

基于 ordered-EAMP 模型的多材料 传热结构拓扑优化

闫 浩, 吴晓明
(厦门大学 航天航空学院, 福建 厦门 361005)

摘 要: 基于多材料变密度拓扑优化方法提出了一种密度指数函数插值的有序多材料性能近似(ordered exponential approximation of material properties, ordered-EAMP)模型,数学性质以及算例表明,与传统的 SIMP/RAMP 插值相比,该模型具有计算稳定,收敛速度快,优化结构灰度单元少的特点。在优化准则(OC)法求解变密度拓扑优化模型时,构造了一种适用于多材料的密度过滤格式,算例表明:可以有效减少灰度单元,且降低了优化的目标函数值。运用 MATLAB-ANSYS 联合优化,实现三类热边界条件下复杂热环境的多材料传热结构拓扑优化。相比于高热传导系数的单材料结构,多材料传热拓扑优化结构由于各种热传导系数材料的优化分布,结构的传热势容耗散更小,算例 4 中对比分析降低了 20.3%,传热效率更高。

关 键 词: 拓扑优化; 传热结构; 插值模型; 密度过滤; 联合拓扑优化

中图分类号: V411.8; TL331 **文献标志码:** A

Multi-material topology optimization for heat transfer structure based on ordered-EAMP model

YAN Hao, WU Xiaoming
(School of Aerospace Engineering, Xiamen University, Xiamen Fujian 361005, China)

Abstract: A density-based ordered-EAMP (exponential approximation of material properties) interpolation model was presented to solve topology optimization problems of multi-material heat transfer structure. Compared with the classical SIMP/RAMP, the numerical examples showed that the proposed interpolation had the characteristics of stable calculation, fast convergence and less gray units of optimized structure. A density filtering scheme for multi-material was constructed in the iterative formula for solving the optimization model based on the optimization criterion (OC) method. The example showed that the scheme can effectively reduce the gray units and the value of optimal objective function. The MATLAB-ANSYS combined calculation was used to achieve the topology optimization of multi-material heat transfer structure in complex thermal environment under three kinds of thermal boundary conditions. The results showed that compared with the structure of single material with large coefficient of conductivity, the multi-material heat transfer topology optimization structure corresponded to the optimal distribution of various heat conduction coefficient materials,

收稿日期: 2020-08-24
基金项目: 国家自然科学基金(52076183)
作者简介: 闫浩(1995—),男,硕士生,主要从事结构优化设计研究. E-mail: yanhao19@stu.xmu.edu.cn
通信作者: 吴晓明(1963—),男,副教授,博士,主要从事结构优化设计,动力学仿真分析,热固耦合计算等研究.
E-mail: xmwuxm@xmu.edu.cn

引用格式: 闫浩,吴晓明. 基于 ordered-EAMP 模型的多材料传热结构拓扑优化[J]. 航空动力学报, 2021, 36(5): 1007-1021. YAN Hao, WU Xiaoming. Multi-material topology optimization for heat transfer structure based on ordered-EAMP model[J]. Journal of Aerospace Power, 2021, 36(5): 1007-1021.

which was characterized by smaller dissipation of heat, the dissipation was reduced by 20.3% in numerical example 4, and the heat transfer efficiency was higher.

Key words: topology optimization; heat transfer structure; interpolation model; density filtering; combined topology optimization

在航空航天、能源动力、芯片封装等领域,结构散热是一个重要的工程问题,以散热性能为目标的热传导结构越来越受到重视。结构拓扑优化作为一种以材料布局分配为基础的结构优化方法,在传热结构的优化设计当中的应用成为近十多年来广泛研究的热点。Groenwold等^[1]提出了一个启发式算法来抑制拓扑优化中的灰度单元,将灰度抑制(gray-scale suppression,GSS)与带惩罚的固体各向同性微结构(solid isotropic microstructures with penalization,SIMP)模型相结合,实现较好的灰度抑制效果。陈拥平等^[2]在传统优化准则法中引入灰度过滤,提出敏度过滤和灰度过滤相结合的过滤机制,有效抑制了灰度单元的产生。占金青等^[3]利用 Heaviside 阶梯函数修正了线性过滤密度,在保证优化迭代过程稳定性的同时,获得了清晰分布的拓扑图。魏啸等^[4]提出一种基于基结构的散热通道分布的自适应拓扑优化方法,所得到的散热通道形态简单清晰,收敛速度快且数值稳定。上述研究通过修改优化迭代格式、修正过滤函数等不同的方式抑制灰度单元,提高收敛速度。

针对热对流等复杂热边界问题,Iga等^[5]提出了模拟形状和表面传热系数之间关系的一种径向基函数,利用 Hat 函数构造热对流载荷结构边界的提取方法。Joo等^[6]提出了一种新的形状相关对流模型,该模型在计算量显著降低的情况下,能准确预测换热系数,通过一个三维算例验证其算法的有效性。Bruns^[7]提出了一种不考虑流体流动的热传导、对流和辐射的非线性稳态传热结构拓扑优化方法。上述研究对复杂热边界通过建立热载荷边界模型的方法进行处理,以实现传热结构拓扑优化。

事实上现有的专用软件已经有比较成熟的复杂热边界处理能力,因此采用 Matrix Laboratory (MATLAB)编制拓扑优化算法的主控程序,运用专用流体与热计算软件进行热传导计算,实现联合优化成为一种可行方法。王朝辉^[8]实现 ABAQUS-MATLAB 联合拓扑优化,并且展示了使用联合优化的方法进行拓扑优化的二维及三维

模型的应用算例。牟淑志等^[9]基于 ANSYS 的参数化设计语言(ANSYS parametric design language,APDL)和用户界面设计语言(user interface design language,UIDL)编制了结构拓扑优化程序,利用 ANSYS 丰富的单元类型、强大的计算和后处理能力实现结构拓扑优化。

与此同时,随着 3D 打印技术为代表的增材制造技术的快速发展,使得多材料结构加工制造成为可能。多材料结构拓扑优化可以将不同性能的材料按照载荷分布情况布置在不同区域,可以最大化发挥各种材料的性能优势。Zuo等^[10]提出了一种无需引入新变量的有序多材料 SIMP 插值方法来求解多材料拓扑优化问题。赵清海等^[11]在此基础上提出了 ordered-RAMP(ordered-rational approximation of material properties)多材料插值模型,分别讨论了结构柔度最小化和散热弱度最小化为目标函数时的拓扑结构。Giraldo-Londoño等^[12]提出了一种基于增材制造的复合零件及其支撑结构多材料热拓扑优化方法。Liu等^[13]提出了一种改进多材料拓扑优化方法,用一系列修正 ReLU 函数(modified leaky ReLU scheme,MLRS)构成的连续函数进行材料性质插值,具有目标函数和约束函数灵敏度易推导等优点。

上述研究综述可以看出,传热结构的拓扑优化研究在以下三个方面一直受到关注:一是优化过程的收敛速度和以灰度单元数量表征的优化拓扑结构的清晰度;二是复杂热边界条件下的传热结构拓扑优化;三是多材料结构的拓扑优化问题。本文基于变密度法提出了一种多材料插值方法,建立散热弱度最小化为目标的优化模型,以优化准则(optimization criteria,OC)法为基础,结合敏度过滤、变步长迭代以及本文提出的一种适应多材料的密度过滤格式,结合 MATLAB-ANSYS 联合,可以更为方便地计算复杂热环境下传热结构的拓扑优化问题。算例表明所提出的插值模型和算法在收敛速度和灰度单元抑制上与 SIMP/RAMP 插值相比都有改善。

1 Ordered-EAMP 多材料插值模型

拓扑优化中变密度法常见的材料惩罚模型为

SIMP 模型和材料属性有理近似模型,已有的研究分别基于这两种插值模型,建立了 ordered-SIMP 模型^[10]和 ordered-RAMP 模型^[11]模型以实现多材料结构的拓扑优化。但是 ordered-SIMP 模型中随着惩罚因子增大,所得到的拓扑优化构型会发生明显的变化,其构型由大量低密度单元填充,难以获得最优解且可能会出现误导性结果^[11]。

