

# 滚动轴承振动性能保持可靠性与不确定性关系的动态评估

叶 亮<sup>1</sup>, 夏新涛<sup>2,3</sup>, 常 振<sup>4</sup>

(1. 西北工业大学 机电学院, 西安 710072;

2. 河南科技大学 机电工程学院, 河南 洛阳 471003;

3. 河南科技大学 机械装备先进制造河南省协同创新中心, 河南 洛阳 471003;

4. 杭州轴承试验研究中心有限公司 质量检测中心, 杭州 310022)

**摘 要:** 提出用振动瞬时值的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围 3 个指标来综合表征在轴承服役过程中其振动性能的不确定性, 并定量分析 3 个不确定性指标与振动性能保持可靠性的内在具体关系。运用最大熵法和泊松过程理论, 计算轴承的振动性能保持可靠度; 基于灰自助法、自助法和最大熵法、经典统计法, 依次计算 3 个不确定性指标值; 建立多因素回归分析模型, 分析性能保持可靠性与 3 个不确定性指标的关系表达式。结果表明: 对于案例 1 和案例 2, 性能保持可靠性与 3 个不确定性指标的线性相关系数分别为  $-0.8437$ 、 $-0.7798$ 、 $-0.7597$ ;  $-0.8354$ 、 $-0.8439$ 、 $-0.8082$ 。两个案例均表明瞬时值的波动范围与平均波动范围对性能保持可靠性有非线性影响。

**关 键 词:** 滚动轴承; 振动性能保持可靠性; 不确定性; 多因素回归分析模型; 波动范围

**中图分类号:** V233.1; TH133.33

**文献标志码:** A

## Dynamic evaluation of relationship between vibration performance maintaining reliability and uncertainty of rolling bearings

YE Liang<sup>1</sup>, XIA Xintao<sup>2,3</sup>, CHANG Zhen<sup>4</sup>

(1. School of Mechanical Engineering,

Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China;

2. School of Mechatronics Engineering,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China;

3. Collaborative Innovation Center of Machinery Equipment Advanced

Manufacturing of Henan Province,

Henan University of Science and Technology, Luoyang Henan 471003, China;

4. Quality Inspection Center,

Hangzhou Bearing Test and Research Center Company Limited, Hangzhou 310022, China)

**Abstract:** Three indicators, i. e., the fluctuation range of instantaneous vibration value, fluctuation range of average vibration value and the average fluctuation range during the cor-

**收稿日期:** 2020-07-13

**基金项目:** 国家自然科学基金(51475144); 河南省自然科学基金(162300410065)

**作者简介:** 叶亮(1990—), 男, 博士生, 主要研究方向为滚动轴承振动性能可靠性与不确定性动态预测与评估。

**通信作者:** 夏新涛(1957—), 男, 教授、博士生导师, 博士, 主要研究方向为滚动轴承性能分析与数据处理。

E-mail: xiact1957@163.com

**引用格式:** 叶亮, 夏新涛, 常振. 滚动轴承振动性能保持可靠性与不确定性关系的动态评估[J]. 航空动力学报, 2020, 35(11): 2326-2338. YE Liang, XIA Xintao, CHANG Zhen. Dynamic evaluation of relationship between vibration performance maintaining reliability and uncertainty of rolling bearings[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(11): 2326-2338.

responding period of vibration sequence, were used to characterize the uncertainty of vibration performance of bearing in service comprehensively, so as to quantitatively analyze the internal specific relationship between the three uncertainty indexes and vibration performance maintaining reliability. The maximum entropy method and Poisson process theory were used to calculate the vibration performance maintaining reliability of bearings. The values of three uncertainty indexes were calculated in turn based on the grey bootstrap method, bootstrap method and maximum entropy method, and classical statistical method. A multivariate regression analysis model was established to analyze the expression of the relationship between the performance maintaining reliability and the three uncertainty indexes. Results showed that the linear correlation coefficients between performance maintenance reliability and the three uncertainties were  $-0.8437$ ,  $-0.7798$ ,  $-0.7597$ ;  $-0.8354$ ,  $-0.8439$ ,  $-0.8082$  for case 1 and case 2, respectively. Both cases show that the fluctuation range of instantaneous value and average fluctuation range have nonlinear influence on performance maintenance reliability.

**Key words:** rolling bearing; vibration performance maintaining reliability; uncertainty; multivariate regression analysis model; fluctuation range

滚动轴承振动信号可以看作是一系列大小和速度不等的脉冲运动集,并连续作用于轴承工作表面,进而导致工作温度上升过大,甚至导致轴承工作表面过早疲劳<sup>[1-4]</sup>。因此,振动序列对滚动轴承可靠性分析意义重大。滚动轴承保持最佳振动性能状态运行,是与之配套的机械设备正常运行的基础,甚至会影响整个机械系统的可靠运行。因此,在轴承振动性能失效前,对其振动性能保持可靠性进行动态评估,具有重要的工程意义<sup>[5]</sup>。

由于精密轴承可靠性高、性能退化周期长,在试验中难以获得完备的振动数据来进行处理;而且在测试过程中,由于测试装置的系统误差、服役环境的变化等不确定性因素,导致滚动轴承的测试数据具有不确定性。不确定性可以用一个函数表示,函数的具体取值称为不确定度。它可以作为一个统计评价指标,用来评价性能随机变量的波动状态<sup>[6-9]</sup>。

现有很多专家和学者在可靠性与不确定性领域进行研究,例如, Kim、An 等<sup>[10-11]</sup>考虑到研究对象自身功能结构复杂及使用环境多变等因素,充分利用多源信息融合并对多模型的可靠性进行预测。Liu 等<sup>[12]</sup>研究了退化建模中健康指标的融合方法,从而获得更窄的可靠性预测区间。但很多可靠性研究成果均需事先人为地设定性能阈值,这更增加了评估结果的不确定性。在不确定性研究方面,基于乏信息理论, Xia 等<sup>[13]</sup>运用灰自助法分析滚动轴承摩擦力矩的不确定性。为了获取摩

擦力矩的分布特征, Kauschinger 等<sup>[14]</sup>建立了经典 Palmgren 分析模型,进而发现滚动轴承摩擦力矩具有明显的不确定性。根据不确定性的属性特点,孙强等<sup>[15]</sup>对现有故障预测方法进行分类,并试着探讨运用区间不确定性方法进行故障预测的可行性。

在轴承振动性能可靠性变化过程中,其性能不确定性可能早已显现出很多可疑迹象。因此,需要兼顾或者融合两者蕴含的信息,从而更准确地对轴承性能进行分析和评估。对于性能不确定性与可靠性两者之间的关系,国内外鲜有研究。基于灰色系统理论和泊松计数过程,常振等<sup>[16]</sup>分析了可靠性与不确定性之间的灰关系,研究结果表明两者有着明显的灰关系,但对于两者之间的具体关系没有涉及。

灰自助法模型(grey bootstrap model),简记为 GBM(1,1)用下一时刻的预报值描述当前时刻的动态不确定度,动态不确定度数值随时间的变化而变化,它与经典统计方法研究的静态不确定度明显不同<sup>[17-18]</sup>。因此,可以用 GBM(1,1)预测出的样本数据分析轴承振动瞬时值的波动范围。在不改变样本概率分布的条件下,自助法<sup>[19]</sup>可以通过再抽样模拟数据样本的概率分布,同时获取比原始数据更多的信息,因而估计区间将明显地小于真实区间。因此,可以运用最大熵法<sup>[20]</sup>计算自助再抽样均值样本的概率密度函数,进而分析振动平均值的波动范围(不确定度为 2)。标准差反映数据样本内部个体间的离散程度,因此,可以

用振动序列数据样本的标准差来表征其对应时间段内的平均波动范围(不确定度为 3)。

基于性能保持可靠性与各个不确定性指标的样本向量,通过建立线性回归模型,确定它们之间的数学表达式,进而它们的具体内在关系以及是否存在线性相关性。多因素回归分析模型<sup>[21]</sup>可以通过检验结果判定不确定性指标对性能保持可靠性的影响是线性的还是非线性的,而且计算过程简单易懂。

鉴于此,本文融合最大熵法、泊松过程理论、灰自助法、自助法和多因素回归分析法,分别计算轴承振动性能保持可靠性、振动瞬时值的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围,进而计算性能保持可靠性与 3 个不确定性指标的关系表达式。通过试验研究验证模型的科学性和合理性,从而为滚动轴承振动性能可靠性及不确定性的分析、评估和预测提供一种思路。

