双时间尺度结构动力学数字孪生模型生成与演化

杨建[1,2],耿若怀[1,2],王巍[1,2],杨智春[1,2]
(1.西北工业大学 航空学院,西安 710072)
(2.强度与结构完整性全国重点实验室,西安 710072)

摘　要: 航空装备结构长期服役过程中,其动力学特性会随服役状态变化而发生演化。面向结构全寿命周期健康管理需求,现有结构健康监测方法在实时状态感知与长期性能预测协同方面仍面临挑战。提出基于双卡尔曼滤波与高斯过程回归的双时间尺度结构动力学数字孪生(BTS-SDDT)模型生成与演化方法。基于结构动力学模型引入双时间尺度建立其BTS-SDDT模型,构建快—慢时间尺度解耦的分层数字孪生演化架构:在快时间层通过状态滤波器得到结构动态响应,实现运行状态的实时监测;在慢时间层通过参数滤波器实现对模型参数自适应演化更新,同时结合高斯过程回归实现对模型参数全寿命周期演化预测。采用三自由度系统的数值验证表明:BTS-SDDT方法能够实现结构状态实时监测、刚度与质量参数辨识更新,并对刚度参数演化趋势进行预测,可为结构长期性能评估提供支撑。

关键词: 结构动力学;数字孪生;双卡尔曼滤波;高斯过程回归
中图分类号: V214　　**文献标识码:** A

Bi-time-scale structural dynamics digital twin model generation and evolution

YANG Jian[1,2], GENG Ruohuai[1,2], WANG Wei[1,2], YANG Zhichun[1,2]
(1. School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)
(2. National Key Laboratory of Strength and Structural Integrity, Xi'an 710072, China)

Abstract: During the long-term service of aerospace structures, their dynamic characteristics evolve with changes in structural states. For full-life-cycle structural health management, existing structural health monitoring methods still face challenges in integrating real-time state perception and long-term performance prediction. This paper proposes a Bi-Time-Scale Structural Dynamics Digital Twin (BTS-SDDT) model generation and evolution method based on dual Kalman filtering and Gaussian process regression. First, a BTS-SDDT model is established by introducing dual time scales into the structural dynamics model. A hierarchical digital twin evolution architecture with decoupled fast and slow time scales is then constructed. In the fast-time-scale layer, a state filter is used to estimate the structural dynamic responses, thereby enabling real-time monitoring of the operational state. In the slow-time-scale layer, a parameter filter is employed to adaptively update the model parameters, while Gaussian process regression is further introduced to predict the life-cycle evolution of the model parameters. Numerical validation on a three-degree-of-freedom system demonstrates that the proposed BTS-SDDT method can achieve real-time structural state monitoring, identification and updating of stiffness and mass parameters, and prediction of stiffness parameter evolution trends, thereby providing support for long-term structural performance assessment.

Key words: structural dynamics; digital twin; dual Kalman filtering; Gaussian process regression

收稿日期: 2026-05-29;　**修回日期:** 2026-10-12
基金项目: 国家自然科学基金(12372170)
通信作者: 王巍(1981—),男,博士,副教授。E-mail: wwang@nwpu.edu.cn
引用格式: 杨建,耿若怀,王巍,等. 双时间尺度结构动力学数字孪生模型生成与演化[J]. 航空工程进展.
YANG Jian, GENG Ruohuai, WANG Wei, et al. Bi-time-scale structural dynamics digital twin model generation and evolution [J]. Advances in Aeronautical Science and Engineering. (in Chinese)

0 引 言

飞机机翼、尾翼等关键结构长期承受气动载荷、随机振动等复杂服役环境的耦合作用，其动力学特性是保持结构服役安全与运行稳定的核心决定因素[1]。然而，结构的动力学特性并非一成不变。随着航空装备向长寿命、高可靠、低维护成本和智能化运维方向发展[2-4]，在其全寿命周期内，不可避免地会发生材料疲劳、连接松动、腐蚀损伤等问题，导致结构刚度、质量与阻尼等核心物理参数改变，进而引发灾难性事故[5]。

传统的结构健康监测和维护方法往往依赖于定期检测和离线分析，存在数据离散性大、实时性不足等缺陷，无法及时捕捉结构动态响应中的早期异常信号，难以兼顾结构运行状态的实时监控和长期性能预测。因此，如何构建高精度、智能化的结构健康监测体系，实现关键力学参数与性能指标的实时感知与演化追踪，已成为提升航空装备结构安全性、可靠性与全寿命周期运维效率的重要途径[6]。

数字孪生作为一种新兴技术[7-8]，旨在为物理系统构建能够综合表达其结构组成、运行状态、动态行为及演化规律的虚拟映射模型，即数字孪生体。数字孪生通过实时感知系统状态、动态更新孪生模型，能够实现结构状态诊断、健康评估与性能预测；同时，还可支撑运行策略与维护方案的在线优化，减少结构设计冗余，避免频繁的周期性检修与维护并保障系统安全[9]，为结构状态的监测与性能预测提供了全新思路。

结构动力学数字孪生（Structural Dynamics Digital Twin，SDDT）的概念是2020年由Ganguli等[10]提出的，他们以单自由度系统为对象，基于物理标称模型引入了双时间尺度（Bi-time-scale）的视角，并建立了离散动力学系统的数字孪生模型，以固有频率作为观测进行了数字孪生模型演化推导。2023年，Ganguli等[11]又将上述数字孪生定义为动态系统数字孪生（Dynamic Systems Digital Twin），基于物理方程生成了动态系统的数字孪生模型，并进一步提出了多时间尺度的数字孪生模型演变思想。Garg等[12]提出了一种用于随机非线性多自由度动力系统的数字孪生框架，结合贝叶斯滤波与高斯过程回归建立了数字孪生模型的演化方法。

然而，现有研究多聚焦于数字孪生理论建模，对结构动力学模型参数在快、慢双时间尺度下的协同更新机制、慢时间步长选取等问题仍有待进一步拓展。卡尔曼滤波（Kalman filter，KF）[13]作为一种递归最小二乘算法，能够有效地处理系统的动态特性和观测噪声，提供实时的状态和参数估计，能够较好地满足SDDT的演化需求。基于KF的状态估计方法虽能有效实现动态响应的实时追踪，但其本质属于线性系统下的最优状态观测器。当涉及结构物理参数的联合辨识时，由于参数间非线性耦合及观测信息不完备性，传统KF面临状态—参数联合估计的数学病态问题。目前，可用于扩展状态估计的KF方法主要包括：扩展卡尔曼滤波（Extended Kalman Filter，EKF）[14]、粒子滤波（Particle Filter，PF）[15]以及无迹卡尔曼滤波（Unscented Kalman Filter，UKF）[16]3种方法。扩展状态估计的KF方法虽具有很强的状态向量与参数向量的同步追踪能力，但是参数向量的引入会导致算法复杂度呈指数上升，尤其是对于慢时间尺度参数变化的参数估计，存在显著的计算冗余缺陷。

针对上述问题，本文基于动态系统数字孪生理论框架，聚焦结构动力学模型参数的双时间尺度耦合效应，提出双时间尺度结构动力学数字孪生（Bi-Time-Scale Structural Dynamics Digital Twin，BTS-SDDT）框架，在引入慢时间尺度的SDDT模型基础上，通过结合双卡尔曼滤波与高斯过程回归，构建了“数模驱动”“快慢解耦”的数字孪生演化方法，利用包含快时间尺度状态层与慢时间尺度参数层的分层演化架构，改善传统数字孪生模型中实时监测与长期性能预测的时间尺度冲突问题，为航空装备结构全寿命周期智能运维提供具有时域适应性的数字孪生解决方案。

1 BTS-SDDT模型生成

实现数字孪生技术的应用与部署，首要任务是构建孪生对象的数字孪生模型。对于物理实体，通过力学简化以及有限元方法，可以获得如式（1）所示的结构动力学模型。

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{z}}(t)+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{z}}(t)+\boldsymbol{K}\boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{F}(t) \tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{M}$为$n\times n$维的质量阵；$\boldsymbol{C}$为$n\times n$维的阻尼阵；$\boldsymbol{K}$为$n\times n$维的刚度阵；$\boldsymbol{z}$为n维位移向量；$\boldsymbol{F}$为

n维外激励力向量。

对于结构在其服役初期,可以得到其初始质量矩阵、初始阻尼矩阵和初始刚度矩阵。然而当结构在服役过程中,随着时间的推移,结构的动力学特性会发生变化,其初始结构动力学模型与实际结构之间会产生偏差,难以准确模拟实际结构的动态行为。因此,需要考虑结构动力学模型的质量、刚度以及阻尼参数在慢时间尺度下的服役效应。本文基于有限元法的思想将结构模型划分为各子单元之和,给出BTS-SDDT的质量、刚度以及阻尼的参数模型为

