基于双重自适应变分贝叶斯滤波的无人机跟踪算法研究

舒榆翔，张强，员腾蛟
（中国民用航空飞行学院 空中交通管理学院，成都 641419）

摘　要：在低空经济高速发展的当下，研究高精度、高鲁棒性的航迹跟踪算法对于保障无人机的安全运行与高效应用具有重要意义。现有的无人机航迹跟踪算法在高噪声环境下存在精度不足和计算困难的问题，为此，基于卡尔曼滤波框架，结合变分贝叶斯近似理论，得到变分贝叶斯卡尔曼滤波的基础算法；而后对算法进行改进：使用控制噪声时变速度的遗忘因子调整观测噪声协方差，同时使用马氏距离和学习因子使过程噪声协方差根据实际误差的变化而变化，以增强算法的环境适应能力；最得到双重自适应变分贝叶斯卡尔曼滤波算法（DAVBKF）。结果表明：在强时变扰动环境下，DAVBKF的跟踪RMSE相对于Sage-Husa AKF滤波器、VBAKF滤波器和PDA-VB-KF滤波器的提升率分别为9.78%、9.39%和7.52%，显著优于其在弱时变扰动环境下的表现，且在低空环境仿真实验中验证了该结论的合理性和算法的鲁棒性。

关键词：无人机；航迹跟踪；变分贝叶斯近似；卡尔曼滤波；马氏距离；遗忘因子
中图分类号：V355　　**文献标识码：**A

Research on UAV tracking algorithm based on dual adaptive variational Bayesian filtering

SHU Yuxiang, ZHANG Qiang, YUAN Tengjiao
(College of Air Traffic Management, Civil Aviation Flight University of China, Chengdu 641419, China)

Abstract: With the rapid development of the low-altitude economy, research on high-accuracy and robust trajectory tracking algorithms is of great significance for ensuring the safe operation and efficient application of UAVs. Existing UAV trajectory tracking algorithms still suffer from insufficient accuracy and computational difficulties in high-noise environments. Therefore, based on the Kalman filtering framework and variational Bayesian approximation theory, this paper develops a basic variational Bayesian Kalman filtering algorithm. The algorithm is then improved: a forgetting factor controlling the rate of noise variation is used to adjust the measurement noise covariance, while the Mahalanobis distance and a learning factor are used to adapt the process noise covariance according to changes in the actual error, thereby enhancing the environmental adaptability of the algorithm. Finally, a dual-adaptive variational Bayesian Kalman filtering algorithm (DAVBKF) is obtained. Experimental results show that, under strongly time-varying disturbances, DAVBKF achieves tracking RMSE reductions of 9.78%, 9.39%, and 7.52% compared with Sage-Husa AKF, VBAKF, and PDA-VB-KF, respectively. These improvements are significantly greater than those under weakly time-varying disturbances. Low-altitude simulation experiments further verify the validity of this conclusion and the robustness of the algorithm.

Key words: UAV; trajectory tracking; variational Bayesian inference; Kalman filtering; Mahalanobis distance; forgetting factor

收稿日期：2026-04-27；　**修回日期：**2026-09-20
基金项目：中央高校基本科研业务费专项资金资助(ZJ2023-007)
通信作者：张强(1986－)，男，博士，教授。E-mail: zhangqiang_ioe@126.com
引用格式：舒榆翔，张强，员腾蛟. 基于双重自适应变分贝叶斯滤波的无人机跟踪算法研究[J]. 航空工程进展.
SHU Yuxiang, ZHANG Qiang, YUAN Tengjiao. Research on UAV tracking algorithm based on dual adaptive variational Bayesian filtering[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering. (in Chinese)

0 引 言

在当前低空经济发展势头迅猛的时代，无人机的发展备受关注。无人机凭借其灵活性、低成本等特点，在多个领域具有广泛应用。在军用领域，无人机能执行侦查监视、军事打击等任务[1]；在民用领域，无人机也有航空拍摄、物流运输、电力巡检等多方面的应用[2]。但它带来机遇的同时，也引发了对其飞行安全与稳定性的更高要求。对于各种无人机，其航迹的精准跟踪均关乎到它们的飞行安全与高效作业[3]。因此，研究高精度、高鲁棒性的航迹跟踪算法对于保障无人机的安全飞行与高效应用具有重要意义。

国内，刘金铭等[4]提出了一种将长短期记忆网络(Long Short-Term Memory network，LSTM)和KF(Kalman Filter)算法结合的LSTM-KF算法。LSTM是RNN(Recurrent Neural Network)的变体，能够很好地避免RNN解决长时间序列问题时存在的梯度消失或梯度爆炸的缺点[5]。首先，使用LSTM解决了非参数模型在位置预测任务中泛化能力差的问题；其次，提出利用LSTM的预测结果修正运动模型预测结果的方法，来降低预测误差；最后，将所提LSTM-KF算法进行了验证，仿真结果证明，LSTM-KF算法比已有模型具有更高的跟踪精度和更强的鲁棒性。但是，LSTM-KF模型需要对LSTM网络进行训练，并且需要在运行时执行KF算法，所需计算量较大；恽鹏等[6]期望通过基于变分贝叶斯的概率数据关联卡尔曼滤波以提高杂波环境下目标跟踪的精度，他们利用加权融合的方式获取有效量测，避免了跟踪过程中奇异现象产生的情况，但其过程噪声协方差矩阵被视为已知且固定的先验参数，没有对其采用自适应机制。

国外，Tao等[7]针对经典卡尔曼类滤波器对非高斯重尾观测噪声敏感的问题，先将迭代扩展卡尔曼滤波更新步骤转化为非线性回归问题，构建带重加权协方差的抗差迭代扩展卡尔曼滤波框架，再仿真验证算法鲁棒性，并分析参数选择的影响，但该研究存在明显不足，调谐因子无自适应优化方法且需人工选取，同时未结合实际工程场景验证，普适性与实用性有待提升；Al-Absi等[8]针对无人机在随机噪声和不确定环境下航迹跟踪精度下降的问题，提出了不确定性与误差感知卡尔曼滤波方法，该方法在传统KF的基础上，引入不确定性建模和误差修正机制，增强了滤波器的适应能力，实验结果表明，相比粒子滤波和扩散映射卡尔曼滤波，该方法在无人机航迹跟踪中具有更低的e_{RMSE}和更好的鲁棒性，但该研究强调误差补偿和不确定性建模。

针对现有方法的上述不足，本文基于卡尔曼滤波和变分贝叶斯推断开展无人机航迹跟踪研究。首先，引入遗忘因子对观测噪声协方差进行递推估计，以描述观测噪声统计特性的时变过程；其次，利用预测残差构造马氏距离统计量，并结合学习因子对过程噪声协方差进行自适应调整，在此基础上建立双重自适应变分贝叶斯卡尔曼滤波算法(Dual Adaptive Variational Bayesian Kalman Filter，DAVBKF)；最后，通过强时变扰动、弱时变扰动和低空闪烁噪声环境下的仿真实验，对算法的航迹跟踪过程、噪声协方差估计及证据下界函数收敛特性进行分析。

1 KF算法

本文基于卡尔曼滤波方法开展研究，首先建立状态方程(公式(1))和观测方程(公式(2))[9]。考虑如下线性系统空间模型[10]：

$$\boldsymbol{x}_k=\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{w}_k \tag{1}$$

$$\boldsymbol{z}_k=\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{v}_k \tag{2}$$

式中：$\boldsymbol{x}_k$和$\boldsymbol{z}_k$分别为k时刻的系统状态和观测状态；$\boldsymbol{A}_k$和$\boldsymbol{H}_k$分别为状态转移矩阵和观测矩阵；$\boldsymbol{w}_k$和$\boldsymbol{v}_k$分别为过程噪声和观测噪声，假设它们是相互独立并满足正态分布的白噪声[11]：

$$p(\boldsymbol{w}_k)=N(\boldsymbol{w}_k;\,0,\boldsymbol{Q}_k) \tag{3}$$

$$p(\boldsymbol{v}_k)=N(\boldsymbol{v}_k;\,0,\boldsymbol{R}_k) \tag{4}$$

式中：$p(x)$为随机变量$X=x$时的概率密度函数；$N(x;\,\mu,\Sigma)$为服从均值为μ、协方差为Σ的高斯分布时，x点的概率密度函数；$\boldsymbol{Q}_k$与$\boldsymbol{R}_k$分别为过程噪声协方差矩阵和观测噪声协方差矩阵。

