

复杂异型机匣高效高精度动力学建模及评价方法

魏 静, 周仁弘毅, 张爱强, 姜 东
(重庆大学 机械传动国家重点实验室, 重庆 400044)

摘 要: 为了解决复杂异型机匣模型单元数量大、原始矩阵阶数高导致的动力学计算与后处理困难的问题,提出基于试验模态分析-大规模有限元-子结构缩聚的复杂异型机匣高精度动力学建模及评价方法。以某型直升机主减速器机匣为研究对象,建立该异型构件原始有限元模型并通过模态试验验证模型的有效性,通过分析机匣子结构各阶模态保留主振型,选择模态能量较大处为缩聚点,得到自由度数目大幅减少的缩聚模型,对比验证缩聚前后模态的一致性,并提出一种基于数列相关系数定义的缩聚误差衡量方法,最后利用界面位移协调条件进行子结构耦合,对比整体模型的固有特性以及计算效率。研究表明:缩聚矩阵与有限元原始矩阵动力学特性十分接近,固有频率与振型误差均小于4%,且计算时间更短,存储空间占用更少,极大地提高了计算效率。

关 键 词: 异型机匣; 试验模态分析; 有限元法; 子结构缩聚; 精度评价方法

中图分类号: V231; TH113.1

文献标志码: A

High-efficiency and accurate dynamical modeling and evaluation method for complex irregular casing

WEI Jing, ZHOU Renhongyi, ZHANG Aiqiang, JIANG Dong

(State Key Laboratory of Mechanical Transmission,
Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: In order to solve the problem of difficult dynamic calculation and post-processing caused by complex irregular casing of large number of model elements and high order of the original matrix, a high-precision dynamic modeling and evaluation method for complex irregular casing based on experimental modal analysis-large-scale finite element-substructure condensation was proposed. Taking the main casing of a helicopter as the research object, the original finite element model of the special-shaped component was established and the validity of the model was verified through modal experiments. By analyzing the retained models of each mode of the substructure, the larger vibration energy space was selected as the condensed node, and then a condensation model with a greatly reduced number of degrees of freedom was obtained. The consistency of each mode before and after the condensation was verified by comparison. A method for measuring the model condensation error based on the

收稿日期: 2020-08-31

基金项目: 国家自然科学基金(51775058)

作者简介: 魏静(1978—),男,教授、博士生导师,博士,主要从事机械系统动力学研究。

通信作者: 张爱强(1990—),男,助理研究员,博士,主要从事机械系统动力学研究。E-mail: zaq_sklmt@163.com

引用格式: 魏静,周仁弘毅,张爱强,等. 复杂异型机匣高效高精度动力学建模及评价方法[J]. 航空动力学报, 2021, 36(7): 1520-1532. WEI Jing, ZHOU Renhongyi, ZHANG Aiqiang, et al. High-efficiency and accurate dynamical modeling and evaluation method for complex irregular casing[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(7): 1520-1532.

correlation coefficient of the sequence was proposed. Finally, by taking the interface displacement compatibility condition into consideration, the substructure coupling was carried out; in addition, the inherent characteristics and computational efficiency of the overall model were compared. The research results showed that the dynamic characteristics of the condensation matrix were very close to the original matrix of the finite element, both the natural frequency and the mode error were less than 4%, the calculation time was shorter and the storage space was less occupied, greatly improving the calculation efficiency.

Key words: irregular casing; experimental modal analysis; finite element method; substructure condensed; accuracy evaluation method

齿轮传动系统作为主要的传动形式之一,被广泛应用于机械、电子、采矿、汽车、航空航天等领域。由于受到内外激励的耦合作用,齿轮系统不可避免地会产生机械振动。长期以来,国内外学者对齿轮传动系统振动特性与动力学响应问题进行了大量研究^[1-5]。通常情况下由于箱体刚度较大,对系统动态特性影响较小,因此较少考虑箱体柔性对系统振动影响。

随着传动系统朝着高速、重载、轻量化发展,为减轻质量,提高功重比,船舰减速器、航空传动等领域中的机匣(箱体)广泛采用太柔性的复杂异型结构。此时,由于机匣是主减速器的基础承载部件,辐射大量噪声,任亚峰等^[6]指出,柔性机匣会影响系统动力学频谱特性以及轴承支反力,其振动变形不可忽略。为建立精确的齿轮-轴-轴承-机匣全耦合模型,应计入机匣结构柔性的影响。

Abbes 等^[7]采用子结构模态综合法对各个子结构模型进行矩阵缩聚,耦合得到整体系统的固有频率及振型,并计算了齿轮箱的动态响应。Abboudi 等^[8]用集中质量法建立了 12 自由度的箱体动力学方程,在考虑内外激励的影响下,研究了系统参数对振动特性的影响。高维金等^[9]以二级减速箱为研究对象,采用 Craig-Bampton 模态综合法进行箱体降阶,考虑齿轮啮合错位、齿侧间隙等因素得到箱体轴承处加速度与激励频率的关系。贺朝霞等^[10]将整个行星传动系统分为传动子结构与箱体子结构,对传动部分用集中质量建模而对箱体采用有限元法建模,通过将箱体模型缩聚到轴承支承的连接节点,建立耦合箱体的 2K-H 行星传动系统动力学模型。Guo 等^[11]建立了有限元与集总参数混合模型,包括齿轮,轴承,轴和箱体结构,将结果与试验进行了对比,对变速箱的噪声传递作了详细分析。Lu 等^[12]建立了多级齿轮传动子系统与箱体子系统耦合动力学模型,利用静态子结构方法提取得到箱体的动态特

性参数。González-cruz 等^[13]建立了齿轮-轴承-箱体耦合系统动力学模型,考虑所有非线性效应,研究了箱体刚度对非线性行波的影响。周建星等^[14]建立了船用减速器箱体有限元模型,综合考虑齿轮时变啮合刚度、误差等因素,求解出系统的动载荷,并研究了弹性支撑对箱体振动特性的影响。Zhu 等^[15]通过集中参数法建立螺旋锥齿轮动力学模型,采用子结构方法从齿轮箱的有限元模型中提取动力学参数,并根据界面协调条件建立了螺旋锥齿轮-轴-轴承-齿轮箱全耦合系统模型。高洁等^[16]建立了直升机主减速器机匣有限元模型,通过耦合螺栓处机匣所有自由度来模拟机匣上下两部分的连接关系。

考虑到箱体结构的复杂性,目前通常采用有限元法建模。由于模型单元数量巨大,原始矩阵自由度数目极多,这将导致动力学计算效率很低。当采用矩阵降阶的方法对箱体模型减缩时,往往只在轴承中心处设置缩聚节点,若结构异型程度较大,则无法考虑其完整的几何特性,难以保证模型精度。在目前的研究中缺少子结构模型的精度验证及评价方法,这会对系统耦合模型的误差分析及优化带来不利影响。