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}(t_s)=\boldsymbol{M}_0+\sum_{j=1}^{N_m}(1+\Delta_{\mathrm{m}}^{j}(t_s))\boldsymbol{M}_j \\ \boldsymbol{K}(t_s)=\boldsymbol{K}_0+\sum_{j=1}^{N_m}(1+\Delta_{\mathrm{k}}^{j}(t_s))\boldsymbol{K}_j \\ \boldsymbol{C}(t_s)=\boldsymbol{C}_0+\sum_{j=1}^{N_m}(1+\Delta_{\mathrm{c}}^{j}(t_s))\boldsymbol{C}_j \end{cases} \tag{2}$$

式中:t_s为慢时间,也称为服役时间;$\boldsymbol{M}_0$、$\boldsymbol{K}_0$、$\boldsymbol{C}_0$分别为整体质量、刚度以及阻尼矩阵中不属于任何子单元的部分;N_m为子单元数目;$\boldsymbol{M}_j$、$\boldsymbol{K}_j$、$\boldsymbol{C}_j$为参数未发生变化时第j个子单元对于整体的贡献;$\Delta_{\mathrm{m}}(t_s)$、$\Delta_{\mathrm{k}}(t_s)$、$\Delta_{\mathrm{c}}(t_s)$分别为慢时间t_s下子单元参数的变化量,$t_s=0$时,$\Delta_{\mathrm{m}}=\Delta_{\mathrm{k}}=\Delta_{\mathrm{c}}=0$。

将参数模型(2)代入结构动力学模型(1)中,可以得到式(3)所示的BTS-SDDT模型:

$$\boldsymbol{M}(t_s)\frac{\partial^2\boldsymbol{z}(t,t_s)}{\partial t^2}+\boldsymbol{C}(t_s)\frac{\partial\boldsymbol{z}(t,t_s)}{\partial t}+\boldsymbol{K}(t_s)\boldsymbol{z}(t,t_s)=\boldsymbol{F}(t,t_s) \tag{3}$$

2 BTS-SDDT演化方法

BTS-SDDT模型生成之后,还面临两个时间尺度的演化需求:一是快时间尺度,也就是物理时间尺度上得到结构的实时动态响应,用于描述结构的振动状态;二是在慢时间尺度,也就是服役时间上,需要根据传感器数据追踪模型参数的变化情况。针对此需求,本文分别建立BTS-SDDT状态空间方程、基于双卡尔曼滤波的状态-参数协同估计方法以及基于高斯过程回归的参数演化预测方法,为后续模型闭环更新与长期性能预测提供算法基础。

2.1 BTS-SDDT的状态空间方程

对一个N_d自由度系统,在快时间尺度定义任意i时刻结构的状态向量为$\boldsymbol{x}_i\in\mathbb{R}^{2N_d\times1}$,在慢时间尺度定义任意$t_s^n$时刻,模型参数向量$\boldsymbol{\theta}_n\in\mathbb{R}^{3N_d\times1}$。其中:$\boldsymbol{x}_i=\begin{bmatrix}\boldsymbol{z}_i\\ \dot{\boldsymbol{z}}_i\end{bmatrix}$,$\boldsymbol{z}_i$、$\dot{\boldsymbol{z}}_i$分别为位移向量与速度向量;

$$\boldsymbol{\theta}_n=[\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{m}}^n,\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{k}}^n,\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{c}}^n]^T,$$

$$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{m}}^n=[\Delta_{\mathrm{m}}^1(t_s^n),\Delta_{\mathrm{m}}^2(t_s^n),\cdots,\Delta_{\mathrm{m}}^{N_m}(t_s^n)],$$

$$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{k}}^n=[\Delta_{\mathrm{k}}^1(t_s^n),\Delta_{\mathrm{k}}^2(t_s^n),\cdots,\Delta_{\mathrm{k}}^{N_m}(t_s^n)],$$

$$\boldsymbol{\theta}_{\mathrm{c}}^n=[\Delta_{\mathrm{c}}^1(t_s^n),\Delta_{\mathrm{c}}^2(t_s^n),\cdots,\Delta_{\mathrm{c}}^{N_m}(t_s^n)],$$

则t_s^n时刻BTS-SDDT的离散状态空间模型为

$$\boldsymbol{x}_i=\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}_n)\boldsymbol{x}_{i-1}+\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta}_n)\boldsymbol{u}_{i-1}+\boldsymbol{w}_i^x \tag{4}$$

$$\boldsymbol{y}_i=\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_n)\boldsymbol{x}_i+\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_n)\boldsymbol{u}_i+\boldsymbol{v}_i \tag{5}$$

其中,$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}_n)=\exp(\boldsymbol{A}_c(\boldsymbol{\theta}_n)\Delta t)$为状态矩阵,$\boldsymbol{A}_c(\boldsymbol{\theta}_n)=$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_{N_d} & \boldsymbol{I}_{N_d}\\ -\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_m^n)\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\theta}_k^n) & -\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_m^n)\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_c^n)\end{bmatrix}_{2N_d\times2N_d},$$

$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{\theta}_n)=\boldsymbol{A}_c^{-1}(\boldsymbol{\theta}_n)(\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}_n)-\mathrm{I}_{2N_d})\boldsymbol{B}_c(\boldsymbol{\theta}_n)$为输入矩阵,$\boldsymbol{B}_c(\boldsymbol{\theta}_n)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_{N_d\times N_f}\\ -\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_m^n)\end{bmatrix}_{2N_d\times N_f}$,$N_f$为输入自由度数量;

$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_n)$为观测矩阵,$\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_n)=$

$$[-\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_m^n)\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\theta}_k^n)\ -\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_k^n)\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_c^n)]_{N_d\times2N_d},$$

$\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_m)=\boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_m^n)$;

$\boldsymbol{u}_i$为外激励输入向量,$\boldsymbol{u}_i=[f_1(t),\cdots f_n(t)]^T$;

$\boldsymbol{y}_i$为加速度输出向量;

$\boldsymbol{w}_i^x$为状态向量$\boldsymbol{x}_i$的状态传递模型误差,

$\boldsymbol{w}_i^x\sim\mathcal{N}(0,\boldsymbol{Q}_x)$;

$\boldsymbol{v}_i$为包含输出模型误差和测量误差,

$$\boldsymbol{v}_i\sim\mathcal{N}(0,\boldsymbol{R})。$$

2.2 基于双卡尔曼滤波的状态-参数协同估计方法

在t_s^n时刻内,基于$i-1$时刻状态向量的估计值$\hat{\boldsymbol{x}}_{i-1}$对于$\boldsymbol{x}_i$的预测结果为

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}}_{i|i-1}&=\boldsymbol{A}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n\right)\hat{\boldsymbol{x}}_{i-1}+\boldsymbol{B}\left(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n\right)\boldsymbol{u}_{i-1}\\ \boldsymbol{P}_{i|i-1}^{\mathrm{x}}&=\boldsymbol{A}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n)\boldsymbol{P}_{i-1}^{\mathrm{x}}\boldsymbol{A}^T(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n)+\boldsymbol{Q}_x\end{aligned} \tag{6}$$

式中：$\hat{\boldsymbol{\theta}}_n$ 为 t_s^n 时刻参数向量的估计值；$\boldsymbol{P}_{i|i-1}^{\mathrm{x}}$ 为 i 时刻状态过程协方差的预测值。

同时给出 i 时刻状态滤波器的卡尔曼增益为

$$\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{x}}=\boldsymbol{P}_{i|i-1}^{\mathrm{x}}\boldsymbol{C}^T(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n)\left(\boldsymbol{C}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n)\boldsymbol{P}_{i|i-1}^{\mathrm{x}}\boldsymbol{C}^T(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n)+\boldsymbol{R}_x\right)^{-1} \tag{7}$$

代入卡尔曼增益 $\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{x}}$，根据 i 时刻加速度的测量值 $\bar{\boldsymbol{y}}_i$ 更新状态向量 $\boldsymbol{x}_i$：

$$\begin{aligned}\hat{\boldsymbol{x}}_i&=\hat{\boldsymbol{x}}_{i|i-1}+\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{x}}\left(\bar{\boldsymbol{y}}_i-\boldsymbol{C}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n)\hat{\boldsymbol{x}}_{i|i-1}-\boldsymbol{D}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n)\boldsymbol{u}_i\right)\\ \boldsymbol{P}_i^{\mathrm{x}}&=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_i^{\mathrm{x}}\boldsymbol{C}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_n))\boldsymbol{P}_{i|i-1}^{\mathrm{x}}\end{aligned} \tag{8}$$