在此基础上，推导出预测方程为

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k^-=\boldsymbol{A}_k\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{u}_{k-1} \tag{5}$$

$$\boldsymbol{P}_k^-=\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}_k \tag{6}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{x}}_k^-$为对k时刻的状态估计；$\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}$为$k-1$时刻更新后的状态估计；$\boldsymbol{B}_k$为输入控制矩阵；$\boldsymbol{u}_k$为控制输入；$\boldsymbol{P}_k^-$为预测误差协方差矩阵；$\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{T}}$为状态转移矩阵$\boldsymbol{A}_k$的转置矩阵。

更新方程[12]为

$$\boldsymbol{K}_k=\boldsymbol{P}_k^- \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}\left(\boldsymbol{H}_k \boldsymbol{P}_k^- \boldsymbol{H}_k^T+\boldsymbol{R}_k\right)^{-1} \tag{7}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k=\hat{\boldsymbol{x}}_k^-+\boldsymbol{K}_k\left(\boldsymbol{z}_k-\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{x}}_k^-\right) \tag{8}$$

$$\boldsymbol{P}_k=(\mathbf{I}-\boldsymbol{K}_k \boldsymbol{H}_k) \boldsymbol{P}_k^- \tag{9}$$

式中:$\boldsymbol{K}_k$为卡尔曼增益;$\hat{\boldsymbol{x}}_k$为k时刻更新后的后验状态估计;$\boldsymbol{z}_k-\boldsymbol{H}_k \hat{\boldsymbol{x}}_k^-$为$k$时刻的观测残差,记为$\boldsymbol{\nu}_k$,且满足$\boldsymbol{\nu}_k \sim N(0, \boldsymbol{S}_k)$,其中$\boldsymbol{S}_k=\boldsymbol{H}_k \boldsymbol{P}_k^- \boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{R}_k$为预测残差协方差;$\boldsymbol{P}_k$为更新后的误差协方差矩阵。

卡尔曼滤波器的核心优势在于它能在不确定性较大的环境中,持续优化状态估计,并具有高效的计算特性[13]。但KF对复杂多变的环境不具有自适应特性,且收敛性与稳定性依赖于人工调参。同时,KF的后验分布为如下公式,计算较为困难:

$$p(\boldsymbol{z}_k|\boldsymbol{z}_{1:k-1})= \int N(\boldsymbol{z}_k; \boldsymbol{H}_k \boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{R}_k) N(\boldsymbol{x}_k; \hat{\boldsymbol{x}}_k^-, \boldsymbol{P}_k^-) d\boldsymbol{x}_k \tag{10}$$

因此对KF算法进行如下改进。

2 DAVBKF算法

本算法的核心理论在于变分推断和平均场理论。

变分推断通过使用一个熟悉的近似分布来逼近真实的后验概率分布,并且将该问题转化为证据下界函数(Evidence Lower Bound,ELBO)的优化问题。在学术界和工程上,通常使用KL(Kullback-Leibler,KL)散度或相对熵来衡量两个概率分布差异的差异程度,KL散度越小,则说明两分布间的差异越小。

现定义:原分布为$p(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{x})$,用于替代原分布的近似分布为$q(\boldsymbol{z})$;当KL散度的值最小时,找到的最佳近似分布为$q^*(\boldsymbol{z})$。根据KL散度定义,$q(\boldsymbol{z})$和$p(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{x})$的KL散度如公式(11)所示[14]:

$$\mathrm{KL}(q(\boldsymbol{z})\|p(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{x}))=-\int_z q(\boldsymbol{z}) \ln\left(\frac{p(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{x})}{q(\boldsymbol{z})}\right) d\boldsymbol{z} \tag{11}$$

由变分推断理论,KL散度与ELBO的关系如公式(12)所示[15]:

$$\mathrm{KL}(q(\boldsymbol{z})\|p(\boldsymbol{z}|\boldsymbol{x}))=-\mathrm{ELBO}(q)+const \tag{12}$$

如此一来,变分推断的目标则转化为公式(13):

$$q^*(\boldsymbol{z})=\arg\max_q(\mathrm{ELBO}(q)) \tag{13}$$

而平均场理论则主要通过对参数进行划分可以实现变分分布的因式分解,即[16]:

$$q(\boldsymbol{z})=\prod_{i=1}^m q_i(\boldsymbol{z}_i) \tag{14}$$

现定义第i个分变量当前的最佳近似分布为$q_i^*(\boldsymbol{z})$。根据相关文献[17],可以通过"坐标上升法"求解公式(13),其优化流程如图1所示。

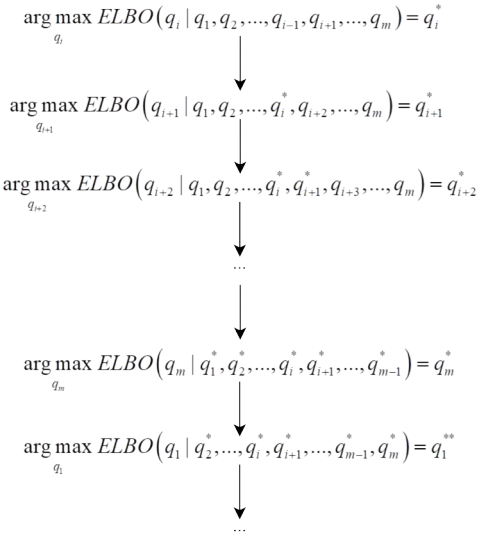


图1 坐标上升法优化流程

Fig. 1 Coordinate ascent optimization procedure

具体来说,在每一步迭代中,固定其余变量的变分分布,仅对某一个变量对应的分布进行更新,该更新形式由联合概率对数在其他变量上的期望决定。通过对各个分量分布依次循环更新,使ELBO单调增加,最终收敛到最优的变分近似分布。

根据变分法的基本原理,在$q^*(\boldsymbol{z})$最优的情况下,对于$q^*(\boldsymbol{z})$的每一个分量$q_i(\boldsymbol{z}_i)$,与联合分布$p(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{x})$有如下关系[13]:

$$\ln(q_i^*(\boldsymbol{z}_i))=\mathrm{E}_{q_{-i}}[\ln(p(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{x}))]+const \tag{15}$$

DAVBKF与KF框架相同,分为预测和更新公式。

2.1 DAVBKF预测公式

为了更好地模拟真实环境下观测噪声时变的状况,在预测过程中需要对噪声参数进行控制,使其随着算法的迭代而不断变化。引入衰减系数对

噪声参数进行控制，从而表征观测噪声的时变特性，具体如公式(16)所示：

$$\begin{cases}\alpha_{k,i}^{-}=\rho_i\alpha_{k-1,i}\\ \beta_{k,i}^{-}=\rho_i\beta_{k-1,i}\end{cases}\quad(i=1,2,3,\cdots,d)\tag{16}$$

其中，$i=1,2,3,\cdots,d$，d为观测噪声方差的维数；衰减系数$\rho_i\in(0,1]$。当ρ_i取较大值时，表示观测噪声协方差是趋于平稳的，即观测噪声的时变性较弱；当ρ_i取较小值时，表示观测噪声协方差震荡幅度较大，即观测噪声的时变性较强[18]。

结合KF模型，VBAKF算法的预测方程为如下所示：

$$\begin{cases}\hat{\boldsymbol{x}}_k^{-}=\boldsymbol{A}_k\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}+\boldsymbol{B}_k\boldsymbol{u}_{k-1}\\ \boldsymbol{P}_k^{-}=\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{P}_{k-1}\boldsymbol{A}_k^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{Q}_k\\ \alpha_{k,i}^{-}=\rho_i\alpha_{k-1,i}\\ \beta_{k,i}^{-}=\rho_i\beta_{k-1,i}\end{cases}\tag{17}$$

