的相似关系对全尺寸原型进行预测;最后,将动力学相似模型的预测结果与全尺寸原型的仿真结果进行对比。

图 8 给出了动力学相似模型的不平衡响应预测结果与全尺寸原型的结果对比,响应点选取低压转子盘 1 位置(如图 5 所示),由于模型设计采

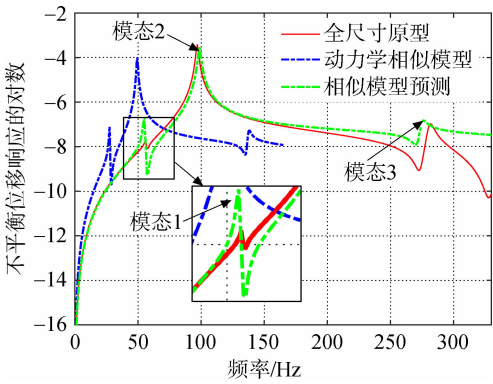


图 8 全尺寸原型不平衡响应预测的对数图

Fig.8 Logarithmic diagram of unbalance response prediction for full scale prototype

用的支承刚度是对称的,因此不平衡响应曲线只出现转子正进动时的峰值响应,转子在工作转速范围内共有 3 阶临界转速,对应 3 个峰值响应。不平衡响应曲线的峰值频率即为转子的临界转速,通过对比相似模型预测的临界转速和全尺寸原型的临界转速,可知,两者前三阶临界转速的相似误差分别为 1.79%、1.03%和 2.13%,动力学相似模型预测的临界转速与全尺寸原型的误差很小,验证了设计方法的有效性。

3 结 论

本文提出了航空发动机转子系统的动力学相似设计方法,并将其用于双转子发动机低压转子动力学相似模型的设计,相对于全尺寸原型,动力学相似模型结构简单,尺寸和质量得到了有效缩减。该方法也适用于航空发动机双转子系统的动力学相似模型设计。本文主要结论如下:

- 1) 提出了动力学相似设计方法,在很大程度上能够较为准确地获得与全尺寸原型动力学相似的设计模型,通过仿真验证了设计方法的有效性;
- 2) 相似缩比模型设计时,应选择合理的畸变率,若模型畸变产生的误差较大,在后续相似三维模型设计时需进行适当修正;
- 3) 有限元一维模型无法直接考虑盘和轴耦合效应,通过对相似三维模型的修正能够有效提高动力学相似模型的预测精度;
- 4) 本文的转子动力学相似模型的设计目标是临界转速和振型相似,由于实际转子结构的振动响应的幅频特性还受到阻尼的影响,若要实现动力学相似模型与原型的响应幅值特性相似,还应进一步考虑阻尼的影响。可考虑采用试验数据对阻尼进行修正的方法,以达到相似模型和原型的响应幅值特性可比。这也是后续进一步开展试验研究的工作之一,相关研究会另文报道。

参考文献:

[1] 陈予恕,张华彪.航空发动机整机动力学研究进展与展望[J].航空学报,2011,32(8):1371-1391.
CHEN Yushu,ZHANG Huabiao. Review and prospect on the research of dynamics of complete aero-engine systems[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica,2011,32(8): 1371-1391. (in Chinese)

[2] ZANG C P,EWINS D J. Model validation for structural dynamics in the aero-engine design process[J]. Frontiers of Energy and Power Engineering in China,2009,3(4):480-488.

[3] COUTINHO C P,BAPTISTA A J,DIAS-RODRIGUES

J. Reduced scale models based on similitude theory:a review up to 2015[J]. Engineering Structures,2016,119:81-94.

[4] 徐挺.相似方法及其应用[M].北京:机械工业出版社,1995.

[5] BALAWI S,SHAHID O,MULLA M A. Similitude and scaling laws-static and dynamic behaviour beams and plates[J]. Procedia Engineering,2015,114:330-337.

[6] ZHU Y P,WANG Y,LUO Z,et al. Similitude design for the vibration problems of plates and shells:a review[J]. Frontiers of Mechanical Engineering,2017,12(2):253-264.