材料性能指数近似模型(exponential approximation of material properties, EAMP)是一个指数函数型的材料惩罚模型^[14]。参考以上两种多材料插值模型,构建 ordered-EAMP 多材料插值模型并与 ordered-RAMP 模型进行比较。首先两种插值模型在单材料结构上的惩罚函数分别为

$$\text{EAMP: } f_p(x_i) = \frac{e^{px_i} - 1}{e^p - 1} \quad (1)$$

$$\text{RAMP: } f_\beta(x_i) = \frac{x_i}{1 + \beta(1 - x_i)} \quad (2)$$

其中 e 为自然常数, p 为 EAMP 的惩罚因子, β 为 RAMP 的惩罚因子,其函数图像分别如图 1 所示。

对于多材料结构,首先采用归一化处理方式将各材料的导热系数与单元密度映射到 $[0, 1]$ 区间,使各材料属性变换为无量纲的相对值关系。若有一种空材料, z 种实体材料,则归一化处理后

$$\begin{cases} \lambda_j(x_i) = A_\lambda^j \left[\frac{x_i}{1 + \beta(1 - x_i)} \right] + B_\lambda^j \\ A_\lambda^j = \frac{\lambda_j^N - \lambda_{j+1}^N}{\left[\frac{\rho_j^N}{1 + \beta(1 - \rho_j^N)} \right] - \left[\frac{\rho_{j+1}^N}{1 + \beta(1 - \rho_{j+1}^N)} \right]} \\ B_\lambda^j = \lambda_j^N - A_\lambda^j \left[\frac{\rho_j^N}{1 + \beta(1 - \rho_j^N)} \right] \end{cases}$$

的第 j 种材料的属性描述为

$$\begin{cases} \lambda_j^N = \lambda_j / \lambda_{\max} \\ \rho_j^N = \rho_j / \rho_{\max} \end{cases} \quad (j = 1, 2, \dots, z+1) \quad (3)$$

其中 λ_j^N 与 ρ_j^N 分别为归一化处理后材料 j 的导热系数与密度; λ_j 与 ρ_j 分别为材料 j 实际的导热系数与密度值,则 $\rho_1^N = 0, \rho_{z+1}^N = 1; \lambda_{\max}, \rho_{\max}$ 分别为全部涉及材料的导热系数与密度中的最大值。引入比例系数 A_φ , 平移系数 B_φ , 建立基于 ordered-EAMP 的多材料插值模型。

$$\begin{cases} \lambda_j(x_i) = A_\lambda^j \left(\frac{e^{p x_i} - 1}{e^p - 1} \right) + B_\lambda^j & x_i \in [\rho_j^N, \rho_{j+1}^N] \\ A_\lambda^j = \frac{\lambda_j^N - \lambda_{j+1}^N}{\left(\frac{e^{p \rho_j^N} - 1}{e^p - 1} \right) - \left(\frac{e^{p \rho_{j+1}^N} - 1}{e^p - 1} \right)} \\ B_\lambda^j = \lambda_j^N - A_\lambda^j \left(\frac{e^{p \rho_j^N} - 1}{e^p - 1} \right) \end{cases} \quad (4)$$

在此模型中, λ_j 表征多材料插值后的导热系数; ρ_{j+1}^N 与 λ_{j+1}^N 分别表示归一化处理后材料 $j+1$ 的密度与导热系数。单元密度值在 $[0, 1]$ 范围内时,多材料的导热系数为

$$\lambda(x_i) = \begin{cases} \lambda_1(x_i) & x_i \in [\rho_1^N, \rho_2^N] \\ \vdots \\ \lambda_z(x_i) & x_i \in [\rho_z^N, \rho_{z+1}^N] \end{cases} \quad (5)$$

Ordered-RAMP 多材料插值模型为

$$\lambda_j(x_i) = A_\lambda^j \left[\frac{x_i}{1 + \beta(1 - x_i)} \right] + B_\lambda^j \quad x_i \in [\rho_j^N, \rho_{j+1}^N] \quad (6)$$

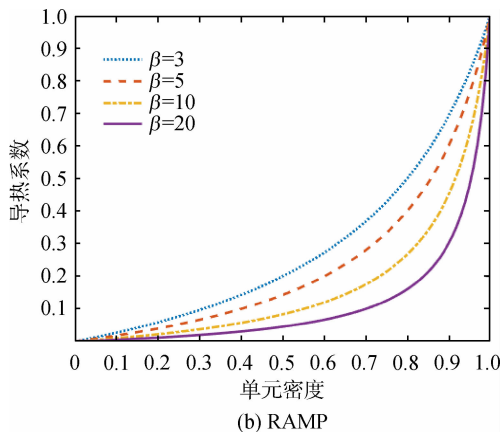
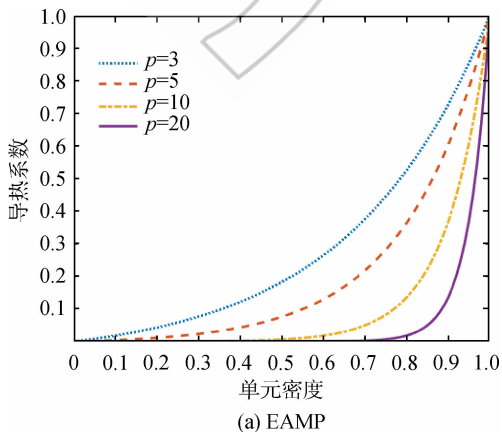


图 1 单材料插值模型

Fig. 1 Single material interpolation model

这里以三种不同密度、导热系数的实体多材料和空材料为例,绘制 ordered-EAMP 和 ordered-RAMP 两种多材料插值模型的函数图像。若多材料密度归一化为 $\mathbf{D}=[0,0.3,0.7,1.0]$;导热系数归一化为 $\mathbf{H}=[0,0.3,0.7,1.0]$,则 ordered-EAMP 和 ordered-RAMP 插值模型随惩罚因子变化如图 2 所示。同时我们绘制出两种单材料插值模型与多材料插值模型的导数函数如图 3 所示。

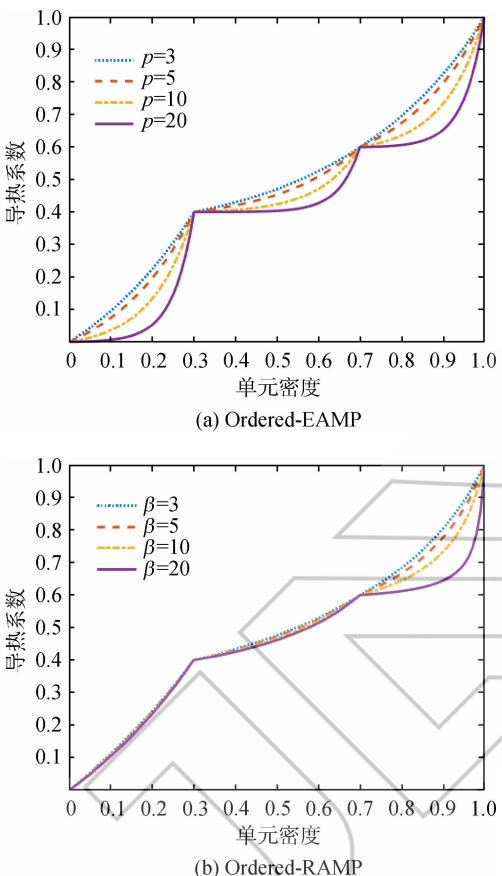
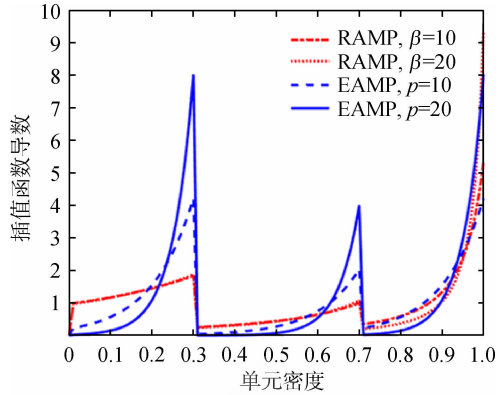
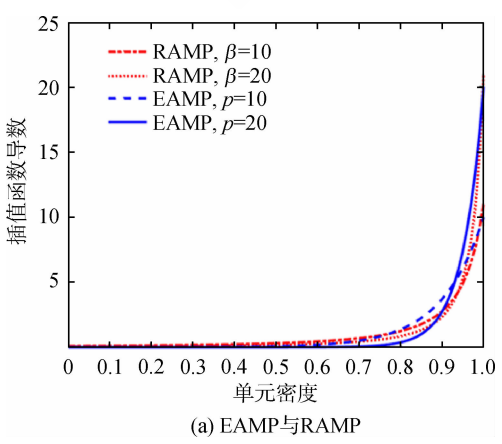