2.2 DAVBKF更新公式

由公式(2)，且观测噪声满足高斯分布，所以：

$$(y_{k,i}|\boldsymbol{x}_k,r_{k,i})\sim N(\boldsymbol{h}_{k,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_k,r_{k,i})\tag{18}$$

即

$$p(y_{k,i}|\boldsymbol{x}_k,r_{k,i})\propto\frac{1}{\sqrt{r_{k,i}}}e^{-\frac{(y_{k,i}-\boldsymbol{h}_{k,i}^{T}\boldsymbol{x}_k)^2}{2r_{k,i}}}\tag{19}$$

假设观测噪声协方差矩阵$\boldsymbol{R}_k$为对角阵，且各对角元素相互独立，每个对角元素$r_{k,i}$服从逆Gamma分布。即

$$\boldsymbol{R}_k=\mathrm{diag}(r_{k,1},r_{k,2},\cdots,r_{k,d})\tag{20}$$

其中

$$r_{k,i}\sim\mathrm{IG}(\alpha_{k,i},\beta_{k,i})\tag{21}$$

$$\ln p(\boldsymbol{x}_k,r_{k,1},\cdots,r_{k,d}\Big|\boldsymbol{y}_{1:k})=-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_k^{-})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_k^{-})^{-1}(\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_k^{-})-\sum_{i=1}^{d}\left[\left(\alpha_{k,i}+\frac{3}{2}\right)\ln r_{k,i}+\frac{1}{r_{k,i}}\left(\beta_{k,i}+\frac{1}{2}(y_{k,i}-\boldsymbol{h}_{k,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_k)^2\right)\right]+const\tag{29}$$

可以观察到，公式(29)无法将$\boldsymbol{x}_k$和$\boldsymbol{R}_k$直接分离。进一步引入平均场假设，将联合后验分布分解为各独立变分分布之积。假设系统状态向量$\boldsymbol{x}_k$和观测噪声协方差矩阵$\boldsymbol{R}_k$互相独立，那么噪声联合后验概率密度分布可以分解为如公式所示的形式：

$$p(\boldsymbol{x}_k,r_{k,1},\cdots,r_{k,d}|\boldsymbol{y}_{1:k})\approx q(\boldsymbol{x}_k,r_{k,1},\cdots,r_{k,d})\approx q(\boldsymbol{x}_k)\prod_{i=1}^{d}q(r_{k,i})\tag{30}$$

根据坐标上升法的优化理论，现分别求两组最优因子，即$q^*(\boldsymbol{x}_k)$和$q^*(r_{k,i})$。根据公式(15)，$q^*(\boldsymbol{x}_k)$和$q^*(r_{k,i})$有如下计算方法。对于状态因子，有：

在$r_{k,i},\alpha_{k,i},\beta_{k,i}>0$的情况下，$r_{k,i}$的概率密度函数如下所示：

$$p(r_{k,i})=\frac{\beta_{k,i}{}^{\alpha_{k,i}}}{\Gamma(\alpha_{k,i})}r_{k,i}^{-(\alpha_{k,i}+1)}e^{-\frac{\beta_{k,i}}{r_{k,i}}}\tag{22}$$

由Chapman-Kolmogorov方程[19]、KF状态空间模型的条件独立性和高斯特性，在给定上一时刻状态$\boldsymbol{x}_{k-1}$的情况下，当前状态$\boldsymbol{x}_k$与历史观测$\boldsymbol{z}_{1:k-1}$具有如下关系：

$$p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{y}_{1:k-1})=\int p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1})\,p(\boldsymbol{x}_{k-1}|\boldsymbol{y}_{1:k-1})\,d\boldsymbol{x}_{k-1}\tag{23}$$

$$p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{x}_{k-1})=N(\boldsymbol{x}_k;\boldsymbol{A}_k\boldsymbol{x}_{k-1},\boldsymbol{Q}_k)\tag{24}$$

$$p(\boldsymbol{x}_{k-1}|\boldsymbol{y}_{1:k-1})=N(\boldsymbol{x}_{k-1};\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1},\boldsymbol{P}_{k-1})\tag{25}$$

联立公式(23)、公式(24)和公式(25)，得到如下公式：

$$p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{y}_{1:k-1})=N(\boldsymbol{x}_k;\hat{\boldsymbol{x}}_k^{-},\boldsymbol{P}_k^{-})\tag{26}$$

而真实的噪声联合后验分布如下所示：

$$p(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{R}_k|\boldsymbol{y}_{1:k})=\frac{p(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{R}_k,\boldsymbol{y}_{1:k-1})}{p(\boldsymbol{y}_k|\boldsymbol{y}_{1:k-1})}\cdot p(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{R}_k|\boldsymbol{y}_{1:k-1})\tag{27}$$

利用联合概率的展开公式，KF状态空间模型的条件独立性和先验独立性，公式(27)可以作如下化简：

$$p(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{R}_k|\boldsymbol{y}_{1:k})\propto p(\boldsymbol{x}_k|\boldsymbol{y}_{1:k-1})\cdot\prod_{i=1}^{d}p(y_{k,i}|\boldsymbol{x}_k,r_{k,i})\,p(r_{k,i})\tag{28}$$

接着，将公式(19)、公式(22)和公式(26)代入公式(28)，整体取对数之后得到如下公式：

$$\ln q^*(\boldsymbol{x}_k)=\mathrm{E}_{\prod_{i=1}^{d} q(r_{k,i})}[\ln p(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{y}_{1:k},r_{k,1},\cdots,r_{k,d})]+const \tag{31}$$

对于第i个噪声方差因子,有:

$$\ln q^*(r_{k,i})=\mathrm{E}_{q(\boldsymbol{x}_k)\prod_{j\neq i} q(r_{k,j})}[\ln p(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{y}_{1:k},r_{k,1},\cdots,r_{k,d})]+const \tag{32}$$

首先对$q^*(\boldsymbol{x}_k)$进行推导,再对$q^*(r_{k,i})$进行推导,同时对$\boldsymbol{R}_k$进行自适应处理。将公式(29)代入公式(32),则:

$$\ln(q^*(\boldsymbol{x}_k))=-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{d}\mathrm{E}(r_{k,i}^{-1})(y_{k,i}-\boldsymbol{h}_{k,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_k)^2-\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_k)^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{P}_k^-)^{-1}(\boldsymbol{x}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_k)+const \tag{33}$$

对于$\boldsymbol{x}_k$来说,公式(33)为二次型,展开后与高斯分布的标准指数形式对比,容易得到:

$$q^*(\boldsymbol{x}_k)\sim N(\hat{\boldsymbol{x}}_k,\boldsymbol{P}_k) \tag{34}$$

所以,此处状态空间更新公式与公式(7)、公式(8)和公式相同。根据公式(15)和公式(28),可以推出:

$$\ln(q^*(r_{k,i}))=\mathrm{E}_{q^*(\boldsymbol{x}_k)}\Big[\ln(p(\boldsymbol{x}_k,r_{k,i}|\boldsymbol{y}_{1:k}))\Big]+\mathrm{E}_{q^*(\boldsymbol{x}_k)}\Big[\ln(p(\boldsymbol{y}_{1:k}))\Big]+const \tag{35}$$

同样,仅保留与$r_{k,i}$相关的项,其余与$r_{k,i}$无关的项均可并入常数项。接着把公式(33)代入公式(35),得到如下公式:

$$\ln(q^*(r_{k,i}))=-\left(\alpha_{k-1,i}+\frac{1}{2}+1\right)\ln r_{k,i}-\frac{1}{r_{k,i}}\left(\beta_{k-1,i}+\frac{1}{2}\mathrm{E}_{q^*(\boldsymbol{x}_k)}\Big[(y_{k,i}-\boldsymbol{h}_{k,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_k)^2\Big]\right)+const \tag{36}$$

