

风扇/压气机周向模态识别中传感器 角度偏差的影响

柴鹏飞¹, 张智伟¹, 孙宗翰¹, 田 杰^{1,2}, 欧阳华^{1,2}

(1. 上海交通大学 机械与动力工程学院, 上海 200240;

2. 上海交通大学 燃气轮机与民用航空发动机教育部工程研究中心, 上海 200240)

摘 要: 基于任意角度压缩感知(CS)方法分析了传感器安装角度偏差对风扇/压气机周向模态识别重构的影响,设计了一套自适应角度优化程序修正重构误差。利用数值试验探究了传感器角度偏差和数量对周向模态重构结果的影响,研究表明:当角度偏差等级为 2.5% 时,平均重构误差达到 10% 以上,若保证重构误差基本不变,将传感器数量从 7 个增加至 25 个,仅可以将角度偏差等级放宽至 4%。而采用小生境微种群遗传算法进行自适应角度优化,在 20 dB 信噪比下,通过自适应角度优化可将角度偏差等级从 2.5% 放宽至 10%,降低了传感器安装的精度要求。成功优化了一款冷却风扇在前三阶叶片通过频率下的主要周向声模态重构幅值。自适应角度优化算法有效提升了基于压缩感知的风扇/压气机周向模态重构可靠性。

关 键 词: 角度偏差; 周向模态; 压缩感知; 重构误差; 小生境微种群遗传算法

中图分类号: V231.3

文献标志码: A

Effect of sensor angle deviation on fan/compressor azimuthal mode recognition

CHAI Pengfei¹, ZHANG Zhiwei¹, SUN Zonghan¹,
TIAN Jie^{1,2}, OUYANG Hua^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering,

Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;

2. Engineering Research Center of Gas Turbine and Civil Aero Engine,

Ministry of Education, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: Based on the arbitrary angle compressive sensing (CS) method, the influence of sensor installation angle deviation on the fan/compressor azimuthal mode recognition was analyzed, and an adaptive angle optimization program was designed to correct the reconstruction error. The influence of angle deviation and number of sensors on the results of azimuthal mode reconstruction was investigated by numerical experiments. When the angle deviation level was 2.5%, the average reconstruction error was more than 10%. If the reconstruction error was basically unchanged, and the number of sensors increased from 7 to 25, the angle

收稿日期: 2020-04-23

基金项目: 国家科技重大专项(2017-II-0007-0021); 中国联合重燃专项(19UGTC037)

作者简介: 柴鹏飞(1997—),男,硕士生,主要从事气动声学研究。

通信作者: 欧阳华(1973—),男,研究员、博士生导师,博士,主要从事航空发动机不稳定流动及气动声学、风扇/压气机内部流动实验与数值模拟研究等。E-mail:oyh@sjtu.edu.cn

引用格式: 柴鹏飞,张智伟,孙宗翰,等. 风扇/压气机周向模态识别中传感器角度偏差的影响[J]. 航空动力学报,2020,35(12): 2654-2663. CHAI Pengfei,ZHANG Zhiwei,SUN Zonghan,et al. Effect of sensor angle deviation on fan/compressor azimuthal mode recognition[J]. Journal of Aerospace Power,2020,35(12):2654-2663.

deviation level can only be expanded to 4%. The niching micro genetic algorithm was used for adaptive angle optimization. Under 20 dB signal-to-noise ratio, the angle deviation level can be expanded from 2.5% to 10% through adaptive angle optimization, which reduced the accuracy requirements for sensor installation. The reconstructed amplitude of the main azimuthal acoustic mode at the first three-order blade passing frequency of a cooling fan was optimized. It was shown that the adaptive angle optimization method can effectively improve the reliability of fan/compressor azimuthal mode reconstruction based on CS.

Key words: angle deviation; azimuthal mode; compressed sensing; reconstruction error; niching micro genetic algorithm

随着航空事业的不断发展,航空噪声问题愈来愈引起人们的重视。在商用飞机中,随着航空发动机向大涵道比的发展,风扇噪声成为商用飞机噪声的主要来源^[1]。商用航空发动机的风扇多置于短舱中,而风扇噪声在管道内以模态波的形式传播,因此为了发展风扇降噪技术,风扇管道声模态详细结构的识别、分解和预测变得尤其重要^[2]。

Tyler 等^[3]研究了旋转压力波在管道中的传播规律,率先提出了管道声模态的概念,奠定了风扇和压气机噪声模态研究的基础。普遍采用的一种管道声模态的测量技术是在管道内壁面齐平安装传声器^[4-6]。该方法多使用周向均布传感器阵列进行声模态测量,利用空间傅里叶分解(spatial Fourier transform, SFT)得到各阶模态的幅值。根据 Shannon-Nyquist 采样定理,检测到 m 阶模态至少需要 $2m$ 个传感器。对于大涵道比的涡扇发动机测试,由于风扇和压气机的叶片数量较多,噪声的模态数往往较大,因此为了提高测量的分辨率,满足采样定理的要求,需要相当数量的传感器。为了减少所需传感器的数量,一种传统方法是采用旋转传声器耙技术^[7-8],但该方法引入了复杂的旋转机械结构,而且旋转探针耙结构的尾迹可能会与风扇转子干涉产生新的噪声模态,影响模态识别的准确性。另一种方法是使用非均布的传感器阵列^[5],但是这种方法的模态分解结果会出现旁瓣现象。Rademaker 等^[5]提出了一种成本函数(cost function),可用于优化非均匀阵列,该函数可将旁瓣幅度的均方值最小化。

压缩感知(compressive sensing, CS)方法是近年来出现的一种新的模态检测方法。CS 是一种在解向量稀疏的情况下求解欠定线性方程组的方法,该理论表明,如果信号满足某种特定的“稀疏性”,那么从少量的测量数据中,通过求解 l_1 范

数最小化问题,有可能还原出原始的信号^[9-10]。根据 Tyler-Sofrin 动静干涉模态计算公式,对于风扇噪声,其在模态空间满足稀疏性条件,因此可以利用 CS 方法进行模态分析,从而可以显著减少传感器的数量。黄迅、于文君、Bu 等^[11-13]在管道周向模态测量中提出了压缩感知方法,使用随机阵列设计进行了数值研究,并通过实验验证了该方法。肖志成等^[14]研究了感知常数对重构成功率的影响,得到当感知常数大于 3.5 时,重构成功率超过 90%。Behn 等^[15]使用非均匀排布的 CS 方法,对过采样和欠采样等不同情况进行分析,证明了非均布 CS 方法的有效性。