根据状态向量的估计值 $\hat{\boldsymbol{x}}_i$，得到加速度的估计值 $\hat{\boldsymbol{y}}_i$：

$$\hat{\boldsymbol{y}}_i=\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_n)\hat{\boldsymbol{x}}_i+\boldsymbol{D}(\boldsymbol{\theta}_n)\boldsymbol{u}_i \tag{9}$$

定义慢时间的时间步长 Δt_s 与快时间步长 Δt 关系式为

$$\Delta t_s=W_i\cdot\Delta t \tag{10}$$

当系统运行满一个 Δt_s 后到达 t_s^{n+1} 时刻，利用参数滤波器估计得到 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{n+1}$。

下面给出基于无迹卡尔曼滤波(UKF)的参数滤波器的构建方法。

定义扩展状态向量：

$$\mathbf{X}(t)=\left[\boldsymbol{z}(t),\dot{\boldsymbol{z}}(t),\boldsymbol{\theta}_n\right]_{5n\times 1}^T \tag{11}$$

在引入扩展状态向量后，BTS-SDDT 状态空间方程可以表示为

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{X}}&=\begin{Bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}\\ \dot{\boldsymbol{\theta}}_n\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\dot{\boldsymbol{z}}\\ \ddot{\boldsymbol{z}}\\ \boldsymbol{\theta}_n\end{Bmatrix}=\\ &\begin{Bmatrix}\dot{\boldsymbol{z}}(t)\\ \boldsymbol{M}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_m^n)[\boldsymbol{u}-\boldsymbol{C}(\boldsymbol{\theta}_c^n)\dot{\boldsymbol{z}}(t)-\boldsymbol{K}(\boldsymbol{\theta}_k^n)\boldsymbol{z}(t)]\\ 0\end{Bmatrix}=\\ &\mathbf{g}(\mathbf{X},\boldsymbol{u})+\boldsymbol{w}\end{aligned} \tag{12}$$

式中：$\mathbf{g}(\cdot)$ 为结构的系统方程；$\boldsymbol{w}$ 为与扩展状态向量规模相同的过程噪声，$\boldsymbol{w}\sim\mathcal{N}(0,\boldsymbol{Q})$。

对第 k 个快时间步，上述连续系统方程可以离散化为以下形式：

$$\mathbf{X}_{k+1}=\mathbf{X}_k+\int_{k\Delta t}^{(k+1)\Delta t}g(\mathbf{X}_{t|k},\boldsymbol{u}_k)dt \tag{13}$$

系统的观测方程可以表示为

$$\boldsymbol{y}_{k+1}=\mathbf{h}(\mathbf{X}_{k+1},\boldsymbol{u}_{k+1})+\boldsymbol{v}_{k+1} \tag{14}$$

UKF 主要通过以下三个步骤实现：

1)初始化步骤：选择 $2N+1$ 个 sigma 点，并代入下式计算转换后的状态向量的均值 $\mathbf{X}_{k|k}$ 与协方差 $\mathbf{P}_{k|k}^{\mathrm{xx}}$。

$$\begin{cases}\mathbf{X}_{k|k} & (i=0)\\ \mathbf{X}_{k|k}+\left(\sqrt{(N+\lambda)\mathbf{P}_{k|k}^{\mathrm{xx}}}\right)_i & (i=1,\cdots,N)\\ \mathbf{X}_{k|k}-\left(\sqrt{(N+\lambda)\mathbf{P}_{k|k}^{\mathrm{xx}}}\right)_i & (i=N+1,\cdots,2N)\end{cases} \tag{15}$$

其中，N 为扩展状态向量 $\boldsymbol{w}$ 的维度，$\mathbf{X}_{k|k}=\mathbf{E}\{\mathbf{X}_k\}$、$\mathbf{P}_{k|k}^{\mathrm{XX}}=\mathbf{E}\{(\mathbf{X}_k-\mathbf{X}_{k|k})(\mathbf{X}_k-\mathbf{X}_{k|k})\}$，$\left(\sqrt{(N+\lambda)\mathbf{P}_{k|k}^{\mathrm{xx}}}\right)_i$ 为矩阵平方根的第 i 列。计算 sigma 点均值的相应权重 $\omega_i^{(m)}$ 和协方差权重 $\omega_i^{(c)}$ 为

$$\begin{cases}\omega_0^{(m)}=\dfrac{\lambda}{N+\lambda}\\ \omega_0^{(c)}=\dfrac{\lambda}{N+\lambda}+(1-\alpha^2+\beta)\\ \omega_i^{(m)}=\omega_i^{(c)}=\dfrac{\lambda}{2(N+\lambda)},i=1\sim 2N\end{cases} \tag{16}$$

式中：$\lambda=\alpha^2(N+k)-N$，为比例参数，用来调节均值和采样点之间的距离；α 的选取影响 sigma 点的分布状态，通常为 0.001；k 一般为 0；β 为待选参数，是一种非负的权系数，一般取 2。

2)预测步骤：通过对 sigma 点进行状态转换，预测系统的均值和协方差矩阵。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}&=\sum_{i=0}^{2N}\omega_i^{(m)}\mathbf{X}_{i,k+1|k}\\ \mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathrm{XX}}&=\sum_{i=0}^{2N}\omega_i^{(c)}\left(\mathbf{X}_{i,k+1|k}-\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}\right)\\ &\left(\mathbf{X}_{i,k+1|k}-\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}\right)^T+\mathbf{Q}_{k+1}\end{aligned} \tag{17}$$

并计算交叉协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathrm{Xy}}$：

$$\mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathrm{Xy}}=\sum_{i=0}^{2N}\omega_i^{(c)}\left(\mathbf{X}_{i,k+1|k}-\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}\right)\left(\mathbf{y}_{i,k+1|k}-\mathbf{y}_{k+1|k}\right)^T \tag{18}$$

3)更新步骤：利用测量的加速度向量，通过卡尔曼增益矩阵 $\mathbf{K}_{k+1}$ 更新得到扩展状态向量 $\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k+1}$，以及协方差矩阵 $\mathbf{P}_{k+1|k+1}^{\mathrm{XX}}$。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k+1}&=\hat{\mathbf{X}}_{k+1|k}+\mathbf{K}_{k+1}(\mathbf{y}_{k+1}-\hat{\mathbf{y}}_{k+1|k})\\ \mathbf{P}_{k+1|k+1}^{\mathrm{XX}}&=\mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathrm{XX}}-\mathbf{K}_{k+1}\mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathrm{yy}}\mathbf{K}_{k+1}^T\end{aligned} \tag{19}$$

其中，参数滤波器的卡尔曼增益矩阵为：$\mathbf{K}_{k+1}=\mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathrm{X_y}}\left(\mathbf{P}_{k+1|k}^{\mathrm{yy}}\right)^{-1}$。

通过上述基于 UKF 的参数滤波器，可以识别

出包含未知模型参数的扩展状态向量,当参数识别结果收敛后,取时间窗口内Nw步识别结果的平均值作为最终识别结果,即:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{n+1}=\frac{1}{Nw}\sum_{k=i-Nw}^{i}\hat{\boldsymbol{\theta}}_k \tag{20}$$

将参数滤波器识别得到的参数向量$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{n+1}$返回至状态滤波器中,实现两个滤波器的数据互通进而完成BTS-SDDT模型在一个慢时间步内的演化。