# 1 数学模型

## 1.1 性能保持可靠性评估

采集滚动轴承全寿命周期内的振动数据,记为向量  $\mathbf{X}$ 。

$$\mathbf{X} = (x(1), x(2), \dots, x(k), \dots, x(K))$$
$$k = 1, 2, \dots, K \quad (1)$$

式中  $x(k)$  为数据样本中的第  $k$  个数据;  $K$  为数据的总个数。

根据文献<sup>[5]</sup>,从该轴承最佳振动性能时期算起,每隔  $N$  个数据分为一段,将振动信号分为  $w$  段。值得注意的是,由于振动数据个数具有不确定性,因此,存在分段不均的情况,即最后一段数据个数少于其他段数据个数。

$$\mathbf{X}_r = (x_r(1), x_r(2), \dots, x_r(n), \dots, x_r(N))$$
$$r = 2, 3, \dots, w - 1 \quad (2)$$

式中  $\mathbf{X}_r$  为第  $r$  个振动序列;  $x_r(n)$  为第  $r$  个振动序列中的第  $n$  个振动数据。

基于最大熵法,最无主观偏见的概率密度函数应满足熵最大。信息熵<sup>[5]</sup>用  $H(x)$  表示为

$$H(x) = - \int_{\Omega} f(x) \ln f(x) dx \rightarrow \max \quad (3)$$

式中  $\Omega$  为本征序列数据样本的可行域,  $\Omega = [x_{\min}, x_{\max}]$ ; 其中  $x_{\min}$  和  $x_{\max}$  分别为振动序列数据样本最小值和最大值;  $f(x)$  为振动序列的概率密度函数。

从轴承最佳振动性能时期算起,第一个时间

序列记为本征序列。基于最大熵法,计算本征序列的最大熵概率密度函数,用  $f_1(x)$  表示为

$$f_1(x) = \exp\left(\sum_{i=0}^j c_{i1} x^i\right) \quad (4)$$

式中  $c_{i1}$  为本征序列的第  $i+1$  个拉格朗日乘子;  $i$  为原点矩阶次,  $i=0, 1, 2, \dots, j$ ;  $j$  为最高阶原点矩的阶次,一般取  $j=5$ 。

为了使求解收敛,通过变量替换,将区间  $\Omega$  映射到区间  $[-e, e]$  中。令

$$x = C_1 t + C_2 \quad (5)$$

式中  $C_1, C_2$  为映射参数;  $t$  为所要变换的自变量,  $t \in [-e, e]$ 。

最大熵概率密度函数变换为

$$f_1(t) = \exp\left[\sum_{i=0}^j c_{i1} (C_1 t + C_2)^i\right] \quad (6)$$

计算置信水平  $P$  条件下本征序列的置信区间为  $[x_l, x_u]$ , 下界值  $x_l$  和上界值  $x_u$  应满足

$$\frac{1}{2}(1-P) = \int_{x_{\min}}^{x_l} f_1(x) dx \quad (7)$$

$$\frac{1}{2}(1-P) = \int_{x_u}^{x_{\max}} f_1(x) dx \quad (8)$$

式(7)和式(8)中  $x_l$  和  $x_u$  分别为本征序列中振动数据的下界值和上界值。

记录第  $r$  个振动序列数据超出区间  $[x_l, x_u]$  的个数  $Q_r$ , 计算第  $r$  个振动序列所对应的时间段内轴承以最佳振动性能状态运行的变异概率  $\lambda_r$ 。

$$\lambda_r = \frac{Q_r}{N} \quad (9)$$

任何计数过程均可用泊松过程<sup>[6, 17-18]</sup>描述为

$$Z = \exp(-\lambda\theta) \frac{(-\lambda\theta)^\Psi}{\Psi!} \quad (10)$$

式中  $\theta$  为单位时间;  $\theta=1, 2, \dots, \theta \geq 1$ ;  $\lambda$  为变异概率;  $\Psi$  为失效事件发生的次数,  $\Psi=0, 1, 2, \dots$ ;  $Z$  为失效事件发生  $\Psi$  次的概率。因此,可以运用泊松过程计算轴承振动性能可靠度  $R$ 。  $\Psi=0$  表示轴承未发生失效的概率;  $\theta=1$  对应当前时间段内滚动轴承性能可靠度。因此,可靠度可以表示为

$$R(\lambda) = \exp(-\lambda) \quad (11)$$

基于泊松过程理论,第  $r$  个振动序列所对应的时间段内轴承以最佳振动性能状态运行的性能保持可靠度表示为

$$R_r = \exp(-\lambda_r) \quad (12)$$

## 1.2 性能不确定性评估

分别用振动瞬时值的波动范围(不确定度为 1)、振动平均值的波动范围(不确定度为 2)、振动序列对应时间段内的平均波动范围(不确定度为 3)

个指标来综合表征轴承振动性能的不确定性。

1.2.1 振动瞬时值的波动范围

动态评估的含义是用  $T$  时刻前的第  $r$  个振动序列数据评估  $T$  时刻的振动性能状态及其可靠性。从  $\mathbf{X}$  中取与  $T$  时刻紧邻时刻的前  $k$  ( $k \leq T$ ) 个数据(包括  $T$  时刻的数据),构成  $T$  时刻的动态评估子序列向量如下:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_{rk} &= (x_{rk}(T-k+1), x_{rk}(T-k+2), \dots, \\ &\quad x_{rk}(y), \dots, x_{rk}(T)) \\ y &= T-k+1, T-k+2, \dots, T\end{aligned}\tag{13}$$

对于第  $r$  个振动序列数据样本  $\mathbf{X}_r$ ,运用自助法,从  $\mathbf{X}_r$  中等概率可放回地随机抽取 1 个数据,共抽取  $k$  次,可得到 1 个自助样本  $\mathbf{V}_1$ ,它有  $k$  个数据。按此方法重复执行  $B_1$  次,得到  $B_1$  个样本,可表示为

$$\mathbf{V}_{\text{bootstrap}} = (\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_b, \dots, \mathbf{V}_{B_1})\tag{14}$$

式中  $\mathbf{V}_b$  为第  $b$  个自助样本;  $B_1$  为自助再抽样的总次数,也是自助样本的个数。且有

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_b &= (v_b(1), v_b(2), \dots, v_b(q), \dots, v_b(k)) \\ q &= 1, 2, \dots, k\end{aligned}\tag{15}$$

式中  $b$  为样本序列号,  $b=1, 2, \dots, B_1$ ;  $v_b(q)$  为  $\mathbf{V}_b$  中第  $q$  个自助再抽样数据。

根据灰自助模型,设  $\mathbf{V}_b$  的一次累加生成向量表示为

$$\begin{cases} \mathbf{X}_b = (x_b(1), x_b(2), \dots, x_b(q), \dots, x_b(k)) \\ x_b(q) = \sum_{q=T-k+1}^T v_b(q) \end{cases}\tag{16}$$

对于灰微分方程

$$\frac{dx_b(q)}{dq} + c_1 x_b(q) = c_2\tag{17}$$

式中  $c_1$  和  $c_2$  为待定系数。

设均值生成序列向量为

$$\begin{cases} \mathbf{Z}_b = (z_b(1), z_b(2), \dots, z_b(q), z_b(k)) \\ z_b(q) = 0.5x_b(q) + 0.5x_b(q-1) \\ q = T-k+2, T-k+3, \dots, T \end{cases}\tag{18}$$

在初始条件  $x_b(T-k+1)=v_b(T-k+1)$  下,灰微分方程的最小二乘解为

$$\begin{aligned}\hat{x}_b(l+1) &= \\ [v_b(T-k+1) - c_2/c_1]e^{-c_1 l} + c_2/c_1\end{aligned}\tag{19}$$

式中待定系数  $c_1$  和  $c_2$  表示为

$$(c_1, c_2)^T = (\mathbf{D}^T \mathbf{D})^{-1} \mathbf{D}^T (\mathbf{V}_b)^T\tag{20}$$

且有

$$\mathbf{D} = (-\mathbf{Z}_b, \mathbf{I})^T\tag{21}$$

$$\mathbf{I} = (1, 1, \dots, 1)\tag{22}$$

然后由累减生成,可得到  $T+1$  时刻生成数据

$$\hat{v}(T+1) = \hat{x}_b(T+1) - \hat{x}_b(T)\tag{23}$$

在  $T+1$  时刻,有  $B_1$  个数据构成如下向量:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_{T+1} &= (\hat{v}_1(T+1), \hat{v}_2(T+1), \dots, \\ &\quad \hat{v}_b(T+1), \dots, \hat{v}_{B_1}(T+1))\end{aligned}\tag{24}$$