由于客观条件的限制,传感器在安装过程中会存在位置偏差,给模态分析带来影响。Tapken 等^[16]研究了带有传感器耙的模态检测对制造和安装公差敏感性,指出传感器的制造和安装公差将严重影响模态分解的准确性。于文君等^[17]分析了 CS 方法的测试性能,指出当传感器安装具有较大偏差时,CS 重构结果会出现较大的误差。然而,他们的研究仅涉及对角度偏差所带来的影响的讨论,尚缺乏一种在基于 CS 的周向模态重构中减小此类误差的有效方法。

本文研究应用 CS 方法分析风扇/压气机周向模态时,传感器角度偏差对 CS 重构结果的影响。采用数值试验的方法,讨论在不同角度偏差等级下传感器数量对模态分析的抗干扰性和模态数识别准确性的影响。利用小生境微种群遗传算法,采用不同的优化目标修正由于角度偏差引起的 CS 重构误差,并讨论了信噪比的影响。最后,对一款电子器件冷却风扇进行了周向模态的分析和修正。

1 基于任意角度分布 CS 的周向模态识别方法

根据管道声学理论,在连续均匀流动、无黏假

设条件下,声波在刚性圆柱形导管内传播的波动方程为

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1)$$

求解波动方程可得某一特定频率 f 下的声压解

$$p_{nm}(f, x, r, \theta, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{nm} J_m(k_{nm}r) e^{i(2\pi ft - k_x x - m\theta)} \quad (2)$$

式中 x 为轴向距离, r 为半径, θ 为周向角度, t 为时间, A_{nm} 是 (m, n) 阶声模态的振幅, $J_m(k_{nm}r)$ 是宗量为 $(k_{nm}r)$ 的 m 阶柱贝塞尔函数, k_x 是轴向波数, m 和 n 分别是周向和径向的模态数。特定频率下总声压可以表示为所有模态下波的叠加, 当只考虑周向声模态时, 式(2)可简化为^[18]

$$p(\theta, f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m(f) e^{im\theta} \quad (3)$$

在周向模态实验测量中, 通常采用周向均布的传声器阵列, 假设 M 个传感器的位置分别为 $[\theta_1 \ \theta_2 \ \cdots \ \theta_{M-1} \ \theta_M]$, 周向模态的幅值可直接通过 SFT 求解式(4)得到^[6]。

$$A_m(f) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M p(\theta_j, f) e^{-im\theta_j} \quad (4)$$

若 M 个传感器分布在任意周向角度 $[\theta_1 \ \theta_2 \ \cdots \ \theta_{M-1} \ \theta_M]$, 根据式(3), 对于特定的频率, 在 θ_j 位置处的传感器获得的声信号为

$$y(\theta_j) = \sum_{m=p}^{N+p-1} A_m e^{im\theta_j} \quad (5)$$

式中 N 为模态检测范围, 若 N 为偶数, 则 $p=1-N/2$; 若 N 为奇数, 则 $p=(1-N)/2$ 。 M 个不同周向位置的声信号构成矩阵

$$\mathbf{y} = [y(\theta_1) \ y(\theta_2) \ \cdots \ y(\theta_{M-1}) \ y(\theta_M)]^T = \begin{bmatrix} e^{ip\theta_1} & e^{i(p+1)\theta_1} & \cdots & e^{i(p+N-1)\theta_1} \\ e^{ip\theta_2} & e^{i(p+1)\theta_2} & \cdots & e^{i(p+N-1)\theta_2} \\ e^{ip\theta_3} & e^{i(p+1)\theta_3} & \cdots & e^{i(p+N-1)\theta_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{ip\theta_M} & e^{i(p+1)\theta_M} & \cdots & e^{i(p+N-1)\theta_M} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ A_m \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{W}\mathbf{x} \quad (6)$$

由于管道声模态在模态空间上是稀疏的, 即只有少数模态的幅值 A_m 不为零, 其他模态的幅值为零或者很小。根据 CS 理论, 求解该方程可以转化为 l_1 范数最优化的问题, 即

$$\hat{\mathbf{x}} = \operatorname{argmin} \|\mathbf{x}\|_1, \quad \text{s. t. } \|\mathbf{y} - \mathbf{W}\mathbf{x}\|_2 = 0 \quad (7)$$

上述基于 CS 的周向模态分解推导过程与 Behn 等^[15] 和张效溥等^[19] 的方法相似, 其中文献^[19] 主要用于叶尖定时 (blade tip timing, BTT) 旋转振动监测中。值得注意的是, 当 M 个传感器正好是从周向均布的 N 点中选取时, 则上述任意角度 CS 方法的矩阵和均布 CS 方法一样。而相比于均布方法, 任意角度 CS 方法具有更好的通用性。同时, 任意角度 CS 方法便于引入角度偏差的影响和修正。

2 角度偏差对重构结果的影响

2.1 角度偏差等级的影响

当利用 CS 方法识别风扇/压气机周向模态时, 受传感器安装精度的限制, 实际传感器的周向位置和设计安装位置存在一定偏差, 将导致重构结果产生误差, 严重时导致模态识别发生错误。角度偏差等级 $\delta\theta$ 的定义^[17]

$$\delta\theta = \frac{1}{M\Delta\theta} \sum_{j=1}^M \delta\theta_j \times 100\% \quad (8)$$

式中 $\delta\theta_j$ 为第 j 个传感器的偏差角度, $\Delta\theta$ 是 N 均布的间隔角度, 即 $\Delta\theta=360^\circ/N$ 。定义模态谱的感知误差 ϵ 为

$$\epsilon = \frac{\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2} \times 100\% \quad (9)$$