为了自适应调整慢时间步长以适应参数向量的不同变化速率,定义参数变化率为:$\lambda_n=\left\|\hat{\boldsymbol{\theta}}_{n+1}-\hat{\boldsymbol{\theta}}_n\right\|$,同时设定慢时间步长自适应变化因子$\alpha_n=\frac{1}{e^{(\lambda_n-\lambda_{th})}}$,$\lambda_{th}$为参数变化率阈值。利用$\alpha_n$自适应改变$W$:

$$W_n=W_{n-1}\alpha_n \tag{21}$$

则慢时间步长为

$$\Delta t_s=W_n\cdot\Delta t \tag{22}$$

2.3 基于高斯过程回归的参数演化预测方法

上述的双卡尔曼滤波器在运行过程中,随着慢时间步的迭代,在每个$t_s^n,n=1,\cdots,N_s$时刻,都可得到模型参数向量的观测值$\boldsymbol{\theta}_n,n=1,\cdots,N_s$,由此形成参数随慢时间演化的历史数据集。然而,结构参数与t_s的函数关系式仍是未知的,因此需要根据参数观测历史数据进行回归分析,预测参数演化历程。高斯过程回归GPR[17]作为一种贝叶斯框架下的机器学习回归方法,对解决高维度、小样本、非线性等的复杂回归分类问题有突出的优势,因此本文选择高斯过程回归函数来表示结构参数的演化过程。

$$f(t_s)\sim GP(m(t_s),k(t_s,t_s'))\tag{23}$$

式中:$f(t_s)$为以$m(t_s)$为均值、$k(t_s,t_s')$为协方差函数的高斯过程分布函数。

对于估计得到的参数θ可以考虑如下观测模型:

$$\theta=f(t_s)+\varepsilon \tag{24}$$

式中:$f(t_s)$为式(2)中定义的参数演化函数,$\varepsilon\sim N(0,\sigma_n^2)$为高斯噪声。对于$N_s$维输入向量$\boldsymbol{t}_s=[t_s^1,t_s^2,\cdots,t_s^{N_s}]^T$,以及观测得到的参数向量$\boldsymbol{\theta}=[\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{N_s}]^T$,给定测试集输入向量$\boldsymbol{t}_s^*$、预测值$\boldsymbol{f}^*$。观测值$\boldsymbol{\theta}$的先验分布为:$\boldsymbol{\theta}\sim N(0,\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s,\boldsymbol{t}_s)+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{N_s})$。进一步,观测值$\boldsymbol{\theta}$与预测值的$\boldsymbol{f}^*$的联合先验估计分布为

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}\\ \boldsymbol{f}^*\end{bmatrix}\sim N\left(0,\begin{bmatrix}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s,\boldsymbol{t}_s)+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{Ns} & \boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s,\boldsymbol{t}_s^*)\\ \boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s^*,\boldsymbol{t}_s) & \boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s^*,\boldsymbol{t}_s^*)\end{bmatrix}\right)\tag{25}$$

其中,$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s,\boldsymbol{t}_s)=(k_{ij})$为$N_s\times N_s$阶对称正定的协方差矩阵,矩阵元素$k_{ij}=k(t_s^i,t_s^j)$用于度量$t_s^i$与$t_s^j$的相关性;$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s,\boldsymbol{t}_s^*)=\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s^*,\boldsymbol{t}_s)^T$为$\boldsymbol{t}_s$与$\boldsymbol{t}_s^*$构成的协方差矩阵,$\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s^*,\boldsymbol{t}_s^*)$为$\boldsymbol{t}_s^*$自身构成的协方差矩阵,$\boldsymbol{I}_n$为$N_s$维单位矩阵。

由此可以得到预测值$\boldsymbol{f}^*$的后验分布:

$$\boldsymbol{f}^*|\boldsymbol{t}_s,\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{t}_s^*\sim N(\bar{\boldsymbol{f}}^*,\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*))\tag{26}$$

其中,

$$\bar{\boldsymbol{f}}^*=\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s^*,\boldsymbol{t}_s)[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s,\boldsymbol{t}_s)+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{N_s}]^{-1}\boldsymbol{\theta},$$
$$\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)=\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s^*,\boldsymbol{t}_s^*)-\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s^*,\boldsymbol{t}_s)\cdot[\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s,\boldsymbol{t}_s)+\sigma_n^2\boldsymbol{I}_{N_s}]^{-1}\boldsymbol{K}(\boldsymbol{t}_s,\boldsymbol{t}_s^*)$$

则$\hat{\boldsymbol{\mu}}_*=\bar{\boldsymbol{f}}^*$,$\hat{\boldsymbol{\sigma}}_*^2=\mathrm{cov}(\boldsymbol{f}^*)$即为测试集$\boldsymbol{t}_s^*$对应预测值$\boldsymbol{f}^*$的均值和方差。

本文所提BTS-SDDT的演化方法包括3个步骤,BTS-SDDT完整演化算法流程如下。

1、基于BTS-SDDT模型,通过式(4)(5)建立其状态空间模型并定义结构参数向量$\boldsymbol{\theta}$,在t_s^0时刻设定参数向量初始值$\boldsymbol{\theta}_0$;

2、根据式(7)(8)(9)建立状态滤波器并根据式(11)至式(19)建立参数滤波器,进行初始,给定初始协方差矩阵、观测噪声以及过程噪声的方差;

3、双卡尔曼滤波器交替工作:
3.1 慢时间t_s^0初始时刻,启用状态滤波器进入3.2步;
3.2 快时间尺度i时刻($i=1,2,\cdots$)将加速度观测值$\boldsymbol{y}_i$输入状态滤波器输出状态向量估计值$\hat{\boldsymbol{x}}_i$;
3.3 慢时间t_s^n时刻$n=1,2,\cdots$,启用参数滤波器,快时间达到j时刻($j=i,i+1,\cdots$)输出j时刻的状态向量$\hat{\boldsymbol{x}}_j$以及参数向量$\hat{\boldsymbol{\theta}}_j$,$k$步后参数估计值收敛后令$\boldsymbol{\theta}_n=mean(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{j:j+k})$;
3.4 将$\boldsymbol{\theta}_n$返回3.2步的状态滤波器完成参数演化更新,同时根据式(21)(22)调整慢时间步长;

4、参数向量慢时间尺度回归:利用参数在慢时间演化的历史数据$\boldsymbol{\theta}=[\theta_1,\theta_2,\cdots,\theta_{N_s}]^T$、$\boldsymbol{t}_s=[t_s^1,t_s^2,\cdots,t_s^{N_s}]^T$训练高斯回归模型,根据式(26)得到$\boldsymbol{t}_s^*$对应的参数预测值$\boldsymbol{f}^*$。

3 面向结构振动监测及性能预测的BTS-SDDT框架

3.1 基于五维模型的BTS-SDDT框架

数字孪生是通过数字化手段构建物理实体虚拟映射模型的新兴技术，并能够实现物理实体状态、行为及演化规律的动态描述[18]。针对BTS-SDDT实现所依赖的技术体系，基于数字孪生五维模型框架[8]建立如式(27)的BTS-SDDT五维模型框架，具体如图1所示。

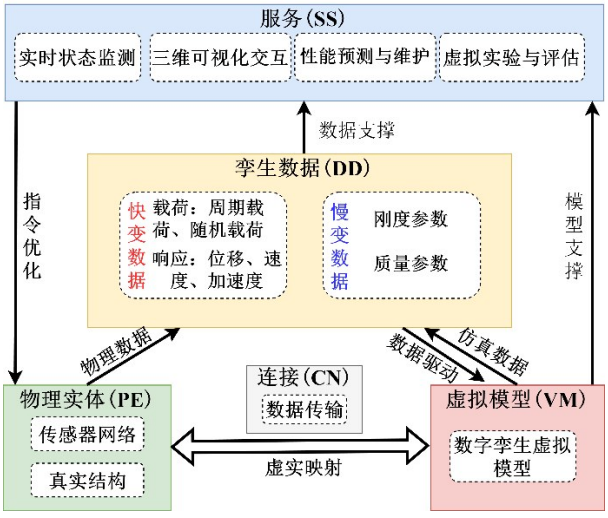


图1 基于五维模型的BTS-SDDT框架

Fig. 1 Five dimension model based BTS-SDDT framework

$$BS_{DT}=(PE, VM, SS, DD, CN) \quad (27)$$

式中：BS_{DT}为所提的数字孪生框架；PE为物理实体；VM为虚拟模型；SS为服务；DD为孪生数据；CN为各组成部分之间的数据连接关系。

在该框架中，物理实体(PE)由真实结构与传感器网络构成，为数字孪生模型提供物理对象及载荷、位移、速度、加速度等响应数据来源。

虚拟模型(VM)主要由结构动力学模型和参数演化模型组成，分别用于描述快时间尺度下的动态响应和慢时间尺度下的参数演化过程。

孪生数据(DD)主要由快变数据和慢变数据组成。其中，快变数据包括外部载荷及位移、速度、加速度等动态响应，用于驱动模型实时状态估计；慢变数据为代表结构性能变化的结构动力学参数，主要通过参数辨识获得，用于支撑模型更新与长期演化预测。

连接(CN)用于实现物理实体、虚拟模型、孪生数据和服务之间的数据传输与信息交互。

服务(SS)是数字孪生价值的最终体系。主要包括结构实时状态监测、三维可视化交互、性能预测、维护决策与方案评估等功能。

通过上述五维模型的构建，BTS-SDDT实现了物理空间与数字空间之间的数据交互，以及结构状态感知和模型参数演化过程的统一描述。相比已有结构动力学数字孪生研究，本文进一步考虑了快、慢时间尺度下状态变化与参数演化之间的差异，并从核心架构、时间尺度处理以及参数更新机制三个方面与已有研究进行对比分析，如表1所示。