显然,将公式(22)与公式(36)比较,得到如下结论:在VBAKF算法中,若噪声的先验分布为逆gamma分布,那么噪声的后验分布仍为逆gamma分布。根据公式(34),将期望$\mathrm{E}_{q^*(\boldsymbol{x}_k)}\Big[(y_{k,i}-\boldsymbol{h}_{k,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_k)^2\Big]$展开为矩阵乘积的形式,噪声参数更新公式如下所示:

$$\begin{cases}\alpha_{k,i}=\alpha_{k-1,i}+\dfrac{1}{2}\\ \beta_{k,i}=\beta_{k-1,i}+\dfrac{1}{2}\Big((y_{k,i}-\boldsymbol{h}_{k,i}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_k)^2+(\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}_k\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}})_{ii}\Big)\end{cases} \tag{37}$$

其中,下标ii表示获取矩阵的对角线元素,将其转化为行向量[18]。此外,观测噪声协方差$\boldsymbol{R}_k$在每一次循环开始前都需要进行更新。本文假设各维度的观测噪声具有独立性,根据逆gamma分布的性质,采用如下公式作为观测噪声协方差$\boldsymbol{R}_k$的更新式:

$$\boldsymbol{R}_k=\mathrm{diag}\left(\frac{\beta_{k,1}}{\alpha_{k,1}},\frac{\beta_{k,2}}{\alpha_{k,2}},\cdots,\frac{\beta_{k,d}}{\alpha_{k,d}}\right) \tag{38}$$

最后对$\boldsymbol{Q}_k$进行自适应处理。

马氏距离[20](Mahalanobis Distances,MaD)利用协方差矩阵对距离进行加权,能够反映数据在不同方向上的离散程度,其可以定义为两个服从同一分布的随机变量$\boldsymbol{x}_i$和$\boldsymbol{y}_i$之间的差异性。马氏距离的计算如公式(39)所示:

$$\mathrm{MaD}=\sqrt{(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{y}_i)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}^{-1}(\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{y}_i)} \tag{39}$$

其中,$\boldsymbol{S}$表示协方差矩阵[21]。

本文主要使用马氏距离平方MaD^2度量预测残差相对于其理论协方差的归一化偏离程度,反映滤波算法与实际观测的匹配程度。

根据预测残差ν_k服从高斯分布的高维形式,有:

$$p(\boldsymbol{\nu}_k)=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)^d\boldsymbol{S}_k}}e^{-\frac{1}{2}\boldsymbol{\nu}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{\nu}_k} \tag{40}$$

于是KF框架的马氏距离平方恰为:

$$\mathrm{MaD}^2=\boldsymbol{\nu}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_k^{-1}\boldsymbol{\nu}_k \tag{41}$$

它本质上是对预测残差的加权二次型度量,由于马氏距离考虑了数据的分布,特别是通过协方差矩阵反映了特征之间的相关性,对于高维数据,马氏距离能更准确地反映数据点之间的“实际”距离[22]。当系统算法与噪声统计特性产生良好匹配时,马氏距离平方的期望通常等于观测维数d。因此进一步归一化,定义其结果为归一化比例因子q_{scale}:

$$q_{scale}=\frac{\mathrm{MaD}^2}{d} \tag{42}$$

当$q_{scale}>1$时,说明实际预测残差大于理论预测值,表明当前过程噪声协方差$\boldsymbol{Q}_k$偏小,系统算法

对过程噪声强度水平的估计不够充分，此时应增大$\boldsymbol{Q}_k$；当$q_{scale}<1$时，说明实际预测残差小于理论预测值，表明过程噪声可能被高估，可适当减小$\boldsymbol{Q}_k$。

根据以上特性，本文采取平滑递推更新机制。具体如下：初始过程噪声协方差矩阵为$\boldsymbol{Q}_0$；学习因子为η_q，使用如下公式更新$\boldsymbol{Q}_k$：

$$\boldsymbol{Q}_k=(1-\eta_q)\boldsymbol{Q}_{k-1}+\eta_q q_{scale}\boldsymbol{Q}_0 \tag{43}$$

若η_q较大，则对当前预测残差更敏感，适应性更强，但容易产生震荡；若η_q较小，则过程噪声更新更平滑，且更愿意相信上一时刻的过程噪声，但对算法失配的响应较慢。

综上所述，DAVBKF的算法流程如图2所示。

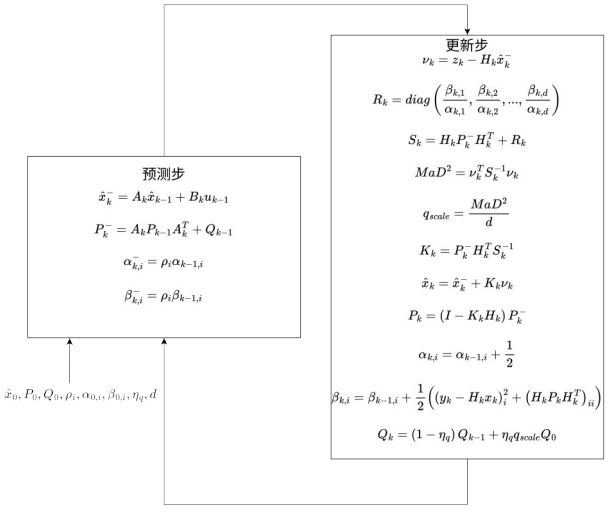


图2 DAVBKF算法流程

Fig. 2 Flow of the DAVBKF algorithm

3 仿真实验及结果分析

本文使用二维航迹进行仿真实验。考虑探究DAVBKF滤波器、Sage-Husa AKF滤波器、VBAKF滤波器[16]和PDA-VB-KF滤波器[6]在强时变扰动环境和弱时变扰动环境下的表现，判断DAVBKF更适合何种环境。

4组实验均设置步长为400，离散系统的采样间隔为dt[23]，$dt=1$s。滤波算法采用二维匀速状态空间模型，其状态方程和观测方程如下所示：

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_k=\begin{bmatrix}1&0&dt&0\\0&1&0&dt\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_{k-1}+\boldsymbol{w}_k\\ \boldsymbol{z}_k=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\end{bmatrix}\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{v}_k\end{cases} \tag{44}$$

真实轨迹采用机动函数构造，在x方向上的运动函数为

$$x(t)=0.95t+28\sin(0.05t)+4\sin(0.01t^2) \tag{45}$$

在y方向上的运动函数为

$$y(t)=0.72t+26\cos(0.052t+0.6)+3.5\cos(0.009t^2) \tag{46}$$

3.1 强时变扰动环境实验

假设DAVBKF滤波器、Sage-Husa AKF滤波器、VBAKF滤波器和PDA-VB-KF滤波器均位于强时变扰动环境中。在强时变扰动环境中，观测噪声采用零均值高斯噪声，但其标准差随时间剧烈变化，具体如下：

$$\sigma_x(t)=2+24\sin^8(0.03t+0.2)+8\sin^2(0.09t+0.3) \tag{47}$$

$$\sigma_y(t)=2+22\cos^8(0.032t+0.6)+8\sin^2(0.11t+0.7) \tag{48}$$

在该环境下，DAVBKF设置的参数分布如表1所示。

表1 强时变扰动环境下DAVBKF初始参数

Table 1 Initial parameters of DAVBKF under a strong time-varying disturbance environment

参数符号	参数解释	参数数值
ρ_i	衰减系数	0.955
q	加速度白噪声功率谱密度	0.4
$\boldsymbol{P}_0$	初始协方差	diag(120, 120, 144, 144)
$\boldsymbol{\alpha}_0$	初始逆gamma分布参数	$[60\quad 60]^{\mathrm{T}}$
$\boldsymbol{\beta}_0$	初始逆gamma分布参数	$[900\quad 900]^{\mathrm{T}}$
$\boldsymbol{Q}_0$	过程噪声协方差矩阵	$q\begin{bmatrix}\frac{dt^4}{4}&0&\frac{dt^3}{2}&0\\0&\frac{dt^4}{4}&0&\frac{dt^3}{2}\\\frac{dt^3}{2}&0&dt^2&0\\0&\frac{dt^3}{2}&0&dt^2\end{bmatrix}$
η_q	学习因子	0.05