由于  $B_1$  数值很大,因此需要用  $\mathbf{X}_{T+1}$  建立  $T$  时刻关于振动  $x_{rk}$  的频率函数  $f_T$ ,进而计算  $T$  时刻振动数据的估计真值  $X_0(T)$ 。

$$X_{0T} = \sum_{y=1}^Y f_T x_{ky}\tag{25}$$

式中  $y$  为  $\mathbf{X}_{T+1}$  的分组数,  $y=1, 2, \dots, Y$ ;  $x_{ky}$  为第  $y$  组中值。

在置信水平  $P$  条件下计算  $T$  时刻振动真值  $X_0(T)$  的估计区间  $[x_{Tl}, x_{Tu}]$ ,定义  $T$  时刻轴承振动真值的动态不确定度  $U_0(T)$  为

$$U_0(T) = x_{Tu} - x_{Tl}\tag{26}$$

对于第  $r$  个振动序列数据样本  $\mathbf{X}_r$ ,其对应时间段  $[T_{rmin}, T_{rmax}]$  内,轴承振动真值的动态不确定度构成的向量用  $\mathbf{U}_{0r}$  表示为

$$\begin{aligned}\mathbf{U}_{0r} &= \\ [U_{0r}(T_{rmin}), U_{0r}(T_{rmin}+1), \dots, U_{0r}(T_{rmax})]\end{aligned}\tag{27}$$

用  $[U_{1min}(r), U_{1max}(r)]$  表示向量  $\mathbf{U}_{0r}$  的估计区间,  $U_{1min}(r)$  和  $U_{1max}(r)$  分别为向量  $\mathbf{U}_{0r}$  中的最小值和最大值。

定义第  $r$  个振动序列对应时间段内轴承振动瞬时值的波动幅度(不确定度为 1)用  $U_1(r)$  表示为

$$U_1(r) = \frac{1}{T_{rmax} - T_{rmin} + 1} \sum_{T_r=T_{rmin}}^{T_{rmax}} U_{0r}(T_r)\tag{28}$$

1.2.2 振动平均值的波动范围

对于第  $r$  个振动序列数据样本  $\mathbf{X}_r$ ,运用自助法,从  $\mathbf{X}_r$  中等概率可放回地随机抽取 1 个数据,共抽取  $k$  次,重复抽样  $B_1$  次。过程与文中第 1.2.1 节一样,得到抽样结果如式(14)和式(15)。对于第  $b$  个自助样本  $\mathbf{V}_b$ ,其均值为

$$\bar{v}_b = \frac{1}{k} \sum_{q=1}^k v_b(q)\tag{29}$$

进而得到自助再抽样均值样本  $\mathbf{V}$ ,可表示为

$$\mathbf{V} = (\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_b, \dots, \bar{v}_{B_1})\tag{30}$$

运用最大熵法计算自助再抽样均值样本  $\mathbf{V}$  的概率密度函数。在置信水平  $P$  条件下计算第  $r$  个振动序列的自助再抽样均值样本  $\mathbf{V}$  的估计区

间 $[v_{2l}(r), v_{2u}(r)]$ , 下限值  $v_{2l}(r)$  和上限值  $v_{2u}(r)$  应满足以下两个条件:

$$\frac{1}{2}(1-P) = \int_{v_{rmin}}^{v_{2l}(r)} f_r(v) dv \tag{31}$$

$$\frac{1}{2}(1-P) = \int_{v_{2u}(r)}^{v_{rmax}} f_r(v) dv \tag{32}$$

式(31)和式(32)中  $v_{rmin}$  和  $v_{rmax}$  分别为均值样本  $\mathbf{V}$  中的最小值和最大值。

定义振动平均值的波动幅度(不确定度为 2) 用  $U_2(r)$  表示为

$$U_2(r) = v_{2u}(r) - v_{2l}(r) \tag{33}$$

1. 2. 3 振动序列对应时间段内的平均波动范围

用第  $r$  个振动序列数据样本的标准差表征其对应时间段内的平均波动幅度(不确定度为 3)  $U_3(r)$ , 计算过程如下:

$$U_3(r) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left[ \sum_{n=1}^N (x_r(n) - \bar{x}_r)^2 \right]} \tag{34}$$

$$\bar{x}_r = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_r(n) \tag{35}$$

1. 3 性能保持可靠性和不确定性的关系分析

对于  $w$  个振动序列数据样本的振动性能保持可靠性、振动瞬时值的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围构成的向量, 分别用  $\mathbf{R}, \mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3$  表示为

$$\mathbf{R} = (R_1, R_2, \dots, R_r, \dots, R_w) \tag{36}$$

$$\mathbf{U}_1 = (U_1(1), U_1(2), \dots, U_1(r), \dots, U_1(w)) \tag{37}$$

$$\mathbf{U}_2 = (U_2(1), U_2(2), \dots, U_2(r), \dots, U_2(w)) \tag{38}$$

$$\mathbf{U}_3 = (U_3(1), U_3(2), \dots, U_3(r), \dots, U_3(w)) \tag{39}$$

1. 3. 1 线性相关性分析

建立轴承振动性能保持可靠性与各个不确定性指标的回归方程, 根据回归方程的线性表达式及相关系数  $r(\mathbf{R}, \mathbf{U}_1), r(\mathbf{R}, \mathbf{U}_2), r(\mathbf{R}, \mathbf{U}_3)$ , 判断其显著性。

$$\mathbf{R} = A_\eta \mathbf{E} + B_\eta \mathbf{U}_\eta \tag{40}$$

$\eta = 1, 2, 3$

式中  $A_\eta, B_\eta$  分别为线性回归方程的系数;  $\mathbf{E}$  为单位向量。

$$r(\mathbf{R}, \mathbf{U}_\eta) =$$

$$\frac{\sum_{r=1}^w (R(r) - \bar{R})(U_\eta(r) - \bar{U}_\eta)}{\sqrt{\sum_{r=1}^w (R(r) - \bar{R})^2 \cdot \sum_{r=1}^w (U_\eta(r) - \bar{U}_\eta)^2}} \tag{41}$$

其中

$$\bar{R} = \frac{\sum_{r=1}^w R(r)}{w}; \quad \bar{U}_\eta = \frac{\sum_{r=1}^w U_\eta(r)}{w} \tag{42}$$

选定置信水平, 查相关系数临界值表, 找到临界相关性系数  $r$ 。当  $|r(\mathbf{R}, \mathbf{U}_\eta)| \geq r$  时, 表明线性相关, 即  $\mathbf{U}_\eta$  是轴承振动性能保持可靠性的主要线性影响因素。

1. 3. 2 多因素回归分析模型

对于轴承振动性能保持可靠性与振动瞬时值的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围的具体量化关系, 还需建立多因素回归分析模型。模型函数为

$$\mathbf{R} = a_0 \mathbf{E} + a_1 \mathbf{U}_1 + a_2 \mathbf{U}_2 + a_3 \mathbf{U}_3 + a_4 \mathbf{U}_1 \mathbf{U}_2 + a_5 \mathbf{U}_1 \mathbf{U}_3 + a_6 \mathbf{U}_2 \mathbf{U}_3 + a_7 \mathbf{U}_1^2 + a_8 \mathbf{U}_2^2 + a_9 \mathbf{U}_3^2 \tag{43}$$

式中  $a_0$  为常数项,  $a_1, a_2, \dots, a_q$  为各个变量的相应系数。

对于多因素回归分析模型的判定结果, 如果 Durbin-Watson 检验统计量值约等于 2, 则说明残差独立。如果概率  $p$  值小于显著性水平, 也间接证明轴承振动性能保持可靠性与不确定性指标之间有线性关系。检验结果中, 回归模型的标准化残差的最大绝对值如果没有超过默认值, 则可以认为不存在奇异值。回归平方和和残差平方和的大小也能从侧面说明多因素回归分析模型的拟合效果。

观察计算结果, 如果系数  $a_7, a_8, a_9$  不为 0, 则表明对应的  $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \mathbf{U}_3$  是性能保持可靠性的主要非线性影响因素。如果系数  $a_4, a_5, a_6$  不为 0, 则表明对应的  $\mathbf{U}_1$  与  $\mathbf{U}_2, \mathbf{U}_1$  与  $\mathbf{U}_3, \mathbf{U}_2$  与  $\mathbf{U}_3$  之间的相互作用对性能保持可靠性也有影响。