表1 BTS－SDDT框架与已有SDDT研究对比

Table 1 Comparison between the BTS－SDDT and existing SDDT methods

对比维度	Ganguli等[11]	Garg等[12]	BTS－SDDT框架
核心架构	单自由度离散动力学模型	随机非线性多自由度系统框架	分层式结构动力学数字孪生架构
时间尺度处理	提出双时间尺度视角，状态－参数未完全解耦	以单一时间尺度进行状态－参数联合估计	快、慢时间尺度解耦，支持慢时间步长自适应调整
参数更新机制	以固有频率为观测的模型演化推导	贝叶斯滤波实现状态－参数联合更新	状态、参数分层更新，降低状态－参数耦合影响

3.2 BTS-SDDT分层演化算法协同机制

BTS-SDDT框架的核心是双时间尺度解耦的模型演化机制，该机制通过卡尔曼滤波(KF)、无迹卡尔曼滤波(UKF)与高斯过程回归(GPR)三类算法的分层协同实现，KF、UKF与GPR分别对应不同的更新频率。KF在快时间尺度上随传感器采样数据完成状态估计；UKF在慢时间尺度上周期性启动，当状态滤波器累计完成W个快时间步

的状态估计后,利用该数据窗口进行参数辨识,并将辨识得到的参数向量反馈至状态滤波器,实现模型更新;GPR参数学习器则基于多个慢时间步累积形成的参数辨识序列,建立参数随慢时间变化的回归关系,用于长期演化预测。由此,三者形成"快时间状态估计、慢时间参数更新、长期参数预测"的递进关系,算法协同逻辑与时间尺度匹配关系如图2所示。

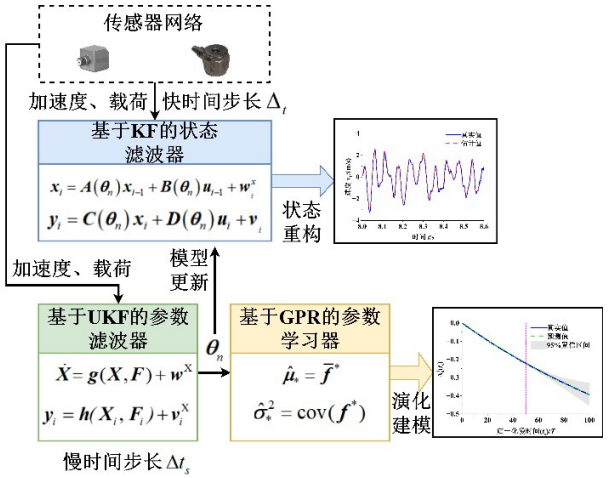


图2 BTS-SDDT模型演化算法协同

Fig. 2 Collaborative evolution algorithm of BTS-SDDT model

4 数值验证与结果分析

4.1 验证对象与演化模型

本节以如图3所示的三自由度系统为例,验证本文所提出的结构动力学数字孪生BTS-SDDT方法的有效性。初始状态下,每自由度的质量刚度均相等,其中 $m_0 = 3.380\ \mathrm{kg}$,刚度系数为 $k_0 = 23\,128\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$。图中,$m_i, k_i (i = 1, 2, 3)$ 分别为三自由度系统各自由度的等效质量与等效刚度,且:$m_1 = m_2 = m_3 = m_0, k_1 = k_2 = k_3 = k_0$。

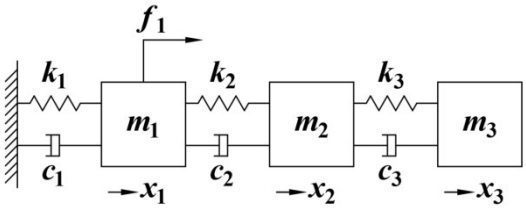


图3 三自由度系统

Fig. 3 Three degree of freedom system

建立三自由度系统的动力学方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{F}(t) \tag{28}$$

其中 $\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{K}$ 分别为3×3的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵,$\boldsymbol{F}(t)$ 为激励力列阵 $\boldsymbol{F}(t) = [f_1(t), 0, 0]^T$,$\boldsymbol{x}$ 是系统的位移响应列阵。根据初始条件可以给出具体的质量阵 $\boldsymbol{M}$、刚度阵 $\boldsymbol{K}$:

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} = 3.38 \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathrm{kg}$$

$$\boldsymbol{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} = 23128 \times \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \mathrm{N \cdot m^{-1}}$$

阻尼矩阵采用Rayleigh阻尼假设,即 $\boldsymbol{C} = \alpha\boldsymbol{M} + \beta\boldsymbol{K}$。$\alpha$ 和 β 分别为Rayleigh阻尼系数,本文取 $\alpha = 0.002, \beta = 0.0005$。考虑航空装备结构全寿命周期内的参数演化特性,本文同时引入刚度参数退化和质量参数周期性变化两类演化模式。其中慢时间 t_s 采用归一化形式,主要用于表征结构动力学参数变化过程,并不直接对应真实服役时间。

结构刚度随慢时间 t_s 的变化如式(29),模拟结构刚度的退化过程:

$$k(t_s) = k_0 \cdot e^{-\alpha_k \cdot t_s} \tag{29}$$

其中,α_k 为刚度退化系数。本算例对不同自由度的刚度退化系数分别取:$\alpha_{k1} = 0.5 \times 10^{-2}$, $\alpha_{k2} = 0.4 \times 10^{-2}$, $\alpha_{k3} = 0.3 \times 10^{-2}$。

结构质量随着慢时间 t_s 的变化如式(30),模拟航空装备结构燃油消耗与补给引起的质量周期性变化。

$$m_i(t_s) = m_0\left[1 + A_i \sin\left(\frac{2\pi t_s}{T_i}\right)\right] \tag{30}$$

其中,A_i 为质量变化幅值,T_i 为质量变化周期。本算例对不同自由度的质量变化幅值分别取:$A_1 = -0.150, A_2 = 0.100, A_3 = -0.050$。对不同自由度的质量变化周期分别取:$T_1 = 7, T_2 = 9, T_3 = 11$。

本文将结构全寿命过程离散为100个慢时间步,具体刚度、质量随归一化慢时间的退化曲线如图4~图5所示。

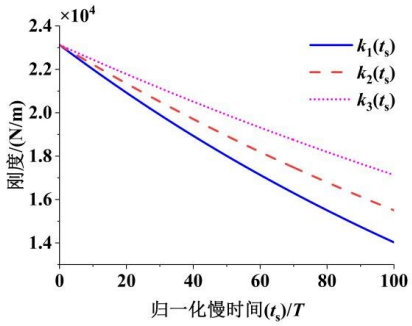


图4 刚度退化曲线

Fig. 4 Stiffness degradation curve

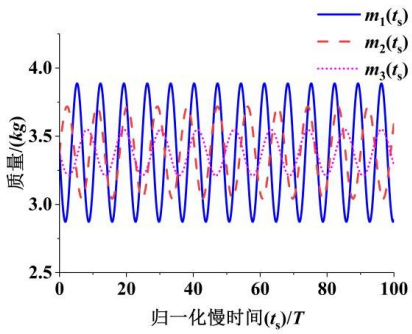


图5 质量演化曲线

Fig. 5 Mass evolution curve

针对参数演化需求，建立刚度、质量演化参数模型：

$$\begin{aligned} k_i(t_s)&=(1+\Delta_k^i(t_s))k_0 \quad (i=1,2,3)\\ m_i(t_s)&=(1+\Delta_m^i(t_s))m_0 \quad (i=1,2,3)\end{aligned} \tag{31}$$

式中：k_i为初始刚度；m_i为初始质量。

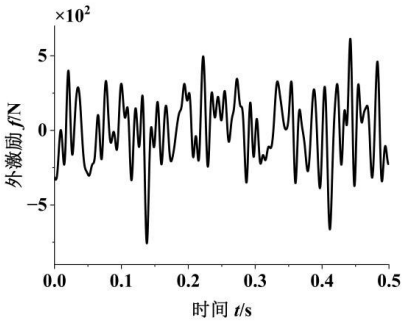
将式(31)代入式(28)，得到考虑刚度、质量演化的三自由度系统的BTS-SDDT模型：

$$\boldsymbol{M}(t_s)\frac{\partial^2 \boldsymbol{z}(t,t_s)}{\partial t^2}+\boldsymbol{C}\frac{\partial \boldsymbol{z}(t,t_s)}{\partial t}+\boldsymbol{K}(t_s)\boldsymbol{z}(t,t_s)=\boldsymbol{F}(t,t_s) \tag{32}$$