为解决上述问题,本文提出基于试验模态分析-大规模有限元-子结构缩聚的复杂异型机匣高精度动力学建模及评价方法。以某型直升机主减速器机匣为研究对象,按照几何特点划分子结构建立有限元模型并进行模态试验以验证有限元模型精度;根据模态分析结果,在每阶模态能量相对较大的局部特征位置增设缩聚点,从固有频率、模态振型两方面对比验证子结构缩聚模型的精度;最后利用界面位移协调条件进行子结构耦合,对比整体模型的固有特性以及计算效率。本方法可为传动系统机匣在复杂工作条件下的系统动力学设计提供精确模型。

1 复杂异型机匣建模与评价流程

本着“先修改后复原”的思想原则,按照结构特点将异型机匣划分成若干子结构,为免划分子结构时误差过大,应尽可能少量修改,以取得化整为零的最大效果。在子结构有限元建模之后,为评估建模误差,分别对每个子结构进行模态试验并与有限元模型对比,以确保原始模型的精度。在此基础上,再进行子结构缩聚。

1) 子结构缩聚

结构动力学基本方程可表示为

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \tag{1}$$

式(1)中, x 为位移矩阵, M 为质量矩阵, C 为阻尼矩阵, K 为刚度矩阵, F 为载荷矩阵。由 Guyan 缩聚法的基本原理^[15], 将位移自由度 x 分为主节点自由度 $\{x_b\}$ 和从节点自由度 $\{x_i\}$, 由于从节点位于箱体内部, 没有载荷作用, 式(1)可改写为

$$\begin{bmatrix} M_{bb} & M_{bi} \\ M_{ib} & M_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{x}_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{bb} & K_{bi} \\ K_{ib} & K_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_b \\ x_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_b \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{2}$$

忽略内部自由度的惯性项, 由式(2)的第 2 个方程得到

$$K_{ib}x_b + K_{ii}x_i = 0 \tag{3}$$

整理可得

$$x = \begin{Bmatrix} x_b \\ x_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ -K_{ii}^{-1}K_{ib} \end{bmatrix} \{x_b\} = T\{x_b\} \tag{4}$$

式(4)中 I 为单位矩阵, T 称为减缩基矩阵, 这样就把全部内部从节点自由度缩减到了主节点自由度上, 在物理空间上实现了矩阵降阶。最终得到的缩聚后动力学方程为

$$\tilde{M}\ddot{x}_b + \tilde{K}x_b = 0 \tag{5}$$

其中 $\tilde{M}$ 、 $\tilde{K}$ 分别为缩聚后的质量、刚度矩阵, 并可分别由减缩基矩阵 T 从原始矩阵转换得到

$$\begin{cases} \tilde{M} = T^TMT \\ \tilde{K} = T^TKT \end{cases} \tag{6}$$

展开后得到

$$\begin{cases} \tilde{M} = M_{bb} + K_{bi}K_{ii}^{-1}M_{bb}K_{ii}^{-1}K_{ib} \\ \tilde{K} = K_{bb} - K_{bi}K_{ii}^{-1}K_{ib} \end{cases} \tag{7}$$

等式(4)表达了 Guyan 缩聚法的主要思想。分析规模在很大程度上取决于减缩基矩阵 T 。与其他模型降阶方法相比, Guyan 法操作简便, 且可以大大减少计算量, 但是忽略式(2)中的惯性项将导致在高阶模态中产生明显的误差, 这些误差会受到惯性项的强烈影响, 从而导致动力学分析结果不准确。

2) 缩聚点选取

Bouhaddi 等指出^[17], 正确使用 Guyan 缩聚方法的前提是正确选取主节点, 而主节点的数量和分布是决定计算误差最主要的因素。Jeong、Kim 等^[18-19]学者提出了不同的算法来选取主节点, 其缺点是通常需要冗长的迭代过程, 因此, 一些手动选择最少必需主节点的准则将很有帮助。由于结构的振动响应与动能和应变能密切相关, 模态能量应在缩聚后的质量和刚度矩阵中守恒。由 Rayleigh 能量法, 原始模型的应变能 V 和动能 T 可以表示为

$$\begin{cases} V = \frac{1}{2}x^TKx \\ T = \frac{1}{2}\omega x^TMx \end{cases} \tag{8}$$

在模型减缩过程中, 总应变能 V 和动能 T 可以改写为

$$\begin{cases} V = V_b + V_s + V_c \\ T = T_b + T_s + T_c \end{cases} \tag{9}$$

其中下标 b、s 分别表示主、从节点, 下标 c 表示主从节点相互耦合位置。由式(9)可知, 为提高动力学分析的准确性, 减少模型缩减过程中带来的能量损失, 通常情况下, 通过选择与模态振型的最大变形相对应的自由度, 可以将很大一部分模态能量包含在简化模型中^[19]。因此, 本文除了在必要的连接位置处设置主节点之外, 通过观察每个本征模态的形状, 选择各阶振型振动位移较大区域作为补充主节点, 从而减少模型降阶带来的误差。

为进一步减小计算规模, 基于柔性多点约束 (MPC) 方法^[20], 将参考节点 (缩聚点) 设置在保留节点 (主节点) 中心, 如图 1 所示, 该位置是要提取的最终缩聚节点。

保留节点 (主节点) 与参考节点 (缩聚点) 之间

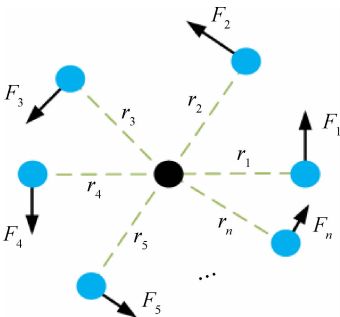


图 1 柔性多点约束
Fig. 1 Flexible MPC

的力学映射关系为

$$F_i = \frac{M\omega_i r_i}{\omega_1 r_1^2 + \omega_2 r_2^2 + \cdots + \omega_n r_n^2} \quad (10)$$

式中 F_i 为作用在主节点上的力; M 为缩聚点受到的扭矩; ω_i 为权重系数; r_i 是主节点 i 到缩聚点的距离;下标 i 表示第 i 个主节点, n 为连接界面上的主节点数量。

模型缩减的整个过程及各类节点(从节点、主节点、缩聚点)的相互关系如图 2 所示。有限元模型的动力学信息(包括耦合约束)首先通过 Guyan 缩聚法简化为主节点(外部/界面节点),主节点通过 MPC 方法被简化为缩聚节点(参考点/控制点),进一步获得最终仅含缩聚点模型的质量和刚度矩阵。