因此, 综合线性相关分析的结果和多因素回归分析模型的结果, 可以找出对轴承振动性能保持可靠性具有线性和非线性影响的不确定性指标。值得注意的是, 有些不确定性指标对性能保持可靠性的影响可能既有线性方面的也同时有非线性方面的。

2 试验研究

2. 1 案例 1

试验设备为杭州轴承试验研究中心有限公司的 ABLT(accelerated bearing life tester)-1A 型轴承寿命强化试验机, 试验机实物图如图 1 所示。

在转速为 6000 r/min;径向载荷为 4.17 kN;轴向载荷为 4.58kN 工况条件下,采集 P2 级角接触球轴承 7008AC 全寿命周期内的振动数据。1 min 采集一次振动数据方均根值,当数据值超过设定上界值(25 m/s<sup>2</sup>)时,试验机停止运转。最终,轴承外圈、内圈、钢球均剥落,试验结束。在该过程中,由计算机控制系统自动采集轴承振动数据,采集结果如图 2 所示。

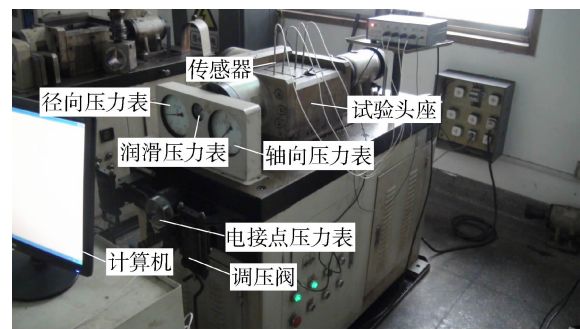


图 1 试验机照片  
Fig.1 Photo of test machine

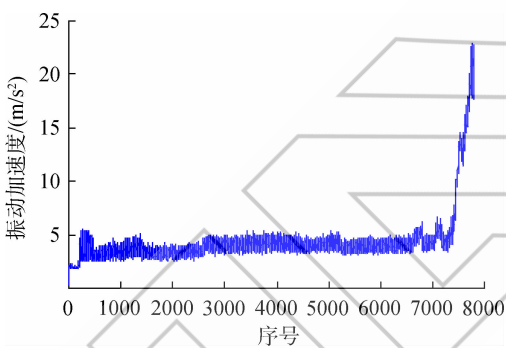


图 2 滚动轴承振动性能数据样本采集图  
(转速为 6000 r/min)  
Fig.2 Data sample collected of vibration performance of rolling bearing (rotation speed is 6000 r/min)

根据文献[5],从该轴承最佳振动性能时期算起,将 7321 个振动信号分为 10 段。其中第473~7672 个数据,每隔 800 个分一段,分为 9 段;第 7673~7793 个数据独立为一段,即第 10 段。

2.1.1 性能保持可靠性评估

对于本征序列,运用最大熵法计算各个参数可得:拉格朗日乘子 $[c_{01}, c_{11}, c_{21}, c_{31}, c_{41}, c_{51}] = [-0.3887, -0.1414, -0.3967, -0.3588, -0.0138, 0.0549]$ ;映射参数 $C_1 = 2.1273, C_2 = -7.7648$ 。置信水平 $P = 100\%$ 条件下,本征序列的最大熵估计区间为 $[2.37, 4.93] \text{ m/s}^2$ 。

运用最大熵法计算本征序列的概率密度函数 $f_1(x)$ ,结果如图 3 所示。

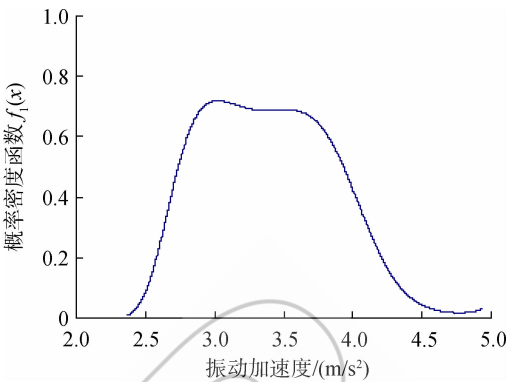


图 3 本征序列数据样本的概率密度函数  
(转速为 6000 r/min)  
Fig.3 Probability density function of the intrinsic sequence data sample (rotation speed is 6000 r/min)

10 个数据样本落在本征序列置信区间外的个数 $n$ 分别为 0,2,4,28,47,25,1,107,463,121。因此,各个振动数据样本超出本征序列置信区间外的频率,即变异概率 $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8, \lambda_9, \lambda_{10}] = [0, 0.0025, 0.005, 0.035, 0.05875, 0.03125, 0.00125, 0.13375, 0.57875, 1]$ 。计算轴承振动性能保持可靠度,如图 4 所示。

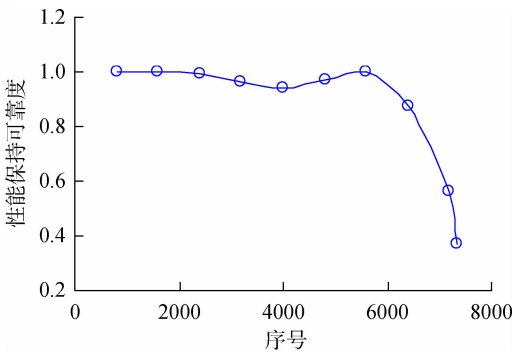


图 4 轴承振动性能保持可靠度(转速为 6000 r/min)  
Fig.4 Vibration performance maintaining reliability of rolling bearing (rotation speed is 6000 r/min)

如图 4 所示,在第 2400 个左右振动数据对应的时间点之前,振动性能保持可靠度几乎为 1;在第 2400~5600 个左右振动数据对应的时间段之间,振动性能保持可靠度有先减小后增大的趋势,这可能是由于轴承在磨损一段时间之后接触方式、接触角发生变化而引起的“自愈”现象;在第 5600~7321 个左右振动数据对应的时间段之间,振动性能保持可靠度有快速减小的趋势。

2.1.2 性能不确定性评估

分别用振动瞬时值的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围 3 个指标来综合表征轴承振动性能的不确定性。

1) 振动瞬时值的波动范围

以本征序列为例,基于灰自助模型,显著性水平取为 0,再抽样样本数  $B_1$  取为 10000,预测本征序列的振动真值,结果如图 5 所示。

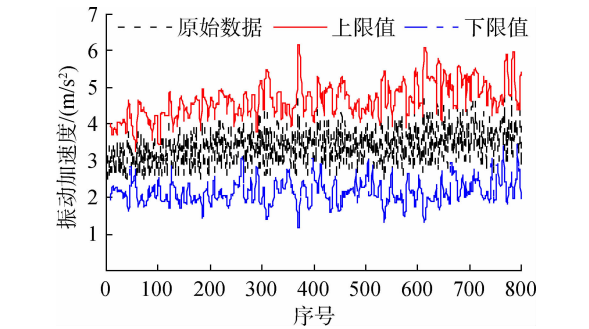


图 5 本征序列振动瞬时值趋势图(转速为 6000 r/min)  
Fig. 5 Trend of instantaneous vibration value of intrinsic sequence (rotation speed is 6000 r/min)

根据式(26)~式(28)计算本征序列对应时间段内轴承振动瞬时值的波动范围(不确定度为 1), $U_1(1)=2.5176\text{ m/s}^2$ 。

同样地计算出其他各个振动序列瞬时值的波动范围,结果如表 1 所示。

表 1 各个振动序列瞬时值的波动范围  
(转速为 6000 r/min)

Table 1 Fluctuation range of instantaneous value of vibration sequences (rotation speed is 6000 r/min)

| 序列号<br>$r$ | 振动加速度/( $\text{m/s}^2$ ) |                |          |
|------------|--------------------------|----------------|----------|
|            | 最小值                      | 最大值            | 波动幅度     |
|            | $U_{1\min}(r)$           | $U_{1\max}(r)$ | $U_1(r)$ |
| 1          | 0.4832                   | 5.0082         | 2.5176   |
| 2          | 0.4832                   | 5.0750         | 2.2354   |
| 3          | 0.6167                   | 3.9083         | 2.1760   |
| 4          | 0.4750                   | 4.3668         | 2.3882   |
| 5          | 0.2418                   | 4.6333         | 2.5674   |
| 6          | 0.4832                   | 4.0750         | 2.2526   |
| 7          | 0.4832                   | 3.7750         | 2.2923   |
| 8          | 0.7167                   | 4.2333         | 2.3924   |
| 9          | 0.7083                   | 5.6833         | 2.7347   |
| 10         | 2.1917                   | 12.0582        | 6.8983   |