图 2 多材料插值模型

Fig. 2 Multi-material interpolation model



(b) Ordered-EAMP与ordered-RAMP

图 3 材料插值模型的导数

Fig. 3 Derivative of material interpolation model

由插值模型的函数图像以及对应的导数函数图像可以看出,基于 EAMP 惩罚函数与基于 RAMP 惩罚函数相比较,在合理的惩罚因子取值范围内,单元密度值较小时,EAMP 惩罚函数值和其导数值更小,而在单元密度值较大接近 1 时,EAMP 惩罚函数值和其导数值更大。这意味着在变密度拓扑优化迭代计算过程中,基于 EAMP 法与基于 RAMP 法相比较,EAMP 法在高密度区域可以更快的收敛到 1,而低密度区域更快趋于零,在全局上都会具有更好的惩罚效果。并且从图 3 可以看出,在多材料密度惩罚时,低密度材料的 RAMP 的惩罚效果不明显。因此对多材料的变密度拓扑优化 EAMP 具有更好的惩罚效果,而且产生的中间密度单元也会更少,这一点将在后面的算例中进行验证。

2 优化问题的数学模型

2.1 热传导的有限元方法

由传热学^[15]可知,平面上传热的第一、二和三类边界条件如下:

$$\bar{T}(u,v,t) = T_0$$

$$\left(\lambda_u \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \lambda_v \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) \cdot \mathbf{n} = -q$$

$$\left(\lambda_u \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} + \lambda_v \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) \cdot \mathbf{n} = h(\bar{T} - T_\infty) \quad (7)$$

其中 $\bar{T}$ 为结构在边界条件处的温度; λ_u, λ_v 分别表示平面坐标系两个方向上的导热系数; $\mathbf{n}$ 为单位法向量; T_0 为边界处的固定温度; q 是边界表面热流率; h 为表面传热系数; T_∞ 为环境温度。通过有限元网格对控制方程进行离散化,得到有限元求解方程如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}\mathbf{T} &= \mathbf{F} \\ \mathbf{K} &= \sum_{e=1}^E (\mathbf{K}_1^{(e)} + \mathbf{K}_2^{(e)}) \\ \mathbf{F} &= \sum_{e=1}^E \mathbf{F}^{(e)} \end{aligned} \tag{8}$$

其中 $\mathbf{K}$ 为结构整体热传导矩阵, $\mathbf{T}$ 为系统所有节点未知的温度向量; $\mathbf{F}$ 为系统所有节点的温度载荷向量; $\mathbf{K}_1^e$ 表示各单元对热传导矩阵的贡献; $\mathbf{K}_2^e$ 表示热交换边界条件对热传导矩阵的修正, 上标 e 为有限单元。

2.2 热传导拓扑优化的数学模型

在热传导拓扑优化中, 结构的散热性能可以通过结构的散热弱度值来体现, 结构散热弱度越小说明结构的散热性能越好。因此, 在 ordered-EAMP 多材料插值模型的基础上, 针对二维稳态热传导问题, 建立以散热弱度为优化目标的拓扑优化数学模型如下:

$$\begin{cases} \text{find: } \mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in \mathbf{R}^n \\ \text{min: } Q = \mathbf{F}^T \mathbf{T} = \mathbf{T}^T \mathbf{K} \mathbf{T} = \sum_{i=1}^n \lambda(x_i) \mathbf{t}_i^T \mathbf{k}_0 \mathbf{t}_i \\ \text{s. t. } M = \sum_{i=1}^n x_i v_i \leq w M_0 \\ \mathbf{K} \mathbf{T} = \mathbf{F} \\ 0 < x_{\min} \leq x_i \leq 1 \end{cases} \tag{9}$$

其中 x 为设计域内有限单元的单元密度; n 为单元总数; Q 为结构散热弱度; λ 为单元导热系数; $\mathbf{t}_i$ 为单元节点温度向量; $\mathbf{k}_0$ 为单元热传导矩阵; M 为结构优化后的总质量; v_i 为单元体积; M_0 、 w 分别为设计区域总质量与质量分数; $x_{\min}$ 为设计变量的下限。

3 拓扑优化模型求解

3.1 优化准则法求解

在建立热传导拓扑优化的数学模型之后, 选择传统的优化准则法^[16]进行求解。首先针对拓扑优化数学模型构造其 Lagrangian 函数式(10), 然后求解 Lagrangian 函数对设计变量的导数式(11)。

$$\begin{aligned} L_a = Q &+ l_1 \left[\sum_{i=1}^n x_i v_i - w M_0 \right] + l_2 (\mathbf{F} - \mathbf{K} \mathbf{T}) + \\ &\sum_{i=1}^n l_3 (x_{\min} - x_i) + \sum_{i=1}^n l_4 (x_i - 1) \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_a}{\partial x_i} &= \frac{\partial Q}{\partial x_i} + l_1 \frac{\partial \left[\sum_{i=1}^n x_i v_i - w M_0 \right]}{\partial x_i} + \\ &l_2 \frac{\partial (\mathbf{F} - \mathbf{K} \mathbf{T})}{\partial x_i} + l_3 \frac{\partial (x_{\min} - x_i)}{\partial x_i} + \\ &l_4 \frac{\partial (x_i - 1)}{\partial x_i} = 0 \end{aligned} \tag{11}$$

在式(10)中, l_1 、 l_2 、 l_3 、 l_4 是 Lagrangian 乘子, l_1 对结构质量进行约束; l_3 、 l_4 对单元密度的上下限进行约束。在式(11)中, $0 < x_{\min} \leq x_i \leq 1$, 是一个主动变化的变量, 此时设计变量的上下限约束不起作用, 所以 $l_3 = l_4 = 0$ 。结构的散热弱度对单元密度的导数 $\frac{\partial Q}{\partial x_i} = -\frac{d\lambda}{dx_i} \mathbf{t}_i^T \mathbf{k}_0 \mathbf{t}_i$; 单元的质量对单元密度的导数 $\frac{\partial x_i v_i}{\partial x_i} = v_i$; 由于载荷为设计无关载荷, 因此 $\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x_i} = 0$ 。

当设计变量 x 取最优解时, 根据 Kuhn-Tucker 条件可知: $\frac{d\lambda}{dx_i} \mathbf{t}_i^T \mathbf{k}_0 \mathbf{t}_i - l_1 v_i = 0$ 。由此构造设计变量迭代格式为

$$\begin{aligned} x_i^{(k+1)} &= \\ &\begin{cases} \max(x_{\min}, x_i^{(k)} - m) & (B_i^{(k)})^\eta x_i^{(k)} \leq x_{\min} \\ (B_i^{(k)})^\eta x_i^{(k)} & x_{\min} < (B_i^{(k)})^\eta x_i^{(k)} < 1 \\ \min(1, x_i^{(k)} + m) & (B_i^{(k)})^\eta x_i^{(k)} \geq 1 \end{cases} \end{aligned} \tag{12}$$

其中 $B_i^{(k)} = \frac{d\lambda}{dx_i} \mathbf{t}_i^T \mathbf{k}_0 \mathbf{t}_i$, k 为迭代次数, η 为阻尼系数, m 为固定的移动步长。

3.2 敏度过滤

为了克服拓扑优化中的数值不稳定问题以及扩展拓扑优化技术在实际中的应用, 针对网格依赖性及其棋盘格现象, 1998 年 Sigmund 等提出了一种敏度过滤方法^[17]。该方法通过目标单元周围一定过滤半径范围内所有单元目标函数灵敏度值来改变目标单元的敏度值, 其函数表达式如下:

$$\frac{\partial \bar{Q}}{\partial x_i} = \frac{1}{x_i \sum_{t=1}^N \bar{H}_t} \sum_{t=1}^N \bar{H}_t x_t \frac{\partial Q}{\partial x_t} \tag{13}$$

其中权重因子 $\bar{H}_t$ 为

$$\bar{H}_t = r_{\min} - r_{\text{dis}}(i, t)$$

$$\{t \in \mathbf{N} \mid r_{\text{dis}}(i, t) \leq r_{\min}\}, \quad i = 1, \dots, N$$

其中距离 $r_{\text{dis}}(i, t)$ 被定义为单元 i 的中心于单元 t 的中心之间的距离。权重因子 $\bar{H}_t$ 在过滤半径范围

之外的地方为零,在过滤半径内的 $\bar{H}_i$ 随计算距离线性变化.过滤之后每个单元的灵敏度 $\frac{\partial \bar{Q}}{\partial x_i}$ 是过滤之前该单元以及距离该单元半径 $r_{\min}$ 周围所有单元的灵敏度 $\frac{\partial Q}{\partial x_i}$ 乘以权重因子 $\bar{H}_i$ 之后再除以该单元的密度以及综合权重因子之后的灵敏度.用过滤

$$x_i^{(k+1)} = \begin{cases} \max(x_{\min}, x_i^{(k)} - m^{(k)}) & (B_i^{(k)})\eta x_i^{(k)} \leq x_{\min} \\ (B_i^{(k)})\eta x_i^{(k)} & x_{\min} < (B_i^{(k)})\eta x_i^{(k)} < 1 \\ \min(1, x_i^{(k)} + m^{(k)}) & (B_i^{(k)})\eta x_i^{(k)} \geq 1 \end{cases} \quad (14)$$

在式(14)中, $m^{(k)}$ 为变化的移动步长,设 $m^{(k)} = \max(A^k m_0, m_{\min})$, m_0 为初始移动步长, A 为比例因子, $m_{\min}$ 为最小移动限制值.移动步长随比例因子和优化步数变化的情况如图 4 所示.通过改变初始移动步长 m_0 可以改变优化求解的迭代步数以及目标函数值,我们以一个算例说明变化的初始移动步长与迭代步数以及目标函数值之间的关系.