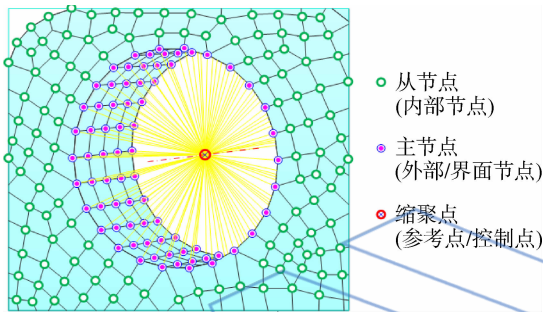


图 2 模型缩减示意图

Fig. 2 Schematic of model condensation

3) 模型精度评价

在结构动力学分析中,可以建立“源-路径-响应”模型来表示振动信号的传递,如图 3 所示。其中,结构特性为结构的固有属性,即结构模态参数。结构模态参数通过模态分析获得,包括固有频率和振型等。有限元模型是对实际结构的仿真模拟,其对结构特性的保真程度通常通过模态测试来验证;而缩聚模型是为获得更高的计算效率对有限元模型进行的矩阵降维处理,其模型精度则是通过与相应的有限元模型进行模态参数对比来衡量。

模态频率为标量值,可直接作数值比较,包括有限元模型与模态试验频率值比较、缩聚模型与原模型各阶频率对比等,频率误差表达式如式

(11)所示:

$$e_{ij} = (f_{2j} - f_{1j})/f_{1j} \times 100\% \quad (11)$$

式中 f_{1j} 和 f_{2j} 表示不同模型(或试验)第 j 阶频率值,其中 f_{1j} 为参考量。

模态振型既是模态阶次的函数,又是模态测点或模型节点的位置函数。模态振型是相对量,可通过最大元素归一化、任意元素归一法等进行缩放。计算模态可以提取不同位置节点的振型位移数列,通过比较不同模型振型位移-节点位置曲线的吻合程度对不同模型的模态振型作出直观的对比。若要对不同模型各阶振型作出量化的比较,则需通过对两组有序自由度的有序振型值数列作相关性分析来实现。

参照模态频率比较方法,基于两组有序振型位移数列的相关系数值,给出不同模型振型误差的量化表示方法,如式(12)所示:

$$r_j = \frac{\text{Cov}(\Phi_{cj}, \Phi_{tj})}{\sqrt{\text{Var}[\Phi_{cj}] \text{Var}[\Phi_{tj}]}, \quad e_{sj} = (1 - r_j) \times 100\% \quad (12)$$

式中 Φ_{cj} 、 Φ_{tj} 分别为缩聚模型和原模型第 j 阶模态振型向量, r_j 和 e_{sj} 为第 j 阶模态振型相关系数和振型误差。

频率误差是模型精度的绝对评价指标,振型误差是重要参考值,在检验缩聚模型精度时,本着“先频率后振型”的判定原则,即在确定频率误差达到控制精度的前提下,再检验振型误差是否满足要求,并使得振型误差尽可能小。复杂异型机匣建模及评价方法分析过程如图 4 所示。

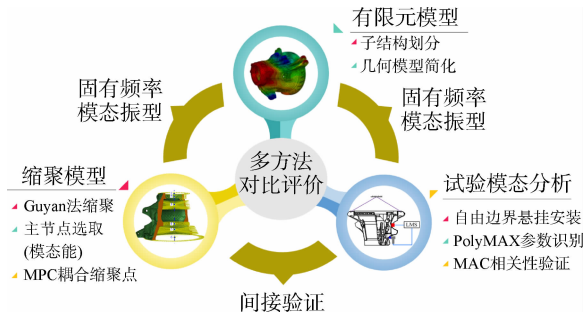


图 4 复杂异型机匣建模及评价方法

Fig. 4 Modeling method and evaluation for complex irregular casing

2 子结构划分及有限元建模

2.1 子结构划分

以某型直升机主减机匣为例,作为典型的异型结构,其几何形状十分复杂。首先,为承载内部

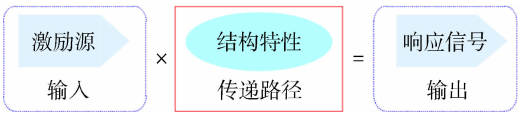


图 3 振动信号传递模型示意图

Fig. 3 Schematic model of vibration signal transfer

的齿轮转子系统,机匣上有较厚的发动机轴、旋翼轴、尾输出轴等部件的轴承座孔及安装面;其次,为加强刚度,机匣上有多条不同方向和不同尺寸的加强筋;为便于安装,机匣外筒上有多对安装耳片,机匣底部有两个锥形安装孔;最后,为满足减振、润滑油输送、轻量化等功能,机匣上还布置有许多其他几何特征体。针对以上设计要求,按照结构特点划分出机匣子结构如图 5 所示,包括行星架轴套筒、上机匣、中机匣、下机匣、端盖五部分。机匣各子结构材料参数如表 1 所示。

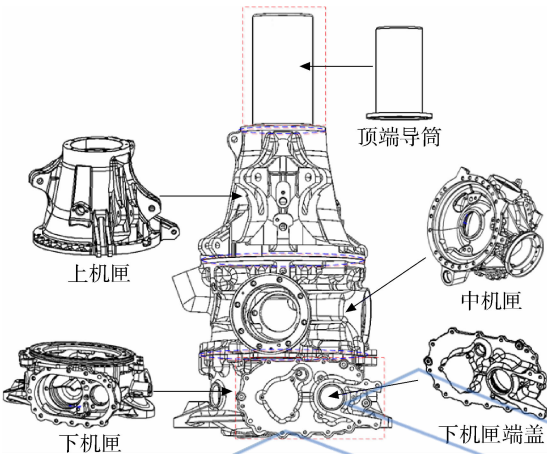


图 5 机匣子结构划分
Fig. 5 Substructure division of casing

表 1 机匣子结构材料参数表

Table 1 Material parameters of casing substructure				
组件	材料	密度/(kg/m ³)	弹性模量/GPa	泊松比
导筒	铝	2700	71.7	0.33
上机匣	铸铝	2700	70	0.34
中机匣	铸镁	1770	42.5	0.275
下机匣	铸镁	1770	42.5	0.275
端盖	铝	2700	71.7	0.33

2.2 有限元模型建立

主减机匣几何形状复杂程度较高,四面体单元比六面体单元对复杂几何的适应性更好,所以采用十节点二次四面体单元 C3D10。机匣通过 hypermesh 划分网格,划分过程中对几何进行简化(忽略倒角等微小几何特征)和切割,以达到在保证精度的情况下尽可能地减小计算量的效果。机匣各子结构有限元模型如图 6 所示。总装配体网格单元为 848 247 个,节点为 1 384 689 个。