为了防止DAVBKF中的$\boldsymbol{Q}_k$剧烈震荡,在该实验中对参数q_{scale}进行限幅,使$q_{scale}\in[0.45,1.30]$,同时在$\boldsymbol{Q}_k$自适应更新之后对其进行强制正定的处理。

在强时变扰动环境下,分别记DAVBKF滤波航迹、Sage-Husa AKF滤波航迹、VBAKF滤波航迹和PDA-VB-KF滤波航迹与真实航迹的e_{RMSE}为e_1、e_2、e_3和e_4,DAVBKF相对于Sage-Husa AKF滤波器、VBAKF滤波器和PDA-VB-KF滤波器的提升率为η_1、η_2和η_3,$e_1\sim e_4$和$\eta_1\sim\eta_3$如表2~表3所示。

表2 4种滤波器在强时变扰动环境下的性能对比

Table 2 Performance comparison of four filters in a strongly time-varying disturbance environment

e_1	e_2	e_3	e_4
11.2485	12.4680	12.4144	12.1626

表3 强时变扰动环境下DAVBKF相对其余三种滤波器的提升率

Table 3 Improvement rates of DAVBKF compared with the other three filters under strong time-varying disturbance

η_1	η_2	η_3
9.78%	9.39%	7.52%

在运算过程中,使用Sage-Husa AKF、VBAKF、PDA-VB-KF和DAVBKF估计得到的航迹与真实航迹的位置误差e_p随仿真步数的变化如图3所示。

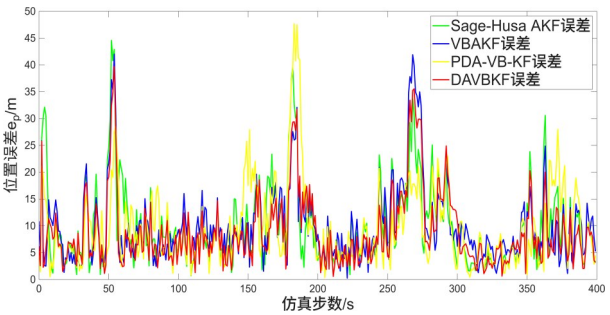


图3 强时变扰动环境下4种滤波器的估计航迹与真实航迹的位置误差

Fig. 3 Position errors between the estimated trajectories of four filters and the true trajectory in a strongly time-varying disturbance environment

从图3可以看出:在强时变扰动环境下,DAVBKF相对于如上已有的自适应噪声滤波算法具有较为显著的优势。DAVBKF的瞬时误差曲线整体处于较低水平,且在多数时间内波动较小,误差峰值更低,说明说明其在强时变扰动环境下具有更高的估计精度和更强的鲁棒性。

其中,DAVBKF在x和y方向上的观测噪声协方差$\boldsymbol{R}_x$、$\boldsymbol{R}_y$随仿真步数的变化如图4所示。

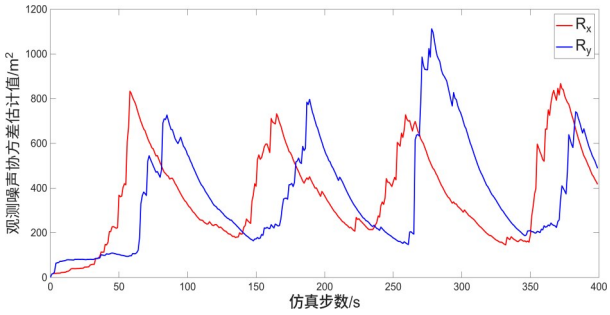


图4 强时变扰动环境下DAVBKF在x和y方向上的观测噪声协方差变化

Fig. 4 Variation in the observation noise covariance of DAVBKF in the x- and y-directions under a strong time-varying disturbance environment

结合公式(47)和公式(48),可以得到如下结论:DAVBKF能随着观测环境的变化,动态调整其$\boldsymbol{R}_k$,以便更好的适应当前环境,得到更适合当前环境参数的滤波参数。

在强时变扰动环境下,DAVBKF的位置过程噪声方差$\boldsymbol{Q}_p$和速度过程噪声方差$\boldsymbol{Q}_v$随仿真步数的变化如图5所示。

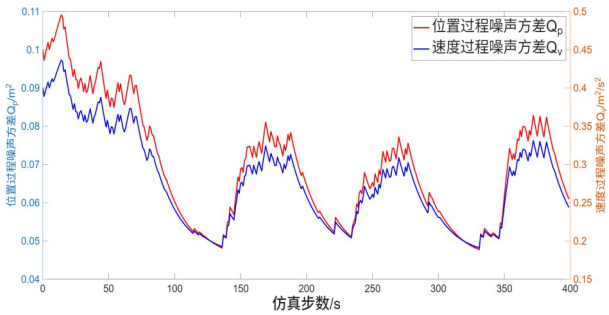


图5 强时变扰动环境下DAVBKF位置过程噪声方差和速度过程噪声方差变化

Fig. 5 Variation in the position and velocity process noise variances of DAVBKF under a strong time-varying disturbance environment

同样,根据公式(47)和公式(48),可以得到如下结论:DAVBKF能随着观测环境的变化,动态调整其$\boldsymbol{Q}_k$,说明其自适应机制在强时变扰动环境下被充分地激发,得到更适合当前环境参数的滤波参数。

3.2 弱时变扰动环境实验

假设DAVBKF滤波器、Sage-Husa AKF滤波器、VBAKF滤波器和PDA-VB-KF滤波器位于弱时变扰动环境中。在弱时变扰动环境中，观测噪声也采用零均值高斯噪声，但其标准差随时间微弱变化，具体如下：

$$\sigma_x(t)=4+2.4\sin^2(0.028t+0.2)+1.2\cos^2(0.075t+0.1) \tag{49}$$

$$\sigma_y(t)=4+2.2\cos^2(0.03t+0.6)+\sin^2(0.082t+0.4) \tag{50}$$

在该环境下，DAVBKF设置的参数分布如表4所示。

表4 弱时变扰动环境下DAVBKF初始参数

Table 4 Initial parameters of DAVBKF under a weak time-varying disturbance environment

参数符号	参数解释	参数数值
ρ_i	衰减系数	0.975
q	加速度白噪声功率谱密度	0.35
$\boldsymbol{P}_0$	初始协方差	diag(100, 100, 121, 121)
$\boldsymbol{\alpha}_0$	初始逆gamma分布参数	$[80\quad 80]^{\mathrm{T}}$
$\boldsymbol{\beta}_0$	初始逆gamma分布参数	$[2400\quad 2400]^{\mathrm{T}}$
$\boldsymbol{Q}_0$	过程噪声协方差矩阵	$q\begin{bmatrix}\frac{dt^4}{4} & 0 & \frac{dt^3}{2} & 0\\ 0 & \frac{dt^4}{4} & 0 & \frac{dt^3}{2}\\ \frac{dt^3}{2} & 0 & dt^2 & 0\\ 0 & \frac{dt^3}{2} & 0 & dt^2\end{bmatrix}$
η_q	学习因子	0.02

同样，对q_{scale}限幅，使$q_{scale}\in[0.80, 1.12]$。

在弱时变扰动环境下，分别记DAVBKF滤波航迹、Sage-Husa AKF滤波航迹、VBAKF滤波航迹和PDA-VB-KF滤波航迹与真实航迹的e_{RMSE}为e_5、e_6、e_7和e_8，DAVBKF相对于Sage-Husa AKF滤波器、VBAKF滤波器和PDA-VB-KF滤波器的提升率为η_4、η_5和η_6，$e_5\sim e_8$和$\eta_4\sim\eta_6$如表5～表6所示。

在运算过程中，使用Sage-Husa AKF、VBAKF、PDA-VB-KF和DAVBKF估计得到的航迹与真实航迹的位置误差e_p随仿真步数的变化图如图6所示。

表5 4种滤波器在弱时变扰动环境下的性能对比

Table 5 Performance comparison of the four filters under weak time-varying disturbance

e_5	e_6	e_7	e_8
5.5798	5.8219	5.5649	5.5798

表6 弱时变扰动环境下DAVBKF相对其余三种滤波器的提升率

Table 6 Improvement rates of DAVBKF compared with the other three filters under weak time-varying disturbance