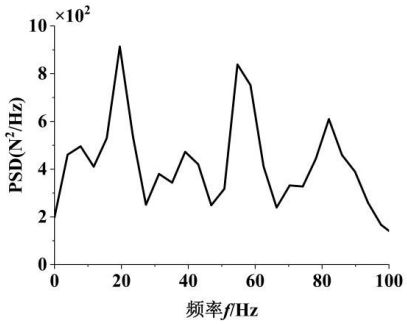
4.2 状态估计

对第一自由度施加外激励，外激励类型选择带宽为0～100 Hz的高斯白噪声激励，所施加的随机载荷时间历程以及PSD谱如图6所示。

采样频率设置为1 000 Hz，即快时间步长$\Delta t=0.001$s。利用RK4方法求解得到系统在随机载荷下的加速度响应。为了模拟传感器在实际环境中的噪声干扰，在加速度的仿真数据中添加信噪比(Signal-to-Noise Ratio，SNR)为20 dB的高斯噪声。模拟加速度采集得到的第三自由度的加速度输入信号如图7所示。



(a)随机载荷时间历程



(b)随机载荷PSD谱

图6 第一自由度外激励信号

Fig. 6 External excitation signal at the first degree of freedom

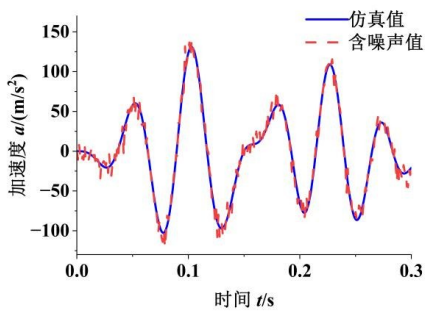


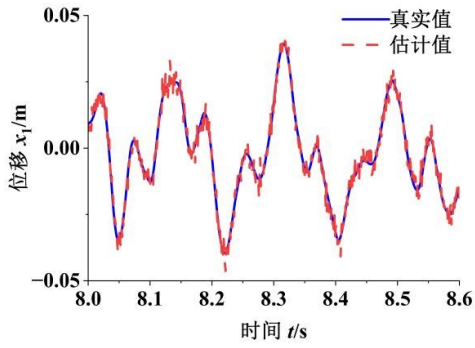
图7 第三自由度加速度输入信号

Fig. 7 Acceleration input signal at the third degree of freedom

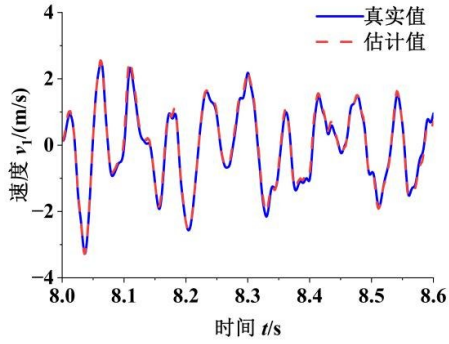
以上述外激励以及加速度数据作为输入，根据BTS-SDDT演化算法，得到各层实时振动状态。第一自由度在不同时间段内的状态估计的细节图如图8～图9所示。

为了评价状态滤波器对结构振动状态的重构效果，本文采用均方根误差(Root Mean Square Error，RMSE)和决定系数(Coefficient of Determination，R^2)作为状态重构误差评价指标。对于任意

状态响应x,其真实值与估计值分别记为x_i和$\hat{x}_i$,采样点数为N,真实响应均值为$\bar{x}$,则RMSE和R^2分别定义为:



(a) 第一自由度位移估计



(b) 第一自由度速度估计

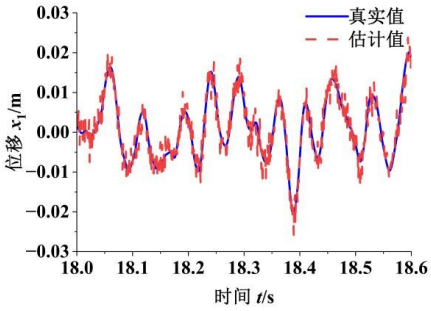
图8 t_s^0时间内状态监测结果

Fig. 8 t_s^0State monitoring results

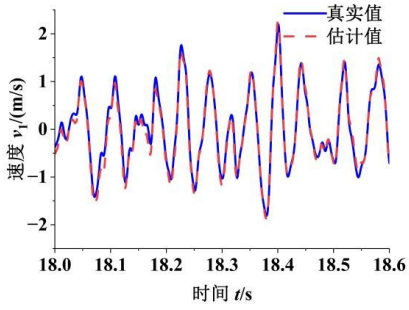
$$\mathrm{RMSE}=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\hat{x}_i)^2} \tag{33}$$

$$R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2} \tag{34}$$

RMSE用于表征状态重构误差的绝对大小。R^2用于表征重构响应对真实响应变化趋势的拟合程度,其值越接近1,状态重构效果越好。位移与速度重构误差如表2~表3所示,可以看出:状态滤波器在不同自由度下均表现出较小的重构误差和较高的拟合精度,本文所提方法建立的演化算法能够较好地实时监测结构的振动状态。



(a)第一自由度位移估计



(b)第一自由度速度估计

图9 t_s^{10}时间内状态监测结果

Fig. 9 t_s^{10}State monitoring results

表2 状态滤波器位移重构误差

Table 2 Displacement reconstruction errors of the state filter

自由度	均方根误差(RMSE)/m	决定系数(R^2)
第一自由度	0.002 6	0.975 9
第二自由度	0.004 1	0.974 4
第三自由度	0.005 1	0.975 1

表3 状态滤波器速度重构误差

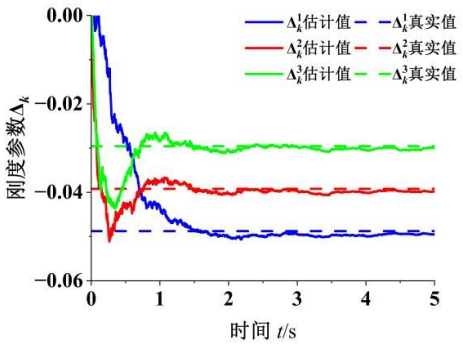
Table 3 Velocity reconstruction errors of the state filter

自由度	均方根误差(RMSE)/(m/s)	决定系数(R^2)
第一自由度	0.147 7	0.981 9
第二自由度	0.145 2	0.982 6
第三自由度	0.181 1	0.982 4

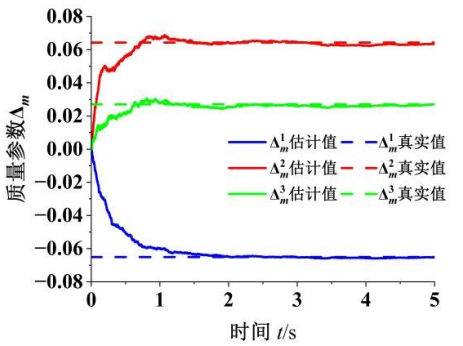
4.3 参数估计

参数滤波器在不同慢时间步对于刚度、质量参数的辨识过程,如图10~图12所示。其中图10~图11和图12分别对应第10、50、100个慢时间步内的参数辨识过程。在每个慢时间步内,参数