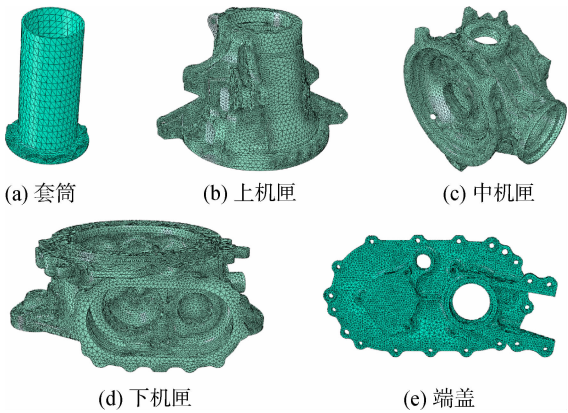


图 6 机匣子结构有限元模型
Fig. 6 Finite element condensation model of casing substructure

3 结构模态试验与对比分析

3.1 模态试验原理与测试系统安装

有限元模型只有在仿真结果有一定可靠性时才具备分析价值,而这需要相应的试验进行验证。试验模态分析(EMA)建立在系统激励响应信息均已知的基础之上,将试验件在自由悬挂状态下进行锤击激振,通过测量激振力与响应并进行双通道快速傅里叶变换(FFT),得到任意两点之间的频率响应函数为

$$H(j\omega) = \sum_{k=1}^m \left[\frac{\mathbf{A}_k}{(j\omega - p_k)} + \frac{\mathbf{A}_k^*}{(j\omega - p_k^*)} \right]$$

(13)

式(13)中 ω 为角频率, $\mathbf{A}_k \mathbf{A}_k^*$ 互为复共轭,称为留数矩阵,包含有第 k 阶振型信息; $p_k p_k^*$ 互为复共轭,称为系统极点,包含第 k 阶频率与阻尼信息。由于频响函数包含系统的动力学固有特性,因此用模态参数估计技术通过对频响函数的曲线拟合,就能识别出系统的模态参数,从而建立起试验件的模态模型。

2004 年比利时 LMS(Leuven Measurement & System)公司提出了 PolyMAX 法^[21],它采用奇异值分解(SVD)算法避免了留数分解,能准确分离密集模态,并且无论是对弱阻尼还是强阻尼系统,均可以得到特别清晰的稳态图,对于某些未充分激励的模态也有很好的识别效果。本次试验即采用该方法来实现系统模态定阶。测试对象采用自由支撑的结构支撑方式,通过弹性绳悬挂来模拟“自由-自由”边界条件。结合机匣子结构的实际几何特征,选择将试验件的大端作为悬挂位置以减小悬挂位置的影响,试验系统结构及传感

器安装如图 7 所示。

为获取足够的振型数据,本试验在子结构 Z 方向上等间隔选取截面,每个截面隔 45° 选择一个激振点。试验前,先在机匣上标出各激振点位置,并逐一对其进行编号后,再进行锤击测试。测试时,采用两个传感器布置在机匣中间相互正交

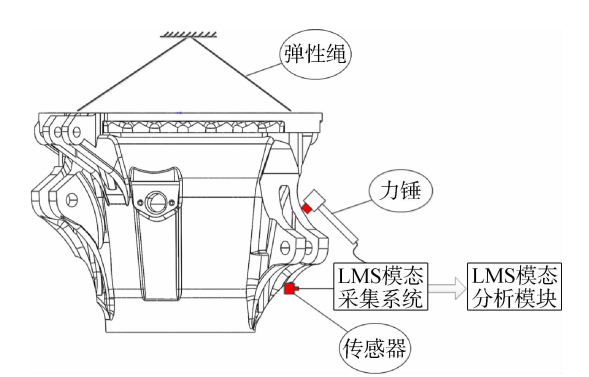


图 7 试验系统及传感器安装示意图
Fig. 7 Schematic of test system and sensor installation

的位置上,一方面可以用来相互校验,另一方面也可以有效识别出机匣中的重模态。试验系统设备如图 8 所示,设备具体型号及性能指标如表 2 所示。



图 8 试验系统设备
Fig. 8 Experimental test equipment

表 2 试验仪器设备型号参数
Table 2 Model and parameters of experiment equipment

编号	仪器名称	数量	型号	备注	
1	力锤(含力传感器)	1	BK8206-002	灵敏度:2.27 mV/N	量程:5 000 N
2	振动加速度传感器	2	PCB352C03	灵敏度:10 mV/g	量程:±500 g
3	LMS 动态信号分析仪	1	LMS-Scadas Mobile	采样率:102.4 kHz	

3.2 试验过程与结果

以上机匣子结构为例,按照模态测试方案开展试验,其试验件测点布置如图 9(a) 所示。为保证试验的准确性,依据其结构轮廓沿主轴线选择 3 个截面分别布置 8 个测点,共计布置测点 24 个。在 LMS 测试系统中建立试验件的三维模型如图 9(b) 所示。

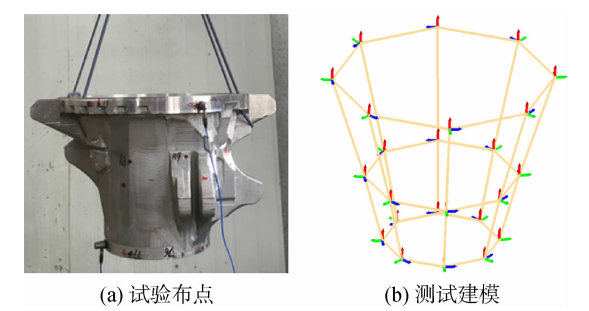


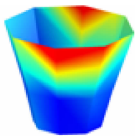
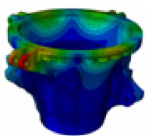
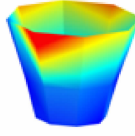
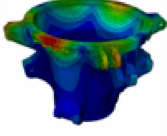
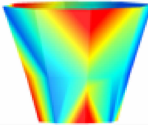
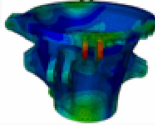
图 9 上机匣模态试验件建模
Fig. 9 Modeling of upper casing modal experiment components

通过“锤击法”获得响应数据并用 PolyMAX 法进行参数识别。拟合测点数据后获得稳态图如图 10 所示,图中 o 点表示极点不稳定,f 点表示频率稳定,v 点表示振型向量稳定,s 点表示频率、阻尼与振型均稳定的极点。当 s 持续出现在某一位置时,则表明该点为系统模态极点,即可从中获得试验模态参数。

对提取的原始数据进行模态相关性验证。两个模态振型向量 Φ_i 与 Φ_j 之间的相关度大小定义如式(10)。初始振型向量模态相关性如图 11(a) 所示,横坐标为上机匣模态频率与对应阶次,纵坐标为模态相关性。将图中非红色对角线柱状值超过 10% 的模态进行筛选,得到修正后上机匣模态相关性如图 11(b) 所示。

表 3 中比较了上机匣前 6 阶试验与有限元固有频率值,最大误差为 4.61%。由于上机匣结构复杂,安装耳片等异型局部特征突出,且测试件为粗加工件,局部小孔特征尚未加工,导致试验结果