2) 振动平均值的波动范围

以本征序列为例,再抽样样本数  $B_1$  取为 10000,运用自助法获取抽样数据如图 6 所示。

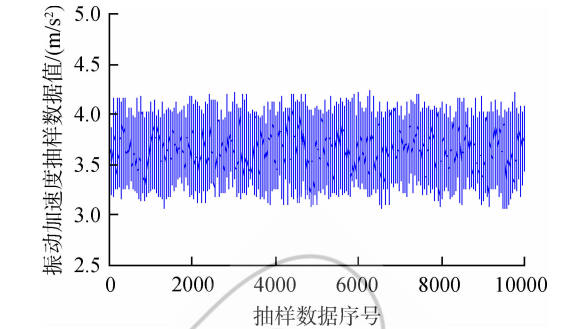


图 6 本征序列自助法抽样数据(转速为 6000 r/min)  
Fig. 6 Bootstrap sampling data of intrinsic sequence (rotation speed is 6000 r/min)

显著性水平取为 0,基于最大熵法计算本征序列均值样本的下限值  $v_{2l}(1)$ 和上限值  $v_{2u}(1)$ ,分别为  $3.0071,4.2928\text{ m/s}^2$ 。因此,该序列平均值的波动范围  $U_2(1)=v_{2u}(1)-v_{2l}(1)=1.2857\text{ m/s}^2$ 。

同样地计算出其他各个振动序列平均值的波动范围,结果如表 2 所示。

表 2 各个振动序列平均值的波动范围  
(转速为 6000 r/min)

Table 2 Fluctuation range of average value of vibration sequences (rotation speed is 6000 r/min)

| 序列号<br>$r$ | 振动加速度/( $\text{m/s}^2$ ) |             |          |
|------------|--------------------------|-------------|----------|
|            | 下限值                      | 上限值         | 波动幅度     |
|            | $v_{2l}(r)$              | $v_{2u}(r)$ | $U_2(r)$ |
| 1          | 3.0071                   | 4.2928      | 1.2857   |
| 2          | 2.7912                   | 4.1088      | 1.3176   |
| 3          | 2.8896                   | 4.5246      | 1.6350   |
| 4          | 3.5254                   | 4.7317      | 1.2063   |
| 5          | 3.5293                   | 4.9420      | 1.4126   |
| 6          | 3.4959                   | 4.7182      | 1.2223   |
| 7          | 3.3301                   | 4.4412      | 1.1111   |
| 8          | 3.4516                   | 5.2769      | 1.8253   |
| 9          | 3.4000                   | 13.6853     | 10.2852  |
| 10         | 16.5579                  | 21.3991     | 4.8411   |

3) 振动序列对应时间段内的平均波动范围

以本征序列为例,根据式(34)~式(35)计算该序列振动数据样本的标准差,用其表征该序列对应时间段内的平均波动范围  $U_3(1)=0.4574\text{ m/s}^2$ 。

同样地计算出其他各个振动序列对应时间段内的平均波动范围,结果如表 3 所示。

表 3 各个振动序列对应时间段内的平均波动范围  
(转速为 6 000 r/min)

Table 3 Average fluctuation range during the corresponding time period of each vibration sequence  
(rotation speed is 6 000 r/min)

| 序列号<br><i>r</i> | 振动加速度/(m/s <sup>2</sup> ) |               |
|-----------------|---------------------------|---------------|
|                 | 均值 $\bar{x}_r$            | 波动幅度 $U_3(r)$ |
| 1               | 3.397 3                   | 0.457 4       |
| 2               | 3.346 4                   | 0.411 3       |
| 3               | 3.651 5                   | 0.505 2       |
| 4               | 4.116 5                   | 0.407 9       |
| 5               | 4.151 2                   | 0.434 1       |
| 6               | 4.042 6                   | 0.391 8       |
| 7               | 3.869 6                   | 0.382 9       |
| 8               | 4.208 1                   | 0.560 4       |
| 9               | 7.145 4                   | 3.928 0       |
| 10              | 18.812 4                  | 1.691 8       |

2.1.3 性能保持可靠性和不确定性的关系分析

各个时间序列对应时间段内的最佳振动性能状态变异概率、性能保持可靠度、振动瞬时值的波动范围(不确定度为 1)、振动平均值的波动范围(不确定度为 2)、振动序列对应时间段内的平均波动范围(不确定度为 3),计算结果如图 7 所示。

如图 7 所示,在第 8 个时间序列所对应的时间点之前,各个指标均变化不大,并具有轻微波动。轴承最佳振动性能状态的变异概率均小于

0.06;对应的性能保持可靠度均大于 0.94;振动瞬时值的波动范围(不确定度为 1)的数值均在在 2.1~2.6 m/s<sup>2</sup> 之间;振动平均值的波动范围(不确定度为 2)的数值均在在 1.1~1.7 m/s<sup>2</sup> 之间、振动序列对应时间段内的平均波动范围(不确定度 3)的数值均在在 0.38~0.51 m/s<sup>2</sup> 之间。

在第 8~10 个振动序列对应的时间段之间,最佳振动性能状态变异概率和振动瞬时值的波动范围(不确定度为 1)有迅速增大的趋势;性能保持可靠度有迅速减小的趋势;振动平均值的波动范围(不确定度为 2)和振动序列对应时间段内的平均波动范围(不确定度为 3)有先增大后减小的趋势,这可能是因为这两个指标均是过程指标(对应瞬态指标),且最后一个时间序列数据独立为一段,数据个数不足 800。从总体上看,轴承振动性能保持可靠性与振动瞬时值的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围具有某种意义上的对应关系,下面就其具体关系进行定量分析。

1) 线性相关性分析

对上述几组数据进行回归分析,建立轴承振动性能保持可靠性与各个波动指标的回归方程,根据回归方程的线性表达式及相关系数,判断其显著性,计算结果见表 4。

表 4 性能保持可靠性和各个波动指标的线性相关性分析(转速为 6 000 r/min)

Table 4 Analysis on linear correlation between performance maintaining reliability and various fluctuation indexes  
(rotation speed is 6 000 r/min)

| 不确定性指标 | 回归方程                  | 相关系数     | 相关性 |
|--------|-----------------------|----------|-----|
| $U_1$  | $R=1.2362E-0.1297U_1$ | -0.843 7 | 相关  |
| $U_2$  | $R=1.0214E-0.0589U_2$ | -0.779 8 | 不相关 |
| $U_3$  | $R=1.0032E-0.1483U_3$ | -0.759 7 | 不相关 |

基于相关系数临界值表可知,临界相关性系数  $r(0.05,6)=0.8144$ 。当  $|r(R,U_q)|\geq 0.8144$  时,表明线性相关,否则不相关。由表 4 可知:只有参数  $U_1$  和  $U_2$  与轴承振动性能保持可靠性之间呈线性相关关系,即只有振动数据样本瞬时值的波动范围是该轴承振动性能保持可靠性的主要线性影响因素。

2) 多因素回归分析

对于轴承振动性能保持可靠性与振动瞬时值

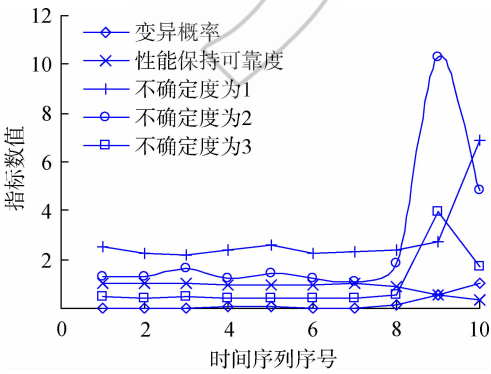


图 7 轴承振动性能各指标变化趋势图  
(转速为 6 000 r/min)

Fig. 7 Trend of different indicators of bearing vibration performance (rotation speed is 6 000 r/min)

的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围的具体量化关系,还需建立多因素回归分析模型。模型函数为

$$\begin{aligned} R = & a_0E + a_1U_1 + a_2U_2 + a_3U_3 + a_4U_1U_2 + \\ & a_5U_1U_3 + a_6U_2U_3 + a_7U_1^2 + a_8U_2^2 + a_9U_3^2 \end{aligned}$$

式中  $a_0$  为常数项。模型函数中常数项和各项系数数值为:  $a_0 = 1.451, a_1 = -0.187, a_2 = -0.264, a_3 = 0.594, a_4 = 0, a_5 = 0, a_6 = 0, a_7 = 0.010, a_8 = 0, a_9 = -0.005$ 。