[7] 罗忠,朱云鹏,韩清凯,等.动力学相似理论及在结构振动分析中的应用研究评述与展望[J].机械工程学报,2016,52(23):114-134.
LUO Zhong,ZHU Yunpeng,HAN Qingkai,et al. Review and prospect for dynamic similitude theory and its applications in the structure vibration[J]. Journal of Mechanical Engineering,2016,52(23):114-134. (in Chinese)

[8] HORTA L G,KVATERNIK R G. A historical perspective on dynamics testing at the Langley research center[R]. NASA/TM-210295,2000.

[9] 周颖,陈瑾.轨道-路基体系一致动力相似设计方法与动力试验[J].同济大学学报(自然科学版),2019,47(6):815-823,841.
ZHOU Ying, CHEN Jin. Uniform dynamic similitude method and experimental study for the track subgrade system[J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2019,47(6):815-823,841. (in Chinese)

[10] 陈常松,颜东煌,田仲初,等.岳阳洞庭湖大桥模型动力相似理论分析[J].桥梁建设,2002(1):48-51.
CHEN Changsong,YAN Donghuang,TIAN Zhongchu,et al. Dynamical similarity theory analysis to the model of Yueyang Dongting Lake Bridge[J]. Bridge Construction, 2002(1):48-51. (in Chinese)

[11] 刘财芝,唐国金,周利霖.运载火箭 1/5 动力学缩比模型设计[J].国防科技大学学报,2017,39(2):27-31.
LIU Caizhi,TANG Guojing,ZHOU Lilin. 1/5 dynamic scaled model design of launch vehicle[J]. Journal of National University of Defense Technology,2017,39(2):27-31. (in Chinese)

[12] WU J J. Prediction of lateral vibration characteristics of a full-size rotor-bearing system by using those of its scale models[J]. Finite Elements in Analysis and Design,2007,43(10):803-816.

[13] YOUNG Y L. Dynamic hydroelastic scaling of self-adaptive composite marine rotors[J]. Composite Structures, 2010,92(1):97-106.

[14] BAXI C B,TELENGATOR A,RAZVI J. Rotor scale model tests for power conversion unit of GT-MHR[J]. Nuclear Engineering and Design,2012,251:344-348.

[15] MOTLEY M R,YOUNG Y L. Scaling of the transient hydroelastic response and failure mechanisms of self-adaptive composite marine propellers[J]. International Journal of Rotating Machinery,2012,2012:1-11.

[16] 殷杰,王艾伦,陈杰. 燃气轮机拉杆转子畸变相似问题研究[J]. 中国机械工程,2013,24(22):3066-3070.
YIN Jie,WANG Ailun,CHEN Jie. Distortion similarity analysis of gas turbine rod-fastening rotors[J]. China Mechanical Engineering,2013,24(22):3066-3070. (in Chinese)

[17] 罗忠,陈广凯,李建章,等. 考虑轴承刚度的转子系统动力学相似模型设计[J]. 东北大学学报(自然科学版),2015,36(3):402-405.
LUO Zhong,CHEN Guangkai,LI Jianzhang, et al. Design of dynamic similarity model of rotor system considering the bearing stiffness[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science),2015,36(3):402-405. (in Chinese)

[18] 王永亮,孙立权,崔颖,等. 考虑陀螺效应的转子动力学相似准则[J]. 航空动力学报,2015,30(12):2840-2847.
WANG Yongliang,SUN Liquan,CUI Ying, et al. Dynamics similarity criteria of rotor dynamic with gyroscopic effect[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30 (12): 2840-2847. (in Chinese)

[19] RAO S S. Engineering optimization: theory and practice [M]. Hoboken,NJ,USA:John Wiley and Sons,2009.

[20] ISHIDA Y,YAMAMOTO T. Linear and nonlinear rotor-dynamics;a modern treatment with applications,second edition[M]. Weinheim: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA,2013.

[21] EWINS D J. Model validation:correlation for updating[J]. Sadhana,2000,25(3):221-234.

(编辑:王碧珺)