续表

阶次	试验结果	有限元结果
4		
5		
6		

云图基本与有限元计算振型位移趋势相吻合。由于测试件柔性凸起耳片特征处不便于激振设点,相应位置的模态振型难以通过试验提取到,局部细节模态特征可通过有限元模型计算得到。

4 复杂异型构件缩聚与模型验证

4.1 子结构缩聚与模型验证

以额定运行工况下最高啮频 f_m (输入高速级啮频 $f_m=1700\text{ Hz}$) 的三倍频作为截断频率,给予各缩聚模型量化精度评价。机匣子结构数目较多,为避免造成过大的累积误差,以频率误差 $\leq 2\%$ 、缩聚误差 $\leq 5\%$ 作为缩聚模型满足精度要求的标准,即在截断频率范围内,在满足精度要求的前提下寻求拥有最少缩聚点的降阶模型,达到兼顾计算精度与效率的目的。由前述分析可知,通常来说,缩聚点应选择在有耦合连接关系或受载位置,但对复杂的异型机匣而言,仅由以上节点缩聚无法获得有效结果。

以上机匣为例,首先仅在与外部耦合的位置设缩聚点,包括上下端面 8 个螺栓连接处缩聚点、拉杆销连接处 8 个缩聚点、2 个轴承孔缩聚点以及 1 个振动试验测点,形成“19N 模型”,如图 12 所示,其中 19N 表示仅设置 19 个缩聚点形成的缩聚模型。该减缩模型的频率误差随啮频 f_m 的变化情况如图 13 中曲线“19N”所示。可以看出,在固有频率 $< f_m$ 的低频阶段,频率误差小于 1.21%,具有较高精度;在固有频率 $< 2f_m$ 的中频阶段,误差开始逐渐加大,到固有频率 $< 3f_m$ 的高频部分,误差最高达到 23.29%,此时缩聚结果已完全失效,必须增加缩聚点数目。

由机匣模态分析结果可知,刚性相对较低的结构区域如柔性耳片、小孔特征等同样也是低阶模态振型位移较大的位置,这说明上述区域模态能量占比较高。以模态能量为准则,在 6 个柔性耳片位置增设缩聚点,形成“25N-1 模型”;作为对比,随机选择相同数目的补充缩聚点,形成“25N-2 模型”,后缀“-1”、“-2”表示对缩聚点数目相同而分布不同的模型进行区分,其计算误差变化如图 13 中曲线“25N-1”、“25N-2”所示,可以看出,相对“19N 模型”方案而言,“25N-2 模型”并未明显降低频率误差,随机地增加缩聚数目无法提高建模精度,而“25N-1 模型”频率误差则明显降低,说明在能量占比较高的结构区域设置缩聚点可以高效地提升缩聚模型精度。通过继续寻求新的位置点,如小孔特征、局部安装特征等,得到上机匣“36N 模型”,其误差如图 13 中曲线“36N”所示,缩聚点设置如图 14 所示。该方案在高频阶段的最大误差降至 1.76%,误差减幅趋于稳定,已满足频率的精度要求。

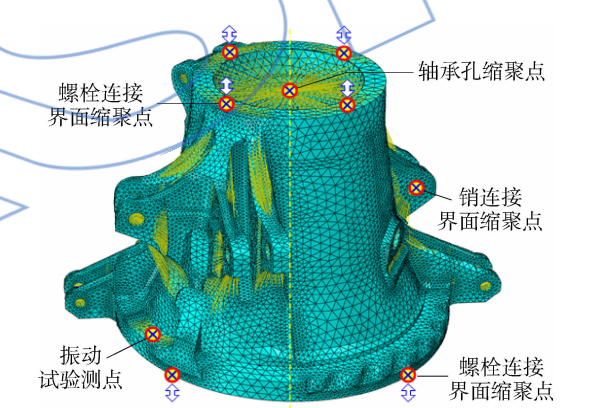


图 12 上机匣基础缩聚点设置

Fig. 12 Basic condensation point setting of upper casing

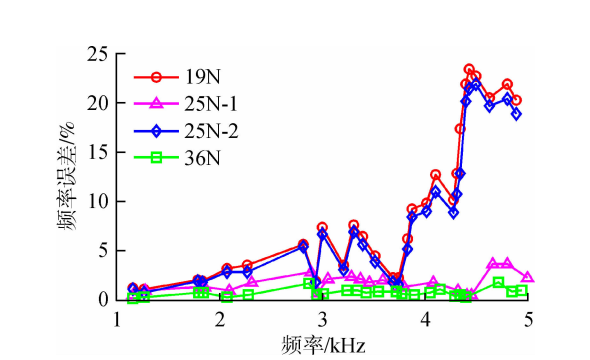


图 13 上机匣固有频率缩聚误差

Fig. 13 Model condensation error of upper casing natural frequency

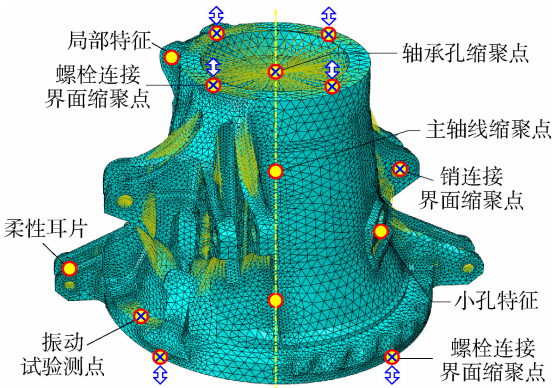


图 14 上机匣补充缩聚点设置

Fig. 14 Supplementary condensation point setting of upper casing

前 6 阶缩聚前后振型对比分析如图 15 所示。由图可知,振型最大误差值 $<4.2\%$,其中第 1 阶振型误差值 $<0.1\%$,呈现出高度的一致性。以上分析表明,根据模态振型计算结果可以有效指导缩聚点位置的选择,避免在模型缩聚时选点的盲目性。

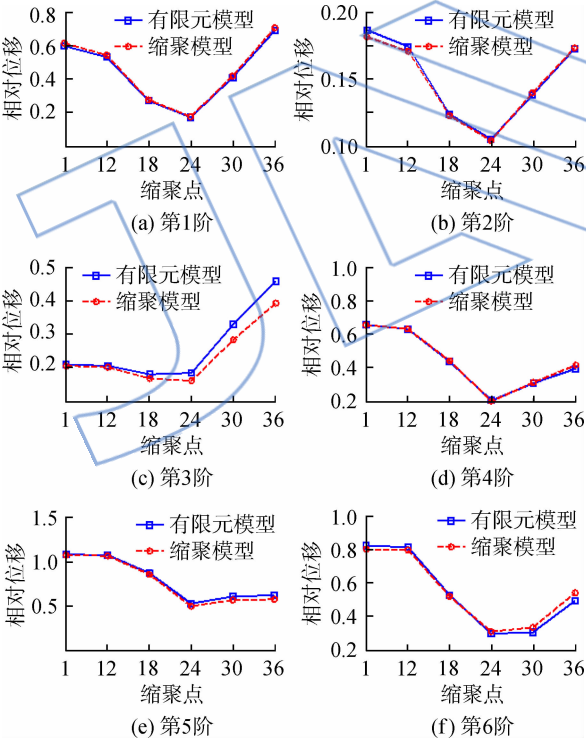


图 15 上机匣模态振型缩聚误差

Fig. 15 Model condensation error of upper casing mode shapes

中机匣是高速输入齿轮轴的主要承载体,上、下端面分别与齿圈、下机匣螺栓连接,为满足强度、功能、轻量化等需求,局部异型结构特征丰富。首先在必要位置处布置包括 2 个轴承孔缩聚点、9