滤波器基于对应快时间响应窗口完成参数辨识，并将辨识结果用于后续慢时间步的模型更新。



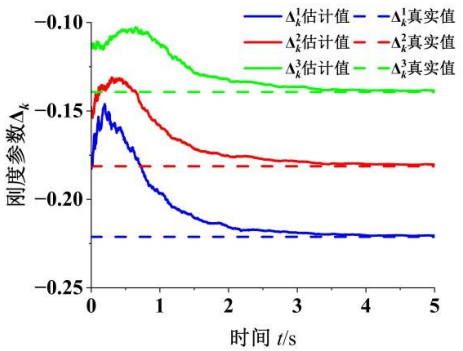
(a) 第10个慢时间步 t_s^{10} 内刚度参数辨识过程



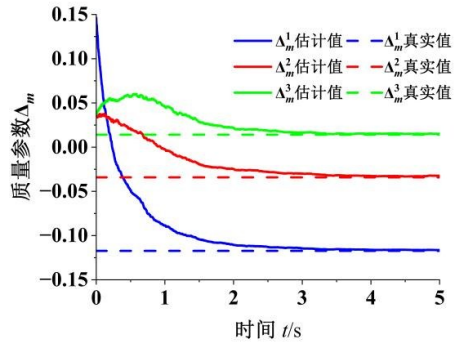
(b) 第10个慢时间步 t_s^{10} 内质量参数辨识过程

图10 第10个慢时间步 t_s^{10} 内参数辨识过程

Fig. 10 Parameter identification process at the 10th slow time step t_s^{10}



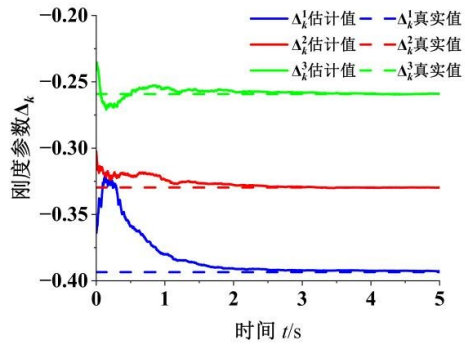
(a) 第50个慢时间步 t_s^{50} 内刚度参数辨识过程



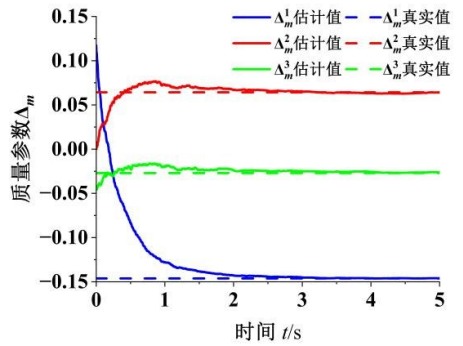
(b) 第50个慢时间步 t_s^{50} 内质量参数辨识过程

图11 第50个慢时间步 t_s^{50} 内参数辨识过程

Fig. 11 Parameter identification process at the 50th slow time step t_s^{50}



(a) 第100个慢时间步 t_s^{100} 内刚度参数辨识过程



(b) 第100个慢时间步 t_s^{100} 内质量参数辨识过程

图12 第100个慢时间步 t_s^{100} 内参数辨识过程

Fig. 12 Parameter identification process at the 100th slow time step t_s^{100}

为了评价参数滤波器对刚度、质量参数的辨识精度，本文采用平均绝对误差(Mean Absolute Error，MAE)和平均百分比误差(Mean Absolute Percentage Error，MAPE)作为评价指标。定义在

N_s个慢时间步下的平均绝对误差和平均绝对百分比误差分别为

$$e_{\mathrm{MAE}}^{i}=\frac{1}{N_s}\sum_{j=1}^{N_s}\left|\hat{\Delta}_{\theta}^{i}(t_s^j)-\Delta_{\theta}^{i}(t_s^j)\right| \tag{35}$$

$$e_{\mathrm{MAPE}}=\frac{1}{N_s}\sum_{j=1}^{N_s}\left|\frac{\hat{\Delta}_{\theta}^{i}(t_s^j)-\Delta_{\theta}^{i}(t_s^j)}{\Delta_{\theta}^{i}(t_s^j)}\right|\times 100\% \tag{36}$$

式中：$\Delta_{\theta}^{i}(t_s^j)$为第$i$个参数在慢时间步$t_s^j$下的真实值；$\hat{\Delta}_{\theta}^{i}(t_s^j)$为对应的辨识值；$N_s$为慢时间步数。

3个慢时间步的刚度、质量参数的辨识结果以及误差如表4～表5所示，可以看出：参数滤波器对刚度、质量参数均有较高的辨识精度，平均绝对误差保持在10^{-3}量级，平均绝对百分比误差控制在5%内。

表4 刚度参数演化识别结果

Table 4 Identification results and errors of stiffness parameter evolution

慢时间步		t_s^{10}	t_s^{50}	t_s^{100}	e_{MAE}
Δ_{k}^{1}	真实	−0.048 7	−0.221 2	−0.393 4	0.000 6
	估计	−0.049 4	−0.220 5	−0.392 5	
Δ_{k}^{2}	真实	−0.039 2	−0.181 3	−0.329 6	0.000 8
	估计	−0.039 8	−0.180 3	−0.329 7	
Δ_{k}^{3}	真实	−0.029 6	−0.139 3	−0.259 2	0.000 3
	估计	−0.030 2	−0.138 5	−0.259 1	
慢时间步		t_s^{10}	t_s^{50}	t_s^{100}	/
e_{MAPE}(%)		1.732 4	0.474 2	0.085 8	/

表5 质量参数演化识别结果

Table 5 Identification results and errors of mass parameter evolution

慢时间步		t_s^{10}	t_s^{50}	t_s^{100}	e_{MAE}
Δ_{m}^{1}	真实	−0.065 0	−0.117 2	−0.146 2	0.000 6
	估计	−0.065 3	−0.116 2	−0.146 0	
Δ_{m}^{2}	真实	0.064 2	−0.034 2	0.064 2	0.001 2
	估计	0.063 1	−0.032 7	0.063 6	
Δ_{m}^{3}	真实	0.027 0	0.014 0	−0.027 0	0.000 5
	估计	0.026 4	0.015 1	−0.026 3	
慢时间步		t_s^{10}	t_s^{50}	t_s^{100}	/
e_{MAPE}(%)		1.439 8	4.178 7	1.279 6	/

4.4 参数演化预测

本文在慢时间尺度参数估计阶段同时考虑了质量参数和刚度参数的协同估计。在参数演化预测阶段，主要针对刚度参数开展高斯过程回归(GPR)的演化预测。原因在于：刚度参数与航空结构损伤扩展、疲劳累积等关键服役效应密切相关，能够较直接地反映结构动力学特性的演化过程。相比之下，质量参数的变化通常与燃油消耗、外部任务载荷等离散工况密切相关，其演化趋势高度依赖于具体的任务剖面。在缺乏未来工况先验信息的情况下，仅依据历史质量参数辨识结果进行长期预测会引入较大的不确定性。

为了分析GPR模型对刚度参数演化预测能力，本文分析了不同训练样本比例、不同核函数对刚度参数演化预测的影响。分别选取平方指数核函数(Squared Exponential，SE)、Matern 5/2核函数和Matern 3/2核函数进行对比。其中，SE核函数具有较强的平滑性假设，适用于描述连续且变化较为平缓的参数演化过程；Matern类核函数对函数平滑性的约束相对较弱，能够更灵活地刻画参数演化中的局部变化特征，其中Matern 5/2核函数相较于Matern 3/2核函数具有更高的平滑性。

基于上述核函数，设置不同训练样本比例开展刚度参数演化预测，将前20%～80%的慢时间步结束时获得的刚度参数辨识结果作为训练集，后续慢时间步作为预测区间，以考察训练样本数量和核函数类型对刚度参数演化预测精度的影响。

为了评价GPR对刚度参数的演化预测能力，本文采用平均归一化均方根误差(Mean Normalized Root Mean Square Error，$\overline{\mathrm{NRMSE}}$)作为评价指标。对于第$i$个自由度的刚度参数，其归一化均方根误差(Mean Normalized Root Mean Square Error，NRMSE)为：

$$\mathrm{NRMSE}_i=\frac{\sqrt{\dfrac{1}{N_s}\displaystyle\sum_{s=1}^{N_s}\left[\Delta_k^i(t_s)-\hat{\Delta}_k^i(t_s)\right]^2}}{\Delta_{k,\max}^{i}-\Delta_{k,\min}^{i}}\times 100\% \tag{37}$$

其中，$\Delta_k^i(t_s)$和$\hat{\Delta}_k^i(t_s)$分别为第i个自由度刚度参数的真实值和预测值。$\Delta_{k,\max}^{i}$和$\Delta_{k,\min}^{i}$分别为第i个自由度在预测区间内真实刚度参数的最大值和最小值。进一步定义平均归一化均方根误差(Mean Normalized Root Mean Square Error，$\overline{\mathrm{NRMSE}}$)为各自由度的NRMSE的算术平均值：

$$\overline{\mathrm{NRMSE}}=\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}\mathrm{NRMSE}_i \tag{38}$$

不同训练样本比例和不同核函数下的平均归一化均方根误差变化规律如图13所示，可以看出：在训练样本比例小于50%时，GPR模型获取刚度参数退化信息有限，难以充分表征后续刚度参数演化趋势，刚度参数的预测误差较大。随着训练样本比例增加，平均归一化均方根误差整体呈快速下降趋势并趋于稳定，GPR模型对刚度参数演化趋势的预测能力随训练样本数量增加而显著增强。