算例 1:如图 5 所示,设计域为边长 L 的方形平板结构,将结构为离散为 50×50 个有限单元.中心点设置集中热载荷 q ,结构四个顶点温度设定为 t_0 .多材料密度和导热系数分别设置为 D_1 、 H_1 ,如图 6 所示.质量分数为 ω_1 ,敏度过滤半径为 r_1 ,参数的具体数值如表 1.计算在此参数条件下的初始温度场如图 7 所示.分别计算不同初始移动步长情况下对应的拓扑结构如图 8 所示,对应的目标函数如表 2 所示.

如图 8(a)、图 8(b)、图 8(c)分别是初始移动步长 m_0 为 0.2、0.5、1.0 所对应的拓扑优化结构.由表 2 可知,对着初始移动步长的增加,优化的收敛步数也随之增加,同时目标函数也逐渐降低,即求解精度提高.由图 8 可知,随着初始移动

之后的灵敏度 $\frac{\partial Q}{\partial x_i}$ 代替 $\frac{\partial \bar{Q}}{\partial x_i}$ 在优化准则法中使用.

3.3 变移动步长的优化准则法

针对多材料优化模型在迭代求解过程中存在震荡和收敛步慢等问题,文献[10]采取变移动步长的迭代格式,以提高优化准则法求解的效率.

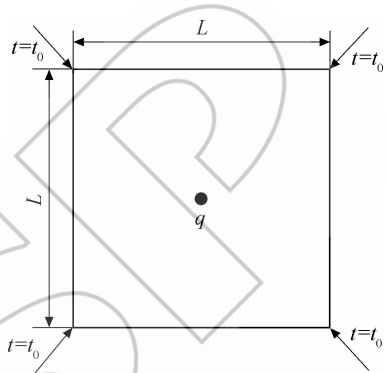


图 5 算例 1 结构图
Fig. 5 Structural diagram of example 1

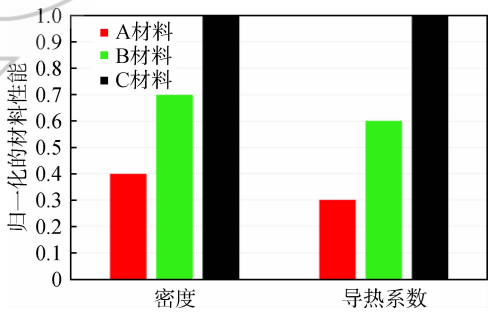


图 6 多材料参数设置
Fig. 6 Multi-material parameter setting

表 1 算例 1 参数设置
Table 1 Parameter setting of example 1

参数	数值
L/mm	50
$t_0/^{\circ}\text{C}$	0
$q/(\text{W}/\text{mm}^2)$	100
D_1	$[0, 0.4, 0.7, 1.0]$
H_1	$[0, 0.3, 0.6, 1.0]$
ω_1	0.5
r_1	3

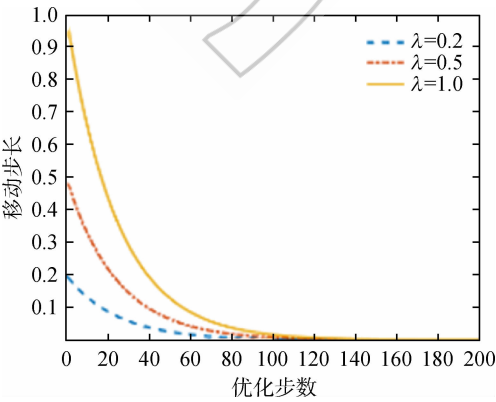


图 4 移动步长随优化步数变化
Fig. 4 Change of moving step size with the number of optimization steps

步长的增加,求解精度也随之提高,所以最终的拓扑结构也更加清晰规则。

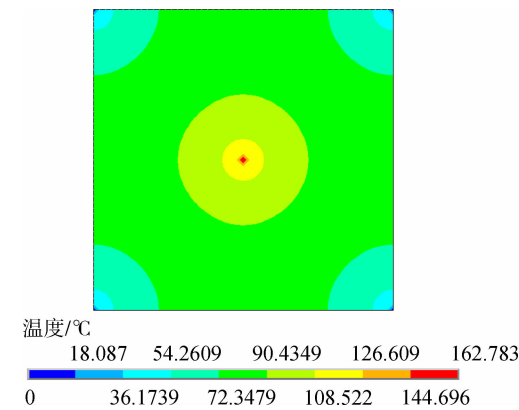


图 7 算例 1 初始温度场

Fig. 7 Initial temperature field of example 1

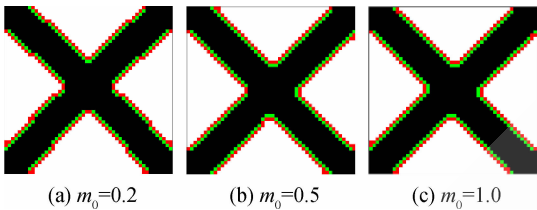


图 8 不同初始移动步长对应的拓扑优化结构

Fig. 8 Topology optimization structure corresponding to different initial moving steps

$$\begin{cases} G_i(x_i) = C_\lambda x_i^\varphi + D_\lambda \\ C_\lambda = \frac{G_j^N - G_{j+1}^N}{(\rho_j^N)^\varphi - (\rho_{j+1}^N)^\varphi} \\ D_\lambda = G_j^N - C_\lambda (\rho_j^N)^\varphi \end{cases} \quad (15)$$
$$x_i^{(k+1)} = \begin{cases} \max(x_{\min}, x_i^{(k)} - m^{(k)}) & G_j(x_i^{(k)})(B_i^{(k)})^{\eta_2} \leq x_{\min} \\ G_i(x_i^{(k)})(B_i^{(k)})^{\eta_2} & x_{\min} < G_j(x_i^{(k)})(B_i^{(k)})^{\eta_2} < 1 \\ \min(1, x_i^{(k)} + m^{(k)}) & G_j(x_i^{(k)})(B_i^{(k)})^{\eta_2} \geq 1 \end{cases} \quad (16)$$

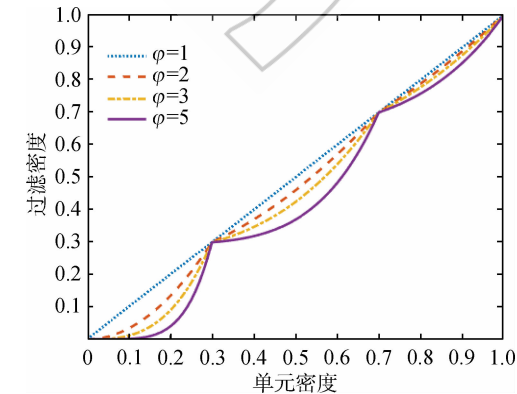


图 9 多材料密度过滤

Fig. 9 Multi-material density filtration

表 2 不同步长对应的收敛步数和目标函数

Table 2 Convergence steps and objective function corresponding to different step sizes

初始移动步长	收敛步数	目标函数值
0.20	130	18945
0.50	152	18898
1.00	169	18894

3.4 多材料密度过滤方法

针对多材料拓扑优化中灰度单元个数较多的问题,为了减少灰度单元个数,本文提出了一种针对多材料拓扑优化的密度过滤方法。该方法在每一个密度区间都进行密度过滤,设置多材料密度过滤值为 G_j^N 。该密度过滤方法的函数表达式如式(15),若设置多材料密度归一化值为 $D_2 = [0, 0.3, 0.7, 1.0]$,则对应的密度过滤值 $G_1 = [0, 0.3, 0.7, 1.0]$,针对不同大小的惩罚因子 φ ,绘制其函数图像如图 9。添加多材料密度过滤之后,优化迭代格式变为式(16)所示。为了验证该过滤方法的有效性,在算例 2 中使用相同的参数,分别计算不进行密度过滤和进行密度过滤之后的结果,比较两次计算得出的拓扑优化结构,目标函数以及灰度单元的个数。