个螺栓连接处缩聚点、2 个振动试验拾振点以及 3 个拾振点圆周对称点在内的共计 16 个缩聚点,然后根据中机匣有限元模态计算结果,选取模态振型位移相对较大的局部特征位置增设缩聚点,建立“40N 模型”,如图 16 所示,频率误差降低至 1.97% ,振型误差 $\leq 2.46\%$ 。

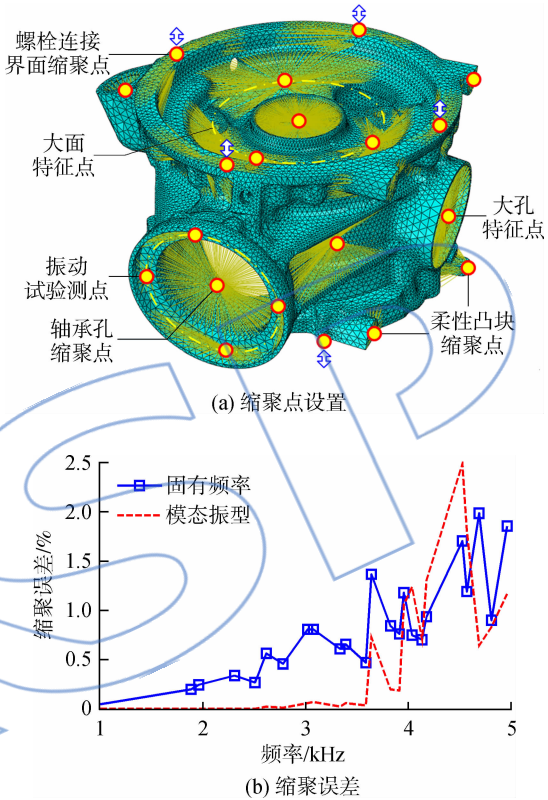


图 16 中机匣缩聚及误差

Fig. 16 Model condensation and error of the intermediate casing

下机匣是空间交错布置的尾输出传动件与双联锥齿轮轮系的主要支承体,上与中机匣相连,侧面与端盖螺栓装配。下机匣必要缩聚点包括:3 个轴承孔缩聚点、9 个螺栓连接处缩聚点、2 个底孔约束点(抑制机匣扭转力矩),共计 14 个缩聚点。根据模态分析结果,在易发生较大模态振型位移处(包括柔性凸块、柔性面、大圆孔、小圆孔等)增加缩聚点,最终建立“39N 模型”如图 17 所示,在 $\leq 3f_m$ 频段内频率误差降至 1.66% ,振型误差 $\leq 2.28\%$ 。

对于顶端套筒和端盖这类相对简单的构件而言,该方法同样适用。如图 18 所示,套筒为圆周对称结构,套筒的模态试验和有限元模态计算结果也表明圆周振型是低阶模态的主要振型,故在主轴方向不同截面圆周对称布置缩聚点,另外

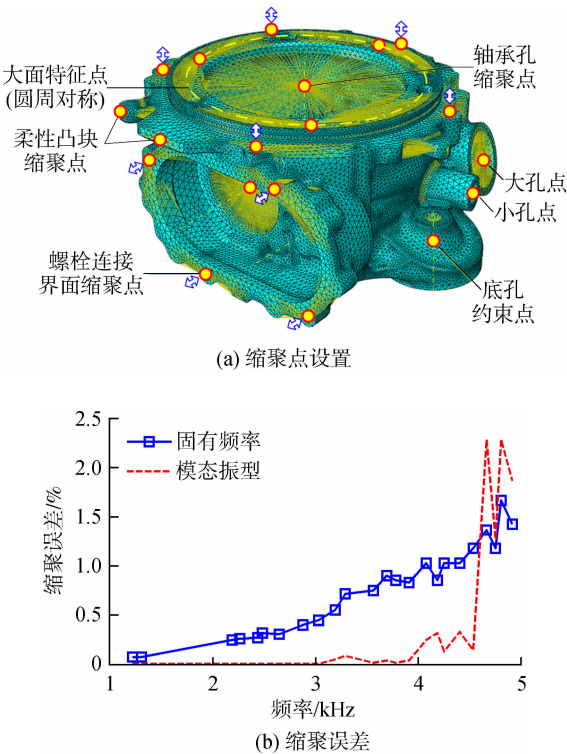


图 17 下机匣缩聚及误差

Fig. 17 Model condensation and error of the lower casing

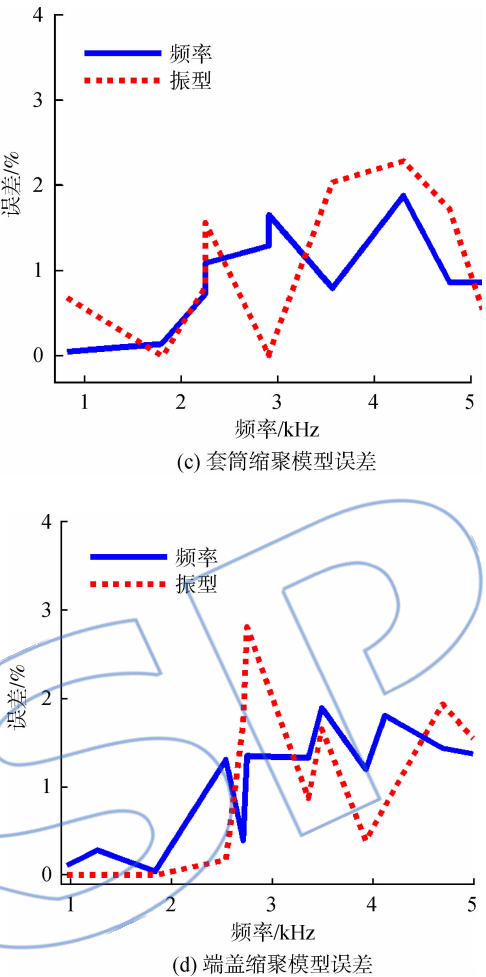


图 18 简单构件模型缩聚

Fig. 18 Model condensation of simple components

分别在螺栓连接界面、振动试验测点等必要位置分别设置缩聚点,形成套筒“13N 模型”,在 $\leq 3f_m$ ($\leq 5100\text{ Hz}$) 频段内,频率误差 $\leq 1.87\%$,振型误差 $\leq 2.03\%$,满足精度要求。根据前述缩聚准则,确定端盖缩聚点设置如下:侧面螺栓连接界面 4 个缩聚点、轴承孔 2 个缩聚点、振动试验测点 1 个缩聚点、柔性凸出特征 2 个缩聚点、大面大孔小孔等特征各 1 个缩聚点,形成端盖“12N 模型”。在截断频率 $\leq 3f_m$ 范围内,频率误差 $\leq 1.88\%$,振型误差 $\leq 2.79\%$,达到了精度设定值。