当训练样本比例不变时，Matern 5/2核函数对应的平均归一化均方根误差整体低于Matern 3/2核函数和SE核函数，Matern 5/2核函数能够在函数平滑性与局部变化刻画能力之间取得较好平衡，在刚度参数演化预测中具有更好的效果。

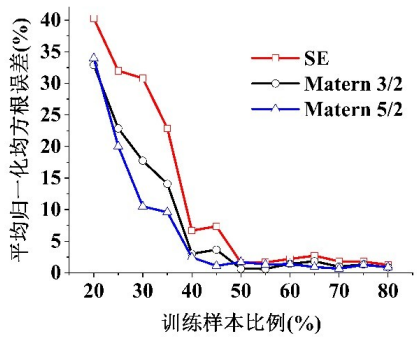
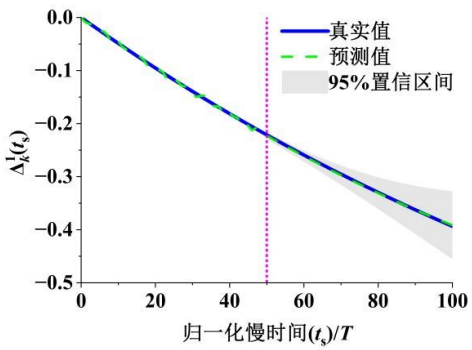


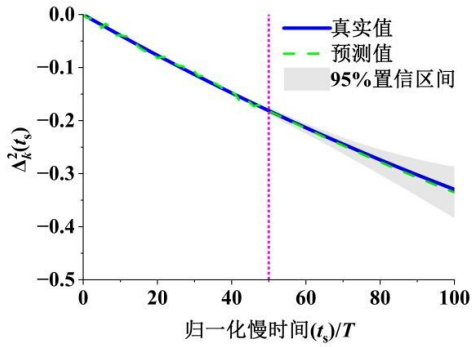
图13 刚度参数演化预测的平均归一化均方根误差对比

Fig. 13 Comparison of mean normalized root mean square error for stiffness parameter evolution prediction

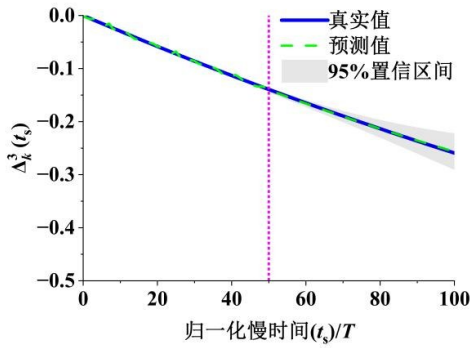
以训练样本比例为50%，核函数为Matern 5/2为例，各自由度的刚度参数演化曲线如图14所示。



(a) Δ_k^1演化预测



(b) Δ_k^2演化预测



(c) Δ_k^3演化预测

图14 刚度参数演化预测

Fig. 14 Evolution prediction of stiffness parameters

结合前文的状态估计、参数估计与参数演化预测结果可以发现，本文提出的BTS-SDDT方法能够实现结构快时间尺度下动态响应的实时估计，以及慢时间尺度下结构参数的辨识更新与演化预测，验证了所提方法的基本可行性。需要说明的是，本文采用的算例主要用于验证BTS-SDDT模型生成与演化框架的可行性，后续将面向复杂结构模型和更多损伤演化形式进一步验证方法的工程适用性。

5 结 论

1) BTS-SDDT模型生成：以三自由度系统为验证对象，在结构动力学模型中引入慢时间尺度，建立了考虑刚度退化与质量变化的参数化数字孪生模型，验证了该方法对结构参数演化过程的建模与表征能力。

2) 双时间尺度解耦：通过快时间尺度状态层与慢时间尺度参数层的分层演化架构，实现了动

态响应实时监测、刚度与质量参数辨识更新的解耦。数值结果表明,状态滤波器能够较准确地重构结构位移和速度响应,参数滤波器能够有效跟踪刚度退化过程。

3) 数模融合驱动演化:通过将参数滤波器获得的历史演化数据与高斯过程回归相结合,实现了模型参数演化趋势的预测。数值结果表明,所提方法能够利用慢时间尺度下累积的参数辨识序列对后续刚度演化趋势进行预测。不同训练样本比例和核函数会对预测精度产生影响,合理选取训练样本范围和核函数形式对于提升参数演化预测效果具有重要作用。

参 考 文 献

[1] Avci O, Abdeljaber O, Kiranyaz S, et al. A review of vibration-based damage detection in civil structures: From traditional methods to Machine Learning and Deep Learning applications[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 147: 107077.

[2] 董雷霆, 周轩, 赵福斌, 等. 飞机结构数字孪生关键建模仿真技术[J]. 航空学报, 2021, 42(3): 023981.
Dong Leiting, Zhou Xuan, Zhao Fubin, et al. Key technologies for modeling and simulation of airframe digital twin[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(3): 023981. (in Chinese)

[3] 代定强, 周轩, 董雷霆, 等. 数字工程与数字孪生在航空疲劳与结构完整性领域的研究进展与展望[J]. 航空学报, 2025, 46(19): 531295.
Dai Dingqiang, Zhou Xuan, Dong Leiting, et al. Research progress and prospects of digital engineering and digital twin in field of aeronautical fatigue and structural integrity[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2025, 46(19): 531295. (in Chinese)

[4] 孟松鹤, 叶雨玫, 杨强, 等. 数字孪生及其在航空航天中的应用[J]. 航空学报, 2020, 41(9): 023615.
Meng Songhe, Ye Yumei, Yang Qiang, et al. Digital twin and its aerospace applications[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(9): 023615. (in Chinese)

[5] Chai Y Y, Gao W, Ankay B, et al. Aeroelastic analysis and flutter control of wings and panels: A review[J]. International Journal of Mechanical System Dynamics, 2021, 1(1): 5-34.

[6] 雷鹰, 刘丽君, 郑翥鹏. 结构健康监测若干方法与技术研究进展综述[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2021, 60(3): 630-640, 1-2.
Lei Ying, Liu Lijun, Zheng Zhupeng. Review on the developments of some methods and techniques in structural health monitoring[J]. Journal of Xiamen University (Natural Science), 2021, 60(3): 630-640, 1-2. (in Chinese)

[7] Grieves M W. Product lifecycle management: The new paradigm for enterprises[J]. International Journal of Product Development, 2005, 2(1/2): 71.

[8] 陶飞, 刘蔚然, 张萌, 等. 数字孪生五维模型及十大领域应用[J]. 计算机集成制造系统, 2019, 25(1): 1-18.
Tao Fei, Liu Weiran, Zhang Meng, et al. Five-dimension digital twin model and its ten applications[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2019, 25(1): 1-18. (in Chinese)

[9] Tuegel E J, Ingraffea A R, Eason T G, et al. Reengineering aircraft structural life prediction using a digital twin[J]. International Journal of Aerospace Engineering, 2011, 2011: 154798.

[10] Ganguli R, Adhikari S. The digital twin of discrete dynamic systems: Initial approaches and future challenges[J]. Applied Mathematical Modelling, 2020, 77: 1110-1128.

[11] Ganguli R, Adhikari S, Chakraborty S, et al. Digital twin: A dynamic system and computing perspective[M]. Boca Raton: CRC Press, 2023.

[12] Garg S, Gogoi A, Chakraborty S, et al. Machine learning based digital twin for stochastic nonlinear multi-degree of freedom dynamical system[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2021, 66: 103173.

[13] Jazwinski A H. Stochastic processes and filtering theory[M]. New York: Courier Corporation, 2007: 194-262.

[14] Olfati-Saber R. Distributed Kalman filtering for sensor networks[C]// 2007 46th IEEE Conference on Decision and Control. New Orleans, LA, USA: IEEE, 2007: 5492-5498.

[15] Doucet A, Freitas N, Gordon N. Sequential Monte Carlo methods in practice[M]. New York: Springer, 2001.

[16] Wang S Y, Lei Y. A joint state-parameter identification algorithm of a structure with non-diagonal mass matrix based on UKF with unknown mass[J]. Buildings, 2022, 12(6): 826.

[17] Chakraborty S, Adhikari S, Ganguli R. The role of surrogate models in the development of digital twins of dynamic systems[J]. Applied Mathematical Modelling, 2021, 90: 662-681.

[18] He X W, Yang L L, Pang Y, et al. PSDM: A parametrized structural dynamic modeling method based on digital twin for performance prediction[J]. Engineering Structures, 2024, 316: 118582.

(编辑:马文静)