算例 2:如图 10 所示,设计域为边长 L 的方形平板结构,结构为离散为 50×50 个有限单元。全局施加均匀热载荷 q ,四个顶点设定温度为 t_0 。如表 3 所示,多材料密度和导热系数分别设置为 D_3 、 H_2 ,质量分数为 w_2 。计算在此参数条件下的初始温度场如图 11 所示。为了定量地比较多材料当中灰度单元的个数,特此定义一个多材料当中的灰度因子 $M_{nd}^{[18]}$,灰度因子表达式如式(17)。由表达式可知, M_{nd} 越小,则表明结构的灰度单元越少。分别使用未进行密度过滤的优化求解方法和使用密度过滤的优化求解方法求解出对应的拓扑优化结构如图 12 所示,以及目标函数和灰度因子 M_{nd} 。

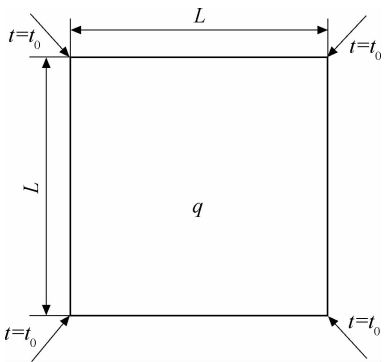


图 10 算例 2 结构示意图

Fig. 10 Structural diagram of example 2

表 3 算例 2 参数设置

Table 3 Parameter setting of example 2

参数	数值
L/mm	50
$t_0/^{\circ}\text{C}$	0
$q/(\text{W}/\text{mm}^2)$	0.01
D_3	$[0, 0.6, 0.8, 1.0]$
H_2	$[0, 0.3, 0.7, 1.0]$
G_1	$[0, 0.3, 0.7, 1.0]$
w_2	0.3

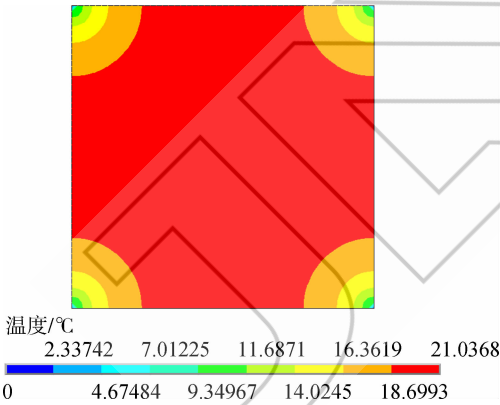


图 11 算例 2 初始温度场

Fig. 11 Initial temperature field of example 2

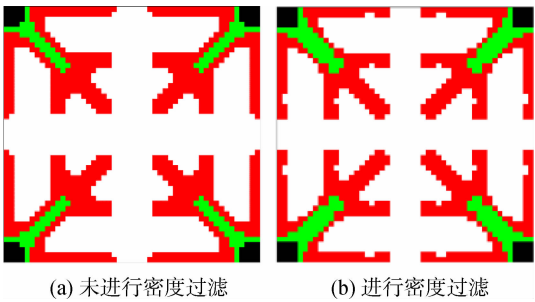


图 12 算例 2 拓扑优化结构

Fig. 12 Topology optimization structure of example 2

$$M_{nd} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i(0.6 - x_i)(0.8 - x_i)(1 - x_i)}{n} \tag{17}$$

图 12 分别为未进行密度过滤和进行密度过滤后得到的拓扑优化结构。由图可知,密度过滤之后的结构与未进行密度过滤的结构相似。未进行密度过滤拓扑结构的目标函数值为 1409,灰度因子 M_{nd} 为 54.44。进行密度过滤的优化求解方法得出的目标函数为 1315,灰度因子 M_{nd} 为 42.31。由上可知,多材料的密度过滤方法使得灰度单元变少,灰度因子降低,同时降低目标函数,结构变得更加有效。

本节针对散热弱度为目标的多材料传热结构拓扑优化数学模型(式(9)),以优化准则法构造求解的基本迭代格式,讨论了 ordered-EAMP 插值模型在敏度过滤、变移动步长等求解方法下的目标函数值和迭代收敛情况。依据单材料密度过滤方法,构造了基于 ordered-EAMP 多材料密度过滤格式,算例表明通过密度过滤,灰度单元因子和目标函数值明显降低。

4 MATLAB-ANSYS 联合拓扑优化

ANSYS 软件是美国 ANSYS 公司研制的大型通用有限元分析软件,是世界范围内增长最快的计算机辅助工程软件,是融结构、流体、电场、磁场、声场分析于一体的大型通用有限元分析软件。

传统的 MATLAB 热传导拓扑优化中,需要进行有限元网格的划分,载荷的施加,温度边界设置,单元热刚度矩阵的求解,温度场计算,目标函数的计算等等复杂的有限元分析步骤,但是采用了 MATLAB-ANSYS 联合拓扑优化之后,复杂的有限元部分全部通过 ANSYS 来分析计算, MATLAB 只保留优化求解的主体部分,大大简化了编程求解的复杂程度,同时由于 ANSYS 有限元分析计算的强大功能,也极大地拓宽了 MATLAB 进行热传导拓扑优化的范围。通过 ANSYS 的命令流与 MATLAB 的函数实现两个软件的数据交换。主要流程如图 13 所示。

主要步骤如下:

- 1) 将 MATLAB 定义的初始值转换为数组文件,输入到 ANSYS 中,进行单元材料定义。
- 2) 在 ANSYS 中创建有限元分析的命令流程序,编写数据读取和输出的程序。
- 3) MATLAB 调用 ANSYS 进行有限元分析

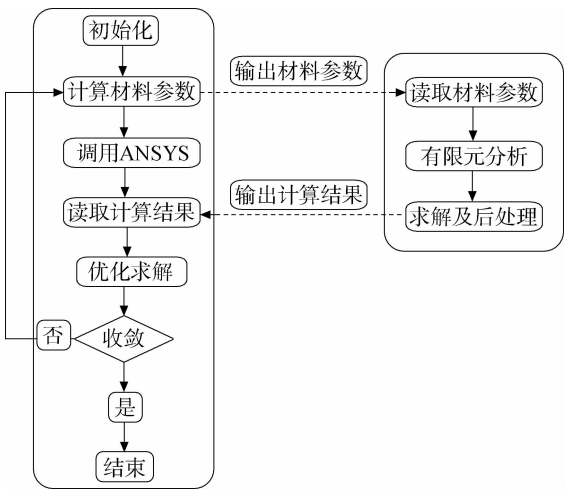


图 13 MATLAB-ANSYS 联合拓扑优化

Fig. 13 MATLAB-ANSYS combined topology optimization

计算。

4) MATLAB 读取 ANSYS 的计算结果,优化求解。

5 典型算例分析

算例 3:如图 14 所示,设计域为边长 L 的方形平板结构,结构为离散为 50×50 个有限单元。中心点设置集中热载荷 q ,左右边界为第一类边界条件,温度设定为 t_0 。计算在此参数条件下的初始温度场如图 15 所示。如表 4 所示,多材料密度和导热系数分别设置为 D_1 、 H_3 ,质量分数为 w_1 。运用三种不同的材料插值模型分别计算在单材料和多材料对应的拓扑优化结构如图 16 所示。记录三种插值模型在单材料拓扑优化模型求解时的迭代收敛情况和结构的目标函数如图 17。

图 16(a)、图 16(b)、图 16(c)分别为 SIMP/RAMP/EAMP 三种单材料插值模型和 ordered-SIMP/ordered-RAMP/ordered-EAMP 三种多材料插值模型对应的拓扑优化结构。由图 16 可知,在单材料和多材料三种材料插值模型所得到的基

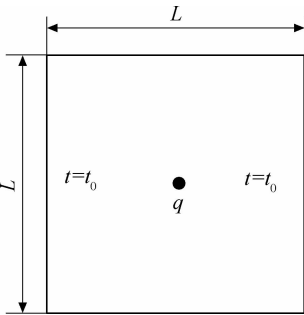


图 14 算例 3 结构示意图

Fig. 14 Structural diagram of example 3

本结构都是极其接近的,也从侧面说明了 ordered-EAMP 插值模型是合理的。

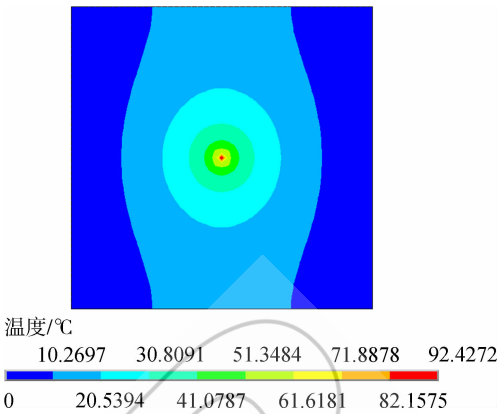


图 15 算例 3 初始温度场

Fig. 15 Initial temperature field of example 3

表 4 算例 3 参数设置

Table 4 Parameter setting of example 3

参数	数值
L/mm	50
$t_0/^{\circ}\text{C}$	0
$q/(\text{W}/\text{mm}^2)$	100
D_1	$[0,0.4,0.7,1.0]$
H_3	$[0,0.4,0.6,1.0]$
w_1	0.5