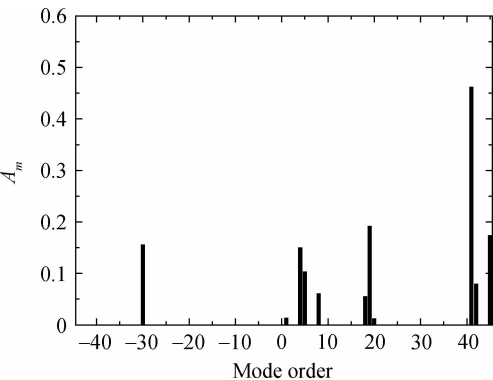
式中 $\hat{\mathbf{x}}$ 为重构的模态谱, $\mathbf{x}$ 为真实信号的模态谱。为统一说明, 数值试验使用的测试信号为

$$\mathbf{y} = \sum_{j=1}^S A_j e^{im_j\theta} \quad (10)$$

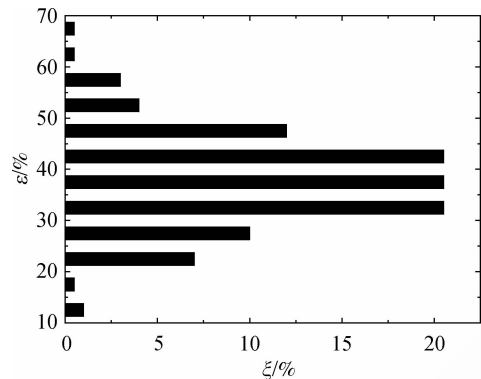
式中 S 为信号的稀疏性, 信号幅值 A_j 没有特殊说明情况均设定为 1, m 为测试信号模态序列。

在 $m=41, N=90, M=7$ 时计算了角度偏差等级 $\delta\theta=10\%$ 时重构结果及重构误差分布, 如图 1 所示。图 1(a) 是 200 次随机数值试验中重构误差最大 ($\epsilon=65.4\%$) 的一次结果, 结果中真实模态 ($m=41$) 幅值下降, 且有多模态幅值较大 ($A_j>0.1$), 易造成模态识别错误。图 1(b) 为 200 次数值试验的结果在不同误差区间的分布情况, 横轴表示误差落在某一区间内的频次 f_ϵ 在总试验次数中的占比 $\xi = \frac{f_\epsilon}{200} \times 100\%$ 。在 200 次数值试验中, 有 16 次误差超过了 50%, 表明角度偏差将导致较大重构误差。

在不同的角度偏差等级下, 对上述 200 次数值试验得到的重构误差取算数平均得到平均误差 ϵ_a 的分布。为了比较在相同的 N 和 M 分布下模



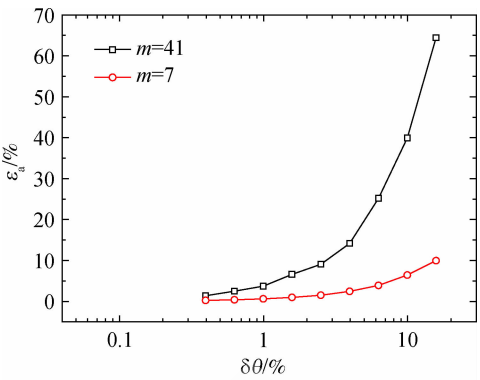
(a) 一次重构失败的结果



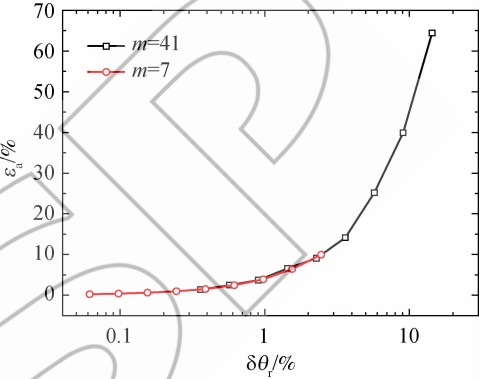
(b) 重构结果的误差分布

图 1 角度偏差等级 $\delta\theta=10\%$ 时的重构结果

Fig. 1 Reconstruction results at angle deviation level $\delta\theta=10\%$



(a) $\delta\theta$



(b) $\delta\theta_r$

图 2 不同角度偏差等级下的重构误差

Fig. 2 Reconstruction error at different angle deviation levels

态数不同时角度偏差对重构结果的影响, 计算了低阶模态 $m=7$ 的平均误差和偏差等级, 如图 2 所示。由图 2(a) 可见, 随着角度偏差等级 $\delta\theta$ 的增加, 平均重构误差 ϵ_a 增加, 且高阶模态误差提升迅速。当角度偏差等级大于 2.5% 时, 误差将会超过 10%。而对于低阶模态, 若选取的 N 远超根据采样定理所需的采样数时, 角度偏差等级带来的影响减小, 因此需要依据模态大小重新定义修正的角度偏差等级

$$\delta\theta_r = \frac{1}{M\Delta\theta_r} \sum_{j=1}^M \delta\theta_j \times 100\% \quad (11)$$

式中 $\Delta\theta_r$ 是根据重构模态数 m 的 2 倍所确定的均布的间隔角度, 即 $\Delta\theta_r=180/m$ 。修正的角度偏差等级对高低阶模态平均重构误差的影响如图 2(b) 所示, 修正后低阶模态对应的角度偏差等级显著减小, 且在相同的角度偏差等级下, 高低阶模态对应的平均重构误差基本一致。由于在实际的周向模态测量中, 测试信号通常同时包含高阶和低阶模态, 因此针对测量获得的模态谱分布, 参考主模态的分布情况, 采用修正的角度偏差等级进行重构误差分析将更加合理。

2.2 传感器数量的影响

不考虑角度偏差时, 随着实验传感器数量的增加, 基于 CS 方法的周向模态识别成功率增大^[14]。本节分析在传感器角度存在偏差时, 传感器数量对周向模态识别的抗干扰性能。需要指出的是, 本文数值试验采用的算例均满足文献[14]中论证的基于 CS 的周向模态重构成功率超过 90% 的传感器最小数量要求。

数值试验中使用的测试信号 $m=41$, 均匀等分数 $N=90$, 最少传感器数量为 7。讨论在不同偏差等级下传感器数量 M 对重构误差的影响, 结果如图 3 所示, 图中每个点的数据经过 200 次随机取平均值得到。结果表明, 传感器数量较少时, 随着传感器数量的增加, 基于 CS 的重构误差显著减小, 并且角度偏差等级越大, 误差减小的幅度越大。例如角度偏差等级 $\delta\theta=4\%$ 时, 传感器数量从 7 个增加到 11 个, 平均感知误差从 15.9% 下降至 11.6%。传感器数量较大时, 继续增加传感器对角度偏差带来的重构误差的影响减弱, 如角度偏差等级 $\delta\theta=4\%$ 时, 增加传感器数量至 25