现将机匣各子结构各频段缩聚误差总结如图 19。随着复杂程度增加,异型结构特征增多,缩聚点数目相应增加。最大频率误差小于 2% ,最大振型误差小于 3.4% ,均满足所设定的在截断频率范围内频率误差 $\leq 2\%$ 、振型误差 $\leq 5\%$ 的精度标准,表明模型缩聚前后各阶振型均保持了极高的相关性,缩聚模型的质量、刚度矩阵代入耦合系统的动力学方程中可实现对原模型的高精度替代。

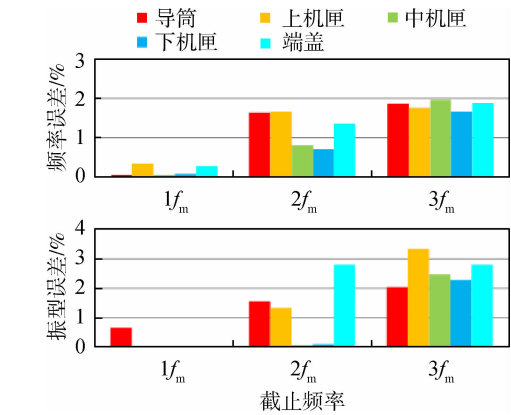


图 19 机匣各子结构缩聚误差

Fig. 19 Model condensation error of each substructure of the casing

表 5 表示缩聚前后节点数目之比。可以看出,由于缩聚点相对原始节点数量大幅度减少,使得参与运算的质量/刚度矩阵阶数大量减缩,达到降低分析规模的目的。

表 5 子结构缩减比

Table 5 Reduction ratio of substructure model

参数	机匣子结构				
	导筒	上机匣	中机匣	下机匣	端盖
原节点数	17 800	44 661	59 398	99 675	18 015
缩聚点数	13	38	40	39	12
缩减比	1 369.2	1 175.3	1 485.0	2 555.8	1 501.3

4.2 子结构耦合及性能评价

各子结构界面上的位移为公共坐标,利用界面坐标可以将各子结构动力学方程耦合成整个结构系统的动力学方程。

由位移协调条件

$$\mathbf{x}_b^{(1)} = \mathbf{x}_b^{(2)} = \mathbf{x}_b \tag{14}$$

得到整体机匣的动力学耦合缩聚方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{0} \tag{15}$$

其中

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_i^{(1)} & \mathbf{0} & \widetilde{\mathbf{M}}_c^{(1)} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_i^{(2)} & \widetilde{\mathbf{M}}_c^{(2)} \\ \widetilde{\mathbf{M}}_i^{(1)T} & \widetilde{\mathbf{M}}_c^{(2)T} & \widetilde{\mathbf{M}}_b^{(1)T} + \widetilde{\mathbf{M}}_b^{(2)T} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Omega}_i^{(1)} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \boldsymbol{\Omega}_i^{(2)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \widetilde{\mathbf{K}}_b^{(1)} + \widetilde{\mathbf{K}}_b^{(2)} \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{x} = [\mathbf{x}_i^{(1)T} \quad \mathbf{x}_i^{(2)T} \quad \mathbf{x}_b^T]^T \tag{16}$$

由于式(15)已在子结构分析阶段完成了矩阵降维,因此耦合缩聚方程的自由度将大大降低。

为综合评价耦合缩聚模型性能,在截止频率 1700 Hz 内分别计算原始有限元模型与整体缩聚模型的固有特性,误差如图 20 所示。固有频率误差小于 2.2%,振型误差小于 4.3%,计算结果具有高度一致性。

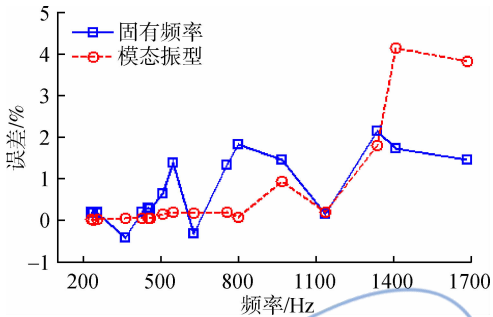


图 20 整体耦合机匣缩聚误差

Fig. 20 Model condensation error of overall coupling casing

整体机匣固有特性计算效率及存储量对比如图 21 所示。使用的计算机采用 Intel i5-4460 处理器,安装内存 128G。可以看出,缩聚模型计算时间为有限元计算时间的 7.1%,存储量为 9.1%,极大地减小了运算时间和存储规模。

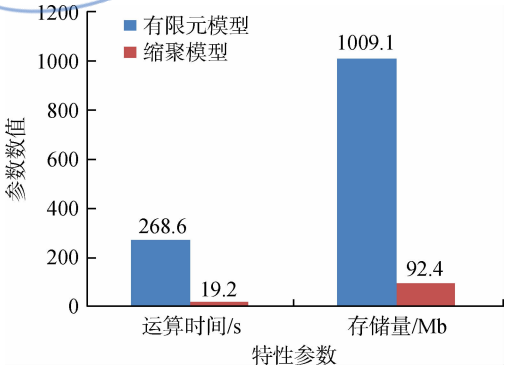


图 21 整体机匣固有特性计算效率对比

Fig. 21 Comparison of the calculation efficiency of the inherent characteristics of the overall casing

5 结 论

本文提出了基于试验模态分析-大规模有限元-子结构缩聚的复杂异型构件高精度动力学建模及评价方法,首先把整体系统划分成若干个子结构建立有限元模型,通过模态试验验证有限元建模精度。然后运用子结构缩聚原理得到质量/刚度矩阵大量减缩的子结构缩聚模型,与有限元原始模型对比固有频率与模态振型的相对误差,

最后基于界面位移协调条件得到整体耦合缩聚模型。具体结论如下:

1) 根据系统激励明确模态截取范围,确定模态截断频率值比指定模态截断阶数更具适应性,且更符合工程需求。试验结果表明,有限元模型精度较高,可在此基础上进行子结构缩聚并作为缩聚模型对比分析的参考标准。