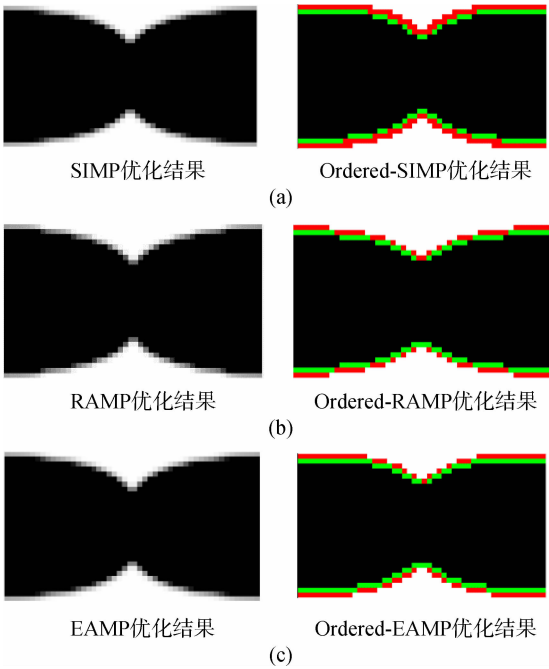


图 16 算例 3 拓扑优化结构

Fig. 16 Example 3 topology optimization structure

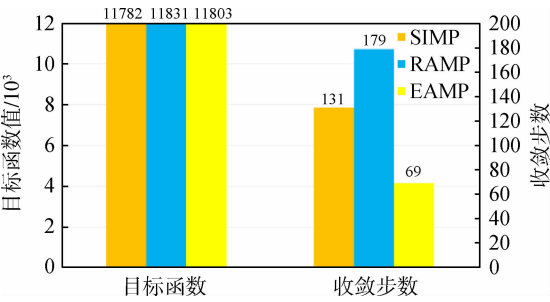


图 17 算例 3 目标函数和收敛步数对比
Fig. 17 Comparison of objective function and convergence steps of example 3

由图 17 可看出,三种插值模型对应的目标函数值相近, EAMP 插值模型的收敛步数明显小于 SIMP 和 RAMP,即 EAMP 模型的收敛速度更快。

在多材料拓扑优化模型求解中 M_{nd} 计算公式如式(18)。记录三种多材料插值模型对应的灰度因子 M_{nd} 如表 5,迭代稳定情况如图 18。

$$M_{nd} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i(0.4 - x_i)(0.7 - x_i)(1 - x_i)}{n}$$

(18)

表 5 不同多材料插值模型对应的灰度因子
Table 5 Gray scale factors of different multi-material interpolation models

多材料插值模型	惩罚因子	M_{nd}
Ordered-SIMP	$\alpha=3$	3.67
	$\alpha=5$	3.43
Ordered-RAMP	$\beta=10$	2.75
	$\beta=20$	2.35
Ordered-EAMP	$p=10$	2.60
	$p=20$	2.23

由表 5 可知,在合理的惩罚因子取值范围内, ordered-SIMP 的灰度因子更大,意味着灰度单元更多。相比来说, ordered-RAMP, ordered-EAMP 会产生更少的灰度单元,因此优化效果更好。

从迭代计算过程图 18 中可以看出,与 ordered-SIMP 插值模型和 ordered-RAMP 插值模型相比, ordered-EAMP 插值模型更快达到稳定的目标函数值,在 13 步目标函数值与最终收敛值的误差小于 0.1% 并一直在此范围内直至收敛。Ordered-SIMP 和 ordered-RAMP 插值模型达到此稳定条件分别在第 22、26 步。这表明了 ordered-EAMP 具有更强的收敛性。

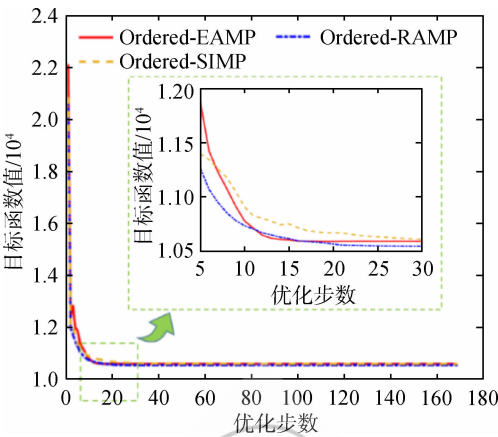


图 18 迭代过程比较
Fig. 18 Comparison of iterative processes

算例 4: 如图 19 所示,设计域为边长 L 的方形平板结构,结构为离散为 50×50 个有限单元。全局施加均匀热载荷 q ,中心点温度设定为 t_0 。计算在此参数条件下的初始温度场如图 20 所示。如表 6 所示,多材料密度和导热系数分别设置为 D_4 、 H_4 ,密度过滤值设置为 G_2 ,质量分数为 w_2 。单材料密度和导热系数分别设置为 1.0 和 1.0, 分别进行单材料和多材料传热结构拓扑优化,得到拓扑结构如图 21 所示。

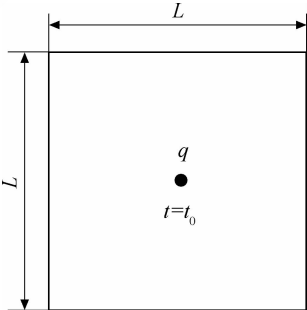


图 19 算例 4 结构示意图
Fig. 19 Structural diagram of example 4

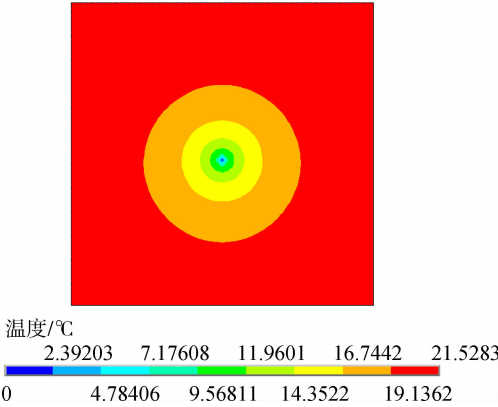
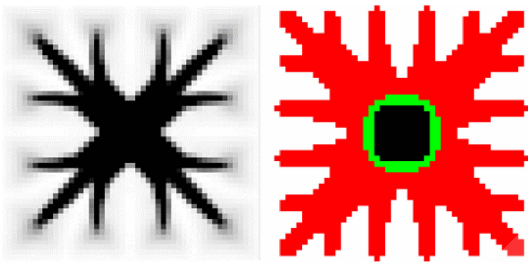


图 20 算例 4 初始温度场
Fig. 20 Initial temperature field of example 4

表 6 算例 4 参数设置

Table 6 Parameter setting of example 4

参数	数值
L/mm	50
$t_0/^\circ\text{C}$	0
$q/(\text{W}/\text{mm}^2)$	0.01
D_4	$[0, 0.5, 0.8, 1.0]$
H_4	$[0, 0.4, 0.7, 1.0]$
G_2	$[0, 0.4, 0.7, 1.0]$
w_2	0.3



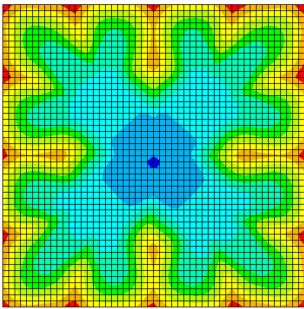
(a) EAMP优化结构 (b) Ordered-EAMP优化结构

图 21 拓扑优化结果

Fig. 21 Topology optimization results

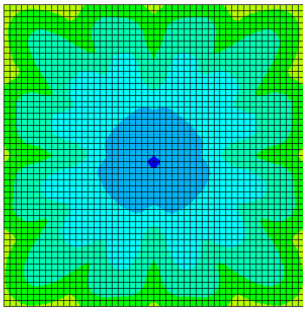
如图 21 所示,图 21(a)、图 21(b)分别为 EAMP 单材料插值模型和 ordered-EAMP 多材料插值模型对应的拓扑优化结构图。经过计算,单材料插值模型的目标函数值收敛于 1130,多材料插值模型对应的目标函数收敛于 900,降低了 20.3%。由此可知多材料插值模型的优化效果更好。为了进一步比较两种拓扑结构的散热性能,分别计算出对应的温度场如图 22 所示。

图 22 所示,图 22(a)、图 22(b)分别为单材料和多材料插值模型的拓扑优化结构对应的温度场,单材料温度场最大温度 $t_{\max 1}=86.32^\circ\text{C}$,多材