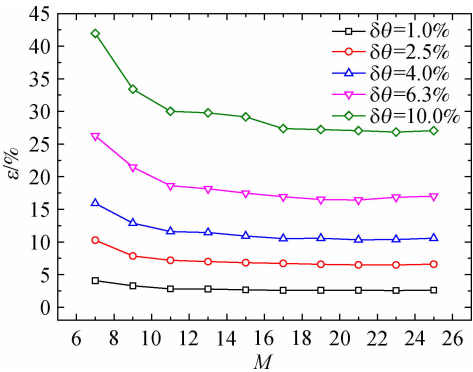


图 3 传感器数量对重构误差的影响

Fig. 3 Effect of the number of sensors on the reconstruction error

个, 重构误差依然在 10% 以上。综上分析, 适当增加传感器数量可以有效地减小角度偏差带来的重构误差, 提升周向模态识别的抗干扰性能, 然而更多的传感器无法进一步有效降低重构误差。

定义周向模态主模态重构幅值误差 ϵ_M 如下:

$$\epsilon_M = \frac{\|x_M - \hat{x}_M\|_1}{\|x_M\|_1} \quad (12)$$

式中 x_M 为主模态的真实幅值, $\hat{x}_M$ 为重构模态谱中主模态的幅值, 若 $\epsilon_M < 0.1$, 则认为模态识别成功。利用上述数值试验的结果分析存在角度偏差时传感器数量对主模态重构幅值的影响。随机模拟 1000 次, 定义模态识别的成功率为

$$\eta_M = \frac{f_M}{1000} \times 100\% \quad (13)$$

式中 f_M 为重构成功的频次, 计算得到不同角度偏差等级下传感器数量对 η_M 的影响。如图 4 所示, 角度偏差等级 $\delta\theta < 2.5\%$ 时, 主模态识别成功率接近 100%。当角度偏差等级处于中等水平 ($2.5\% \leq \delta\theta \leq 6.3\%$), 随着传感器数量增加, 模态识别成功率快速上升, 传感器数量对模态识别具

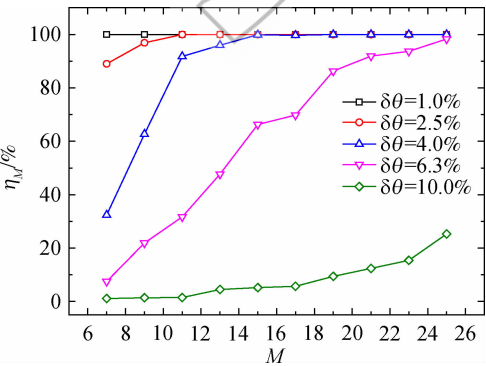


图 4 传感器数量对重构成功率的影响

Fig. 4 Effect of the number of sensors on the reconstruction success rate

有显著影响, 例如当 $\delta\theta = 4\%$ 时, 传感器数量从 7 个增加到 11 个, 模态识别成功率增加了 60%。当角度偏差程度更大时, 成功率接近于 0, 此时模态分析结果与实际不符, 严重情况下干扰模态的幅值与主模态幅值相近甚至更大, 导致周向模态识别和重构失败。

综上所述, 本文给出传感器布置标准: 当传感器数量满足文献[14]中提到的基于 CS 的周向模态重构成功率超过 90% 的传感器最小数量要求时, 控制角度偏差等级 $\delta\theta < 2.5\%$, 即在本算例中 ($m = 41, M \geq 7, N = 90$) 保证平均偏差角度在 0.1° 以内时, 可以保证 CS 重构有超过 90% 的成功率, 重构误差不超过 10%, 且适当地增加传感器数量, 可以进一步提高模态识别成功率, 但过多的传感器对改善重构误差的效果有限。

3 角度偏差的修正

3.1 自适应角度优化

传感器的周向角度安装偏差会对管道内周向模态的重构结果产生较大影响, 因此必须重视传感器的安装精度, 尽可能保证小的角度偏差等级。然而对于高阶模态的检测分析, 其传感器阵列的均匀间隔角度较小, 难以保证足够小的角度偏差等级。如文献[16]提到的试验台的最高周向模态阶数可以到 85, 如果采用基于 CS 的方法测量周向模态, 设定的 N 需要超过 170。当平均偏差角度等级为 $\delta\theta < 2.5\%$ 时, 对应的平均偏差角度 0.05° 左右, 这显然给传感器的安装带来极大的困难, 从而给模态分析以及识别带来了较大的困扰, 因此, 有必要对角度偏差进行修正。图 5 是角度偏差等级 $\delta\theta = 4\%$ 时, 在 CS 方法中分别使用未考虑角度偏差的设计角度和真实角度时的重构结果, 数值试验中测试信号具有三个主模态 -19, 27 和 41, 均匀等分数 $N = 90$, 传感器数 $M = 24$ 。由图 5(a) 可见, 由于角度偏差的存在, 三个主模态的幅值均出现了不同程度的减小。当可以准确识别角度偏差时, 如图 5(b) 所示, 在 CS 方法中使用真实角度得到了准确的重构结果。因此, 通过修正在 CS 方法中虚拟的角度值以接近传感器安装的真实角度有可能得到更好的重构结果。

在实际周向模态测量中, 由于安装精度和制造公差等客观因素, 当传感器安装固定后, 传感器实际的周向角度相比设计角度将存在确定的物理偏差。根据任意角度分布的 CS 方法, 在程序中对设计角度加入虚拟的随机偏差角度, 当虚拟的