η_4	η_5	η_6
4.16%	0.31%	−0.27%

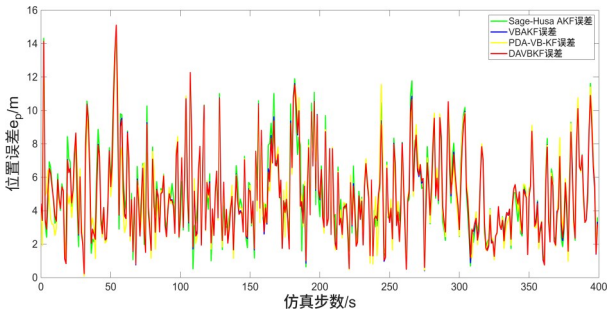


图6 弱时变扰动环境下4种滤波器的估计航迹与真实航迹的位置误差

Fig. 6 Position errors of the estimated trajectories of the four filters relative to the true trajectory under weak time-varying disturbance

从表5～表6可以看出：在弱时变扰动环境下DAVBKF的滤波效果相对于其余三种滤波器来说，并未具有显著优势，甚至稍劣于PDA-VB-KF滤波器。因此，DAVBKF在弱时变扰动环境下的泛用性和性能较弱。

其中，DAVBKF在x和y方向上的观测噪声协方差$\boldsymbol{R}_x$、$\boldsymbol{R}_y$随仿真步数的变化如图7所示。

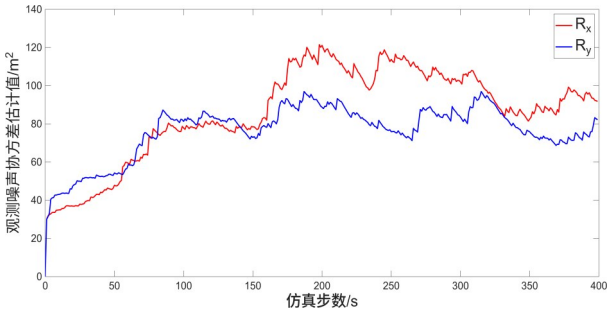


图7 弱时变扰动环境下DAVBKF在x和y方向上的观测噪声协方差变化

Fig. 7 Variation in the observation noise covariance of DAVBKF in the x- and y-directions under a weak time-varying disturbance environment

根据公式(49)和公式(50)的特征,在弱时变扰动环境下,DAVBKF的观测噪声协方差并未明显随着环境的变化而相应地做出对应的调整。

在弱时变扰动环境下,DAVBKF的位置过程噪声方差$\boldsymbol{Q}_p$和速度过程噪声方差$\boldsymbol{Q}_v$随仿真步数的变化如图8所示。

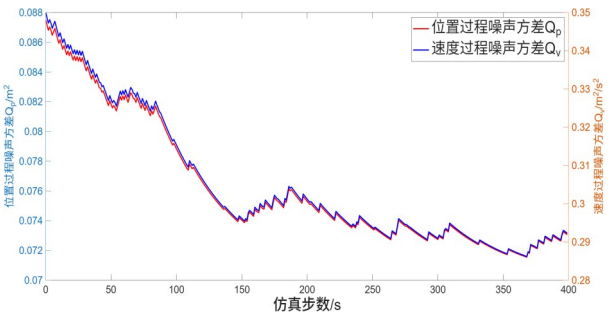


图8 弱时变扰动环境下DAVBKF位置过程噪声方差和速度过程噪声方差变化

Fig. 8 Variation in the position and velocity process noise variances of DAVBKF under a weak time-varying disturbance environment

从图8可以看出:在弱时变扰动环境下,DAVBKF的位置过程噪声方差和速度过程噪声方差相较于强时变扰动环境并未明显地做出对应的调整,环境适应优势表现不显著,甚至弱于PDA-VB-KF的滤波效果。

为进一步解释上述现象,以下从定量和定性两个方面进行分析。

由本实验设置的初始化参数可以得到,t_k时刻的真实测量噪声协方差矩阵为

$$\boldsymbol{R}_k^{true}=\begin{bmatrix}\sigma_x^2(t_k) & 0\\ 0 & \sigma_y^2(t_k)\end{bmatrix} \tag{51}$$

对400个仿真时刻的真实测量噪声方差取平均,可得

$$\bar{R}_x=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\sigma_x^2(t_k)=35.14\mathrm{m}^2 \tag{52}$$

$$\bar{R}_y=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\sigma_y^2(t_k)=31.72\mathrm{m}^2 \tag{53}$$

由此得到弱时变扰动环境下的时间平均测量噪声协方差矩阵

$$\bar{\boldsymbol{R}}_k^{true}=\begin{bmatrix}35.14 & 0\\ 0 & 31.72\end{bmatrix}\mathrm{m}^2 \tag{54}$$

经计算,x方向和y方向上观测噪声协方差初始值与平均值之间的相对偏差分别为14.63%与5.42%。

上述结果表明,一方面,在弱时变扰动环境下,预设的测量噪声协方差已经较为接近真实噪声方差的时间平均水平。尽管真实测量噪声随时间变化,但其变化幅度相对有限,且主要围绕初始值附近波动。因此,固定参数滤波器或单自适应滤波器已经能够获得较为合理的噪声统计描述,DAVBKF进一步在线调整噪声协方差所能获得的有效修正空间较小。另一方面,DAVBKF需要根据有限长度的残差序列同时估计过程噪声协方差和测量噪声协方差。当扰动变化较弱时,残差中由噪声参数变化产生的有效信息较少,而随机采样误差所占比例相对增大。此时,自适应机制可能将部分随机残差波动误判为噪声统计特性的变化,从而在协方差估计中引入额外波动。

3.3 DAVBKF的ELBO收敛性分析

为了证明在公式(43)中的采取平滑递推更新机制不会破坏如图1所示坐标上升法的单调收敛性,现给出DAVBKF算法在迭代过程中的ELBO收敛性演化曲线。

因为每经过一个仿真步数,就会存在一条以算法内迭代次数为横轴,以ELBO值为纵轴的ELBO收敛性演化曲线,所以3.1和3.2所描述的两个实验分别会产生多达399条演化曲线,若将全部曲线绘制在同一幅图中,将造成图形重叠且难以观察总体趋势。为此,本文保持横轴为算法内迭代次数,并在相同迭代次数下对第2至第400个滤波时刻的局部ELBO取平均,得到平均ELBO曲线。尽管取平均值会掩盖个别滤波时刻的局部ELBO变化,但平均ELBO曲线仅用于展示整个仿真过程的总体收敛趋势。

设置每一个仿真步内坐标上升法的迭代次数为100。根据图1的计算方法,可以分别得到强时变扰动环境实验和弱时变扰动环境实验对应的ELBO收敛性演化曲线,如图9~图10所示。

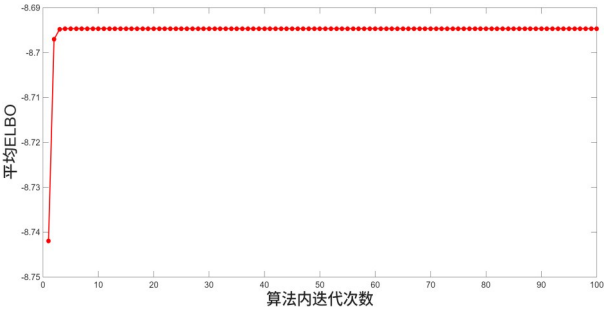


图9 强时变扰动环境实验下ELBO收敛性演化曲线

Fig. 9 ELBO convergence curve under strong time-varying disturbances

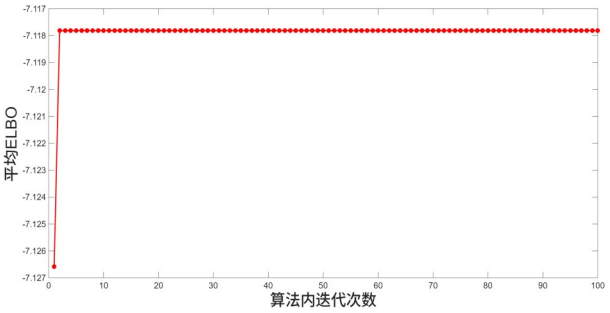


图10 弱时变扰动环境实验下ELBO收敛性演化曲线

Fig. 10 ELBO convergence curve under weak time-varying disturbances

从图9～图10可以看出：在强时变扰动环境下，平均ELBO由约－8.742快速增加至约－8.695，并在第3～4次VB内迭代后基本保持稳定；在弱时变扰动环境下，平均ELBO由约－7.1266增加至约－7.1178，并在第2次内迭代后趋于稳定。两种环境下的平均ELBO均呈现先快速增大、随后逐渐稳定的变化特征，未观察到明显的下降现象。