温度/ $^\circ\text{C}$
9.60337 28.8101 48.0169 67.2236 86.4303
0 19.2067 38.4135 57.6202 76.827

(a) 单材料



温度/ $^\circ\text{C}$
9.60337 28.8101 48.0168 67.2236 86.4303
0 19.2067 38.4135 57.6202 76.8269

(b) 多材料

图 22 单材料和多材料拓扑结构温度场

Fig. 22 Temperature field of single material and multi-material topological structure

料温度场最大温度 $t_{\max 2}=57.04^\circ\text{C}$ 。多材料拓扑优化结构的温度场比单材料更为均匀并且最高温度低 34%。

由此可见,多材料相比单材料:①目标函数更低,即结构散热性能更好;②高密度和高导热系数材料的用量更少;③优化后结构的温度场更为均匀且最高温度明显更低。

算例 5:如图 23 所示,设计域为边长 L 的方形平板结构,结构为离散为 60×60 个四节点四边形有限单元。四周边界设置为第二类边界条件,固定的热流率 f_x 为 1,中心点温度设定为 t_0 。计算在此参数条件下的初始温度场如图 24 所示。如表 7 所示,多材料密度和导热系数分别设置为 D_5 、 H_5 ,质量分数为 w_3 。分别计算单材料和多材料的拓扑结构如图 25 及其优化演进过程如图 26。

图 26(a)、图 26(b)分别为单材料和多材料的拓扑结构优化演进过程,在低温处最先“生长”出结构,后续继续从低温处逐渐“伸展”出枝杈结构

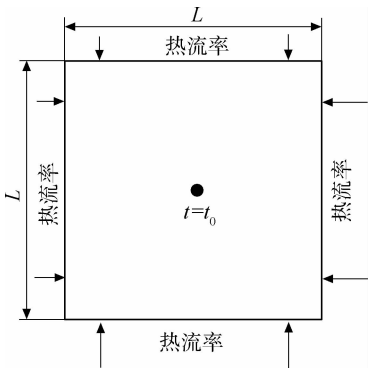


图 23 算例 5 结构示意图

Fig. 23 Structural diagram of example 5

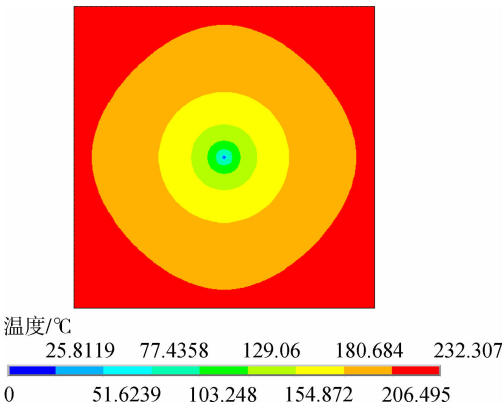


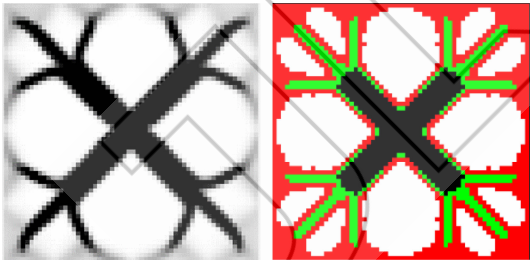
图 24 算例 5 初始温度场

Fig. 24 Initial temperature field of example 5

表 7 算例 5 参数设置

Table 7 Parameter setting of example 5

参数	数值
L/mm	60
$t_0/^\circ\text{C}$	0
f_x/W	1
D_5	$[0,0.6,0.8,1.0]$
H_5	$[0,0.2,0.5,1.0]$
w_3	0.4



(a) EAMP 优化结果 (b) Ordered-EAMP 优化结果

图 25 算例 5 优化结果

Fig. 25 Optimization results of example 5

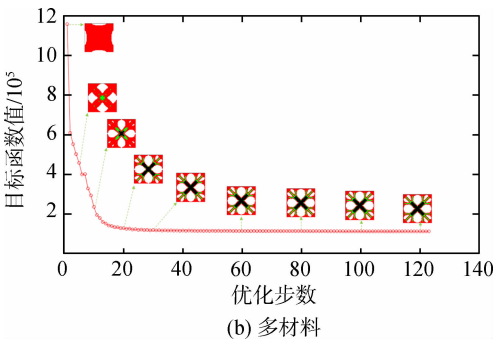
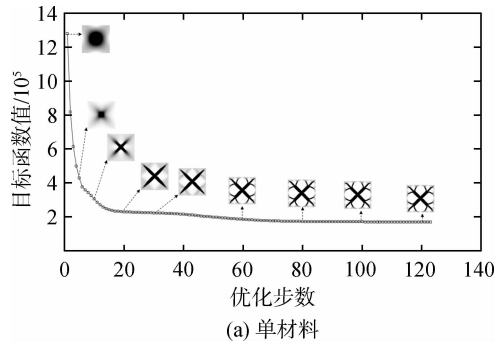


图 26 拓扑优化结构与目标函数随优化步数

Fig. 26 Topological optimization structure and objective function with optimization steps

到高温处。在材料的分布方面,低温点优先分布最佳散热材料,高温处分布低导热系数材料。热量通过低导热系数的材料从四周吸收,然后由高热导率材料传导到中心低温散热部位。由此实现整体结构的散热性能最佳即目标函数最小。虽然最终两者拓扑结构类似,但多材料中不同的部位材料的分布不同。在结构的散热部位(中心点)附近分布了高热导系数材料,在初始温度场为高温的四个角点则分布了低热导材料。单材料则没有这种功能。

算例 6:如图 27 所示,设计域为边长 L 的方形平板结构,离散为 60×60 个四节点四边形有限单元。四边设置为第三类边界条件,外部环境温度为 t_1 ,表面传热系数为 h ,中心点温度设定为 t_0 ,计算在此参数条件下的初始温度场如图 28 所示。如表 8 所示,多材料密度和导热系数分别设置为 D_6 、 H_4 ,质量分数为 w_4 。拓扑结构和拓扑结构对应的温度场分别如图 29、图 30 所示。

图 29 为对流条件下的拓扑优化结构,导热系数小的材料分布在结构与对流换热边界相接接触位置,散热中心点分布了导热系数大的材料,

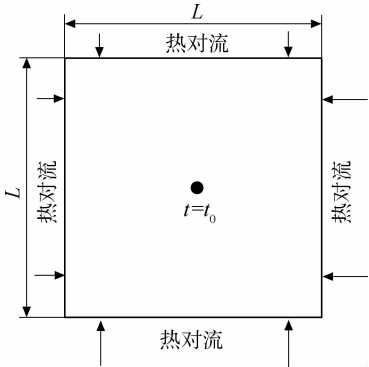


图 27 算例 6 结构示意图

Fig. 27 Structural diagram of example 6

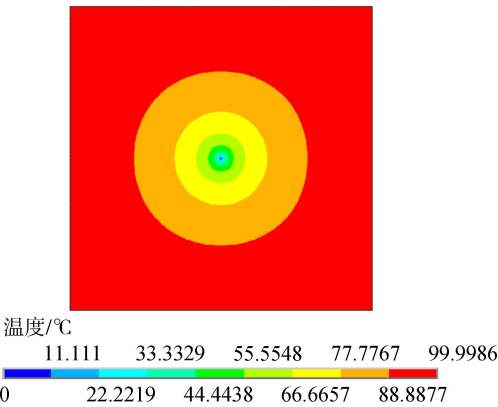


图 28 算例 6 初始温度场

Fig. 28 Initial temperature field of example 6

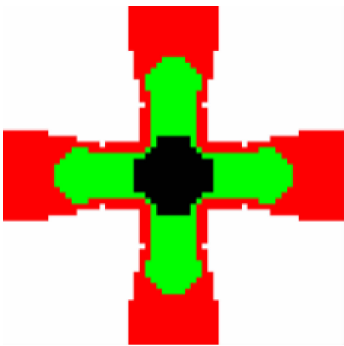


图 29 拓扑优化结构

Fig. 29 Topology optimization structure

表 8 算例 6 参数设置

Table 8 Parameter setting of example 6

参数	数值
L/mm	60
$t_1/^\circ\text{C}$	100
$h/(\text{W}/\text{mm}^2 \cdot ^\circ\text{C})$	10
$t_0/^\circ\text{C}$	0
D_6	[0,0.5,0.7,1.0]
H_4	[0,0.4,0.7,1.0]
w_1	0.25