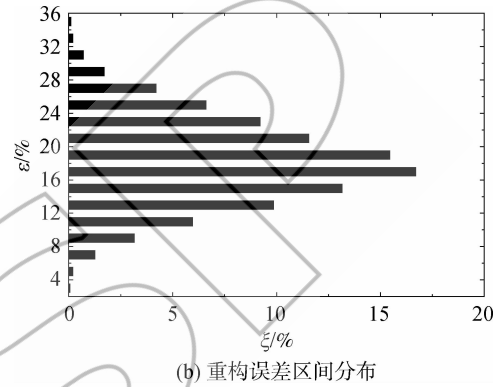
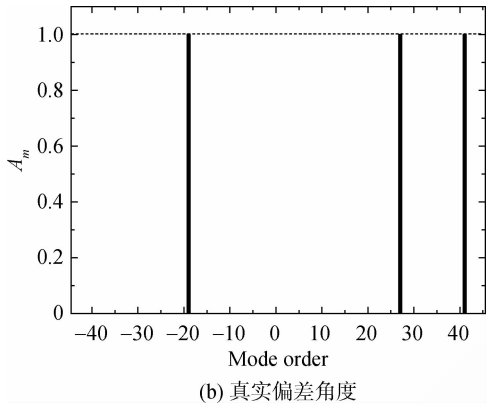
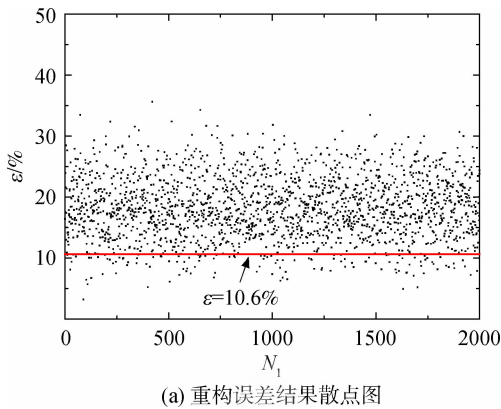
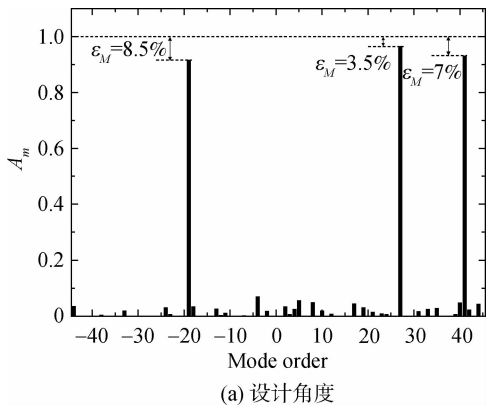


图 6 CS 方法中引入随机虚拟角度偏差后的重构结果

Fig. 6 Reconstruction results after introducing random virtual angle deviation in CS method

子(均匀交叉,交叉率为 0.5),略去变异操作,为了维持基因多样性和全局收敛性,引入了 Restart 和 Elitism 准则。设计的自适应角度偏差的优化方法 CS-Op1,采用最小化误差 ϵ 对重构结果进行了修正,优化目标设定为

$$\begin{aligned} \min \epsilon &= \frac{\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|_2}{\|\mathbf{x}\|_2} \times 100\% \\ \text{s. t. } \hat{\mathbf{x}} &= \operatorname{argmin} \|\mathbf{x}\|_1 \end{aligned} \quad (14)$$

随迭代次数 g 增加,优化后重构误差发生变化,如图 7 所示。图中角度偏差等级分别为 $\delta\theta = 2.5\%$ 和 $\delta\theta = 6.3\%$,在相同的迭代次数下,角度偏差等级越低,修正后的误差越小。对于 $\delta\theta = 6.3\%$ 的算例,5 次迭代后重构误差降低到 10% 以下,18 次迭代后误差到 5% 以内。而 $\delta\theta = 2.5\%$ 算例,3 次迭代后误差就达到了 5% 以内。两种角度偏差等级下,随着迭代次数的增加,在前 50 次迭代中,误差值得到了大幅度的修正,之后修正的效果趋于平缓,在 100 次迭代附近误差值又出现了较大的下降幅度,之后结果再次趋于平缓。在 200 次迭代后,所有角度偏差下的修正值趋于稳定,误差值达到 2% 以内。

实际测量时,由于信号真实的模态谱未知,无

图 5 CS 方法中分别采用设计角度和真实角度时的重构结果
Fig. 5 Reconstruction results when using design angle and true angle in CS method

偏差角度接近确定的物理偏差角度时,将有一定概率减少重构误差。图 6 是物理角度偏差等级 $\delta\theta = 4\%$,原始信号为 $y = e^{j410}$,均匀等分数 $N = 90$,传感器数 $M = 7$ 时,在 CS 方法中引入虚拟的随机偏差角度的重构结果,随机 2000 次。图 6(a) 中横坐标 N_1 表示随机的具体次数,红线表示 $\epsilon = 10.6\%$,是在 CS 方法中使用未考虑角度偏差的设计角度时的原始误差。图 6(b) 所示在 2000 次随机结果中有 93 次误差在 10% 以内,其中最好的结果误差为 3.2%。结果表明,在传感器物理角度偏差一定时,通过在 CS 方法中加入随机的虚拟角度偏差值,有一定几率可以减小误差,从而提高周向模态分析结果的置信度。

基于任意角度分布的 CS 方法,设计了一套考虑角度偏差的优化程序,通过在 CS 方法中引入角度偏差对重构结果进行修正。优化算法采用本课题组之前发展的小生境微种群遗传算法^[20],与传统遗传算法相比,微种群遗传算有收敛速度快,收敛精度高的特点。微种群遗传算法种群数小(通常为 5),遗传操作采用锦标赛选择、交叉算

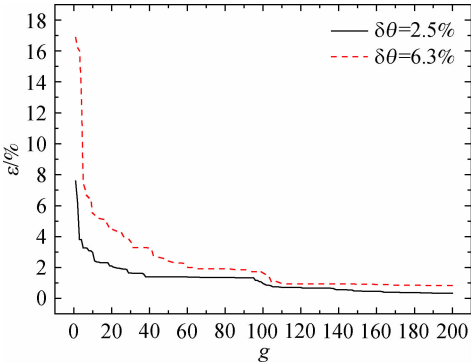


图 7 基于优化算法的 CS 重构误差收敛过程
Fig. 7 CS reconstruction error convergence process based on optimization algorithm

法使用式(14)中的目标函数对结果进行优化。此时可以采用主模态幅值最大化的目标函数对结果进行修正,若共有 n 个主模态,得到自适应角度偏差的优化程序 CS-Op2。

$$\begin{aligned} \max \gamma &= \sum_{i=1}^n \|\hat{p}_{m_i}\|_1 \\ \text{s. t. } \hat{\mathbf{x}} &= \operatorname{argmin} \|\mathbf{x}\|_1 \end{aligned} \quad (15)$$

在高阶模态($m=41$)情况下,将图 2 中不同角度偏差等级下的误差进行了修正,优化方法分别采用式(14)和式(15)约束优化目标的 CS-Op1 和 CS-Op2,迭代次数 100,每个角度偏差下的结果取 20 次随机的平均值,如图 8 所示。两种优化方法在角度偏差等级不高时($\delta\theta < 6.3\%$),优化后重构结果的误差差别不大。当角度偏差等级增大时,优化方法 CS-Op2 优化后的重构误差较 CS-Op1 优化后的重构误差略高。当角度偏差等级 $\delta\theta < 10\%$ 时,两种方法修正后的误差可在 10% 以内。两种优化目标对比结果显示,在不知道真实的模态谱而明确主模态的情况下,可以使用主模态幅值最大化的目标函数自适应角度偏差。