总体上可以表明：公式(43)不会破坏坐标上升法的单调收敛性。

3.4 低空闪烁噪声环境仿真实验

为了更加真实地模拟无人机的低空环境，本节仍然设置强弱时变扰动环境实验，但选择使用闪烁噪声这一非高斯重尾噪声，用于替代3.1节与3.2节中使用时变标准差来改变高斯噪声强度这一方法。

闪烁噪声采用污染高斯混合模型：

$$p(\boldsymbol{v}_k)=N\left(\begin{matrix}\boldsymbol{v}_k;\,0,(1-\varepsilon_{glint})\boldsymbol{R}_k\\+\varepsilon_{glint}\kappa_{glint}\boldsymbol{R}_k\end{matrix}\right) \tag{55}$$

其中，ε_{glint}是闪烁异常出现的概率，$1-\varepsilon_{glint}$是正常噪声出现的概率，κ_{glint}是异常噪声的方差放大倍数。

这意味着噪声仍然保持零均值，但不再是单一高斯分布，而是由“小方差高斯分量”和“大方差高斯分量”混合得到，因此具有比普通高斯噪声更厚的尾部。

令$\varepsilon_{glint}=0.01$，$\kappa_{glint}=4$，在强弱时变扰动环境实验中，其余参数分别与3.1节、3.2节保持一致。

在低空强时变扰动环境实验的运算过程中，使用Sage-Husa AKF、VBAKF、PDA-VB-KF和DAVBKF估计得到的航迹与真实航迹的位置误差e_p随仿真步数的变化图如图11所示。

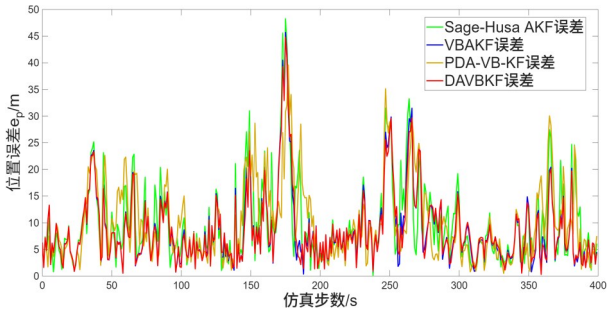


图11 低空强时变扰动环境下4种滤波器的估计航迹与真实航迹的位置误差

Fig. 11 Position errors between the estimated trajectories of the four filters and the true trajectory in a low-altitude strongly time-varying disturbance environment

在低空强时变扰动环境下，DAVBKF相对于Sage-Husa AKF滤波器、VBAKF滤波器和PDA-VB-KF滤波器的提升率分别为η_7、η_8和η_9，η_7～η_9如表7所示。

表7 低空强时变扰动环境下DAVBKF相对其余3种滤波器的提升率

Table 7 Performance improvement rates of DAVBKF over the other three filters in a low-altitude strongly time-varying disturbance environment

η_7	η_8	η_9
12.92%	1.81%	12.63%

在低空弱时变扰动环境实验的运算过程中，使用Sage-Husa AKF、VBAKF、PDA-VB-KF和DAVBKF估计得到的航迹与真实航迹的位置误差e_p随仿真步数的变化图如图12所示。

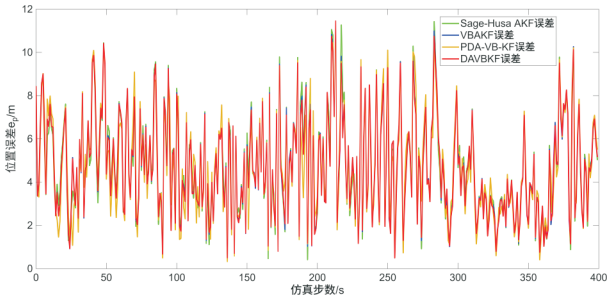


图12 低空弱时变扰动环境下4种滤波器的估计航迹与真实航迹的位置误差

Fig. 12 Position errors between the estimated trajectories of the four filters and the true trajectory in a low-altitude weakly time-varying disturbance environment

在低空弱时变扰动环境下，DAVBKF相对于Sage-Husa AKF滤波器、VBAKF滤波器和PDA-VB-KF滤波器的提升率分别为η_{10}、η_{11}和η_{12}，η_{10}～η_{12}如表8所示。

表8 低空弱时变扰动环境下DAVBKF相对其余3种滤波器的提升率

Table 8 Performance improvement rates of DAVBKF over the other three filters in a low-altitude weakly time-varying disturbance environment

η_{10}	η_{11}	η_{12}
1.08%	0.44%	0.50%

从表7~表8可以看出:3.1节与3.2节所得结论在更为复杂的低空闪烁噪声环境中仍适用。

为了进一步分析DAVBKF算法遭遇强观测噪声突变时的鲁棒性,现基于低空强时变扰动环境,调整其闪烁异常出现概率,而其余条件不变。

定义闪烁时刻近似误差抑制率为$\eta_e(k)$,表示在噪声出现异常时,经过DAVBKF后,估计误差相对于原始观测误差降低了多少。对于第k个闪烁时刻,观测位置误差为$e_{meas}(k)$,DAVBKF估计位置误差为$e_{est}(k)$。闪烁时刻平均观测位置误差和平均估计位置误差分别为$\bar{e}_{meas}$和$\bar{e}_{est}$。$\eta_e(k)$的计算公式为

$$\eta_e(k)=\left[1-\frac{e_{est}(k)}{e_{meas}(k)}\right]\times 100\% \tag{56}$$

因此闪烁时刻平均误差抑制率$\bar{\eta}_e$的计算公式为

$$\bar{\eta}_e=\left[1-\frac{\bar{e}_{est}}{\bar{e}_{meas}}\right]\times 100\% \tag{57}$$

这里采用$\bar{\eta}_e$来衡量闪烁时刻的鲁棒性。

闪烁异常出现概率ε_{glint}增大至0.1,异常噪声方差放大倍数$\kappa_{glint}=4$保持不变。

经过仿真,其闪烁时刻平均误差抑制率$\bar{\eta}_e$为69.50%,低空强时变扰动环境下高概率闪烁突变误差响应如图13所示。

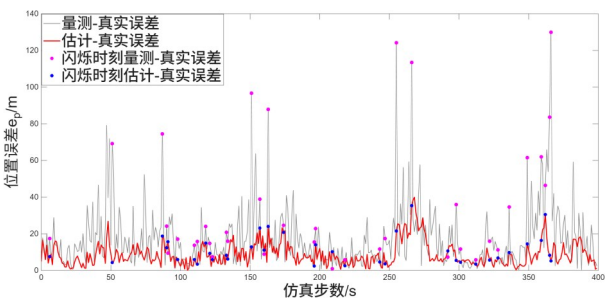


图13 低空强时变扰动环境下高概率闪烁突变误差响应

Fig. 13 Error response to high-probability glint noise abrupt changes in a low-altitude strongly time-varying disturbance environment