拟合结果中,模型的复相关系数为 0.994,判定系数为 0.989,调整判定系数为 0.975,估计值的标准误差为 0.035,Durbin-Watson 检验统计量为 1.862,其值约等于 2,说明残差独立。模型的方差分析结果中, $F$  统计值为 70.797,概率  $p$  值为 0.001,小于显著性水平 0.05,从而认为轴承振动性能保持可靠性与不确定性指标之间有线性关系。基于容差发现,自变量间共线性问题严重; $V$  正值最小为 606.615,也可以说明共线性较明显,这可能是由于样本容量太小造成的。

多因素回归分析模型的拟合效果如图 8 所示。

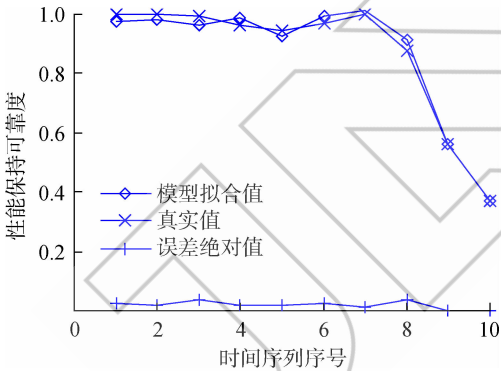


图 8 多因素回归分析模型的拟合效果  
(转速为 6 000 r/min)

Fig. 8 Fitting effect of multivariate regression analysis model (rotation speed is 6 000 r/min)

检验结果中,回归模型的残差统标准化残差的绝对值最大为 1.078,没有超过默认值 3,因此可以认为不存在奇异值。 $a_7、a_9$  均不为 0,表明振动瞬时值的波动范围  $U_1$  与振动序列对应时间段内的平均波动范围  $U_3$  是该轴承振动性能保持可靠性的主要非线性影响因素。

2.2 案例 2

试验设备和原理和案例 1 完全一样,在转速为 4 000 r/min;径向载荷为 4.17 kN;轴向载荷为

4.58 kN 工况条件下采集 P2 级角接触球轴承 7008AC 全寿命周期内的振动数据,如图 9 所示。

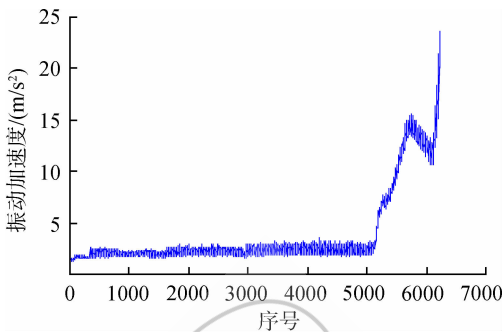


图 9 滚动轴承振动性能数据样本采集图  
(转速为 4 000 r/min)

Fig. 9 Data sample collected of vibration performance of rolling bearing (rotation speed is 4 000 r/min)

根据文献[5],从该轴承最佳振动性能时期算起,将 5 883 个振动信号分为 10 段。其中第 334~5 733 个数据,每隔 600 个分一段;第 5 734~6 216 个数据独立为一段,即第 10 段。

2.2.1 性能保持可靠性评估

对于本征序列,运用最大熵法计算各个参数可得:拉格朗日乘子  $[c_{01}, c_{11}, c_{21}, c_{31}, c_{41}, c_{51}] = [0.3631, 0.5063, -0.1712, -0.2115, -0.0550, 0.0241]$ ;映射参数  $C_1 = 4.4481, C_2 = -9.1186$ 。置信水平  $P = 100\%$  条件下,本征序列的最大熵估计区间为  $[1.4388, 2.6611] \text{ m/s}^2$ 。

运用最大熵法计算本征序列的概率密度函数  $f_1(x)$ ,结果如图 10 所示。

10 个数据样本落在本征序列置信区间外的

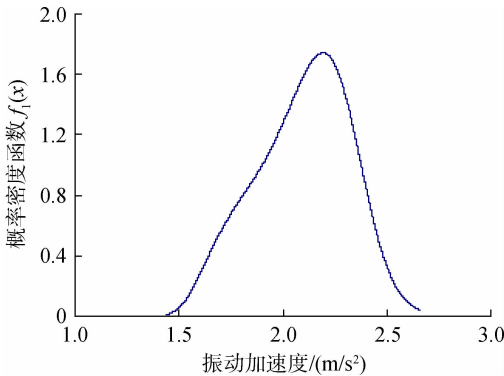


图 10 本征序列数据样本的概率密度函数  
(转速为 4 000 r/min)

Fig. 10 Probability density function of the intrinsic sequence data sample (rotation speed is 4 000 r/min)

个数  $n$  分别为 0, 0, 28, 42, 115, 266, 262, 255, 597, 500。因此,各个振动数据样本超出本征序列置信区间外的频率,即变异概率 $[\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6, \lambda_7, \lambda_8, \lambda_9, \lambda_{10}]=[0, 0, 0.0467, 0.07, 0.1917, 0.4433, 0.4367, 0.425, 0.995, 1]$ 。计算轴承振动性能保持可靠度,如图 11 所示。

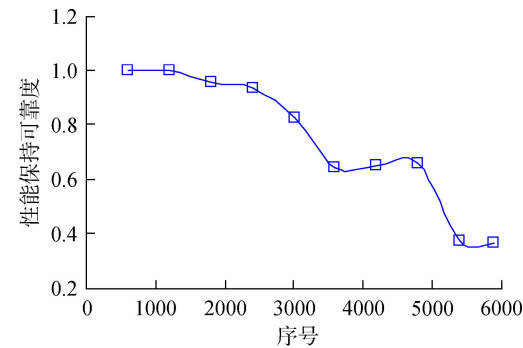


图 11 轴承振动性能保持可靠度(转速为 4000 r/min)  
Fig. 11 Vibration performance maintaining reliability of rolling bearing (rotation speed is 4000 r/min)

如图 11 所示,在第 1500 个左右振动数据对应的时间点之前,振动性能保持可靠度几乎为 1;在第 1500~3500 个左右振动数据对应的时间段之间,振动性能保持可靠度有快速减小的趋势;在第 3500~4500 个左右振动数据对应的时间段之间,振动性能保持可靠度有缓慢增长的趋势,这可能是由于轴承在磨损一段时间之后接触方式、接触角发生变化而引起的“自愈”现象;在第 4500~5883 个左右振动数据对应的时间段之间,振动性能保持可靠度有快速减小的趋势。

2.2.2 性能不确定性评估

分别运用振动瞬时值的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围 3 个指标来综合表征轴承振动性能的不确定性。

1) 振动瞬时值的波动范围

以本征序列为例,基于灰自助模型,显著性水平取为 0,再抽样样本数  $B_1$  取为 10000,预测本征序列的振动真值,结果如图 12 所示。

根据式(26)~式(28)计算本征序列对应时间段内轴承振动瞬时值的波动范围(不确定度为 1), $U_1(1)=1.2792\text{ m/s}^2$ 。

同样地计算出其他各个振动序列瞬时值的波动范围,结果如表 5 所示。

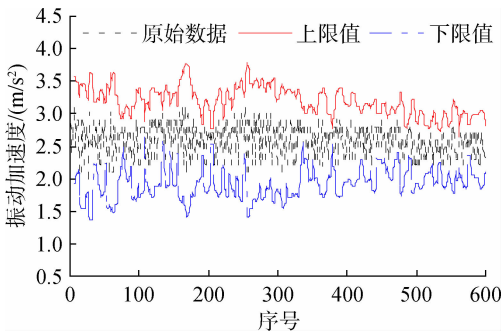


图 12 本征序列振动瞬时值趋势图(转速为 4000 r/min)  
Fig. 12 Trend of instantaneous vibration value of intrinsic sequence (rotation speed is 4000 r/min)

表 5 各个振动序列瞬时值的波动范围  
(转速为 4000 r/min)

| 序列号<br>$r$ | 振动加速度/( $\text{m/s}^2$ ) |                       |                  |
|------------|--------------------------|-----------------------|------------------|
|            | 最小值<br>$U_{1\min}(r)$    | 最大值<br>$U_{1\max}(r)$ | 波动幅度<br>$U_1(r)$ |
| 1          | 0.2333                   | 2.3583                | 1.2792           |
| 2          | 0.2417                   | 1.6918                | 1.0319           |
| 3          | 0.2418                   | 2.6000                | 1.6121           |
| 4          | 0.4832                   | 2.6417                | 1.6672           |
| 5          | 0.4667                   | 3.0583                | 1.8633           |
| 6          | 0.4500                   | 3.2000                | 2.1469           |
| 7          | 0.2418                   | 3.5667                | 2.3127           |
| 8          | 0.9332                   | 3.3832                | 2.2443           |
| 9          | 0.4832                   | 4.7333                | 2.2707           |
| 10         | 1.2168                   | 15.9585               | 4.2091           |