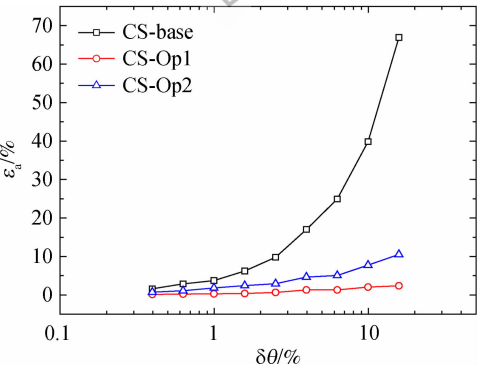


图 8 优化后的重构误差
Fig. 8 Optimized reconstruction error

3.2 信噪比的影响

实际测试的信号受到噪声的干扰,本文进一步研究了当同时存在信噪比(signal-to-noise ratio, SNR,量符号记为 ϵ_{snr})和角度偏差的影响时 CS 及优化算法的有效性。信噪比的定义为

$$\epsilon_{\text{snr}} = 20 \lg \frac{y_s}{y_n} \quad (16)$$

式中 y_s 和 y_n 分别为原始信号和随机噪声的有效值。数值试验中原始信号 $m=41$,均匀等分数 $N=90$,传感器数 $M=7$ 。如图 9 所示,图中每个点是 200 次模拟的平均结果,在特定的角度偏差等级下,信噪比越小,重构结果的误差越大。考虑信噪比和角度偏差的综合作用,当信噪比 $\epsilon_{\text{snr}} > 20 \text{ dB}$ 且偏差等级 $\delta\theta < 2.5\%$ 时重构结果误差大约在 10% 以内。如果 $\epsilon_{\text{snr}} < 20 \text{ dB}$ 或者角度偏差等级 $\delta\theta > 2.5\%$ 都将造成较大的误差,因此实际测试中需要保证一定的传感器安装精度和噪声水平。

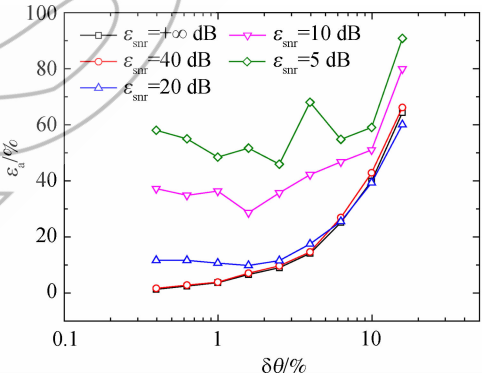


图 9 不同信噪比下角度偏差对结果的影响
Fig. 9 Effect of angle deviation on results under different SNRs

利用遗传算法分别通过式(14)和式(15)的优化目标 CS-Op1 和 CS-Op2 对存在信噪比时的 CS 重构结果进行修正。不同信噪比下 CS 重构优化结果如图 10 所示,图中每个点是 20 次随机算例的平均值,优化算法迭代次数 100。图中当信噪比 $\epsilon_{\text{snr}} > 20 \text{ dB}$ 时,基于遗传算法的优化修正具有较好的表现,角度偏差等级 $\delta\theta < 10\%$ 时,修正后的结果误差在 10% 以内。当信噪比 $\epsilon_{\text{snr}} < 20 \text{ dB}$ 时,尽管角度偏差依然可以得到修正,但是由于噪声干扰过于严重,结果误差难以降到理想水平。本文所设计的优化程序适用于较高信噪比的信号,以误差不超过 10% 作为标准,通过优化可以将原来的传感器安装精度的要求 $\delta\theta < 2.5\%$ 放宽

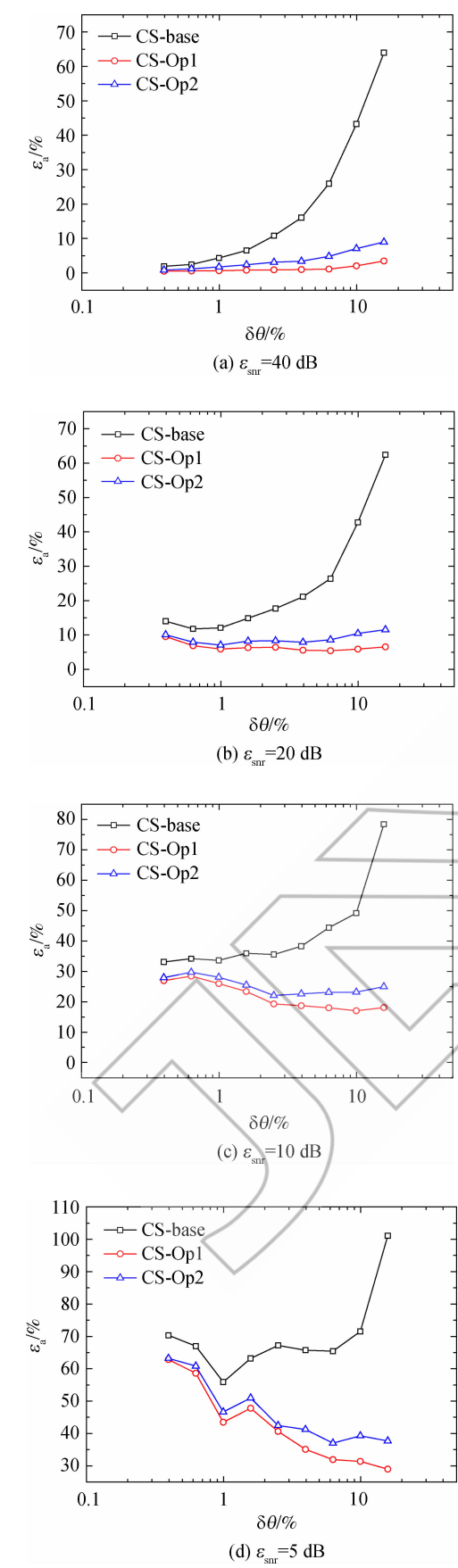
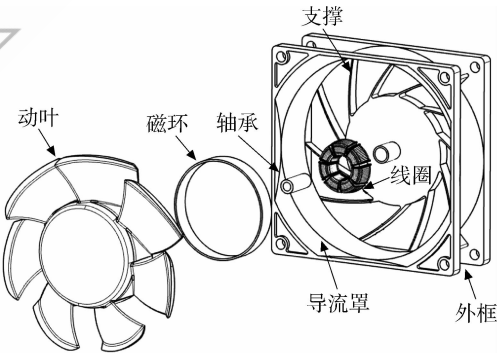