一方面,近70%的闪烁时刻平均误差抑制率说明:即使量测点严重偏离真实轨迹,DAVBKF也没有完全跟随异常观测;另一方面,估计误差会在部分闪烁时刻短暂升高,但其整体仍约束在可接受范围内,没有随着仿真时间增加而持续扩大,也没有出现振荡幅度不断增加的情况;同时,闪烁发生后红线通常能够重新下降至原有误差范围,说明异常量测的影响没有长期保留在状态递推过程中,即突变后具有误差恢复能力。

综上,DAVBKF在高概率闪烁突变和强时变扰动共同作用下仍然表现出较好的异常误差抑制能力、数值有界性和突变后恢复能力,具有良好的数值稳定性。

4 结 论

1) 在强时变扰动环境下,DAVBKF的跟踪性能优于Sage-Husa AKF、VBAKF和PDA-VB-KF,RMSE提升率分别为9.78%、9.39%和7.52%;而在弱时变扰动环境下,其性能提升不明显。结合观测噪声协方差和过程噪声协方差的变化可知,DAVBKF的自适应调节在强时变扰动环境下更为充分,表明该算法更适用于噪声统计特性变化较明显的环境。同时,强、弱时变实验中的性能数据和协方差变化均支持这一规律。

2) 两种时变扰动环境下的平均ELBO均呈现快速增大后趋于稳定的变化趋势,其中强时变环境下约在第3~4次算法内迭代后稳定,弱时变环境下约在第2次内迭代后稳定,且均未观察到明显下降现象。由此表明,在本文仿真条件下,过程噪声协方差的平滑递推更新未破坏变分迭代的收敛趋势。

3) 在低空闪烁噪声环境下,DAVBKF在强时变扰动条件下仍保持较好的跟踪性能;当闪烁异常概率增大时,其闪烁时刻平均误差抑制率达到69.50%,且异常发生后的估计误差能够重新回落,表明该算法对突发异常量测具有一定的误差抑制和恢复能力。

参 考 文 献

[1] 张岳. 无人机航迹规划轻量化优化算法研究[D]. 扬州:扬州大学, 2025.
Zhang Yue. Research on lightweight optimization algorithm for UAV path planning[D]. Yangzhou: Yangzhou University, 2025. (in Chinese)

[2] 周子杨. 无人机航迹规划与轨迹跟踪控制研究[D]. 广汉:

中国民用航空飞行学院，2025.
Zhou Ziyang. Research on UAV path planning and trajectory tracking control[D]. Guanghan: Civil Aviation Flight University of China, 2025. (in Chinese)

[3] 冒云慧，陈清阳，侯中喜，等. 无人机航迹跟踪抗侧风制导算法[J]. 航空工程进展，2015，6(4)：427-432.
Mao Yunhui, Chen Qingyang, Hou Zhongxi, et al. Guidance algorithm with lateral wind resistance for UAV path tracking[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2015, 6(4): 427-432. (in Chinese)

[4] 刘金铭，张玉艳，张碧玲. 基于LSTM-KF的无人机航迹跟踪算法[J]. 北京邮电大学学报，2022，45(5)：121-128.
Liu Jinming, Zhang Yuyan, Zhang Biling. Trajectory estimation algorithm for unmanned aerial vehicle based on LSTM-KF[J]. Journal of Beijing University of Posts and Telecommunications, 2022, 45(5): 121-128. (in Chinese)

[5] Beck M, Pöppel K, Spanring M, et al. xLSTM: Extended long short-term memory[C]// Advances in Neural Information Processing Systems. Vancouver, BC, Canada: Neural Information Processing Systems Foundation, Inc., 2024: 107547-107603.

[6] 恽鹏，郑世友，张世仓，等. 杂波干扰环境下的变分贝叶斯目标跟踪算法[J]. 计算机仿真，2024，41(11)：80-84，166.
Yun Peng, Zheng Shiyou, Zhang Shicang, et al. Variational Bayesian target tracking algorithm in clutter interference environment[J]. Computer Simulation, 2024, 41(11): 80-84, 166. (in Chinese)

[7] Tao Y, Yau S S. Outlier-robust iterative extended Kalman filtering[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2023, 30: 743-747.

[8] Al-Absi M A, Fu R, Kim K H, et al. Tracking unmanned aerial vehicles based on the Kalman filter considering uncertainty and error aware[J]. Electronics, 2021, 10(24): 3067.

[9] 梁永生，唐勇，王濛. 间断制导下的反辐射无人机被动定位算法研究[J]. 航空工程进展，2017，8(3)：299-303.
Liang Yongsheng, Tang Yong, Wang Meng. Study on passive localization algorithm of anti-radiation unmanned aerial vehicle under intermittent guidance[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2017, 8(3): 299-303. (in Chinese)

[10] Simon D J. Kalman filtering[J]. Embedded Systems Programming, 2001, 14(6): 72-79.

[11] 李富刚，张聪，田福礼，等. 飞行数据相容性检验方法[J]. 航空工程进展，2017，8(4)：479-485.
Li Fugang, Zhang Cong, Tian Fuli, et al. Method for flight data compatibility analysis[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2017, 8(4): 479-485. (in Chinese)

[12] Khodarahmi M, Maihami V. A review on Kalman filter models[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2023, 30(1): 727-747.

[13] 徐寅. 基于变分贝叶斯的自适应卡尔曼滤波算法设计和应用研究[D]. 成都：四川师范大学，2025.
Xu Yin. Research on the design and application of adaptive Kalman filtering algorithms based on variational Bayesian methods[D]. Chengdu: Sichuan Normal University, 2025. (in Chinese)

[14] 翟瑶. 结构方程模型中潜变量的变分贝叶斯变量选择方法研究[D]. 昆明：云南大学，2024.
Zhai Yao. A study of variational Bayesian variable selection methods for latent variables in structural equation models[D]. Kunming: Yunnan University, 2024. (in Chinese)

[15] Ganguly A, Earp S W F. An introduction to variational inference[EB/OL]. (2021-11-22)[2026-04-27]. https://doi.org/10.48550/arXiv.2108.13083.

[16] 单承豪. 基于变分贝叶斯的自适应卡尔曼滤波算法研究[D]. 哈尔滨：哈尔滨工程大学，2023.
Shan Chenghao. Research on adaptive Kalman filtering algorithm based on variational Bayesian[D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2023. (in Chinese)

[17] 巴丽伟. 基于变分贝叶斯推断的因子分析法[D]. 杭州：杭州电子科技大学，2022.
Ba Liwei. Factor analysis methods based on variational Bayes inference[D]. Hangzhou: Hangzhou Dianzi University, 2022. (in Chinese)

[18] 陈金广，李洁，高新波. 双重迭代变分贝叶斯自适应卡尔曼滤波算法[J]. 电子科技大学学报，2012，41(3)：359-363.
Chen Jinguang, Li Jie, Gao Xinbo. Dual recursive variational Bayesian adaptive Kalman filtering algorithm[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2012, 41(3): 359-363. (in Chinese)

[19] 王辅天. 基于粒子滤波的混杂系统故障诊断[D]. 北京：北京交通大学，2017.
Wang Futian. Fault diagnosis of hybrid system based on particle filter[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2017. (in Chinese)

[20] Dai D L, Liang Y L. High-dimensional mahalanobis distances of complex random vectors[J]. Mathematics, 2021, 9(16): 1877.

[21] 谢文波. 基于互惠最近邻的层次聚类算法及其应用研究[D]. 成都：电子科技大学，2021.
Xie Wenbo. Research on reciprocal nearest neighbors based hierarchical clustering algorithm and its application[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2021. (in Chinese)

[22] 项莘泽. 基于多模态信息融合的行人轨迹追踪方法研究[D]. 成都：电子科技大学，2025.
Xiang Shenze. Research on pedestrian trajectory tracking method based on multimodal information fusion[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2025. (in Chinese)

[23] 刘通，王飞，严忠平. 基于IMMKF算法的ADS-B监视应用目标跟踪[J]. 航空工程进展，2024，15(1)：182-190.
Liu Tong, Wang Fei, Yan Zhongping. ADS-B surveillance application target tracking based on IMMKF algorithm[J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering, 2024, 15(1): 182-190. (in Chinese)

(编辑：马文静)