2) 振动平均值的波动范围

以本征序列为例,再抽样样本数  $B_1$  取为 10000,运用自助法获取抽样数据如图 13 所示。

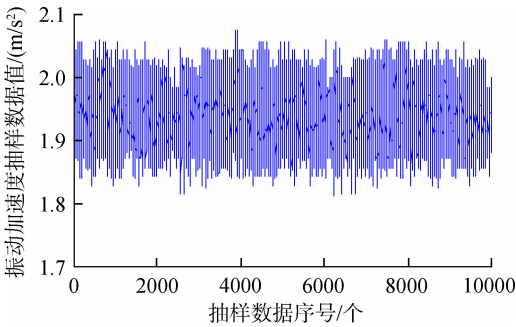


图 13 本征序列自助法抽样数据(转速为 4000 r/min)  
Fig. 13 Bootstrap sampling data of intrinsic sequence (rotation speed is 4000 r/min)

显著性水平取为 0,基于最大熵法计算本征序列均值样本的下限值  $v_{2l}(1)$ 和上限值  $v_{2u}(1)$ ,分别为 1.9603、2.1825 $\text{m/s}^2$ 。因此,该序列平均值的波动范围  $U_2(1)=v_{2u}(1)-v_{2l}(1)=0.2222\text{m/s}^2$ 。

同样地计算出其他各个振动序列平均值的波动范围,结果如表 6 所示。

表 6 各个振动序列平均值的波动范围  
(转速为 4000 r/min)

Table 6 Fluctuation range of average value of vibration sequences (rotation speed is 4000 r/min)

| 序列号<br>$r$ | 振动加速度/( $\text{m/s}^2$ ) |             |          |
|------------|--------------------------|-------------|----------|
|            | 下限值                      | 上限值         | 波动幅度     |
|            | $v_{2l}(r)$              | $v_{2u}(r)$ | $U_2(r)$ |
| 1          | 1.9603                   | 2.1825      | 0.2222   |
| 2          | 1.7293                   | 2.2848      | 0.5555   |
| 3          | 1.7690                   | 2.6738      | 0.9048   |
| 4          | 1.8285                   | 2.6857      | 0.8572   |
| 5          | 1.7778                   | 2.7936      | 1.0158   |
| 6          | 1.8420                   | 3.0008      | 1.1588   |
| 7          | 1.8967                   | 3.1032      | 1.2065   |
| 8          | 1.8563                   | 3.0150      | 1.1587   |
| 9          | 4.8881                   | 13.6975     | 8.8093   |
| 10         | 11.0822                  | 18.0178     | 6.9355   |

3) 振动序列对应时间段内的平均波动范围  
以本征序列为例,根据式(34)~式(35)计算该序列振动数据样本的标准差,用其表征该序列对应时间段内的平均波动范围  $U_3(1)=0.2303\text{m/s}^2$ 。

同样地计算出其他各个振动序列对应时间段内的平均波动范围,结果如表 7 所示。

2.2.3 性能保持可靠性和不确定性的关系分析

各个时间序列对应时间段内的最佳振动性能状态变异概率、性能保持可靠度、振动瞬时值的波动范围(不确定度为 1)、振动平均值的波动范围(不确定度为 2)、振动序列对应时间段内的平均波动范围(不确定度为 3),计算结果如图 14 所示。

如图 14 所示,在第 5 个时间序列所对应的时间点之前,轴承最佳振动性能状态的变异概率缓慢增大,但数值均小于 0.1;对应的性能保持可靠度缓慢减小,数值均大于 0.93。在第 4~6 个振动序列对应的时间段之间,轴承最佳振动性能状态的变异概率迅速增大,数值从 0.07 增大到 0.44;

表 7 各个振动序列对应时间段内的平均波动范围  
(转速为 4000 r/min)

Table 7 Average fluctuation range during the corresponding time period of each vibration sequence (rotation speed is 4000 r/min)

| 序列号<br>$r$ | 振动加速度/( $\text{m/s}^2$ ) |               |
|------------|--------------------------|---------------|
|            | 均值 $\bar{x}_r$           | 波动幅度 $U_3(r)$ |
| 1          | 2.1208                   | 0.2303        |
| 2          | 2.0174                   | 0.1828        |
| 3          | 2.0712                   | 0.3058        |
| 4          | 2.2770                   | 0.2871        |
| 5          | 2.2692                   | 0.3486        |
| 6          | 2.3222                   | 0.3801        |
| 7          | 2.4804                   | 0.4033        |
| 8          | 2.5416                   | 0.3936        |
| 9          | 2.4818                   | 3.1047        |
| 10         | 3.8968                   | 1.9028        |

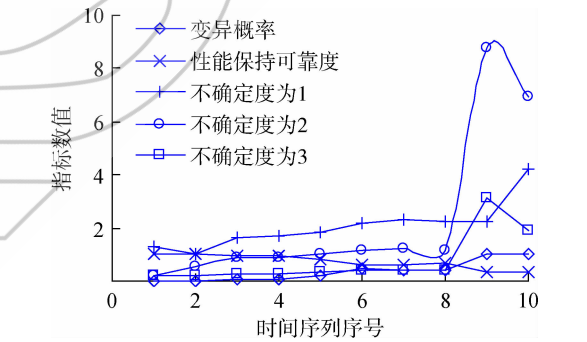


图 14 轴承振动性能各指标变化趋势图  
(转速为 4000 r/min)

Fig. 14 Trend of different indicators of bearing vibration performance (rotation speed is 4000 r/min)

对应的性能保持可靠度快速减小,数值从 0.93 减小到 0.64。在第 6~8 个振动序列对应的时间段之间,轴承最佳振动性能状态的变异概率基本不变;对应的性能保持可靠度稳定在 0.64~0.65。在第 8~10 个振动序列对应的时间段之间,轴承最佳振动性能状态的变异概率迅速增大,数值从 0.42 增大到 1;对应的性能保持可靠度快速减小,数值从 0.65 减小到 0.37。

在第 8 个时间序列所对应的时间点之前,振动瞬时值的波动范围(不确定度为 1)、振动平均值的波动范围(不确定度为 2)、振动序列对应时间段内的平均波动范围(不确定度为 3)均有递增的趋势,并伴有轻微波动。在第 8~10 个振动序

列对应的时间段之间,振动瞬时值的波动范围(不确定度为 1)有迅速增大的趋势,数值从 2.2 增大到 4.2;振动平均值的波动范围(不确定度为 2)和振动序列对应时间段内的平均波动范围(不确定度为 3)有先增大后减小的趋势,这可能是因为这两个指标均是过程指标(对应瞬态指标),且最后一个时间序列数据独立为一段,数据个数不足 600。从总体上看,轴承振动性能保持可靠性与振动瞬时值的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围具有某种意义上的对应关系,下面就其具体关系进行定量分析。

1) 线性相关性分析

对上述几组数据进行回归分析,建立轴承振动性能保持可靠性与各个不确定性指标的回归方程,根据回归方程的线性表达式及相关系数,判断其显著性,计算结果见表 8。

表 8 性能保持可靠性和各个波动指标的线性相关性分析(转速为 4000 r/min)

Table 8 Analysis on linear correlation between performance maintaining reliability and various fluctuation indexes (rotation speed is 4000 r/min)

| 不确定性指标 | 回归方程                  | 相关系数    | 相关性 |
|--------|-----------------------|---------|-----|
| $U_1$  | $R=0.9273E-0.9688U_1$ | -0.8354 | 相关  |
| $U_2$  | $R=0.9302E-0.8561U_2$ | -0.8439 | 相关  |
| $U_3$  | $R=0.9152E-0.8316U_3$ | -0.8082 | 不相关 |

基于相关系数临界值表可知,临界相关性系数  $r(0.05,6)=0.8144$ 。当  $|r(R,U_y)|\geq 0.8144$  时,表明线性相关,否则不相关。由表 8 可知:只有参数  $U_1$  和  $U_2$  与轴承振动性能保持可靠性之间呈线性相关关系,即只有振动数据样本瞬时值的波动范围和振动平均值的波动范围是该轴承振动性能保持可靠性的主要线性影响因素。