图 10 不同信噪比下优化后的重构误差
Fig. 10 Reconstruction error optimized under different SNRs

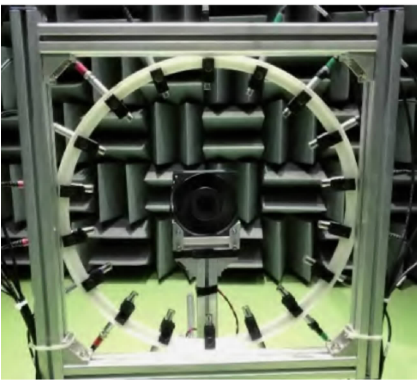
至 $\delta\theta < 10\%$, 如文中第 3.1 节提及文献[16]中试验台最高周向模态阶数达到 85, 当采用优化的 CS 方法并期望重构误差小于 10%, 需满足的平均偏差角度从 0.05° 可以放宽至 0.2° 左右, 使得传感器安装成为可能。

3.3 实验结果和修正

为检验优化算法的实际效果, 选取一款电子器件散热用轴流风扇作为研究对象, 测量分析其周向声模态。实验在上海交通大学航空发动机研究院气动半消声室内进行, 背景噪声小于 20 dB, 截止频率为 100 Hz。风扇尺寸为 $120\text{ mm} \times 120\text{ mm} \times 38\text{ mm}$, 具有 7 个动叶片和 11 个静叶片, 在风扇进口安装有外径为 124 mm 的导流罩, 实验中风扇转速为 9 000 r/min, 风扇的结构如图 11(a) 所示。测试设备采用 Brüel&Kjær 4189 预极化电容式自由场传声器接 Brüel&Kjær 2671 前置放大器, 传声器测试不确定度为 $\pm 0.30\text{ dB}$ 。实验中分别使用 8 均布和 18 均布的传声器阵列测量周向模态, 传声器阵列安装台架周向安装角布置精度为 0.5° , 传声器阵列的圆周直径为 400 mm, 超过风扇流通直径的 3 倍, 可以忽略风扇对流对传声器阵列的影响, 测试装置如图 11(b) 所示。测



(a) 测试风扇结构



(b) 周向模态测试装置

图 11 测试风扇及周向模态测试装置^[21]
Fig. 11 Tested fan and azimuthal modal test device^[21]

试过程中,传声器阵列放置于管道外测量,与风扇中心平面相距 50 mm,且与风扇中心保持同心,详细的实验设计和相关参数参考文献[21]。

为分析本文所设计的自适应角度优化方法在风扇噪声模态分析中的效果,首先随机抽取 18 均布传声器阵列中任意 14 组传声器测量的数据,并利用 CS 方法进行重构,之后通过优化算法对 CS 重构结果进行优化修正。在之前的工作中,通过双均布测点分析方法已经准确识别出该冷却风扇进风口前三阶叶片通过频率(blade passing frequency, BPF)处的周向主模态分别为-1(1 阶 BPF),-1(2 阶 BPF)和-2(3 阶 BPF)^[21]。与数值试验中单一的空间信号不同,散热风扇的噪声信号是时空信号,具有多个不同频率的单音噪声。为获得更好的优化效果,综合考虑在前三阶 BPF 处模态谱的重构结果,在优化中采用最大化前 3 阶 BPF 的主模态幅值之和的优化目标(CS-Op2),在 0.5°的范围内自适应角度偏差,优化算法迭代 200 次。图 12 为 SFT 方法,CS 方法和优化后的模态分解结果。由于利用 SFT 方法识别出的风扇噪声主模态均为较低阶模态,利用 18 个传感器的阵列测量满足 Shannon-Nyquist 采样定理,SFT 方法模态分解的准确性得以保证。以 SFT 方法的结果作为参考,当 CS 方法中不考虑

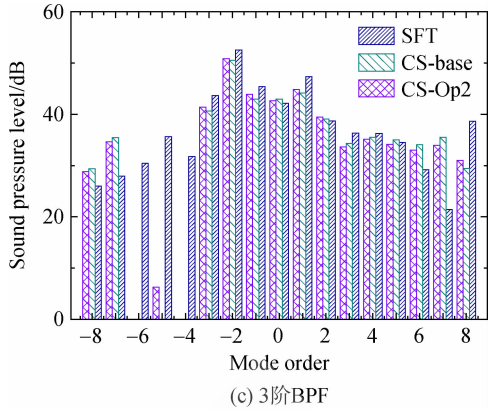
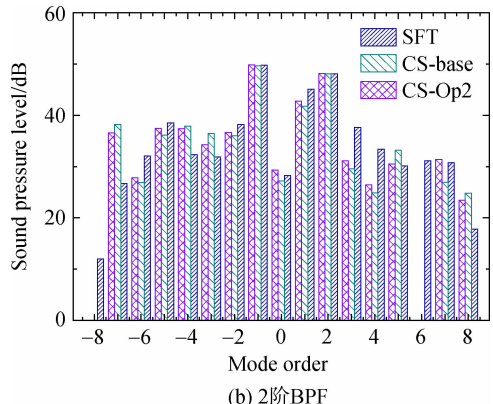
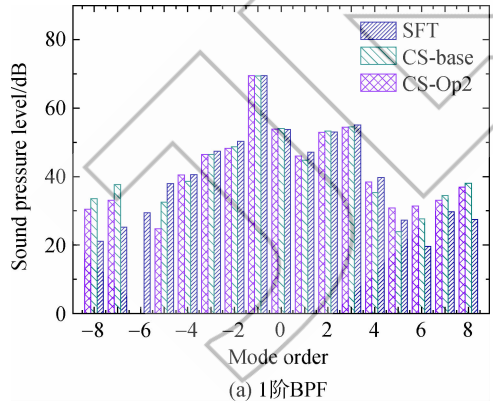