2) 子结构缩聚模型精度由模态保留阶数与缩聚点选择来决定。缩聚点设置首选必要位置,包括轴承孔、螺栓连接界面、固定约束界面等,为后续子结构之间连接和信号输出提供耦合接口。由于异型构件几何结构的复杂性,除了在通常耦合界面设置缩聚点外仍需选择额外节点。相对增加缩聚点数量而言,缩聚点位置分布对误差影响更大。分析表明,选择保留振型中振动能量较大位置为缩聚点可获得较高建模精度。

3) 由于子结构耦合得到的整体缩聚模型运算时间大幅度减少,存储规模大为降低,验证了本文所提复杂异型机匣动力学高效高精度建模方法的有效性 with 正确性。

参考文献:

[1] 李朝峰,周世华,刘文明,等. 齿轮-转子-滚动轴承传动系统的弯扭耦合振动[J]. 航空动力学报,2014,29(7):1543-1555.
LI Chaofeng,ZHOU Shihua,LIU Wenming,et al. Vibration of bending-torsion coupling gear-rotor-rolling bearing transmission system[J]. Journal of Aerospace Power,2014,29(7):1543-1555. (in Chinese)

[2] 魏静,史磊,张爱强,等. 飞行环境非惯性系下行星齿轮传动系统耦合动力学建模及其动态特性[J]. 机械工程学报,2019,55(23):162-172.
WEI Jing,SHI Lei,ZHANG Aiqiang,et al. Modeling and dynamic characteristics of planetary gear transmission in non-inertial system of aerospace environment[J]. Journal of Mechanical Engineering,2019,55(23):162-172. (in Chinese)

[3] YAVUZ S D,SARIBAY Z B,CIGEROGLU E. Nonlinear dynamic analysis of a drivetrain composed of spur, helical and spiral bevel gears [J]. Nonlinear Dynamics,2020,100(56):3145-3170.

[4] 陆春荣,李以农,窦作成,等. 齿轮-转子-轴承系统弯扭耦合非线性振动特性研究[J]. 振动工程学报,2018,31(2):238-244.
LU Chunrong,LI Yinong,DOU Zuocheng,et al. Nonlinear vibration of bending-torsion coupling gear-rotor-bearing system[J]. Journal of Vibration Engineering,2018,31(2):238-244. (in Chinese)

[5] 朱自冰,朱如鹏,鲍和云. 直升机尾传动系统扭转振动建模

与特性[J]. 航空动力学报,2013,28(2):432-438.
ZHU Zibing,ZHU Rupeng,BAO heyun. Torsional vibration characteristics analyzing and modeling for helicopter tail drive system[J]. Journal of Aerospace Power,2013,28(2):432-438. (in Chinese)

[6] 任亚峰,常山,刘更. 箱体柔性对齿轮传动系统动态特性的影响分析[J]. 振动与冲击,2017,36(14):85-91,103.
REN Yafeng,CHANG Shan,LIU Geng. Influence of housing flexibility on the dynamic characteristics of gear transmission systems[J]. Journal of Vibration and Shock,2017,36(14):85-91,103. (in Chinese)

[7] ABBES M S,FAKHFAKH T,HADDAR M,et al. Effect of transmission error on the dynamic behavior of gearbox housing[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology,2007,34(3/4):211-218.

[8] ABBOUDI K,LASSAAD W,YASSINE D,et al. Dynamic behavior of a two-stage gear train used in a fixed-speed wind turbine[J]. Mechanism and Machine Theory,2011,46(12):1888-1900.

[9] 高维金,王亮,刘永光. 箱式动力结构的振动传递特性分析[J]. 北京航空航天大学学报,2015,41(3):509-516.
GAO Weijin,WANG Liang,LIU Yongguang. Analysis on vibration transmission characteristics of box-like power structure[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics,2015,41(3):509-516. (in Chinese)

[10] 贺朝霞,常乐浩,刘岚. 耦合箱体振动的行星齿轮传动系统动态响应分析[J]. 华南理工大学学报(自然科学版),2015,43(9):128-134,148.
HE Zhaoxia,CHANG Lehao,LIU Lan,et al. Dynamic response analysis of planetary gear transmission system coupled with gearbox vibrations[J]. Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition),2015,43(9):128-134,148. (in Chinese)

[11] GUO Y,ERITENEL T,ERICSON T M,et al. Vibro-acoustic propagation of gear dynamics in a gear-bearing-housing system[J]. Journal of Sound and Vibration,2014,333(22):5762-5785.

[12] LU Jianwei,ZENG Fanling,XIN Jiayun,et al. Influences of stochastic perturbation of parameters on dynamic behavior of gear system[J]. Journal of Mechanical Science and Technology,2011,25(7):1667-1673.

[13] GONZÁLEZ-CRUZ C A,JÁUREGUI-CORREA J C,DOMÍNGUEZ-GONZÁLEZ A,et al. Effect of the coupling strength on the nonlinear synchronization of a single-stage gear transmission[J]. Nonlinear Dynamics,2016,85(1):123-140.

[14] 周建星,刘更,马尚君. 内激励作用下齿轮箱动态响应与振动噪声分析[J]. 振动与冲击,2011,30(6):234-238.
ZHOU Jianxing,LIU Geng,MA Shangjun. Vibration and noise analysis of gear transmission system[J]. Journal of Vibration and Shock,2011,30(6):234-238. (in Chinese)

[15] ZHU Haimin,CHEN Weifang,ZHU Rupeng,et al. Modeling and dynamic analysis of the spiral bevel gear-shaft-

bearing-gearbox coupling system[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2019(3):1-16.

[16] 高洁,刘振侠,扶碧波,等. 直升机主减速器变形对传动性能的影响分析[J]. 航空动力学报, 2018, 33(7):1736-1742.

GAO Jie, LIU Zhenxia, FU Bibo, et al. Analysis of influence of helicopter main gearbox deformation on transmission performance[J]. Journal of Aerospace Power, 2018, 33(7):1736-1742. (in Chinese)

[17] BOUHADDI N, FILLOD R. A method for selecting master DOF in dynamic substructuring using the Guyan condensation method[J]. Computers and Structures, 1992, 45(5/6): 941-946.

[18] JEONG J, BAEK S, CHO M. Dynamic condensation in a damped system through rational selection of primary degrees of freedom[J]. Journal of Sound and Vibration, 2012, 331(7):1655-1668.

[19] KIM K O, KANG M K. Convergence acceleration of iterative modal reduction methods[J]. AIAA Journal, 2015, 39(1):134-140.

[20] HELSEN J, VANHOLLEBEKE F, MARRANT B, et al. Multibody modelling of varying complexity for modal behaviour analysis of wind turbine gearboxes[J]. Renewable Energy, 2011, 36(11):3098-3113.

[21] PEETERS B, VAN DER AUWERAER H, GUILLAUME P, et al. The polymax frequency-domain method: a new standard for modal parameter estimation? [J]. Shock and Vibration, 2004, 11(3/4):395-409.

(编辑:张 雪)