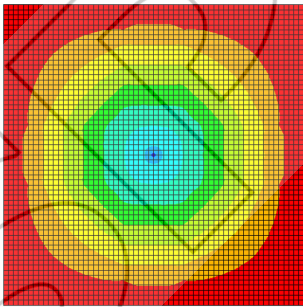


图 30 优化后的温度场

Fig. 30 Optimized temperature field

这种材料的分布规律与第一、第二类边界条件下的拓扑优化结构式类似的。在上述拓扑结构下的对应的温度场如图 30 所示，结构低温区域的面积显著增加，即结构的散热性能得到显著的提高。

为了进一步探讨第三类边界条件与第二类边界条件下传热结构的拓扑优化结果，我们在不同的质量分数下计算算例 5 和算例 6，其目标函数以及拓扑结构随着质量分数变化的情况如图 31。

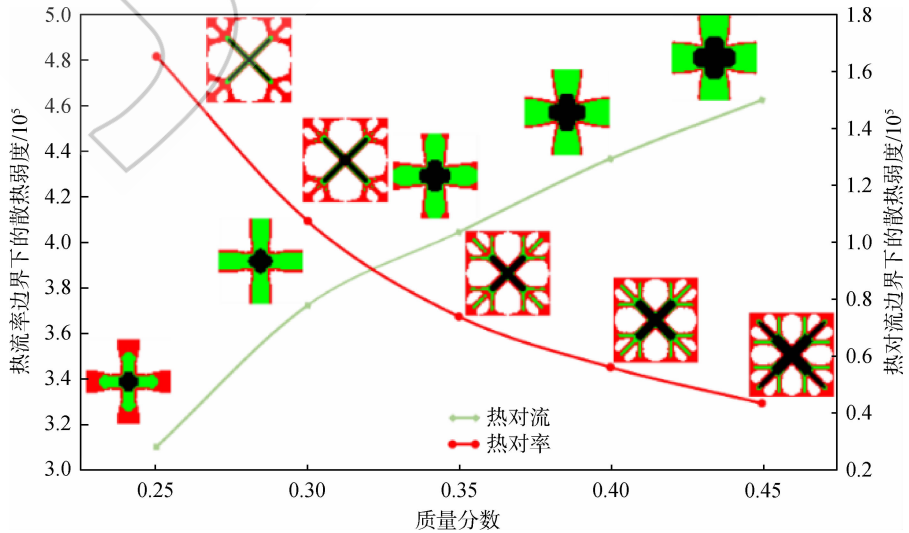


图 31 拓扑优化结构与目标函数随质量分数变化

Fig. 31 Topological optimization structure and objective function changing with mass fraction

由图 31 可知,在固定热流率即第二类边界条件下,随着质量分数的增加,结构的散热弱度逐渐下降,意味着结构的散热能力增强。在固定热对流即第三类边界条件下,随着质量分数的增加,结构的散热弱度逐渐上升,意味着结构的散热能力减弱。这是因为,在第二类边界条件下,外部对设计域的热量输入是固定的,随着质量分数的增加,结构的散热材料增多,结构散热性能增强。但是在第三类热对流边界条件下,外部的热量输入会随着边界部分材料的增加而增加,因此材料质量分数增加虽然增加了散热的结构,但是也增加了外部热量对传热结构的输入,由于材料热阻的存在,因此在单纯第三类边界条件下,传热结构拓扑优化的目标函数值会随着结构质量分数增加而增加,这与惯性载荷作用下材料用量越多结构刚度未必越大的特征一致。

6 结 论

1) 本文基于变密度拓扑优化提出了一种 Ordered-EAMP 多材料插值模型,从其数学性质及多个算例与 SIMP/RAMP 插值模型进行了比较研究,表明该模型具有计算稳定,收敛速度快,优化结构灰度单元少的特点。

2) 构造了一种适用于多材料的密度过滤格式,算例表明运用该密度过滤格式可以有效减少灰度单元,使优化结构更加清晰,且降低了优化模型的目标函数值。

3) 通过多材料与单材料传热拓扑优化结构的对比表明,多材料传热结构优化模型的目标函数值更小,即散热性能更强;同时拓扑优化结构的温度场更均匀且最高温更低。

4) 通过 MATLAB-ANSYS 联合优化,可以实现三类热边界条件下复杂热环境的传热结构拓扑优化。算例表明第三类边界条件下的传热结构拓扑优化具有设计变量相关性,与惯性载荷作用下材料用量越多结构刚度未必越大的特征一致。

参考文献:

[1] GROENWOLD A A, ETMAN L F P. A simple heuristic for gray-scale suppression in optimality criterion-based topology optimization[J]. Structural and Multidiscipline Optimization, 2009, 39(2): 217-225.

[2] 陈拥平,高亮,肖蜜.基于变密度法的散热结构拓扑优化设计[J].计算机集成制造系统,2018,24(1):117-126.

CHEN Yongping, GAO Liang, XIAO Mi. Topology optimization design of heat dissipation structures based on var-

iable density method[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2018, 24(1): 117-126. (in Chinese)

[3] 占金青,龙良明,林春辉,等.非均匀温度场下的热固耦合结构多相材料拓扑优化[J].华东交通大学学报,2018,35(5):117-123.

ZHAN Jinqing, LONG Liangming, LIN Chunhui, et al. Multi-material topology optimization of thermo-mechanical coupling structure in non-uniform temperature field[J]. Journal of East China Jiaotong University, 2018, 35(5): 117-123. (in Chinese)

[4] 魏啸,丁晓红.传热结构自适应拓扑优化准则法研究[J].机械工程学报,2017,53(20):153-160.

WEI Xiao, DING Xiaohong. Adaptive topology optimization of heat transfer structure by optimality criteria[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2017, 53(20): 153-160. (in Chinese)

[5] IGA A, NISHIWAKI S, IZUI K, et al. Topology optimization for thermal conductors considering design-dependent effects, including heat conduction and convection[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2009, 52(11/12): 2721-2732.

[6] JOO Y, LEE I, KIM S J. Topology optimization of heat sinks in natural convection considering the effect of shape-dependent heat transfer coefficient[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2017, 109: 123-133.

[7] BRUNS T E. Topology optimization of convection-dominated, steady-state heat transfer problems[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 2007, 50(15/16): 2859-2873.

[8] 王朝辉.双向渐进结构拓扑优化在 ABAQUS-MATLAB 平台中的集成实现[D].武汉:华中科技大学,2018.

WANG Zhaohui. Bi-directional evolutionary structural optimization method's integrated implementation in ABAQUS-MATLAB platform[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2018. (in Chinese)

[9] 牟淑志,杜春江,牟福元.基于 ANSYS 二次开发的结构拓扑优化[J].计算机应用与软件,2010,27(2):228-230.

MU Shuzhi, DU Chunjiang, MU Fuyuan. Topology optimization based on ANSYS secondary development[J]. Computer Applications and Software, 2010, 27(2): 228-230. (in Chinese)

[10] ZUO W J, SAITOU K. Multi-material topology optimization using ordered SIMP interpolation[J]. Structural and Multidiscipline Optimization, 2017, 55(2): 477-491.

[11] 赵清海,张洪信,华青松,等.基于 Ordered-RAMP 模型的热固耦合结构多材料拓扑优化方法[J].计算机辅助设计与图形学学报,2019,31(2):340-348.

ZHAO Qinghai, ZHANG Hongxin, HUA Qingsong, et al. Multi-material topology optimization for thermo-elastic coupling structure based on Ordered-RAMP method[J]. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics, 2019, 31(2): 340-348. (in Chinese)

[12] GIRALDO-LONDOÑO O, MIRABELLA L, DALLORO

L, et al. Multi-material thermomechanical topology optimization with applications to additive manufacturing: design of main composite part and its support structure[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2020,363:112812. 1-112812. 27.

[13] LIU Y, WANG X, WANG L, et al. A modified leaky ReLU scheme (MLRS) for topology optimization with multiple materials [J]. Applied Mathematics and Computation, 2019,352:188-204.

[14] 张昆鹏. 密度法拓扑优化插值模型及求解方法改进研究 [D]. 福建 厦门:厦门大学,2016.

ZHANG Kunpeng. Research on modified interpolation and solving of topology optimization based on variable density method[D]. Xiamen, Fujian: Xiamen University, 2016. (in Chinese)

[15] 杨世铭,陶文铨. 传热学[M]. 北京:高等教育出版社,1998.

[16] SIGMUND O. A 99 line topology optimization code written in Matlab[J]. Structural and Multidiscipline Optimization, 2001,21(2):120-127.

[17] SIGMUND O, PETERSSON J. Numerical instabilities in topology optimization; a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima[J]. Structural Optimization, 1998,16(1):68-75.

[18] FELIX L, GOMES A A, SULEMAN A. Topology optimization of the internal structure of an aircraft wing subjected to self-weight load [J]. Engineering Optimization, 2020,52(7):1119-1135.

(编辑:张 雪)