图 12 基于不同方法的模态分解结果
Fig. 12 Mode decomposition results based on different methods

角度偏差使用设计的角度时,重构结果在前三阶 BPF 处主模态的幅值与 SFT 方法的结果分别相差 0.04、0.12 dB 和 1.99 dB,说明 CS 重构成功。当考虑传感器的角度偏差对结果带来的误差时,对比均布 CS 方法的结果,优化后的结果在前三阶 BPF 处的主模态幅值分别增加 0.05、0.19 dB 和 0.30 dB,模态分解结果得到了一定程度的优化。需要指出的是,实验验证的算例模态数相对较小,利用自适应角度偏差的优化方法提升的幅度相对并不明显,进一步的验证需要在高阶模态的识别中进行。但数值试验的结果已经显示了该方法的可靠性,可以提升基于 CS 方法的周向模态识别的准确度。

4 结 论

基于任意角度分布的 CS 方法,采用数值试验研究了角度偏差对于周向模态重构结果的影响,采用不同优化目标的优化方法对角度偏差带来的重构误差进行了修正,并通过冷却风扇的模态测试实验验证了该方法的有效性。主要结论如下:

- 1) 当角度偏差等级越高时,重构结果误差越大,过大的角度偏差会引起模态识别错误。检测高阶模态时,角度偏差的影响更加显著。在本文算例中,当修正后的角度偏差等级大于 2.5% 时,基于 200 次随机算例平均的重构误差大于 10%。
- 2) 适当增加传感器的数量可以减小角度偏差带来的重构误差,提高周向模态识别的抗干扰性能和模态数识别的成功率,但是过多的传感器进一步降低重构误差的效果有限。在本文算例中,当角度偏差等级为 4% 时,传感器数量从 7 个

增加至 11 个, 平均重构误差从 15.9% 减小至 11.6%, 模态数识别成功率增加 60%, 但是传感器数量增加至 25 个, 重构误差依然在 10% 以上。

3) 利用小生境微种群遗传算法, 设计了一套自适应角度偏差的优化程序。在本文算例中, 信噪比大于 20 dB 时, 将传感器安装精度从 2.5% 的角度偏差等级放宽至 10%, 优化后的重构误差仍在 10% 以内。优化后冷却风扇的模态测试结果在前三阶 BPF 处主模态幅值均有一定的提升, 验证了该方法的有效性。

参考文献:

[1] ENVIA E. Fan noise reduction; an overview[J]. International Journal of Aeroacoustics, 2002, 1(1): 43-64.

[2] PICKETT G F, SOFRIN T G, WELLS R W. Method of fan sound mode structure determination: final report[R]. NASA CR-135293, 1977.

[3] TYLER J M, SOFRIN T G. Axial flow compressor noise studies[J]. Transactions of the Society of Automotive Engineers, 1962, 70: 309-332.

[4] SCHUSTER B. Axial fan tone noise induced by separated tip flow, flutter, and forced response[R]. AIAA 2005-2876, 2005.

[5] RADEMAKER E R, SIJTSMA P, TESTER B J. Mode detection with an optimised array in a model turbofan engine intake at varying shaft speeds [R]. AIAA 2001-2181, 2001.

[6] 王良锋, 乔渭阳, 纪良, 等. 轴流风扇/压气机管道周向声模态的测量[J]. 航空动力学报, 2014, 29(4): 917-926.

WANG Liangfeng, QIAO Weiyang, JI Liang, et al. In-duct circumferential acoustic mode measurement of axial fan/compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2014, 29(4): 917-926. (in Chinese)

[7] HALL D, HEIDELBERG L, KONNO K. Acoustic mode measurements in the inlet of a model turbofan using a continuously rotating rake-data collection/analysis techniques [R]. AIAA-93-0599, 1993.

[8] SUTLIFF D, KONNO K, HEIDELBERG L. Duct mode measurements on the TFE731-60 full scale engine[R]. AIAA 2002-2564, 2002.

[9] CANDES E J, TAO T. Near-optimal signal recovery from random projections: universal encoding strategies? [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(12): 5406-5425.

[10] DONOHO D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.

[11] HUANG Xun. Compressive sensing and reconstruction in

measurements with an aerospace application[J]. AIAA Journal, 2013, 51(4): 1011-1016.

[12] YU Wenjun, HUANG Xun. Compressive sensing based spinning mode detections by in-duct microphone arrays [J]. Measurement Science and Technology, 2016, 27(5): 055901. 1-055901. 8.

[13] BU Huanxian, HUANG Xun, ZHANG Xin. A compressive-sensing-based method for radial mode analysis of aero-engine fan noise[J]. Journal of Sound and Vibration, 2020, 464: 114930. 1-114930. 20.

[14] 肖志成, 田杰, 欧阳华, 等. 压缩感知在轴流压气机周向模态识别中的应用[J]. 航空动力学报, 2019, 34(1): 156-167.

XIAO Zhicheng, TIAN Jie, OUYANG Hua, et al. Application of compressed sensing in circumferential modal identification of axial compressor[J]. Journal of Aerospace Power, 2019, 34(1): 156-167. (in Chinese)

[15] BEHN M, KISLER R, TAPKEN U. Efficient azimuthal mode analysis using compressed sensing[R]. AIAA 2016-3038, 2016.

[16] TAPKEN U, BAUERS R, NEUHAUS L, et al. A new modular fan rig noise test and radial mode detection capability[R]. AIAA 2011-2897, 2011.

[17] YU Wenjun, MA Zhengyu, LAU A S H, et al. Analysis and experiment of the compressive sensing approach for duct mode detection[J]. AIAA Journal, 2018, 56(2): 648-657.

[18] MORSE P M, INGARD U K. Theoretical acoustic[M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1968.

[19] 张效溥, 田杰, 欧阳华, 等. 基于任意传感器排布的叶尖定时信号压缩感知辨识方法[J]. 航空动力学报, 2020, 35(1): 41-51.

ZHANG Xiaopu, TIAN Jie, OUYANG Hua, et al. Compressive sensing identification method of blade tip timing signals based on arbitrary sensor arrangement[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(1): 41-51. (in Chinese)

[20] 王红涛. 汽轮机低压排汽系统内部流动及其气动优化设计研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2011.

WANG Hongtao. Investigation on internal flow field and aerodynamic optimization of steam turbine low pressure exhausthood[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2011. (in Chinese)

[21] 孙宗翰, 田杰, 欧阳华, 等. 电子器件散热风扇气动噪声管道声学模态截止控制技术[J]. 应用声学, 2020, 39(2): 189-198.

SUN Zonghan, TIAN Jie, OUYANG Hua, et al. Aerodynamic noise control technology of electronic device cooling fan based on duct acoustic mode cutoff[J]. Journal of Applied Acoustics, 2020, 39(2): 189-198. (in Chinese)