2) 多因素回归分析

对于轴承振动性能保持可靠性与振动瞬时值的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围的具体量化关系,还需建立多因素回归分析模型。模型函数为

$$R=a_0E+a_1U_1+a_2U_2+a_3U_3+a_4U_1U_2+a_5U_1U_3+a_6U_2U_3+a_7U_1^2+a_8U_2^2+a_9U_3^2$$

式中  $a_0$  为常数项。模型函数中常数项和各项系数数值为: $a_0=0.746, a_1=0.636, a_2=-0.241, a_3=0, a_4=0.173, a_5=0, a_6=0, a_7=-0.332,$

$a_8=0, a_9=-0.149$ 。

拟合结果中,模型的复相关系数为 0.993,判定系数为 0.986,调整判定系数为 0.967,估计值的标准误差为 0.436, Durbin-Watson 检验统计量为 2.331,其值约等于 2,说明残差独立。模型的方差分析结果中,  $F$  统计值为 54.544, 概率  $p$  值为 0.001, 小于显著性水平 0.05, 从而认为轴承振动性能保持可靠性与不确定性指标之间有线性关系。基于容差发现, 自变量间共线性问题严重;  $V$  正值最小为 299.693, 也可以说明共线性较明显, 这可能是由于样本容量小造成的。

多因素回归分析模型的拟合效果如图 15 所示。

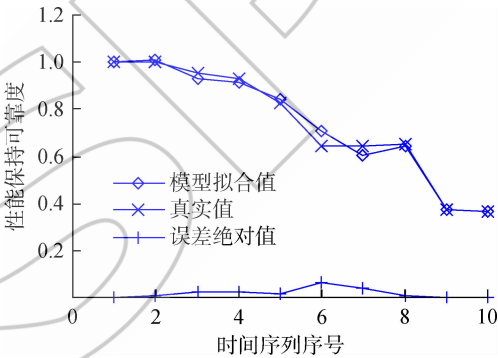


图 15 多因素回归分析模型的拟合效果(转速为 4000 r/min)

Fig. 15 Fitting effect of multivariate regression analysis model (rotation speed is 4000 r/min)

检验结果中,回归模型的残差统计标准化残差的绝对值最大为 1.536,没有超过默认值 3,因此可以认为不存在奇异值。 $a_7、a_9$  均不为 0,表明振动瞬时值的波动范围  $U_1$  与振动序列对应时间段内的平均波动范围  $U_3$  是该轴承振动性能保持可靠性的主要非线性影响因素。同时,  $a_4$  不为 0,表明  $U_1$  与  $U_2$  之间的相互作用对该轴承振动性能保持可靠性也有影响。

3 结 论

- 1) 提出用振动瞬时值的波动范围、振动平均值的波动范围、振动序列对应时间段内的平均波动范围 3 个指标来综合表征轴承振动性能的不确定性,并分别定量分析 3 个不确定性指标与轴承振动性能保持可靠性的内在关系。
- 2) 线性相关性分析结果表明:案例 1 中  $U_1$  是该轴承振动性能保持可靠性的主要线性影响因素;案例 2 中  $U_1$  和  $U_2$  是该轴承振动性能保持可

靠性的主要线性影响因素。多因素回归分析结果表明:案例1和案例2的计算结果均表明 $U_1$ 与 $U_3$ 是该轴承振动性能保持可靠性的主要非线性影响因素,且案例2中 $U_1$ 与 $U_2$ 之间的相互作用对该轴承振动性能保持可靠性也有影响。

## 参考文献:

- [1] 徐永智,夏新涛,南翔.基于混沌理论滚动轴承振动稳健化试验数据的动态分析[J].航空动力学报,2015,30(8):1959-1965.  
XU Yongzhi, XIA Xintao, NAN Xiang. Dynamic analysis of the robust test data on rolling bearing vibration based on chaos theory[J]. Journal of Aerospace Power, 2015, 30(8):1959-1965. (in Chinese)
- [2] CHENG L, XIA X T, YE L. Chaotic prediction of vibration performance degradation trend of rolling element bearing based on Weibull distribution[J]. Science Progress, 2019, 103(1):1-22.
- [3] YE L, XIA X T, CHANG Z. Dynamic prediction of the performance reliability of high-speed railway bearings[J]. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 2019, 41(11):1-12.
- [4] 孟凡念,杜文辽,李浩.基于混沌理论的滚动轴承振动信号融合模型预测[J].航空动力学报,2020,35(8):1664-1675.  
MENG fannian, DU Wenliao, LI Hao. Fusion model prediction of rolling bearing vibration signal based on chaos theory[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(8):1664-1675. (in Chinese)
- [5] 叶亮,夏新涛,常振.样本量对滚动轴承振动性能变异过程评估的影响[J].航空动力学报,2019,34(11):2490-2502.  
YE Liang, XIA Xintao, CHANG Zhen. Effect of sample size on evaluation of variation process of rolling bearing vibration performance [J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(11):2490-2502. (in Chinese)
- [6] XIA X T, MENG F N. Grey relational analysis of measure for uncertainty of rolling bearing friction torque as time series[J]. Journal of Grey System, 2011, 23(2):135-144.
- [7] CAVALINI A A, Jr., DOURADO A G S, LARA-MOLINA F A, et al. Uncertainty analysis of a tilting-pad journal bearing using fuzzy logic techniques[J]. Journal of Vibration and Acoustics, 2016, 138(6):061016. 1-061016. 10.
- [8] XIA X T, WANG Z Y. Grey relation between nonlinear characteristic and dynamic uncertainty of rolling bearing friction torque[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2009, 22(2):244-249.
- [9] PATTABHIRAMAN S, LEVESQUE G, KIM N H, et al. Uncertainty analysis for rolling contact fatigue failure probability of silicon nitride ball bearings[J]. International Journal of Solids and Structures, 2010, 47(18/19):2543-2553.
- [10] KIM H, LEE S H, PARK J S, et al. Reliability data update using condition monitoring and prognostics in probabilistic safety assessment[J]. Nuclear Engineering and Technology, 2015, 47(2):204-211.
- [11] AN D, KIM N H, CHOI J H. Practical options for selecting data-driven or physics-based prognostics algorithms with reviews[J]. Reliability Engineering and System Safety, 2015, 133:223-236.
- [12] LIU K, GEBRAEEL N Z, SHI J. A data-level fusion model for developing composite health indices for degradation modeling and prognostic analysis[J]. IEEE Transactions on Automation Science and Engineering, 2013, 10(3):652-664.
- [13] XIA X T, CHEN L, MENG F N. Uncertainty of rolling bearing friction torque as data series using grey bootstrap method[J]. Applied Mechanics and Materials, 2010, 44/45/46/47:1125-1129.
- [14] KAUSCHINGER B, SCHROEDER S. Uncertainties in heat loss models of rolling bearings of machine tools[J]. Procedia CIRP (Collège International pour la Recherche en Productique), 2016, 46:107-110.
- [15] 孙强,岳继光.基于不确定性的故障预测方法综述[J].控制与决策,2014,29(5):769-778.  
SUN Qiang, YUE Jiguang. Review on fault prognostic methods based on uncertainty[J]. Control and Decision, 2014, 29(5):769-778. (in Chinese)
- [16] 常振,夏新涛,李云飞,等.滚动轴承性能不确定性与可靠性评估[J].中国机械工程,2017,28(18):2209-2216, 2223.  
CHANG Zhen, XIA Xintao, LI Yunfei, et al. Evaluation of rolling bearing performance uncertainty and reliability[J]. China Mechanical Engineering, 2017, 28(18):2209-2216, 2223. (in Chinese)
- [17] CHEN Y S, YANG J L, XU Y H, et al. Status self-validation of sensor arrays using gray forecasting model and bootstrap method[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2016, 65(7):1626-1640.
- [18] XIA X T, CHEN X Y, ZHANG Y Z, et al. Grey bootstrap method of evaluation of uncertainty in dynamic measurement[J]. Measurement, 2008, 41(6):687-696.
- [19] LEMYRE F C, QUESSY J F. Multiplier bootstrap methods for conditional distributions[J]. Statistics and Computing, 2017, 27(3):805-821.
- [20] CHEN X W, DAI W. Maximum entropy principle for uncertain variables[J]. International Journal of Fuzzy Systems, 2011, 13(3):232-236.
- [21] 刘斌.基于乏信息的滚子轴承质量控制方法研究[D].河南洛阳:河南科技大学,2018.  
LIU Bin. Research on quality control of roller bearing based on poor information[D]. Luoyang Henan: Henan University of Science and Technology, 2018. (in Chinese)